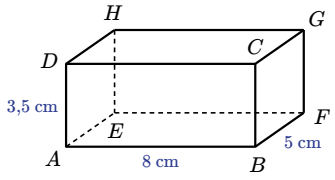
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels : volumes des solides usuels*

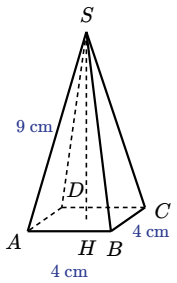
À retenir : Solide droit : $V = \mathcal{B} \times h$; solide pointu : $V = \mathcal{B} \times h \div 3$, avec h perpendiculaire à la base. C'est le rayon qui est au carré, pas le diamètre. 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³. Exemple : un cône avec $r = 2$ cm et $h = 3$ cm a pour volume $V = 4\pi$ cm³.

Ex. 1 ★☆☆ **Droit ou pointu ?** — Calcule le volume de chaque solide. Donne la valeur exacte, puis, si π intervient, la valeur approchée au dixième.

(a) Calcule le volume de ce pavé droit de dimensions 8 cm, 5 cm et 3,5 cm.

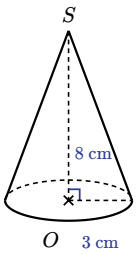


(b) La pyramide SABCD a une base carrée de côté 4 cm et une hauteur SH de 9 cm. Ses arêtes latérales mesurent environ 9,4 cm. Calcule son volume.



(c) Une boîte de conserve cylindrique a un diamètre de 8 cm et une hauteur de 5 cm. Calcule son volume.

(d) Calcule le volume de ce cône de révolution de sommet S, de rayon 3 cm et de hauteur SO = 8 cm.



Ex. 2 ★☆☆ **Volumes et contenances** — Réponds à chaque question en écrivant la conversion.

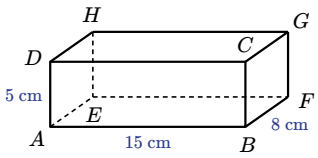
(a) Convertis 4 500 L en m³.

(b) Un flacon de parfum contient 0,05 L. Exprime sa contenance en mL.

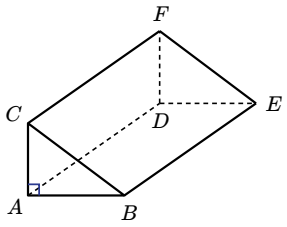
(c) Lina écrit « 7 dm³ = 700 cm³ ». Corrige son erreur.

Ex. 2 (suite)

(d) Une boîte en forme de pavé droit mesure 15 cm sur 8 cm sur 5 cm. Calcule sa contenance en litres.



Ex. 3 ★★☆ **La cale de porte** — Ilyès fabrique une cale de porte en bois. Elle a la forme du prisme droit ABCDEF ci-dessous, couché sur une face rectangulaire. Sa base est le triangle ABC, rectangle en A, avec AB = 6 cm et AC = 4,5 cm. On a aussi AD = 0,2 m.



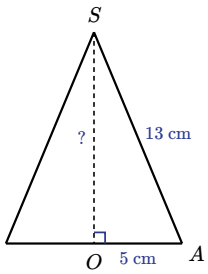
(a) Calcule l'aire de la base ABC.

(b) Quelle longueur est la hauteur de ce prisme ? Calcule alors son volume en cm³.

(c) Un camarade trouve un volume de 540 cm³. Quelle erreur a-t-il commise ?

(d) Ce bois a une masse volumique de 0,7 g par cm³. Calcule la masse de la cale.

Ex. 4 ★★☆ **La bougie conique** — Inès coule une bougie en forme de cône de révolution, de sommet S. Le centre de la base est O, et A est un point du cercle de base. Le rayon OA mesure 5 cm et la génératrice SA mesure 13 cm. Arrondis au dixième.



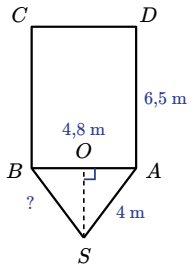
(a) Calcule la hauteur SO de la bougie.

(b) Calcule le volume de cire de la bougie : valeur exacte, puis valeur approchée.

Ex. 4 **(suite)**

(c) Inès veut une autre bougie conique, de même hauteur, dont le volume vaut 196π cm³. Calcule le rayon de sa base.

Ex. 5 ★★★ **Le silo de la ferme** — Le silo à grains de Mathis est formé d'un cylindre de révolution de diamètre AB = 4,8 m et de hauteur AD = 6,5 m. Ce cylindre est posé sur un cône de révolution de même base, de centre O et de sommet S. La génératrice SA mesure 4 m. Donne chaque volume en valeur exacte, puis arrondi au dixième de m³.



(a) Calcule le volume de la partie cylindrique du silo.

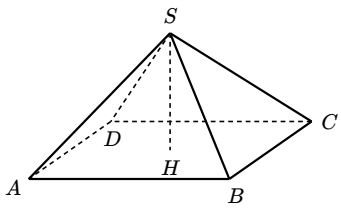
(b) Calcule la hauteur SO du cône.

(c) Calcule le volume de la partie conique du silo.

(d) Calcule le volume total du silo, puis exprime-le en litres.

(e) Pour vider le silo plein, une vis sans fin débite 1 500 L par minute. Combien de temps faut-il ? Donne la durée en heures et minutes, à la minute près.

Ex. 6 ★★★ **La lampe de Noé** — Noé fabrique une lampe en verre en forme de pyramide régulière SABCD. Sa base est le carré ABCD de côté 12 cm et de centre H. Chaque arête latérale mesure 11 cm (par exemple SA = 11 cm). La hauteur de la lampe est [SH].



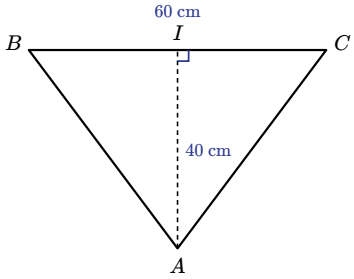
(a) Calcule AC^2, puis AH^2 (H est le milieu de [AC]).

(b) Calcule la hauteur SH de la lampe.

(c) Calcule le volume de la lampe.

(d) Noé veut que sa lampe contienne au moins 0,35 L d'air. Est-ce le cas ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **L'abreuvoir et le seau** — Maëlle remplit un abreuvoir en forme de prisme droit couché sur une arête, long de 1,5 m. Ses deux extrémités sont des triangles ABC isocèles en A, avec BC = 60 cm et une hauteur AI = 40 cm (vue de face ci-dessous). Elle utilise un seau cylindrique de diamètre 28 cm et de hauteur 30 cm. Arrondis au dixième.



(a) Calcule l'aire du triangle ABC.

(b) Calcule le volume de l'abreuvoir en cm³, puis sa contenance en litres.

(c) Sacha calcule le volume du seau ainsi : « $V = 2 \times \pi \times 28 \times 30$ ». Explique ses deux erreurs, puis calcule le volume exact du seau et sa contenance en litres.

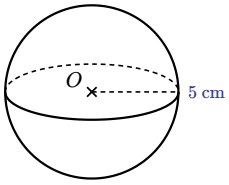
(d) Combien de seaux pleins faut-il au minimum pour remplir l'abreuvoir ? Justifie.

2. *Aire d'une sphère*

À retenir : Aucun changement.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : calculer l'aire d'une sphère** — Calcule l'aire de chaque surface. Donne la valeur exacte, puis la valeur approchée au dixième.

(a) La sphère de centre O et de rayon 5 cm.



(b) Une sphère de diamètre 16 cm.

(c) Une sphère de rayon 2,5 m.

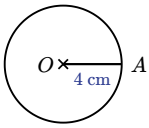
(d) Une demi-sphère de rayon 10 cm, sans le disque de base.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie par un calcul ou une phrase.

(a) Noé affirme : « La sphère de rayon 1,5 cm a une aire de 9π cm³. »

Ex. 9 **(suite)**

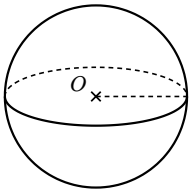
(b) Lina écrit : « L'aire de la sphère de rayon 4 cm vaut $\pi \times 4^2 = 16\pi$ cm². »



(c) Malo écrit : « L'aire de la sphère de rayon 7 cm vaut $4 \times \pi \times 2 \times 7 = 56\pi$ cm². »

(d) Léo affirme : « Une bille de diamètre 2,4 cm a une aire de $5{,}76\pi$ cm². »

Ex. 10 ★★☆ **Le cuir d'un ballon de football** — À Rennes, un atelier fabrique des ballons de football de diamètre 22 cm. On assimile un ballon à une sphère. Arrondis au dixième.



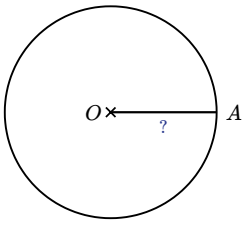
(a) Calcule l'aire de cuir qui recouvre un ballon : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(b) Le cuir est formé de 32 pièces que l'on suppose de même aire. Calcule l'aire d'une pièce, en cm².

(c) Quelle aire de cuir faut-il pour fabriquer 50 ballons ? Donne la réponse en m², sachant que 1 m² = 10 000 cm².

(d) Calcule le volume d'air contenu dans un ballon, en litres.

Ex. 11 ★★☆ **Retrouver le rayon d'un globe** — Dans une école de Dijon, on fabrique des globes terrestres. Chaque globe est une sphère de centre O. Arrondis au dixième.



(a) La sphère du premier globe a pour aire 900π cm². Calcule son rayon R.

(b) La sphère d'un second globe a une aire d'environ 907,9 cm². Calcule une valeur approchée de son rayon.

(c) Éva veut un globe dont l'aire est 4 fois celle du premier. Elle dit : « Il faut un rayon 4 fois plus grand, soit 60 cm. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 12 ★★★ **Repeindre le dôme d'un observatoire** — À Toulouse, un observatoire a un toit en forme de dôme. Ce dôme est une demi-sphère de diamètre 8,4 m. On repeint seulement la surface courbe extérieure du dôme, pas le sol. Arrondis au dixième.

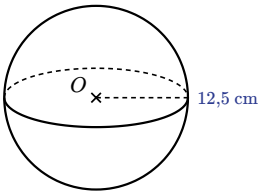
(a) Calcule le rayon du dôme, puis l'aire à peindre. Donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(b) Tom écrit : « Aire du dôme $= 2 \times \pi \times 2 \times 4{,}2 \approx 52{,}8$ m². » Explique son erreur.

(c) On passe deux couches de peinture, et 1 L couvre 8 m². Calcule le nombre de litres de peinture nécessaires.

(d) La peinture est vendue en pots de 5 L à 42,50 € le pot. Combien de pots faut-il acheter ? Calcule le prix à payer.

Ex. 13 ★★★ **Des lampes boules en papier** — À Lille, Inès fabrique des lampes en papier. Chaque abat-jour est une sphère. La petite lampe a un rayon de 12,5 cm. La grande lampe a un rayon deux fois plus grand. Arrondis au dixième.



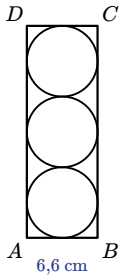
(a) Calcule l'aire de papier de la petite lampe. Donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(b) Inès affirme : « La grande lampe demande deux fois plus de papier que la petite. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(c) Pour une troisième lampe, Inès a utilisé $1\,444\pi$ cm² de papier. Calcule le diamètre de cette lampe.

(d) Sami calcule $\frac{4}{3} \times \pi \times 12{,}5^3$ pour trouver l'aire de papier de la petite lampe. Explique pourquoi c'est faux, puis dis ce que son calcul représente.

Ex. 14 ★★★ **Le feutre des balles de tennis** — À Troyes, une usine recouvre de feutre des balles de tennis. Chaque balle est une sphère de diamètre 6,6 cm. Les balles sont vendues par trois dans un tube cylindrique (vue de face ci-dessous). Arrondis au dixième.



(a) Calcule l'aire de feutre d'une balle. Donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(b) Lucas calcule seulement $\pi \times 3{,}3^2$. Que représente son calcul ? Combien de fois est-il trop petit ?

(c) Un rouleau de feutre mesure 1,2 m sur 50 m, et 20 % du feutre part en chutes. Combien de balles peut-on recouvrir avec un rouleau ?

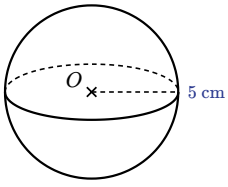
(d) Le tube a pour rayon 3,3 cm et pour hauteur trois diamètres de balle. Son aire latérale vaut $2 \times \pi \times r \times h$. Montre qu'elle est égale à l'aire totale de feutre des trois balles.

3. *Volume d'une boule*

À retenir : Aire de la sphère $= 4\pi R^2$ (cm²) ; volume de la boule $= \frac{4}{3}\pi R^3$ (cm³) ; demi-boule : $\frac{2}{3}\pi R^3$. Rayon d'abord ; seul R est au cube : $R = 3$ cm donne 36π cm³. Rayon $\times 2 \to$ volume $\times 8$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : volume d'une boule** — Calcule le volume de chaque solide : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée au dixième.

(a) Une boule de rayon 5 cm.



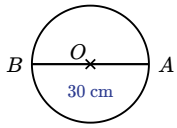
(b) Une bille de rayon 1,2 cm.

(c) Une boule de Noël de diamètre 9 cm.

(d) Un dôme de pâtisserie en forme de demi-boule de rayon 10 cm.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : aire ou volume ? Repère les erreurs** — Arrondis au dixième.

(a) Un globe a la forme d'une sphère de diamètre 30 cm. Calcule l'aire de cette sphère (valeur exacte puis approchée).



(b) Pour une boule de rayon 2 cm, Léa écrit : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 2 = 8\pi$ cm³. Trouve son erreur et corrige son calcul.

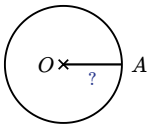
(c) Vrai ou faux : « Le volume d'une boule de rayon 2,5 cm est $4 \times \pi \times 2{,}5^3$ cm³. » Justifie.

(d) Pour une boule de rayon 20 cm, Nathan annonce un volume de $4 \times \pi \times 20^2 = 1\,600\pi$ cm³. Qu'a-t-il calculé en réalité ? Donne le bon volume.

Ex. 17 ★★☆ **Du volume au rayon** — Arrondis au dixième.

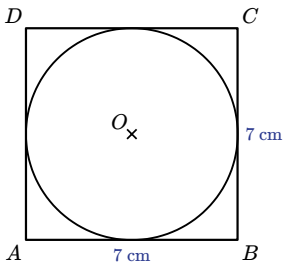
(a) Le ballon de plage de Malo a un volume exact de $36\,000\pi$ cm³. Donne sa valeur approchée en cm³, puis sa contenance en litres.

(b) Retrouve le rayon du ballon de Malo.



(c) Une perle de verre a un volume de 20 cm³. Encadre son rayon R entre deux nombres décimaux consécutifs au dixième.

Ex. 18 ★★☆ **La bougie et sa boîte (Archimède)** — Une bougie a la forme d'une boule de diamètre 7 cm. Elle est vendue dans une boîte cylindrique de diamètre 7 cm et de hauteur 7 cm, qu'elle touche en haut, en bas et sur le côté. Arrondis au dixième.



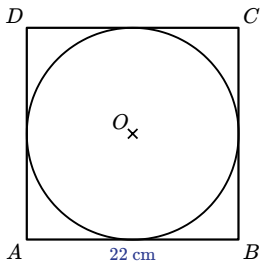
(a) Calcule le volume de la bougie (valeur exacte, puis valeur approchée).

(b) Calcule le volume de la boîte, puis montre que la bougie occupe les deux tiers de la boîte.

(c) Calcule le volume d'air qui reste dans la boîte autour de la bougie.

(d) Une bougie géante, de même forme, demande 8 fois plus de cire que cette bougie. Quel est son diamètre ? Justifie.

Ex. 19 ★★★ **La lampe dans son colis** — Arrondis au dixième. Mila range une lampe en forme de boule de diamètre 22 cm dans une boîte cubique d'arête 22 cm. Elle remplit le vide avec des billes de polystyrène. Vue de face :



(a) Inès calcule le volume de la lampe : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 22^2 \approx 2\,027{,}4$ cm³. Explique ses deux erreurs, puis donne la valeur exacte et la valeur approchée du volume de la lampe.

(b) Calcule le volume de la boîte en cm³, puis en litres.

(c) Calcule le volume occupé par les billes de polystyrène, en cm³ puis en litres.

(d) Mila affirme : « La lampe occupe plus de la moitié du volume de la boîte. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

Ex. 20 ★★★ **Les dômes du pâtissier** — Arrondis au dixième. Hugo, pâtissier à Annecy, prépare des dômes de mousse au chocolat. Chaque dôme a la forme d'une demi-boule. Un grand dôme a un diamètre de 16 cm et un mini-dôme un diamètre de 8 cm.

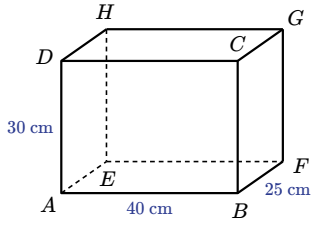
(a) Calcule le volume d'un grand dôme : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(b) Hugo affirme : « Le diamètre est deux fois plus petit, donc un mini-dôme contient deux fois moins de mousse. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(c) Hugo a préparé 1,5 L de mousse. Combien de mini-dômes complets peut-il faire ?

(d) Le glaçage ne recouvre que la surface arrondie d'un grand dôme, c'est-à-dire une demi-sphère. Un pot de glaçage couvre 750 cm². Suffit-il pour deux grands dômes ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Les billes de l'aquarium** — Arrondis au dixième. L'aquarium de Léna est un pavé droit de 40 cm de longueur, 25 cm de largeur et 30 cm de hauteur. Il est rempli d'eau sur une hauteur de 20 cm.



(a) Calcule le volume d'eau contenu dans l'aquarium, en cm³ puis en litres.

Ex. 21 (suite)

(b) Léna a des billes de verre de diamètre 3 cm. Calcule le volume d'une bille : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(c) Elle plonge 60 billes dans l'aquarium. De combien de centimètres le niveau de l'eau monte-t-il ?

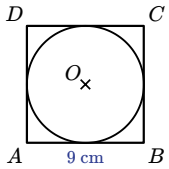
(d) Elle retire les billes, puis plonge entièrement une boule de verre : le niveau monte de 0,5 cm. Trouve le rayon de cette boule, en t'aidant d'un encadrement à la calculatrice.

4. *Solides composés avec une boule*

À retenir : Solide composé : je le découpe en solides usuels de même rayon, puis j'additionne ou je soustrais leurs volumes en gardant π jusqu'à la fin. Ex. : cylindre + deux demi-boules = cylindre + une boule. Un nombre d'objets s'arrondit à l'unité inférieure.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes — lire un solide composé** — Réponds à chaque question par un calcul court.

(a) Une boule tient exactement dans une boîte cubique d'arête 9 cm (vue de face ci-dessous). Quel est le rayon de la boule ?



(b) Un silo a une hauteur totale de 9,5 m. Il est formé d'un cylindre surmonté d'une demi-boule de rayon 2,5 m. Quelle est la hauteur du cylindre ?

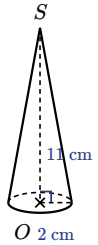
(c) Une toupie est formée d'un cône de rayon 2,5 cm et de hauteur 4 cm, fermé en haut par une demi-boule posée exactement sur sa base. Quelle est la hauteur totale de la toupie ?

(d) Une citerne contient 3,6 m³ d'eau. Exprime cette contenance en litres.

(e) Avec 100 cm³ de pâte d'amande, un pâtissier façonne des boules de 6 cm³ chacune. Combien de boules peut-il faire au maximum ?

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes — volume d'un solide composé** — Pour chaque solide, donne la valeur exacte du volume, puis sa valeur approchée au dixième.

(a) Un cornet de glace est un cône de rayon 2 cm et de hauteur 11 cm, surmonté d'une demi-boule de glace de même rayon. Calcule son volume.

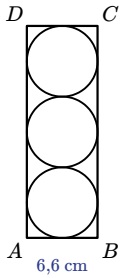


(b) Une gélule est formée d'un cylindre de rayon 0,5 cm et de hauteur 2 cm, avec une demi-boule de même rayon à chaque bout. Calcule son volume.

Ex. 23 **(suite)**

(c) Un bloc de cire en forme de cube d'arête 8 cm est creusé d'une cavité en forme de demi-boule de rayon 3 cm. Calcule le volume de cire.

Ex. 24 ★★☆ **La boîte de balles de tennis** — Inès range trois balles de tennis de diamètre 6,6 cm dans une boîte cylindrique. Les balles tiennent exactement : elles touchent le fond, le couvercle et la paroi (vue de face ci-dessous). Arrondis au dixième.



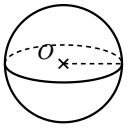
(a) Donne le rayon et la hauteur de la boîte.

(b) Calcule la valeur exacte, puis une valeur approchée, du volume des trois balles et du volume de la boîte.

(c) Calcule le volume d'air qui reste dans la boîte fermée.

(d) Quel pourcentage du volume de la boîte les balles occupent-elles ?

Ex. 25 ★★☆ **Les billes du verrier** — À Biot, Malik, artisan verrier, dispose de 1,5 L de verre fondu. Il fabrique des billes pleines de diamètre 1,6 cm. Arrondis les volumes au centième.

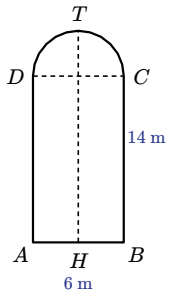


(a) Exprime en cm^3 le volume de verre dont dispose Malik.

(b) Calcule la valeur exacte du volume d'une bille, puis sa valeur approchée.

(c) Combien de billes Malik peut-il fabriquer au maximum ? Justifie par un calcul.

Ex. 26 ★★★ **Le silo à grain du Gers** — Dans le Gers, Romain stocke son blé dans un silo. Le silo est formé d'un cylindre surmonté d'une demi-boule de même diamètre. Le diamètre du silo est 6 m et sa hauteur totale est 14 m (vue de face ci-dessous). Arrondis au dixième.



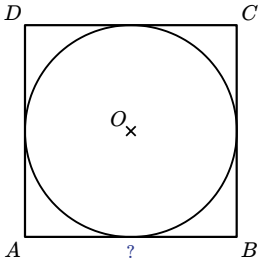
(a) Donne le rayon de la demi-boule, puis la hauteur de la partie cylindrique. Justifie.

(b) Calcule le volume du silo en m^3 : donne sa valeur exacte, puis sa valeur approchée.

(c) Un mètre cube de blé a une masse de 750 kg. Calcule la masse de blé, en tonnes, que contient le silo quand il est plein.

(d) Ben affirme : « Un silo qui est un agrandissement de rapport 1,5 de celui-ci contient 1,5 fois plus de blé. » A-t-il raison ? Justifie en calculant le volume de ce silo.

Ex. 27 ★★★ **Le globe de Nadia** — À Lille, Nadia vend un globe terrestre décoratif. C'est une boule de diamètre 30 cm. Elle l'expédie dans une boîte cubique où il tient exactement (vue de face ci-dessous). Arrondis au dixième.



(a) Donne l'arête de la boîte. Justifie.

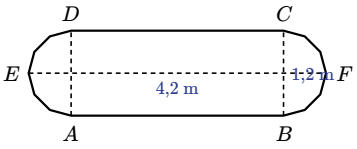
(b) Théo calcule le volume du globe ainsi : $\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3 \approx 113\,097{,}3\ \text{cm}^3$. Explique son erreur, puis donne la valeur exacte et la valeur approchée du volume du globe.

(c) Calcule le volume d'air restant dans la boîte : donne sa valeur exacte en cm^3, puis sa valeur approchée en litres.

(d) Nadia vend aussi un grand globe de volume $7\,776\pi\ \text{cm}^3$. Quelle est l'arête de la boîte cubique où il tient exactement ? Justifie.

(e) Nadia comble l'espace vide avec des billes de polystyrène vendues en sacs de 5 L. Combien de sacs doit-elle acheter ? Justifie.

Ex. 28 ★★★ **La citerne de récupération d'eau de pluie** — À Rennes, Yanis récupère l'eau de pluie dans une citerne. Elle est formée d'un cylindre et de deux demi-boules de même diamètre, une à chaque bout. La citerne a une longueur totale de 4,2 m et un diamètre de 1,2 m (vue de face ci-dessous). Arrondis au dixième.



(a) Donne le rayon des demi-boules, puis la longueur de la partie cylindrique. Justifie.

(b) Montre que les deux demi-boules forment une boule, puis calcule le volume de la citerne en m³ : valeur exacte, puis valeur approchée.

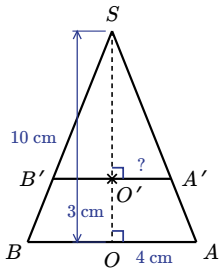
(c) Sacha écrit : « 1 m³ = 100 L, donc la citerne contient moins de 500 L. » Explique l'erreur, puis donne la contenance de la citerne en litres.

(d) Yanis remplit des arrosoirs de 11 L avec l'eau de la citerne pleine. Combien d'arrosoirs pleins peut-il remplir ? Justifie.

5. *Réduction d'une pyramide ou d'un cône coupé*

À retenir : k = petite hauteur ÷ grande hauteur, mesurées depuis le sommet (cône de 5 cm coupé à 1 cm de la base : $k = \frac{4}{5}$). Longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$. Tronc : $V - k^3 \times V$.

Ex. 29 ★☆☆ **Section d'un cône : rapport, rayon et aire** — Un cône de sommet S a une hauteur $SO = 10$ cm et un rayon de base $OA = 4$ cm. On le coupe par un plan parallèle à la base, à 3 cm de la base. La section est un disque de centre O'. Arrondis au dixième.



(a) Calcule le rapport k de la réduction.

(b) Calcule le rayon $O'A'$ de la section.

(c) Calcule l'aire de la base du cône : valeur exacte, puis valeur approchée.

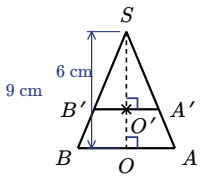
(d) Calcule l'aire de la section à l'aide de k : valeur exacte, puis valeur approchée.

Ex. 30 ★☆☆ **Volume du petit solide : penser au cube** — Dans chaque cas, le petit solide a le même sommet que le grand. Il est obtenu en coupant le grand solide par un plan parallèle à sa base.

(a) Pour une pyramide de 250 cm³ coupée avec $k = 0{,}2$, Léo trouve que la petite pyramide a un volume de $250 \times 0{,}2 = 50$ cm³. Trouve son erreur et corrige-la.

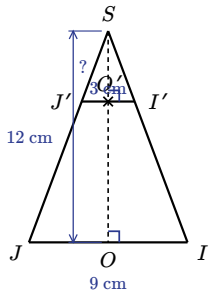
(b) Une pyramide de hauteur 20 cm et de volume 800 cm³ est coupée à 15 cm de la base. Calcule le volume de la petite pyramide.

(c) Un cône de hauteur 9 cm et de volume 135 cm³ est coupé à 6 cm de son sommet. Calcule le volume du petit cône.



(d) On découpe un petit cône de 27 cm³ dans un cône de 1 000 cm³. Calcule le rapport k de la réduction.

Ex. 31 ★★☆ **Pyramide coupée : retrouver la hauteur** — Une pyramide $SABCD$ de hauteur $SO = 12$ cm a pour base un rectangle $ABCD$ avec $AB = 9$ cm et $BC = 6$ cm. Un plan parallèle à la base la coupe selon le rectangle $A'B'C'D'$, avec $A'B' = 3$ cm. Sur la vue de face, I, J, I', J' sont les milieux de $[AD]$, $[BC]$, $[A'D']$, $[B'C']$.



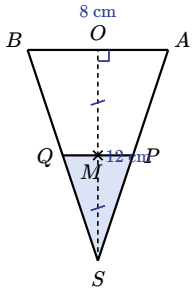
(a) Calcule le rapport k de la réduction, puis la hauteur SO' de la petite pyramide.

(b) Calcule la largeur $B'C'$ de la section.

(c) Calcule le volume V de la pyramide $SABCD$, puis le volume V' de la petite pyramide à l'aide de k.

(d) Vérifie V' par le calcul direct $\mathcal{B}' \times h' \div 3$.

Ex. 32 ★★☆ **Le verre à cocktail rempli à mi-hauteur** — À Annecy, Jade sert des jus de fruits dans des verres coniques, pointe en bas. Chaque verre mesure 8 cm de diamètre à l'ouverture et 12 cm de profondeur. Arrondis au dixième.

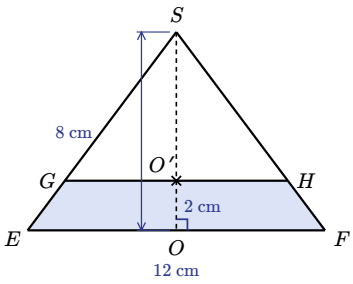


(a) Calcule la contenance d'un verre en cm^3 : valeur exacte, puis valeur approchée.

(b) Jade remplit un verre jusqu'à mi-hauteur. Elle pense avoir versé la moitié de la contenance. A-t-elle raison ? Justifie en calculant le volume de jus en mL.

(c) Jade remplit ainsi des verres à mi-hauteur avec une bouteille de 1 L. Combien de verres peut-elle servir ? Justifie par un calcul.

Ex. 33 ★★★ **Le presse-papiers en tronc de pyramide** — À Nantes, Lina fabrique des presse-papiers en verre. Elle part d'une pyramide $SABCD$ de hauteur $SO = 8$ cm, dont la base est un carré de 12 cm de côté. Elle la coupe par un plan parallèle à la base, à 2 cm de la base. Elle garde le tronc de pyramide (colorié sur la vue de face, où $[EF]$ a la longueur d'un côté de la base).



(a) La petite pyramide a le même sommet S. Calcule sa hauteur SO', puis le rapport k de la réduction.

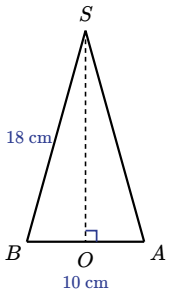
(b) Calcule le côté de la section, puis son aire. Yanis a multiplié l'aire de la base par k. Explique son erreur.

(c) Calcule le volume V de la pyramide $SABCD$, puis le volume V' de la petite pyramide à l'aide de k.

(d) Calcule le volume du presse-papiers. Zoé affirme qu'il suffit de multiplier V par $1 - k$. A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Le verre a une masse volumique de 2,5 g/cm^3. Calcule la masse du presse-papiers.

Ex. 34 ★★★ **La bougie conique qui se consume** — À Lyon, Hugo allume une bougie en forme de cône posée sur sa base. Le diamètre de la base mesure 10 cm et la hauteur 18 cm. La bougie brûle par le haut : la partie brûlée est un petit cône de même sommet S, coupé par un plan parallèle à la base. Arrondis au dixième.



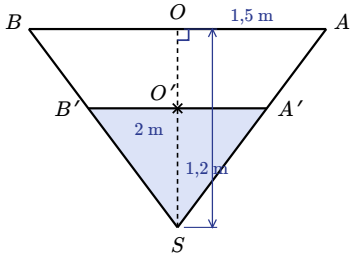
(a) Calcule le volume de cire de la bougie neuve : valeur exacte, puis valeur approchée.

(b) Un soir, Hugo éteint la bougie quand la flamme est à 15 cm de la base. Calcule le volume de cire brûlée, puis le volume de cire restante.

(c) Un autre soir, la partie brûlée a un volume de $9{,}6\pi$ cm^3. Calcule k, puis la distance entre la flamme et la base.

(d) Ce soir-là, calcule l'aire du disque qui forme le haut de la bougie restante : valeur exacte, puis valeur approchée.

Ex. 35 ★★★ **La cuve conique d'eau de pluie** — À Perpignan, Malik récupère l'eau de pluie dans une cuve en forme de cône, pointe S en bas. Le rayon vaut $OA = 1{,}5$ m et la hauteur $SO = 2$ m. Ce matin, la hauteur d'eau est $SO' = 1{,}2$ m (vue de face, eau coloriée). Arrondis au centième en m^2 et en m^3, à l'unité en litres et en minutes.



(a) Calcule la contenance de la cuve : valeur exacte en m^3, puis valeur approchée en m^3 et en litres.

(b) L'eau forme un petit cône de sommet S. Calcule le rayon de la surface de l'eau, puis l'aire de cette surface.

(c) Malik affirme : « L'eau remplit 60 % de la cuve. » Calcule le volume d'eau en litres, puis corrige son affirmation.

(d) Malik arrose son potager avec une pompe qui débite 12 L par minute. Combien de minutes lui faut-il pour vider l'eau de la cuve de ce matin ?

6. *Effet d'un agrandissement sur les aires et les volumes*

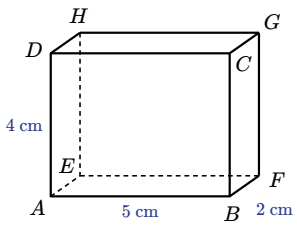
À retenir : Rapport k : longueurs et périmètres $\times\, k$, aires $\times\, k^2$, volumes, contenances et masses $\times\, k^3$. k = longueur obtenue $\div$ longueur de départ, dans la même unité. Ex. : $k = 3 \to$ aire $\times\, 9$, volume $\times\, 27$.

Ex. 36 ★☆☆ **Longueur, aire ou volume ?** — Automatismes. Avant chaque calcul, demande-toi si tu mesures une longueur, une aire ou un volume.

(a) Un triangle a un périmètre de 12 cm. On l'agrandit avec un rapport $k = 2{,}5$. Calcule le périmètre du triangle obtenu.

(b) On triple toutes les longueurs d'une figure d'aire 8 cm². Calcule l'aire de la figure obtenue.

(c) On réduit ce pavé droit avec un rapport $k = \frac{1}{2}$. Calcule le volume du pavé obtenu.

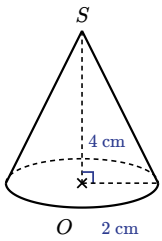


(d) On applique un rapport $k = 0{,}8$ à une figure d'aire 50 cm². S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ? Calcule l'aire obtenue.

(e) Une boîte de contenance 1 250 cm³ est agrandie : toutes ses dimensions sont multipliées par 1,2. Calcule la contenance de la nouvelle boîte, en L.

Ex. 37 ★☆☆ **Retrouver le rapport k** — Automatismes. Dans chaque cas, calcule le rapport k et dis s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction. Arrondis au centième si besoin.

(a) On agrandit ce cône et sa hauteur devient 14 cm. Calcule k.



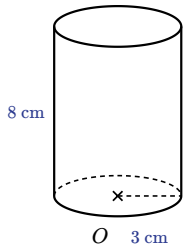
(b) Le côté d'un carré mesure 2 m. Après transformation, il mesure 50 cm. Calcule k.

(c) Deux figures de même forme ont des aires de 7 cm² et de 63 cm². Calcule k, la petite figure étant celle de départ.

(d) On agrandit une bille de volume 5 cm³ : la nouvelle bille, de même forme, a un volume de 320 cm³. Calcule k.

(e) Un solide de 10 cm³ est agrandi en un solide de même forme de 50 cm³. Encadre k à la calculatrice puis donne une valeur approchée de k.

Ex. 38 ★★☆ **La maquette du silo** — Pour son exposé sur une ferme près de Rodez, Inès a fabriqué la maquette d'un silo cylindrique à l'échelle $\frac{1}{50}$. La maquette a un rayon de 3 cm et une hauteur de 8 cm. Arrondis au dixième.



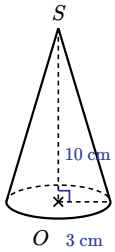
(a) Calcule la hauteur réelle du silo, en m.

(b) Calcule le volume de la maquette : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(c) Déduis-en le volume réel du silo, en m³, sans recalculer avec les dimensions réelles.

(d) Inès affirme : « Au sol, le silo occupe une surface 50 fois plus grande que celle de la maquette. » A-t-elle raison ? Calcule l'aire réelle occupée au sol, en m².

Ex. 39 ★★☆ **Les sapins en chocolat** — Dans sa pâtisserie de Colmar, Lina fabrique des sapins en chocolat plein. Chacun a la forme d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm, et il pèse 120 g. Elle veut fabriquer d'autres sapins de la même forme.

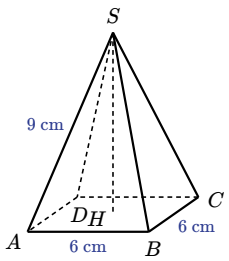


(a) Hugo affirme : « Un sapin de 30 cm de haut pèsera $3 \times 120 = 360$ g. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(b) Calcule la masse d'un sapin de 25 cm de haut.

(c) Un petit sapin de même forme pèse 15 g. Calcule sa hauteur.

Ex. 40 ★★★ **Les bougies de Manon** — À Annecy, Manon coule des bougies en cire en forme de pyramide à base carrée. La petite bougie SABCD a une base de 6 cm de côté et une hauteur de 9 cm. Elle veut aussi fabriquer une grande bougie de même forme, dont la base a une aire de 81 cm².



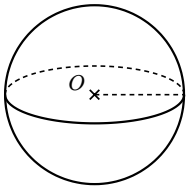
(a) Calcule le volume V de la petite bougie.

(b) Calcule le rapport k qui fait passer de la petite bougie à la grande. Est-ce un agrandissement ou une réduction ? Justifie.

(c) Léo affirme : « La grande bougie demande 1,5 fois plus de cire que la petite. » Corrige son erreur, puis calcule le volume V' de la grande bougie.

(d) Manon a 1,2 L de cire fondue. Combien de grandes bougies peut-elle couler au maximum ? Justifie par un calcul.

Ex. 41 ★★★ **La maquette du château d'eau** — Pour un projet à Saint-Nazaire, Yanis a construit la maquette d'un château d'eau dont le réservoir est une boule. La maquette est à l'échelle $\frac{1}{40}$: le réservoir de la maquette est une boule de 15 cm de diamètre. Arrondis au dixième.



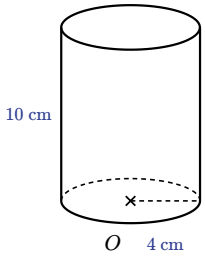
(a) Calcule le diamètre réel du réservoir, en m.

(b) Calcule l'aire de la sphère de la maquette (valeur exacte puis valeur approchée), puis déduis-en l'aire réelle du réservoir, en m².

(c) Tom affirme : « Le vrai réservoir contient 40 fois plus d'eau que la maquette remplie. » Corrige-le, puis calcule la contenance réelle du réservoir, en L.

(d) Un pot de peinture couvre 12 m². Combien de pots faut-il acheter pour peindre une couche sur tout le réservoir ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Le bocal deux fois plus grand** — À Quimper, Zoé vend de la confiture dans des bocaux cylindriques de rayon 4 cm et de hauteur 10 cm. Elle veut un nouveau bocal de même forme qui contienne deux fois plus de confiture. Arrondis au dixième (et k au centième).



(a) Calcule la contenance du petit bocal : valeur exacte en cm³, puis valeur approchée en mL.

(b) Zoé propose de doubler le rayon et la hauteur. A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(c) Explique pourquoi le rapport k cherché vérifie $k^3 = 2$, puis encadre k à la calculatrice entre deux nombres à deux décimales.

(d) Avec $k \approx 1{,}26$, calcule le rayon et la hauteur du nouveau bocal.

(e) Calcule le périmètre du couvercle du nouveau bocal, puis son aire.

7. *Exercices type brevet*

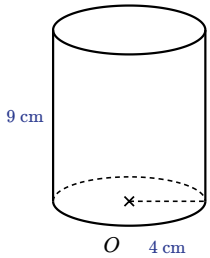
À retenir : Section : k = petite hauteur ÷ grande hauteur, mesurées depuis le sommet. Ensuite $V' = k^3 \times V$, et le tronc vaut $V - V'$. 1 m³ = 1 000 L ; 0,5 h = 30 min. Pour en avoir assez, on arrondit par excès : 5,28 pots, on en achète 6.

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : conversions, durée et quantité suffisante** — Automatismes. Arrondis au dixième si besoin.

(a) Convertis 2,35 m³ en litres.

(b) Convertis 4 800 cm³ en litres.

(c) Calcule le volume de ce cylindre (valeur exacte, puis valeur approchée).

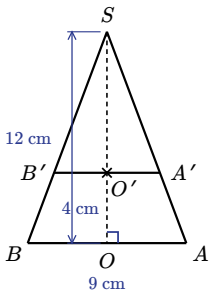


(d) Un robinet débite 400 L par heure. Combien de temps met-il à remplir un réservoir de 0,7 m³ ? Donne la durée en heures et minutes.

Ex. 43 **(suite)**

(e) Hugo remplit un aquarium de 58 L avec un seau de 8 L. Combien de fois doit-il remplir son seau, au minimum ?

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : une pyramide coupée près de sa base** — La pyramide $SABCD$ a pour base un carré de côté 9 cm et pour hauteur $SO = 12$ cm. On la coupe par un plan parallèle à la base, à 4 cm de la base. La section est un carré de centre O'. Voici la vue de face.



(a) Calcule SO', puis le rapport k de la réduction.

(b) Calcule le côté $A'B'$ de la section.

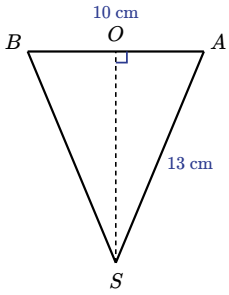
(c) Calcule l'aire de la section.

(d) Calcule le volume de la pyramide $SABCD$.

(e) Calcule le volume de la petite pyramide au-dessus du plan.

(f) Calcule le volume du tronc de pyramide qui reste sous le plan.

Ex. 45 ★★☆ **Le cornet de glace de Lisbonne** — À Lisbonne, un glacier vend des cornets en forme de cône. Le cône a pour sommet S, pour génératrice $SA = 13$ cm et pour base un disque de centre O et de diamètre $AB = 10$ cm. Voici la vue de face. Arrondis les valeurs approchées à l'unité.

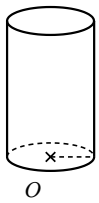


(a) Calcule la hauteur SO du cornet. Justifie.

(b) Inès écrit : « $V = \pi \times 5^2 \times 13 \div 3 = \frac{325}{3}\pi$ cm³ ». Trouve son erreur, puis donne la valeur exacte et la valeur approchée du volume du cornet.

(c) Le glacier remplit le cornet de glace, puis il ajoute dessus une demi-boule de glace de diamètre 10 cm. Quel volume de glace sert-il, en mL ?

Ex. 46 ★★☆ **La citerne de la ferme de Noé** — Noé récupère l'eau de pluie dans une citerne cylindrique posée debout. Elle a un diamètre de 1,6 m et une hauteur de 2,5 m. Arrondis les volumes au litre et les sommes au centime.

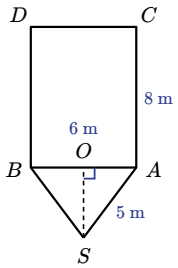


(a) Calcule la valeur exacte du volume de la citerne en m³, puis donne sa contenance approchée en litres.

(b) Ses animaux boivent 4 800 L d'eau par semaine. Cette citerne pleine suffit-elle pour une semaine ? Justifie.

(c) L'eau du réseau coûte 4,20 € le m³. Quelle somme Noé économise-t-il chaque fois qu'il remplit sa citerne avec l'eau de pluie ?

Ex. 47 ★★★ **Le silo à blé de Marion** — À Chartres, Marion stocke son blé dans un silo. Il est formé d'un cylindre de diamètre 6 m et de hauteur 8 m, posé sur une trémie. La trémie est un cône de sommet S, de centre de base O et de génératrice $SA = 5$ m. La figure montre le silo en vue de face. Arrondis au dixième.



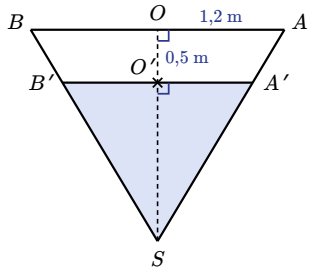
(a) Calcule la hauteur SO de la trémie. Justifie.

(b) Calcule la valeur exacte du volume total du silo en m³, puis sa valeur approchée. Justifie chaque formule.

(c) Le silo est rempli à 90 %. Un mètre cube de blé pèse 0,75 t. Calcule la masse de blé stockée.

(d) Des camions qui portent 25 t au plus vident le silo. Combien de camions faut-il au minimum ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le réservoir d'arrosage de Yasmine** — À Montpellier, Yasmine arrose son potager avec l'eau d'un réservoir. C'est un cône posé pointe en bas, de sommet S, de rayon $OA = 1{,}2$ m et de hauteur $SO = 2$ m. Ce matin, la surface de l'eau est un disque de centre O', à 0,5 m sous le bord. Arrondis au litre.



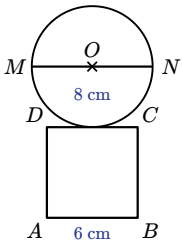
(a) Calcule la valeur exacte du volume du réservoir en m³, puis sa contenance en litres.

(b) Calcule la hauteur d'eau SO', puis le rapport k de la réduction qui transforme le réservoir en cône d'eau.

(c) Déduis-en le volume d'eau du réservoir : donne sa valeur exacte en m³, puis sa valeur en litres.

(d) Yasmine doit arroser dans 4 h. Sa pompe ajoute 400 L par heure. Le réservoir sera-t-il plein à temps ? Donne la durée en heures et minutes.

Ex. 49 ★★★ **La sculpture du rond-point de Rennes** — À Rennes, Camille a réalisé la maquette d'une sculpture : une boule de diamètre 8 cm posée sur un socle cubique d'arête 6 cm. La vraie sculpture est un agrandissement de rapport 25 de la maquette. Arrondis au dixième.



(a) Calcule la valeur exacte du volume de la maquette, puis sa valeur approchée en cm³.

(b) Léo affirme : « Pour avoir le volume réel, je multiplie celui de la maquette par 25. » A-t-il raison ? Calcule le volume réel en m³.

(c) La boule réelle reçoit deux couches de peinture. 1 L de peinture couvre 3 m². Combien de pots de 2 L faut-il acheter ?

(d) Le socle réel est en béton plein : 1 m³ de béton pèse 2,4 t. Une grue qui soulève 8 t au plus suffit-elle pour le poser d'un seul bloc ? Justifie.