Cinquième / Volumes : pavé, prisme droit, cylindre — corrigé

benprof
particulier.fr

1. *Rappels de 6e : volume et cubes unités*

Ex. 1 ★☆☆ Compter les cubes par couches

(a) Une couche : $5 \times 2 = 10$ cubes.

(b) Il y a 4 couches : $10 \times 4 = 40$ cubes. Son volume est 40 cm³.

(c) Tom ne compte que les cubes qu'il voit. La face avant compte $5 \times 4 = 20$ cubes, mais il y a 2 rangées en profondeur : $20 \times 2 = 40$ cubes, soit 40 cm³.

(d) Une couche : $7 \times 5 = 35$ cubes. Il y a 2 couches : $35 \times 2 = 70$ cubes. $V = 70$ cm³.

Ex. 2 ★☆☆ Longueur, aire ou volume ?

(a) La gomme occupe 8 cm³ (c'est un volume). L'étiquette a une aire de 30 cm² (c'est une surface). Le contour du timbre mesure 12 cm (c'est une longueur).

(b) Un carré est une surface, il n'a pas de volume. Son aire vaut $4 \times 4 = 16$ cm².

(c) Chaque cube unité vaut 1 dm³, donc $V = 32$ dm³.

(d) Aire du rectangle : $6 \times 3 = 18$ cm². La couche compte $6 \times 3 = 18$ cubes de 1 cm³ : $V = 18$ cm³. Même nombre, mais une aire (cm²) n'est pas un volume (cm³).

Ex. 3 ★★☆ Des cubes de 2 cm d'arête

(a) Sur la longueur : $8 \div 2 = 4$ cubes. Sur la profondeur : $4 \div 2 = 2$ cubes. Le fond : $4 \times 2 = 8$ cubes.

(b) Sur la hauteur : $6 \div 2 = 3$ couches. En tout : $8 \times 3 = 24$ cubes.

(c) Non. Un cube de 2 cm d'arête a un volume de $2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³, pas 2 cm³. $V = 24 \times 8 = 192$ cm³. Vérification : $8 \times 4 \times 6 = 192$ cm³.

Ex. 4 ★★☆ Compléter un pavé

(a) Une couche : $5 \times 3 = 15$ cubes, et il y a 3 couches : $15 \times 3 = 45$ cubes.

(b) Non. La rangée de devant compte 5 cubes et celle de droite 3 cubes, mais le cube du coin (devant, à droite) appartient aux deux rangées : elle le compte deux fois. Elle a posé $5 + 3 - 1 = 7$ cubes.

Ex. 4 (suite)

(c) Déjà posés : $15 + 7 = 22$ cubes. Reste : $45 - 22 = 23$ cubes.

Ex. 5 ★★☆ Même volume, autre forme

(a) Une couche : $5 \times 4 = 20$ cubes, et il y a 3 couches : $20 \times 3 = 60$ cubes. $V = 60$ cm³.

(b) $10 \times 1 \times 6 = 60$ cubes, soit 60 cm³. Les deux solides ont le même volume alors qu'ils n'ont pas la même forme.

(c) Il ne faut pas additionner les trois dimensions, il faut les multiplier : $5 \times 4 \times 3 = 60$ cm³, et non 12 cm³.

Ex. 6 ★★★ Cubes visibles, cubes cachés

(a) Une couche : $7 \times 3 = 21$ cubes. Il y a 4 couches : $21 \times 4 = 84$ cubes. $V = L \times \ell \times h = 7 \times 3 \times 4 = 84$ cm³.

(b) Face avant : $7 \times 4 = 28$; dessus : $7 \times 3 = 21$; côté droit : $3 \times 4 = 12$. Les cubes de l'arête [NM] sont à la fois sur la face avant et sur le dessus : ils sont comptés deux fois. C'est pareil pour les arêtes [LM] et [MR]. Le cube du coin M est même compté trois fois.

(c) Je compte chaque cube une seule fois. Face avant : $7 \times 4 = 28$ cubes. Dessus sans la rangée de devant : $7 \times 2 = 14$ cubes. Côté droit sans la colonne de devant ni la rangée du haut : $2 \times 3 = 6$ cubes. Total : $28 + 14 + 6 = 48$ cubes visibles.

(d) Cubes cachés : $84 - 48 = 36$ cubes. Vérification : les cubes cachés forment un pavé de $6 \times 2 \times 3 = 36$ cubes (on enlève la colonne de droite, la rangée de devant et la couche du haut).

Ex. 7 ★★★ Vrai ou faux : même nombre, même volume ?

(a) Faux. A compte $5 \times 2 \times 2 = 20$ cubes de 1 dm³ : $V = 20$ dm³. B compte $4 \times 5 \times 1 = 20$ cubes de 1 cm³ : $V = 20$ cm³. Le nombre de cubes est le même, mais l'unité change : un cube de 1 dm d'arête est bien plus gros qu'un cube de 1 cm d'arête.

(b) Faux. Un cube de 2 cm d'arête a un volume de $2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³, et non 2 cm³.
Donc $V = 9 \times 8 = 72$ cm³. Vérification : $V = L \times \ell \times h = 6 \times 6 \times 2 = 72$ cm³.

Ex. 7 **(suite)**

(c) Faux. L'aire du fond vaut bien $6 \times 6 = 36$ cm², mais une aire (cm²) n'est pas un volume (cm³). Il y a 2 cm de hauteur : $V = 36 \times 2 = 72$ cm³.

(d) Faux. Un cube de 1 dm = 10 cm d'arête contient une couche de $10 \times 10 = 100$ cubes de 1 cm, et 10 couches : $100 \times 10 = 1\,000$ cubes. Pour A : $20 \times 1\,000 = 20\,000$ cubes de 1 cm d'arête.

Ex. 8 ★★★ **L'escalier de la maquette**

(a) Je compte les colonnes de la face de devant : $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ cubes.

(b) Il y a 3 tranches de 10 cubes : $10 \times 3 = 30$ cubes. Le volume de l'escalier est 30 cm³.

(c) Pavé droit complet : $V = 4 \times 3 \times 4 = 48$ cm³, soit 48 cubes. Cubes à ajouter : $48 - 30 = 18$ cubes.

(d) Non. $2 \times 2 \times 2 = 8$, $3 \times 3 \times 3 = 27$ et $4 \times 4 \times 4 = 64$: aucun cube ne compte exactement 30 cubes unités. Avec un cube de 3 cm d'arête, il lui en resterait $30 - 27 = 3$.

(e) Largeur : $30 \div 6 = 5$ cubes. Son volume est toujours 30 cm³ ($6 \times 5 \times 1 = 30$) : la forme a changé, pas le volume.

2. *Volume du cube et du pavé droit*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : calculer un volume de tête**

(a) $V = a \times a \times a = 5 \times 5 \times 5 = 125$ cm³ (et non $3 \times 5 = 15$).

(b) $V = L \times \ell \times h = 0{,}5 \times 0{,}4 \times 2{,}5 = 0{,}2 \times 2{,}5 = 0{,}5$ m³.

(c) $V = L \times \ell \times h = 25 \times 8 \times 5 = 200 \times 5 = 1\,000$ cm³.

(d) $9 \times 4 = 36$ cm², c'est l'aire de la base, pas le volume. Il manque la hauteur : $V = 9 \times 4 \times 10 = 360$ cm³.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : retrouver une dimension**

(a) $7 \times 7 \times 7 = 343$, donc l'arête mesure 7 cm.

(b) $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$, donc l'arête mesure 10 cm.

(c) Il faut diviser par le produit $6 \times 4 = 24$, pas par la somme. $h = 144 \div 24 = 6$ cm.

(d) $B = V \div h = 84 \div 3 = 28$ cm².

Ex. 11 ★☆☆ **Une tirelire debout, puis couchée**

(a) [NS] va de l'avant vers l'arrière : NS = 4 cm.

(b) Aire de MNSR : $6 \times 4 = 24$ cm².

(c) $V = L \times \ell \times h = 6 \times 4 \times 7 = 168$ cm³.

(d) La face NPTS est au sol : la hauteur est maintenant l'arête [MN], donc 6 cm.

(e) Nouvelle base : $7 \times 4 = 28$ cm². $V = 28 \times 6 = 168$ cm³. Le volume n'a pas changé : c'est le même objet, il occupe la même place.

Ex. 12 ★★☆ **Le bac à sable de Lina**

(a) Tout en cm : 1,6 m = 160 cm. $V = L \times \ell \times h = 160 \times 90 \times 30 = 432\,000$ cm³.

(b) Tom a mélangé les unités : 1,6 est en m, 90 et 30 sont en cm. Il faut d'abord convertir 1,6 m en 160 cm.

(c) Tout en m : 90 cm = 0,9 m et 30 cm = 0,3 m. $V = 1{,}6 \times 0{,}9 \times 0{,}3 = 0{,}432$ m³.

(d) 0,432 m³ = 432 dm³. $432 \div 20 = 21{,}6$: 21 sacs ne suffisent pas, il faut 22 sacs.

Ex. 13 ★★☆ **Vrai ou faux : la boîte à chaussures**

(a) Faux : Hugo a additionné les arêtes. $V = L \times \ell \times h = 30 \times 18 \times 12 = 6\,480$ cm³.

(b) Vrai : $V = 60 \times 18 \times 12 = 12\,960$ cm³, et $12\,960 = 2 \times 6\,480$.

(c) Faux : $V = 60 \times 36 \times 24 = 51\,840$ cm³, et $51\,840 = 8 \times 6\,480$. Le volume est multiplié par 8.

(d) Faux : $V = 18 \times 18 \times 18 = 5\,832$ cm³, et $5\,832 < 6\,480$. Le cube contient moins.

Ex. 14 ★★★ **L'aquarium de Yanis**

(a) Tout en cm : 1,2 m = 120 cm (on ne multiplie pas 1,2 par 40 et 50). $V = L \times \ell \times h = 120 \times 40 \times 50 = 240\,000$ cm³.

(b) 240 000 cm³ = 240 dm³ = 240 L.

(c) Aire du fond : $120 \times 40 = 4\,800$ cm² (c'est une aire, pas un volume). 48 L = 48 000 cm³. Hauteur d'eau : $h = 48\,000 \div 4\,800 = 10$ cm. On divise par le produit 120×40, pas par la somme $120 + 40$.

(d) Hauteur d'eau : $50 - 5 = 45$ cm. $V = 120 \times 40 \times 45 = 216\,000$ cm³ = 216 L. Nombre de seaux : $216 \div 8 = 27$ seaux.

Ex. 15 ★★★ **Les pièces de jeu de Clémence**

(a) Non : pour un cube, c'est $a \times a \times a$ et pas $3 \times a$. $V = 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 = 15{,}625$ cm³.

(b) Couche du fond : $15 \div 2{,}5 = 6$ et $10 \div 2{,}5 = 4$, soit $6 \times 4 = 24$ pièces. Couches : $7{,}5 \div 2{,}5 = 3$. En tout : $24 \times 3 = 72$ pièces.

(c) $V = L \times \ell \times h = 15 \times 10 \times 7{,}5 = 1\,125$ cm³. Volume des pièces : $72 \times 15{,}625 = 1\,125$ cm³. Les deux volumes sont égaux : la boîte est remplie sans vide.

(d) Arêtes : $2 \times 15 = 30$ cm, $2 \times 10 = 20$ cm, $2 \times 7{,}5 = 15$ cm. $30 \div 2{,}5 = 12$; $20 \div 2{,}5 = 8$; $15 \div 2{,}5 = 6$. Nombre de pièces : $12 \times 8 \times 6 = 576$ pièces. $576 \div 72 = 8$: 8 fois plus, et non 2 fois plus, car $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Ex. 16 ★★★ **La bougie creusée de Romane**

(a) On cherche un nombre a tel que $a \times a \times a = 729$. Comme $9 \times 9 \times 9 = 729$, l'arête mesure 9 cm.

(b) $3 \times 3 = 9$ cm² est l'aire du fond du creux, pas son volume : il oublie la profondeur. $V = L \times \ell \times h = 3 \times 3 \times 4 = 36$ cm³.

(c) Volume de cire : $729 - 36 = 693$ cm³.

(d) $V = L \times \ell \times h = 0{,}8 \times 0{,}5 \times 0{,}15 = 0{,}4 \times 0{,}15 = 0{,}06$ dm³. $0{,}06$ dm³ $= 0{,}06 \times 1\,000 = 60$ cm³.

(e) $693 \div 60 = 11{,}55$. Avec 11 pains : $11 \times 60 = 660$ cm³, ce qui ne suffit pas. Avec 12 pains : $12 \times 60 = 720$ cm³, ce qui suffit. Romane doit acheter 12 pains.

3. *Unités de volume et de contenance*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : unités de volume**

(a) Une couche contient $10 \times 10 = 100$ cubes, et il y a 10 couches : $100 \times 10 = 1\,000$ cubes.
Donc 1 dm³ $= 1\,000$ cm³.

(b) 4 m³ $= 4 \times 1\,000 = 4\,000$ dm³.

(c) 2,7 dm³ $= 2{,}7 \times 1\,000 = 2\,700$ cm³.

(d) 5 300 mm³ $= 5\,300 \div 1\,000 = 5{,}3$ cm³.

(e) 1 m³ $= 1\,000$ dm³, donc 8 dm³ $= 8 \div 1\,000 = 0{,}008$ m³.

(f) 1 m³ $= 1\,000$ dm³ $= 1\,000\,000$ cm³, donc 0,2 m³ $= 0{,}2 \times 1\,000\,000 = 200\,000$ cm³.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : contenances et litres**

(a) 1 cL $= 10$ mL, donc 33 cL $= 33 \times 10 = 330$ mL.

(b) 1 hL $= 100$ L, donc 2,4 hL $= 2{,}4 \times 100 = 240$ L.

Ex. 18 (suite)

(c) 4,5 cL $= 4{,}5 \times 10 = 45$ mL, et 1 mL $= 1$ cm³, donc 45 mL $= 45$ cm³.

(d) 1 L $= 1$ dm³ $= 1\,000$ cm³, et non 1 cm³.
Donc 2 L $= 2$ dm³ $= 2 \times 1\,000 = 2\,000$ cm³.

(e) 0,037 m³ $= 0{,}037 \times 1\,000 = 37$ dm³ $= 37$ L.

(f) 680 cm³ $= 680 \div 1\,000 = 0{,}68$ dm³ $= 0{,}68$ L.

Ex. 19 ★★☆ **Ranger des bacs à plantes**

(a) $V = L \times \ell \times h = 50 \times 40 \times 55 = 110\,000$ cm³. 110 000 cm³ $= 110\,000 \div 1\,000 = 110$ dm³ $= 110$ L.

(b) A : 0,12 m³ $= 0{,}12 \times 1\,000 = 120$ dm³ $= 120$ L. D : 1 250 dL $= 1\,250 \div 10 = 125$ L. E : 1,18 hL $= 1{,}18 \times 100 = 118$ L.

(c) En litres : B (95 L) < C (110 L) < E (118 L) < A (120 L) < D
(125 L).

Ex. 20 ★★☆ **Une pièce de jeu et deux erreurs**

(a) $V = a \times a \times a = 2 \times 2 \times 2 = 8$ cm³.

(b) Jade convertit comme des longueurs ($\times 10$). Pour un volume, c'est $\times 1\,000$: 1 cm³ $= 1\,000$ mm³.
Donc 8 cm³ $= 8 \times 1\,000 = 8\,000$ mm³.
(Avec l'arête en mm : $20 \times 20 \times 20 = 8\,000$ mm³.)

(c) Non : Hugo convertit comme des aires ($\times 100$). Pour un volume, c'est $\times 1\,000$ (trois colonnes par unité) : 3,5 m³ $= 3{,}5 \times 1\,000 = 3\,500$ dm³ $= 3\,500$ L.

Ex. 21 ★★☆ **Une boîte de conserve et une brique de jus**

(a) $V = \pi \times r \times r \times h = \pi \times 4 \times 4 \times 11 = 176\pi$ cm³ (valeur exacte). $V \approx 3{,}14 \times 4 \times 4 \times 11 = 552{,}64$ cm³.

(b) 1 cm³ $= 1$ mL, donc $V \approx 552{,}64$ mL. 552,64 mL $= 552{,}64 \div 1\,000 = 0{,}55264$ L, soit $V \approx 0{,}55$ L.

(c) 50 cL $= 50 \times 10 = 500$ mL $= 500$ cm³. Or $500 < 552{,}64$: le jus ne déborde pas.

Ex. 22 ★★★ **L'aquarium de Malik**

(a) Tout en cm : 4 dm $= 40$ cm. $V = L \times \ell \times h = 60 \times 30 \times 40 = 72\,000$ cm³.

(b) Hauteur de l'eau : $40 - 5 = 35$ cm. $V = 60 \times 30 \times 35 = 63\,000$ cm³. Or 1 dm³ $= 1\,000$ cm³, donc 63 000 cm³ $= 63\,000 \div 1\,000 = 63$ dm³ $= 63$ L.

(c) Non. 1 mL $= 1$ cm³, mais 1 L $= 1$ dm³ $= 1\,000$ cm³.
Ainsi 63 000 cm³ $= 63\,000$ mL $= 63$ L, et non 63 000 L.

(d) $63 \div 1{,}5 = 42$. Il faut 42 carafes pleines.

Ex. 22 **(suite)**

(e) 63 L, c'est $63 \div 10 = 6{,}3$ fois 10 L. Produit : $6{,}3 \times 5 = 31{,}5$ mL. Or 1 cL = 10 mL, donc 31,5 mL = 3,15 cL.

Ex. 23 ★★★ **Le cahier de Lina : vrai ou faux ?**

(a) Fausse. 1 m^3 = 1 000 dm^3 et 1 dm^3 = 1 000 cm^3, donc 1 $m^3 = 1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000$ cm^3 : trois colonnes par unité, donc six rangs du m^3 au cm^3.

(b) Vraie. 0,045 $m^3 = 0{,}045 \times 1\,000 = 45$ dm^3, et 1 dm^3 = 1 L, donc 0,045 m^3 = 45 L.

(c) Vraie. 1 cL = 10 mL, donc 2,5 cL = $2{,}5 \times 10 = 25$ mL, et 1 mL = 1 cm^3, donc 25 mL = 25 cm^3.

(d) Vraie. 1 mL = 1 cm^3, donc 850 mL = 850 cm^3. Or 1 dm^3 = 1 000 cm^3, donc 850 $cm^3 = 850 \div 1\,000 = 0{,}85$ dm^3.

(e) Fausse : Lina a multiplié par 1 000, comme pour des volumes. Les contenances vont de 10 en 10 : 1 hL = 100 L, donc 1,2 hL = $1{,}2 \times 100 = 120$ L.

Ex. 24 ★★★ **La piscine hors-sol de Yanis**

(a) Rayon : $r = 4 \div 2 = 2$ m. $V = \pi \times r \times r \times h = \pi \times 2 \times 2 \times 0{,}8 = 3{,}2\pi$ m^3.

(b) $V \approx 3{,}14 \times 3{,}2 = 10{,}048$ m^3. Or 1 m^3 = 1 000 L, donc $V \approx 10{,}048 \times 1\,000 = 10\,048$ L.

(c) $10\,048 \div 16 = 628$ min. $628 = 600 + 28$ et 600 min = 10 h, donc il faut 10 h 28 min.

(d) Tout en m : 2 cm = 0,02 m. $V = \pi \times 2 \times 2 \times 0{,}02 = 0{,}08\pi$ $m^3 \approx 3{,}14 \times 0{,}08 = 0{,}2512$ m^3. 0,2512 m^3 = 251,2 dm^3 = 251,2 L. Or 1 hL = 100 L, donc 251,2 L = 2,512 hL.

4. *Volume du prisme droit*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : $V = B \times h$ dans les deux sens**

(a) $V = B \times h = 17 \times 6 = 102$ cm^3.

(b) Tout en cm : 0,5 dm = 5 cm. $V = B \times h = 24 \times 5 = 120$ cm^3.

(c) Le pavé droit est un prisme droit à base rectangle : $B = L \times \ell = 6 \times 2{,}5 = 15$ cm^2. $V = B \times h = 15 \times 4 = 60$ cm^3.

(d) $B = V \div h = 144 \div 8 = 18$ cm^2.

(e) $h = V \div B = 28 \div 3{,}5 = 8$ cm.

Ex. 26 ★★☆ **Automatismes : repérer les bases et les deux hauteurs**

(a) Les bases sont les triangles ABC (devant) et DEF (derrière) : ils sont superposables et parallèles.

(b) Les faces latérales sont des rectangles : ABED, BCFE et ACFD.

(c) La hauteur du prisme est la longueur d'une arête latérale : 10 cm. Les arêtes [AD], [BE] et [CF] la mesurent.

(d) La base est un triangle rectangle en A, de base $AB = 6$ cm et de hauteur $AC = 4$ cm : $B = 6 \times 4 \div 2 = 12$ cm^2.

(e) Non. ABED n'a aucune face qui lui soit superposable et parallèle : c'est une face latérale. Les bases sont ABC et DEF, devant et derrière. Le prisme est couché.

Ex. 27 ★★☆ **De la base à plat au volume**

(a) [AC] est un côté oblique, ce n'est pas une hauteur : la hauteur relative à [AB] est CH. $B = AB \times CH \div 2 = 11 \times 8 \div 2 = 44$ cm^2. $V = B \times h = 44 \times 6 = 264$ cm^3.

(b) Parallélogramme : base × hauteur, sans « ÷ 2 ». $B = 6 \times 3{,}5 = 21$ cm^2. Tout en cm : 1,5 dm = 15 cm. $V = B \times h = 21 \times 15 = 315$ cm^3.

Ex. 28 ★★☆ **La tirelire en forme de maison**

(a) Rectangle ABCE : $8 \times 6 = 48$ cm^2. Triangle ECD, de base $EC = 8$ cm et de hauteur $DI = 3$ cm : $8 \times 3 \div 2 = 12$ cm^2.

(b) $B = 48 + 12 = 60$ cm^2.

(c) Tout en cm : 95 mm = 9,5 cm. $V = B \times h = 60 \times 9{,}5 = 570$ cm^3.

Ex. 29 ★★☆ **La tente de Lina**

(a) Noé trouve $1{,}8 \times 1{,}5 \times 2{,}5 = 6{,}75$ m^3. Première erreur : 1,5 m est un côté oblique, pas la hauteur du triangle, il faut prendre 1,2 m. Deuxième erreur : il a oublié le « ÷ 2 » de l'aire du triangle.

(b) $B = 1{,}8 \times 1{,}2 \div 2 = 1{,}08$ m^2. La hauteur du prisme est AD = 2,5 m : $V = B \times h = 1{,}08 \times 2{,}5 = 2{,}7$ m^3.

(c) $h = V \div B = 2{,}97 \div 1{,}35 = 2{,}2$ m. La tente mesure 2,2 m de long.

Ex. 30 ★★★ **La piscine au fond en pente**

(a) Les bases sont les deux faces de côté : ABCD et la face d'en face. Elles sont superposables et parallèles. Ce ne sont ni le fond ni la surface de l'eau. La hauteur du prisme est la distance entre ces deux faces : la largeur, 5 m.

Ex. 30 (suite)

(b) Rectangle AECD : $12 \times 1{,}2 = 14{,}4$ m². Triangle ABE rectangle en E : $AE = 12$ m et $EB = 2 - 1{,}2 = 0{,}8$ m, donc $12 \times 0{,}8 \div 2 = 4{,}8$ m². Le côté oblique [AB] ne sert pas. $B = 14{,}4 + 4{,}8 = 19{,}2$ m².

(c) $V = B \times h = 19{,}2 \times 5 = 96$ m³. Comme 1 m³ = 1 000 L : 96 m³ = 96 000 L.

(d) Tom calcule comme pour un pavé droit de 2 m de profondeur partout. Or le fond est en pente et la piscine est moins profonde du côté AD. $120 - 96 = 24$: il compte 24 m³ de trop.

(e) $96\,000 \div 400 = 240$ min. $240 \div 60 = 4$: il faut 4 h.

Ex. 31 ★★★ **Les pièces du jeu de construction**

(a) La base est un parallélogramme, donc pas de « ÷2 ». On prend la hauteur DH, pas le côté AD : $B = 6 \times 4 = 24$ cm². Tout en cm : 25 mm = 2,5 cm. $V = B \times h = 24 \times 2{,}5 = 60$ cm³.

(b) La base est un triangle : $B = 8 \times 5 \div 2 = 20$ cm². On utilise la hauteur du triangle (5 cm), pas le côté RT. Puis la hauteur du prisme (3 cm) : $V = B \times h = 20 \times 3 = 60$ cm³.

(c) 1) 5 cm est le côté oblique AD, pas la hauteur : il faut DH = 4 cm. 2) La base est un parallélogramme, donc pas de « ÷2 ». 3) Elle mélange les cm et les mm : il faut 25 mm = 2,5 cm. Le bon calcul est $6 \times 4 \times 2{,}5 = 60$ cm³.

(d) Pièces : $2 \times 60 + 3 \times 60 = 300$ cm³. La boîte est un prisme droit à base rectangle : $B = 9 \times 5 = 45$ cm², $V = B \times h = 45 \times 6 = 270$ cm³. $300 > 270$: les pièces prendraient plus de place que la boîte. C'est impossible, Malo a tort.

Ex. 32 ★★★ **L'aquarium d'angle**

(a) Triangle rectangle en A : les côtés de l'angle droit servent de base et de hauteur. Le côté BC ne sert pas. $B = 40 \times 30 \div 2 = 600$ cm². $V = B \times h = 600 \times 45 = 27\,000$ cm³. 27 000 cm³ = 27 dm³ = 27 L.

(b) L'eau monte au plus à $45 - 5 = 40$ cm. $V = 600 \times 40 = 24\,000$ cm³ = 24 L.

(c) 21 L = 21 dm³ = 21 000 cm³. $h = V \div B = 21\,000 \div 600 = 35$ cm.

(d) Le pavé droit est un prisme droit. 60 L = 60 000 cm³. $B = V \div h = 60\,000 \div 50 = 1\,200$ cm². Largeur : $1\,200 \div 40 = 30$ cm.

5. *Volume du cylindre*

Ex. 33 ★☆☆ **Calculer le volume d'un cylindre**

(a) $V = \pi \times r \times r \times h \approx 3{,}14 \times 3 \times 3 \times 8 = 226{,}08$ cm³.

(b) $V = \pi \times r \times r \times h \approx 3{,}14 \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 6 = 42{,}39$ cm³.

(c) Rayon : $r = 14 \div 2 = 7$ cm. $V \approx 3{,}14 \times 7 \times 7 \times 3 = 461{,}58$ cm³.

(d) Tout en cm : 0,4 dm = 4 cm. $V \approx 3{,}14 \times 4 \times 4 \times 9 = 452{,}16$ cm³.

Ex. 34 ★☆☆ **Valeur exacte et valeur approchée**

(a) $V = \pi \times 2 \times 2 \times 7 = 28\pi$ cm³ (valeur exacte).

(b) $V \approx 3{,}14 \times 28 = 87{,}92$ cm³.

(c) 96π est la valeur exacte, $3{,}14 \times 96 = 301{,}44$ n'est qu'une valeur approchée : $V = 96\pi$ cm³ $\approx 301{,}44$ cm³.

(d) $B = V \div h = 45\pi \div 5 = 9\pi$ cm².

(e) $B = \pi \times r \times r = 9\pi$, donc $r \times r = 9$ et $r = 3$ cm car $3 \times 3 = 9$ (et non $9 \div 2$).

Ex. 35 ★☆☆ **Trouver l'erreur**

(a) $2 \times \pi \times r$ est la longueur du cercle, pas l'aire de la base. $B \approx 3{,}14 \times 5 \times 5 = 78{,}5$ cm², $V \approx 78{,}5 \times 6 = 471$ cm³.

(b) $r \times r = 7 \times 7 = 49$, pas 2×7. $V \approx 3{,}14 \times 49 \times 4 = 615{,}44$ cm³.

(c) Il a pris le diamètre : $r = 8 \div 2 = 4$ cm. $V \approx 3{,}14 \times 4 \times 4 \times 7 = 351{,}68$ cm³ (son résultat est 4 fois trop grand).

(d) Elle a arrondi trop tôt. $B \approx 3{,}14 \times 2{,}5 \times 2{,}5 = 19{,}625$ cm², $V \approx 19{,}625 \times 9 = 176{,}625 \approx 176{,}6$ cm³.

Ex. 36 ★★☆ **La cuve à mazout couchée**

(a) $r = 1{,}2 \div 2 = 0{,}6$ m. La cuve est couchée : sa hauteur est sa longueur, $h = 2{,}5$ m.

(b) $B = \pi \times r \times r \approx 3{,}14 \times 0{,}6 \times 0{,}6 = 1{,}130\,4$ m².

(c) $V = B \times h \approx 1{,}130\,4 \times 2{,}5 = 2{,}826$ m³. 1 m³ = 1 000 L, donc la contenance est d'environ 2 826 L.

(d) $2\,826 - 1\,900 = 926$: on peut encore livrer environ 926 L.

Ex. 37 ★★☆ **Deux pots de fleurs**

(a) $V_A = \pi \times 6 \times 6 \times 20 = 720\pi$ cm³ ; $V_B = \pi \times 12 \times 12 \times 10 = 1\,440\pi$ cm³.

(b) Non : $1\,440\pi \div 720\pi = 2$, B contient 2 fois plus. Doubler le rayon multiplie le volume par $2 \times 2 = 4$, diviser la hauteur par 2 le divise par $2 : 4 \div 2 = 2$.

(c) $V_B \approx 3{,}14 \times 1\,440 = 4\,521{,}6$ cm³ $= 4{,}521\,6$ L $\approx 4{,}5$ L.

(d) Aire de la base de C : $\pi \times 6 \times 6 = 36\pi$ cm². $h = V \div B = 1\,440\pi \div 36\pi = 40$ cm.

Ex. 38 ★★★ **La piscine hors-sol d'Inès**

(a) Rayon = diamètre $\div 2$: $r = 4 \div 2 = 2$ m.

(b) Aire du fond : $B \approx 3{,}14 \times 2 \times 2 = 12{,}56$ m².

(c) $V = B \times h \approx 12{,}56 \times 1 = 12{,}56$ m³. Comme 1 m³ = 1 000 L : $12{,}56 \times 1\,000 = 12\,560$ L.

(d) $12\,560 \div 16 = 785$ minutes. $785 = 13 \times 60 + 5$, donc il faut 13 h 5 min.

(e) 3 140 L = 3,14 m³. L'eau monte de $3{,}14 \div 12{,}56 = 0{,}25$ m. Elle arrive à $1 + 0{,}25 = 1{,}25$ m, et $1{,}25 \text{ m} > 1{,}2$ m. Donc oui, l'eau va déborder.

Ex. 39 ★★★ **La buse en béton**

(a) Non. La buse est couchée : sa hauteur est sa longueur, $h = 2$ m $= 200$ cm. 50 cm, c'est le rayon.

(b) $2 \times 3{,}14 \times 50$ donne la longueur du cercle, pas l'aire. Aire du disque : $3{,}14 \times 50 \times 50 = 7\,850$ cm².

(c) Tout en cm : $h = 200$ cm. $V = \pi \times 50 \times 50 \times 200 = 500\,000\pi$ cm³.

(d) $V = \pi \times 40 \times 40 \times 200 = 320\,000\pi$ cm³.

(e) Béton : $500\,000\pi - 320\,000\pi = 180\,000\pi$ cm³ (valeur exacte). $V \approx 3{,}14 \times 180\,000 = 565\,200$ cm³ $= 0{,}5652$ m³, donc $V \approx 0{,}57$ m³ (arrondi à la fin).

Ex. 40 ★★★ **Les boîtes de conserve de Paul**

(a) Kenza a calculé 4×2 au lieu de 4×4 : il faut $r \times r$. $B \approx 3{,}14 \times 4 \times 4 = 50{,}24$ cm².

(b) $V = B \times h \approx 50{,}24 \times 10 = 502{,}4$ cm³. 1 mL = 1 cm³, donc $V \approx 502{,}4$ mL $= 50{,}24$ cL. $50{,}24 \text{ cL} > 50$ cL : oui, A peut contenir 50 cL de soupe.

(c) Aire de la base : 50,24 cm². $h \approx 753{,}6 \div 50{,}24 = 15$ cm.

Ex. 40 (suite)

(d) Non. $V_A = \pi \times 4 \times 4 \times 10 = 160\pi$ cm³. Hauteur doublée : $\pi \times 4 \times 4 \times 20 = 320\pi$ cm³, soit 2 fois plus. Rayon doublé : $\pi \times 8 \times 8 \times 10 = 640\pi$ cm³, soit 4 fois plus, car $r \times r$ est multiplié par $2 \times 2 = 4$.

6. *Problèmes*

Ex. 41 ★★★ **Automatismes : remplir, verser, payer**

(a) 1 m³ = 1 000 L, donc $2{,}8 \times 1\,000 = 2\,800$ L. La cuve contient 2 800 L.

(b) $50 \div 8 = 6{,}25$. Avec 6 seaux, la bassine n'est pas pleine : il en faut un de plus. Il faut 7 seaux.

(c) 1,5 L = 150 cL. $150 \div 20 = 7{,}5$. Le 8e verre ne serait rempli qu'à moitié. On remplit 7 verres entièrement.

(d) $180 \div 12 = 15$. Le robinet remplit la cuve en 15 minutes.

(e) $1{,}80 \times 2{,}5 = 4{,}50$. Le bidon coûte 4,50 €.

Ex. 42 ★★★ **Automatismes : ranger des boîtes**

(a) Par dimension : $10 \div 2 = 5$; $6 \div 2 = 3$; $4 \div 2 = 2$. On range $5 \times 3 \times 2 = 30$ cubes.

(b) Non : on ne peut pas couper les cubes. Par dimension : $25 \div 4 = 6$ reste 1, donc 6 cubes ; $15 \div 4 = 3$ reste 3, donc 3 ; $10 \div 4 = 2$ reste 2, donc 2. On range seulement $6 \times 3 \times 2 = 36$ cubes.

(c) Une couche contient $4 \times 3 = 12$ cubes. Nombre de couches : $60 \div 12 = 5$. Le carton a une hauteur de 5 dm.

(d) $24 \div 6 = 4$; $20 \div 4 = 5$; $30 \div 10 = 3$ couches. On range $4 \times 5 \times 3 = 60$ briques.

Ex. 43 ★★☆ **L'aquarium d'Inès**

(a) Longueur : $52 - 2 \times 1 = 50$ cm ; largeur : $22 - 2 \times 1 = 20$ cm ; hauteur : $31 - 1 = 30$ cm (fond seulement). $V = 50 \times 20 \times 30 = 30\,000$ cm³ $= 30$ dm³. L'aquarium contient 30 L.

(b) $V = 50 \times 20 \times 18 = 18\,000$ cm³ $= 18$ dm³. Il y a 18 L d'eau.

(c) $18 + 10 = 28$ L et $28 \text{ L} < 30$ L. L'eau ne déborde pas.

(d) 28 L = 28 000 cm³. Aire du fond : $50 \times 20 = 1\,000$ cm². $h = 28\,000 \div 1\,000 = 28$ cm. L'eau monte à 28 cm.

Ex. 44 ★★☆ Deux tirelires à comparer

(a) Rayon : $r = 8 \div 2 = 4$ cm. $V = \pi \times r \times r \times h = \pi \times 4 \times 4 \times 10 = 160\pi$ cm³.

(b) $V \approx 3{,}14 \times 160 = 502{,}4$ cm³.

(c) $V = L \times \ell \times h = 9 \times 7 \times 8 = 504$ cm³. $504 > 502{,}4$: c'est la tirelire B qui a la plus grande contenance, d'environ 1,6 cm³ de plus.

Ex. 45 ★★☆ Le porte-crayon évidé

(a) $V = L \times \ell \times h = 8 \times 6 \times 10 = 480$ cm³.

(b) $V = \pi \times r \times r \times h \approx 3{,}14 \times 2 \times 2 \times 7 = 87{,}92$ cm³.

(c) Le solide est évidé, donc je soustrais : $480 - 87{,}92 = 392{,}08$. Le porte-crayon contient environ 392,1 cm³ de bois.

Ex. 46 ★★★ La piscine de Mathis

(a) Hauteur de l'eau : 1,5 m $-0{,}3$ m $= 1{,}2$ m (et pas 1,5 m). $V = L \times \ell \times h = 8 \times 4 \times 1{,}2 = 38{,}4$ m³. La piscine contient 38,4 m³ d'eau.

(b) 1 m³ = 1 000 L, donc $38{,}4$ m³ $= 38{,}4 \times 1\,000 = 38\,400$ L. La piscine contient 38 400 L d'eau.

(c) $38\,400 \div 40 = 960$ minutes, et $960 \div 60 = 16$ h. Il faut 16 heures pour remplir la piscine.

(d) 4 800 L = 4,8 m³. Aire du fond : $B = 8 \times 4 = 32$ m². L'eau monte de $4{,}8 \div 32 = 0{,}15$ m, soit 15 cm. Nouvelle hauteur d'eau : $1{,}2 + 0{,}15 = 1{,}35$ m, et $1{,}35 \text{ m} < 1{,}5$ m. L'eau ne déborde pas : elle s'arrête à 15 cm sous le bord.

Ex. 47 ★★★ Les bougies de Chloé

(a) Rayon : $r = 6 \div 2 = 3$ cm. $V = \pi \times r \times r \times h = \pi \times 3 \times 3 \times 8 = 72\pi$ cm³. Une bougie a un volume de 72π cm³.

(b) $V \approx 3{,}14 \times 72 = 226{,}08$ cm³, soit $V \approx 226{,}1$ cm³ arrondi au dixième.

(c) 1,6 dm³ = 1 600 cm³. $1\,600 \div 226{,}08 \approx 7{,}1$. Une bougie commencée ne compte pas, donc Chloé peut couler 7 bougies entières.

(d) Volume du carton : $25 \times 19 \times 9 = 4\,275$ cm³ et $4\,275 \div 226{,}08 \approx 18{,}9$, mais les bougies ne remplissent pas tout le carton. On compte par rangées : chaque bougie occupe 6 cm sur 6 cm. Sur la longueur, $25 \div 6 \approx 4{,}2$, donc 4 bougies. Sur la largeur, $19 \div 6 \approx 3{,}2$, donc 3 bougies. En hauteur, $9 \div 8 \approx 1{,}1$, donc 1 couche. $4 \times 3 \times 1 = 12$. Léo a tort : on range 12 bougies dans le carton.

Ex. 48 ★★★ La jardinière de Soline

(a) Rectangle ABHD : $40 \times 30 = 1\,200$ cm². Triangle BHC : $HC = 60 - 40 = 20$ cm, donc aire $= 20 \times 30 \div 2 = 300$ cm². $B = 1\,200 + 300 = 1\,500$ cm².

(b) La hauteur du prisme est la longueur : 80 cm. $V = B \times h = 1\,500 \times 80 = 120\,000$ cm³ $= 120$ dm³ $= 120$ L. La jardinière contient 120 L.

(c) $120 \div 50 = 2{,}4$. Avec 2 sacs, il manque du terreau. Il faut donc 3 sacs.

(d) Rayon : $r = 40 \div 2 = 20$ cm. Un pot : $V \approx 3{,}14 \times 20 \times 20 \times 35 = 43\,960$ cm³. Trois pots : $3 \times 43\,960 = 131\,880$ cm³ $= 131{,}88$ L. Or $131{,}88 \text{ L} > 120$ L. Les trois pots contiennent plus de terreau que la jardinière.