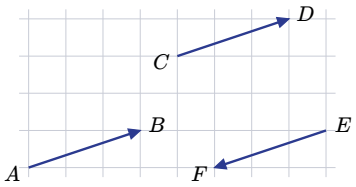
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Égalité de vecteurs, translation et parallélogramme*

À retenir : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \iff$ ABCD parallélogramme (on suit le contour) ; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff$ ABDC. Égaux : même direction, même sens, même norme ; $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$. Image M′ de M par la translation de vecteur $\vec{u}$: $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Ex. 1 ★☆☆ **Lire des vecteurs égaux ou opposés sur un quadrillage** — Un robot trace des flèches sur un quadrillage. En carreaux, avec A pour origine : $A(0\,;0)$, $B(3\,;1)$, $C(4\,;3)$, $D(7\,;4)$, $E(8\,;1)$, $F(5\,;0)$.



(a) Décris en carreaux le déplacement associé au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(b) Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est-il égal à $\overrightarrow{AB}$? Justifie.

(c) Cite deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$, d'origine et d'extrémité prises parmi les points de la figure.

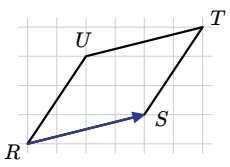
(d) Cite trois vecteurs opposés à $\overrightarrow{CD}$, formés avec les points de la figure.

(e) Écris dans l'ordre les sommets du parallélogramme formé par les points A, B, C et D.

(f) Combien le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a-t-il de représentants dans le plan ?

Ex. 2 ★☆☆ **Parallélogramme et ordre des lettres** — Réponds à chaque question en faisant si besoin un croquis à main levée.

(a) RSTU est un parallélogramme. Complète : $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{T\ldots}$.



(b) Dans le parallélogramme RSTU, cite un vecteur égal à $\overrightarrow{ST}$.

(c) On sait que $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{MN}$. Écris dans l'ordre les sommets du parallélogramme obtenu.

Ex. 2 (suite)

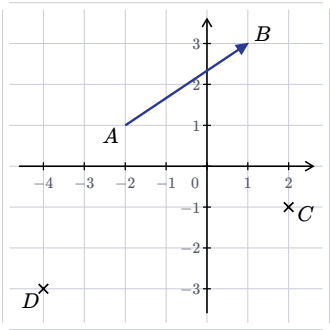
(d) On sait que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$. Écris dans l'ordre les sommets du parallélogramme obtenu.

(e) Hugo écrit : « $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$, car les longueurs AB et BA sont égales » (A et B distincts). Corrige son erreur.

(f) On sait que $\overrightarrow{PQ} = \vec{0}$. Que peux-tu dire des points P et Q ?

(g) A, B, C, D sont alignés dans cet ordre, avec AB = CD = 2 cm. Compare $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, puis donne la nature de ABDC.

Ex. 3 ★★☆ **Jeu vidéo : image par une translation** — Dans un jeu vidéo, un personnage se déplace selon la translation qui transforme $A(-2\,;1)$ en $B(1\,;3)$. Repère orthonormé : $C(2\,;-1)$ et $D(-4\,;-3)$.



(a) Décris le déplacement de A à B, puis donne les coordonnées de C′, l'image de C.

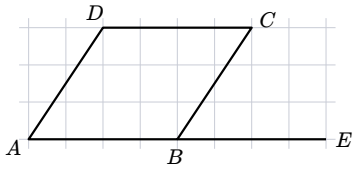
(b) Donne les coordonnées de D′, l'image de D.

(c) Après la translation, le personnage arrive en $F(0\,;4)$. Donne les coordonnées de son point de départ E.

(d) Justifie que ABC′C est un parallélogramme.

(e) Lou affirme : « cette translation transforme aussi B en A ». A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **Plan d'un parc : vrai ou faux** — Sur le plan d'un parc, les allées forment le parallélogramme ABCD : B est 4 carreaux à droite de A, D est 2 carreaux à droite de A et 3 vers le haut. La fontaine E est 4 carreaux à droite de B. Vrai ou faux ? Justifie.



(a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

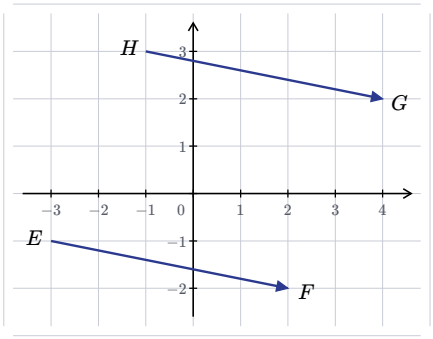
(b) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

(c) La translation qui transforme A en B transforme C en D.

(d) BECD est un parallélogramme.

(e) Sur cette figure, $\overrightarrow{AB}$ n'a qu'un seul représentant, en plus de lui-même.

Ex. 5 ★★★ **Drone : démontrer, corriger, translater** — Un drone survole un champ. Dans un repère orthonormé (unité : 10 m), les quatre balises sont $E(-3\,;-1)$, $F(2\,;-2)$, $G(4\,;2)$ et $H(-1\,;3)$.



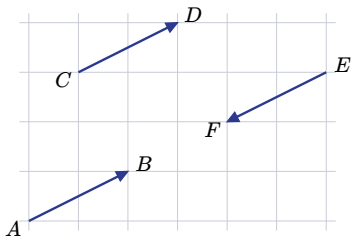
(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ et de $\overrightarrow{HG}$. Déduis-en la nature du quadrilatère EFGH en citant la propriété utilisée.

(b) Léa écrit : « EFGH est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$. » A-t-elle raison ? Justifie en calculant $\overrightarrow{GH}$.

(c) Le drone part de F et subit la translation qui transforme G en H. Calcule les coordonnées de son point d'arrivée P. Que remarques-tu ?

(d) Ilan affirme : « EFGH est un losange. » Vrai ou faux ? Justifie en calculant $\|\overrightarrow{EF}\|$ et $\|\overrightarrow{EH}\|$ en valeur exacte.

Ex. 6 ★★★ **Le cavalier sur l'échiquier** — Aux échecs, Noa joue un cavalier : un de ses coups est « 2 carreaux à droite, 1 vers le haut », c'est le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. En carreaux, avec A pour origine : $A(0\,;0)$, $B(2\,;1)$, $C(1\,;3)$, $D(3\,;4)$, $E(6\,;3)$, $F(4\,;2)$.



(a) Décris en carreaux les déplacements $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$. Lequel est égal à $\vec{u}$, lequel est son opposé ? Explique pourquoi deux flèches d'origines différentes peuvent représenter $\vec{u}$.

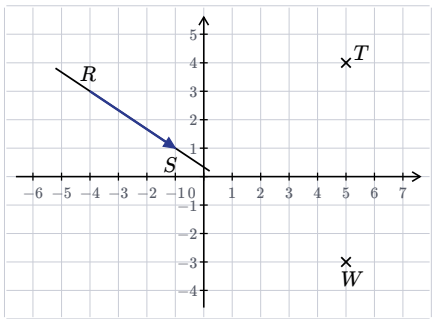
(b) Noa dit : « $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ ont la même direction, donc ils sont égaux. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Parmi ABCD et ABDC, lequel est un parallélogramme ? Justifie en citant la propriété.

(d) Construis le point G tel que $\overrightarrow{DG} = \vec{u}$, puis montre que D est le milieu de [CG].

(e) Le cavalier part de C, joue le coup $\overrightarrow{AB}$, puis le coup $\overrightarrow{EF}$. Où arrive-t-il ? Quel vecteur représente son déplacement total ?

Ex. 7 ★★★ **Bouées et courant marin** — Le courant déplace chaque bouée selon la translation qui transforme $R(-4\,;3)$ en $S(-1\,;1)$ (repère orthonormé, unité : 1 km). Une bouée arrive en $T(5\,;4)$. Une autre bouée part de $W(5\,;-3)$, situé sur la droite (RS).



(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{RS}$, puis celles du point de départ U de la bouée arrivée en T.

(b) Mia affirme : « Comme $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$, RSUT est un parallélogramme. » Corrige-la en citant la propriété.

(c) Contrôle ta réponse précédente en calculant les coordonnées des milieux des diagonales du parallélogramme trouvé.

(d) Calcule les coordonnées de W′, la position de la bouée partie de W après le courant.

Ex. 7 **(suite)**

(e) Montre que [RW′] et [SW] ont le même milieu. Que peux-tu dire du quadrilatère RSW′W ? Justifie.

2. *Somme de vecteurs et relation de Chasles*

À retenir : Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (bout à bout). « $-\overrightarrow{XY}$ » devient « $+\overrightarrow{YX}$ ». ABCD parallélogramme : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (diagonale). En général, $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

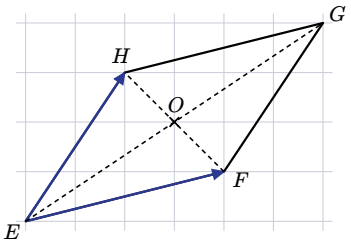
Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : simplifier avec la relation de Chasles** — Écris chaque expression à l'aide d'un seul vecteur (ou du vecteur nul $\vec{0}$).

(a) $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST}$ (b) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{TP}$

(c) $\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{FH}$ (d) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

(e) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{EF}$ (f) $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MN}$

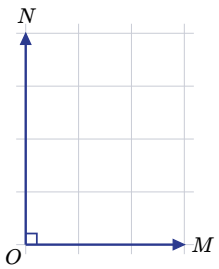
Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : sommes dans un parallélogramme** — Sur le quadrillage, EFGH est un parallélogramme de centre O. Écris chaque somme à l'aide d'un seul vecteur dont l'origine et l'extrémité sont des points de la figure (ou du vecteur nul $\vec{0}$).



(a) $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HE}$ (b) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$ (c) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$

(d) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH}$ (e) $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OG}$ (f) $\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FO}$

Ex. 10 ★★☆ **Deux cordes tirent une caisse** — Nadia et Sami tirent une caisse placée en O avec deux cordes. Leurs forces sont représentées par $\overrightarrow{OM}$ (3 carreaux vers la droite) et $\overrightarrow{ON}$ (4 carreaux vers le haut). La force totale est représentée par $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$.



(a) Construis le point P tel que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$. Quelle est la nature du quadrilatère OMPN ?

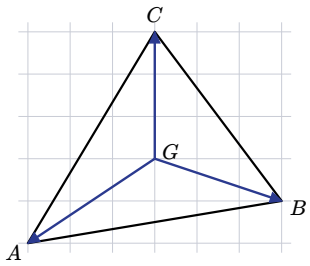
(b) Calcule $\|\overrightarrow{OP}\|$, en carreaux.

Ex. 10 **(suite)**

(c) Nadia affirme : « La force totale mesure $3 + 4 = 7$ carreaux. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Sami change de place : il tire maintenant dans le même sens que Nadia, avec une force de 4 carreaux vers la droite. Calcule la norme de la nouvelle force totale.

Ex. 11 ★★☆ **La fontaine du parc** — Sur le plan d'un parc, on a trois kiosques A, B, C et une fontaine G. Depuis G, A est à 3 carreaux à gauche et 2 vers le bas, B est à 3 carreaux à droite et 1 vers le bas, C est à 3 carreaux vers le haut.



(a) Construis le point P tel que $\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$. Décris ta construction.

(b) Compare $\overrightarrow{GP}$ et $\overrightarrow{GC}$: direction, sens et norme.

(c) Déduis-en $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

(d) Tom écrit : « $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AB}$ ». A-t-il raison ? Justifie.

(e) Démontre, sans figure, que pour tout point M : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MG}$.

Ex. 12 ★★★ **Démontrer sans figure** — Ici, il n'y a pas de figure : chaque égalité doit être vraie pour tous les points nommés. Rédige chaque étape en citant la relation de Chasles.

(a) Montre que, pour tous points E, F, G, H : $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{EH} = \vec{0}$.

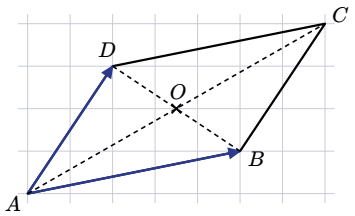
(b) Montre que, pour tous points R, S, T, U : $\overrightarrow{RS} - \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{US}$. Tu pourras insérer le point T dans $\overrightarrow{RS}$.

(c) Léo écrit : « $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{KM}$ par la relation de Chasles. » A-t-il raison ? Justifie, puis donne l'égalité juste qu'il voulait sans doute écrire.

(d) Écris $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$ à l'aide d'un seul vecteur, pour tous points M, A, B, C, D.

(e) Vrai ou faux ? « Pour tous points A, B, C, on a AB + BC = AC en longueurs. » Justifie avec un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 5 et BC = 12.

Ex. 13 ★★★ **Le robot de l'entrepôt** — Inès programme un robot dans un entrepôt. Sur le quadrillage, ABCD est un parallélogramme de centre O. Depuis A : B est à 5 carreaux à droite et 1 vers le haut, C est à 7 carreaux à droite et 4 vers le haut, D est à 2 carreaux à droite et 3 vers le haut.



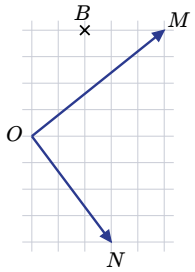
(a) Le robot part de D. Il subit la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis celle de vecteur $\overrightarrow{CB}$. Écris $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}$ à l'aide d'un seul vecteur, puis dis où arrive le robot.

(b) Construis le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$, puis démontre, avec la relation de Chasles, que $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AB}$.

(c) Écris $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{OB}$ à l'aide d'un seul vecteur. Justifie chaque étape.

(d) Calcule $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$. Justifie.

Ex. 14 ★★★ **Le bateau et le courant** — Un bateau part du ponton O. Moteur seul : $\vec{m}=\overrightarrow{OM}$ (5 carreaux à droite, 4 vers le haut). Courant seul : $\vec{c}=\overrightarrow{ON}$ (3 carreaux à droite, 4 vers le bas). Vitesse réelle : $\vec{m}+\vec{c}$. Sur le quadrillage, 1 carreau représente 1 km/h. La bouée B est à 2 carreaux à droite et 4 vers le haut de O.



(a) Construis le point P tel que $\overrightarrow{MP}=\vec{c}$, puis justifie que $\overrightarrow{OP}=\vec{m}+\vec{c}$.

(b) Calcule en valeur exacte $\|\vec{m}\|$, $\|\vec{c}\|$ et $\|\vec{m}+\vec{c}\|$, en carreaux.

(c) Yanis affirme : « La vitesse réelle du bateau vaut $\|\vec{m}\|+\|\vec{c}\|$ km/h. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Le pilote veut rester immobile malgré le courant. Quel vecteur moteur doit-il choisir ? Décris-le en carreaux et justifie.

(e) Le pilote veut maintenant que la vitesse réelle soit $\overrightarrow{OB}$. Construis le point Q tel que $\overrightarrow{QB}=\vec{c}$, puis explique pourquoi le vecteur moteur à choisir est $\overrightarrow{OQ}$.

3. Produit d'un vecteur par un réel

À retenir : $k\vec{u}$: même direction que $\vec{u}$, même sens si $k>0$, sens contraire si $k<0$, norme $|k|\times\|\vec{u}\|$, donc $\|-3\vec{u}\|=3\|\vec{u}\|$. Je développe puis je regroupe : $2(\vec{u}-\vec{v})+\vec{v}=2\vec{u}-\vec{v}$. Et $0\vec{u}=\vec{0}$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : développer et réduire** — $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs. Développe puis réduis chaque expression.

(a) $3(\vec{u}-2\vec{v})+4\vec{v}$

(b) $2(\vec{u}+3\vec{v})-5(\vec{u}-\vec{v})$

(c) $\frac{1}{3}(6\vec{u}-9\vec{v})+\vec{v}$

(d) $4(\vec{u}-2\vec{v})-2(2\vec{u}-4\vec{v})$

(e) $-(\vec{u}-4\vec{v})+\frac{1}{2}(2\vec{u}-6\vec{v})$

(f) Trouve le réel k tel que $2(\vec{u}+\vec{v})+k\vec{u}=5\vec{u}+2\vec{v}$.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : direction, sens et norme de $k\vec{u}$** — Sur le quadrillage (1 carreau = 1 cm), $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ est horizontal, dirigé vers la droite, et a pour norme $\|\vec{u}\|=6$ cm.



(a) Donne la direction, le sens et la norme de $-2\vec{u}$.

(b) Donne la direction, le sens et la norme de $\frac{1}{3}\vec{u}$.

(c) Depuis A, construis un représentant de $-\frac{1}{2}\vec{u}$. Décris sa direction, son sens et sa norme.

(d) Que représente $0\vec{u}$? Donne sa norme.

(e) Léo écrit : « $\|-\frac{4}{3}\vec{u}\|=-\frac{4}{3}\times 6=-8$ cm ». A-t-il raison ? Justifie.

(f) Trouve les deux réels k tels que $\|k\vec{u}\|=15$ cm.

Ex. 17 ★☆☆ **Lire k sur une figure** — Un robot se déplace sur un rail rectiligne. Les points G, E, F, H y sont placés de gauche à droite, avec GE = 2 carreaux, EF = 3 carreaux et FH = 2 carreaux. Pour chaque égalité, trouve le réel k (signe ET valeur).



(a) $\overrightarrow{EH}=k\overrightarrow{EF}$

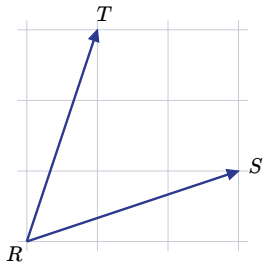
(b) $\overrightarrow{EG}=k\overrightarrow{EF}$

(c) $\overrightarrow{FG}=k\overrightarrow{EF}$

(d) $\overrightarrow{GH}=k\overrightarrow{EF}$

(e) Hugo écrit $\overrightarrow{FH}=\frac{2}{5}\overrightarrow{FG}$, car FH = 2 et FG = 5. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 18 ★★☆ **Le trajet d'un drone** — Un drone part du point R. Sur le quadrillage, on va de R à S en se déplaçant de 3 carreaux à droite et 1 vers le haut, et de R à T de 1 carreau à droite et 3 vers le haut.



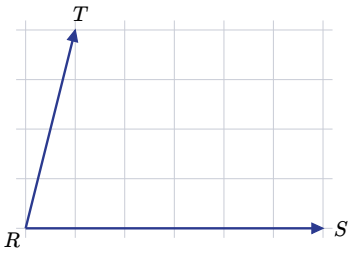
(a) Place le point M tel que $\overrightarrow{RM} = -\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RT}$.

(b) Avec la relation de Chasles, exprime $\overrightarrow{SM}$ en fonction de $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$.

(c) Exprime $\overrightarrow{ST}$ en fonction de $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$, puis trouve le réel k tel que $\overrightarrow{SM} = k\overrightarrow{ST}$.

(d) Déduis-en la position du point T par rapport aux points S et M. Justifie.

Ex. 19 ★★★ **Un parallélogramme dans le parc** — Sur le plan d'un parc, on place trois kiosques R, S, T sur un quadrillage. Pour aller de R à S, on fait 6 carreaux à droite. Pour aller de R à T, on fait 1 carreau à droite et 4 vers le haut.



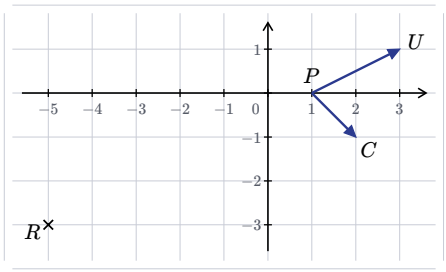
(a) Place le point U tel que $\overrightarrow{RU} = \frac{1}{3}\overrightarrow{RS}$. Donne la direction, le sens et la norme (en carreaux) de $\overrightarrow{RU}$.

(b) Calcule $3\overrightarrow{RU} - \overrightarrow{RS}$. Max écrit que le résultat est « 0 ». Que corriges-tu ?

(c) Le point V est défini par $\overrightarrow{SV} = \overrightarrow{RT} - \frac{2}{3}\overrightarrow{RS}$. Avec la relation de Chasles, écris $\overrightarrow{RV}$ en fonction de $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$, puis place V.

(d) Démontre que RUVT est un parallélogramme. Cite la propriété utilisée.

Ex. 20 ★★★ **Le bateau et le courant** — Dans un repère orthonormé (unité 1 km), un bateau part de $P(1\,;0)$. En une heure, son moteur le déplace de $\vec{u}(2\,;1)$ et le courant de $\vec{c}(1\,;-1)$. On place aussi $R(-5\,;-3)$.



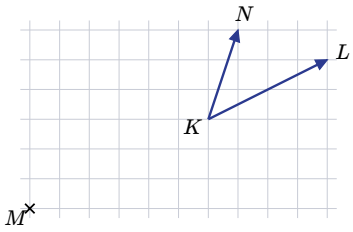
(a) Calcule $\|\vec{u}\|$ en valeur exacte. Chloé écrit $\|-4\vec{u}\| = -4\sqrt{5}$. A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Le trajet du bateau est $\vec{d} = 3(\vec{u} + \vec{c}) - 2\vec{c}$. Réduis $\vec{d}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{c}$, puis calcule ses coordonnées.

(c) Le bateau part de P et suit le trajet $\vec{d}$ jusqu'au point Q. Calcule les coordonnées de Q.

(d) Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{PR} = k\vec{u}$. Compare le sens de $\overrightarrow{PR}$ et celui de $\vec{u}$, puis donne PR en valeur exacte.

Ex. 21 ★★★ **Le personnage du jeu vidéo** — Dans un jeu vidéo, un personnage se déplace sur un quadrillage. De K à L, il fait 4 carreaux à droite et 2 vers le haut. De K à M, il fait 6 carreaux à gauche et 3 vers le bas. De K à N, il fait 1 carreau à droite et 3 vers le haut.



(a) Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{KM} = k\overrightarrow{KL}$. Justifie le signe de k puis sa valeur.

(b) Vrai ou faux : $\overrightarrow{LM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{LK}$? Justifie avec la relation de Chasles.

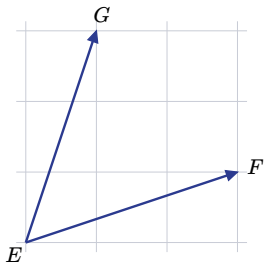
(c) Yanis réduit $2(\overrightarrow{KN} - \overrightarrow{KL}) - 3\left(\overrightarrow{KN} - \frac{1}{3}\overrightarrow{KL}\right)$ et trouve $-\overrightarrow{KN} - 3\overrightarrow{KL}$. Trouve son erreur et corrige-la.

(d) Le point P vérifie $\overrightarrow{KP} = 2\overrightarrow{KN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{KL}$. Écris $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$, puis place P.

4. *Construire un point défini par une égalité vectorielle*

À retenir : Je pars de l'origine A de $\overrightarrow{AM}$ et je reporte les vecteurs bout à bout, dans l'ordre ; « − » inverse le sens. Si M est l'origine, je me ramène à $\overrightarrow{AM}$: $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$ donne $\overrightarrow{AM} = -\vec{u}$.

Ex. 22 ★☆☆ **Le robot du quadrillage** — Un robot se déplace sur un quadrillage. On a $\overrightarrow{EF}$: 3 carreaux à droite, 1 vers le haut ; $\overrightarrow{EG}$: 1 carreau à droite, 3 vers le haut. Réponds en carreaux, puis place le point.



(a) Place le point M tel que $\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{EF}$.

(b) Le point N vérifie $\overrightarrow{EN} = -\overrightarrow{EG}$. Décris le trajet du robot de E à N, puis place N.

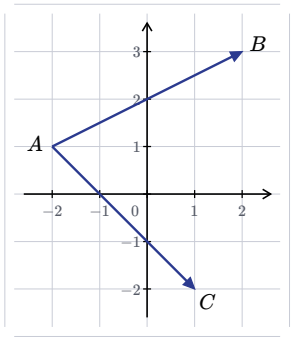
(c) Place le point P tel que $\overrightarrow{FP} = \overrightarrow{EG}$.

(d) Construis bout à bout le point T tel que $\overrightarrow{ET} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG}$. Où est T par rapport à E ?

(e) Le robot part de G et s'arrête en R tel que $\overrightarrow{GR} = -2\overrightarrow{EF}$. Où est R par rapport à G ?

(f) Le robot va de E au point V situé 9 carreaux à droite et 3 au-dessus de E. Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{EV} = k\overrightarrow{EF}$.

Ex. 23 ★☆☆ **Des points sur l'écran d'un jeu vidéo** — L'écran d'un jeu vidéo est muni d'un repère orthonormé. On donne $A(-2\,;1)$, $B(2\,;3)$ et $C(1\,;-2)$. Calcule les coordonnées du point demandé, puis place-le.



(a) Le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

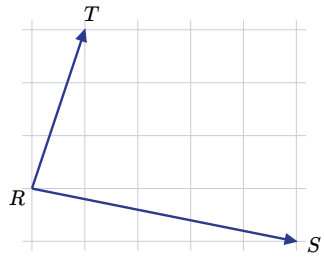
(b) Le point N tel que $\overrightarrow{AN} = -0{,}5\overrightarrow{AB}$.

(c) Le point P tel que $\overrightarrow{BP} = -\overrightarrow{AC}$.

(d) Le point Q tel que $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

(e) Le point R tel que $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$. Que remarques-tu ?

Ex. 24 ★★☆ **La fontaine du parc** — Sur le plan d'un parc, R, S et T sont trois kiosques. On a $\overrightarrow{RS}$: 5 carreaux à droite, 1 vers le bas ; $\overrightarrow{RT}$: 1 carreau à droite, 3 vers le haut. On veut installer une fontaine au point M tel que $\overrightarrow{MR} + \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{RT}$.



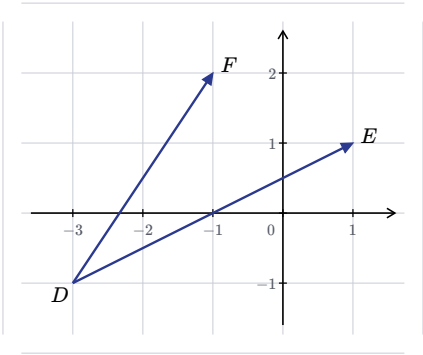
(a) Avec la relation de Chasles, montre que l'égalité s'écrit $2\overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RT}$.

(b) Inès en déduit $\overrightarrow{MR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RT} - \frac{1}{2}\overrightarrow{RS}$, puis place M en reportant ce vecteur depuis R. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Exprime $\overrightarrow{RM}$ en fonction de $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$, puis place M en donnant sa position en carreaux par rapport à R.

(d) Vérifie en carreaux que $\overrightarrow{MR} + \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{RT}$.

Ex. 25 ★★☆ **Le vol du drone** — Un drone décolle de la base $D(-3\,;-1)$, dans un repère orthonormé (unité 1 cm). On donne $E(1\,;1)$ et $F(-1\,;2)$. Le drone doit rejoindre le point M tel que $\overrightarrow{DM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}$.



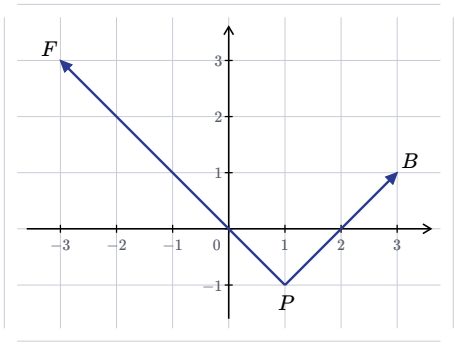
(a) Construis M en traçant des représentants bout à bout sur le quadrillage. Décris ta construction en carreaux.

(b) Calcule les coordonnées de M pour vérifier ta construction.

(c) Avec la relation de Chasles, montre que $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}$, puis vérifie-le avec les coordonnées.

(d) Calcule en valeur exacte $\left\|\frac{3}{2}\overrightarrow{DE}\right\|$ et $\| -\overrightarrow{DF}\|$.

Ex. 26 ★★★ **Le bateau au mouillage** — Dans un repère orthonormé (unité 1 cm), on place le port $P(1\,;-1)$, la bouée $B(3\,;1)$ et le phare $F(-3\,;3)$. Le bateau doit mouiller au point M tel que $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PF} - \overrightarrow{PB}$.



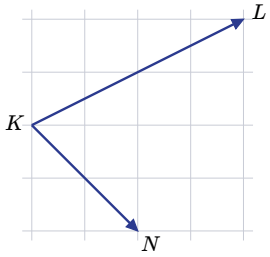
(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{PF}$ et de $\overrightarrow{PB}$, puis celles du vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{PF} - \overrightarrow{PB}$.

(b) Déduis-en les coordonnées de M. Place ensuite M en décrivant ta construction bout à bout depuis P, puis vérifie qu'elle donne le même point.

(c) Lina a recopié l'égalité sous la forme $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PF} - \overrightarrow{PB}$ et elle obtient un point M'. Calcule les coordonnées de M'.

(d) Justifie à l'aide des vecteurs que P est le milieu de [MM'], puis vérifie-le avec les coordonnées.

Ex. 27 ★★★ **Les cases de l'échiquier** — Sur un échiquier quadrillé, Malo repère trois cases K, L et N. $\overrightarrow{KL}$: 4 carreaux à droite, 2 vers le haut ; $\overrightarrow{KN}$: 2 carreaux à droite, 2 vers le bas. Il cherche la case M telle que $\overrightarrow{MK} + 2\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{KN}$.



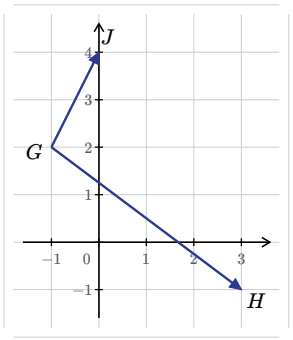
(a) Avec la relation de Chasles (en passant par K), décompose $\overrightarrow{ML}$ et montre que l'égalité s'écrit $3\overrightarrow{MK} + 2\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KN}$. Justifie chaque étape.

(b) Déduis-en $\overrightarrow{KM}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$.

(c) Place M en donnant le déplacement en carreaux depuis K. Vérifie en comptant les carreaux que $\overrightarrow{MK} + 2\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{KN}$.

(d) Malo définit la case P par $\overrightarrow{KP} = 2(\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LN}) - \overrightarrow{KN}$. Sans rien tracer, montre que P est confondu avec une case déjà connue.

Ex. 28 ★★★ **Les forces sur un objet** — Dans un repère orthonormé (unité 1 cm), un objet est placé en $G(-1\,;2)$. Deux forces qui s'exercent sur lui sont représentées par $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GJ}$, avec $H(3\,;-1)$ et $J(0\,;4)$.



(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{GH}$ et de $\overrightarrow{GJ}$, puis celles du point R tel que $\overrightarrow{GR} = \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GJ}$ (force résultante).

(b) Sami affirme : « GHJR est un parallélogramme. » A-t-il raison ? Justifie, puis nomme correctement le parallélogramme formé par ces quatre points.

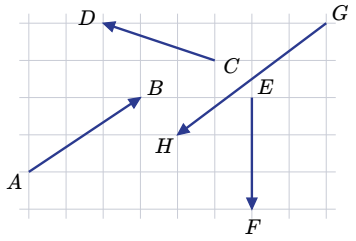
(c) Le point T vérifie $\overrightarrow{TG} + \overrightarrow{TR} = \vec{0}$. Calcule ses coordonnées, puis montre que T est aussi le milieu de [HJ].

(d) Une troisième force est représentée par $\overrightarrow{SH} = 2\overrightarrow{GJ}$. Calcule les coordonnées de son origine S.

5. Coordonnées d'un vecteur

À retenir : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$: extrémité moins origine, négatifs entre parenthèses. Pour un point inconnu, je pose $(x\,;y)$ et j'écris deux équations. ABCD est un parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Exemple : $\overrightarrow{AB}(2\,;-1)$ ne veut pas dire $B(2\,;-1)$.

Ex. 29 ★☆☆ **Lire des coordonnées sur un quadrillage** — Automatismes. Chaque vecteur relie deux nœuds du quadrillage (unité : 1 carreau). On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$, $\vec{w} = \overrightarrow{EF}$ et $\vec{t} = \overrightarrow{GH}$.



(a) Lis les coordonnées de $\vec{u}$ sur le quadrillage.

(b) Lis les coordonnées de $\vec{v}$ sur le quadrillage.

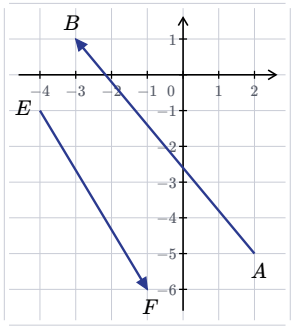
(c) Lis les coordonnées de $\vec{w}$ sur le quadrillage.

(d) Lis les coordonnées de $\vec{t}$ sur le quadrillage.

Ex. 29 **(suite)**

(e) Déduis-en les coordonnées du vecteur opposé $-\vec{t}$.

Ex. 30 ★☆☆ **Extrémité moins origine** — Automatismes. Dans un repère orthonormé, calcule les coordonnées des vecteurs demandés. Écris entre parenthèses les nombres négatifs que tu remplaces.



(a) $A(2\,;-5)$ et $B(-3\,;1)$: calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

(b) Avec les mêmes points, calcule les coordonnées de $\overrightarrow{BA}$.

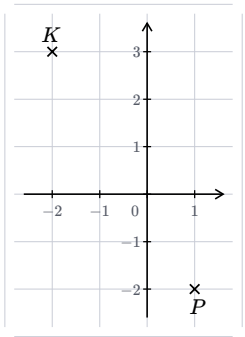
(c) $E(-4\,;-1)$ et $F(-1\,;-6)$: calcule les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$.

(d) $R(1{,}5\,;-2)$ et $S(-0{,}5\,;3{,}5)$: calcule les coordonnées de $\overrightarrow{RS}$.

(e) $M\left(\frac{1}{2}\,;\frac{2}{3}\right)$ et $N\left(-\frac{3}{4}\,;\frac{1}{6}\right)$: calcule les coordonnées de $\overrightarrow{MN}$.

(f) O est l'origine du repère et $P(-2\,;7)$: calcule les coordonnées de $\overrightarrow{OP}$ puis celles de $\overrightarrow{PO}$.

Ex. 31 ★★☆ **Le robot livreur** — Un robot se déplace dans un entrepôt muni d'un repère orthonormé (unité : 1 m). Chaque commande est un vecteur : le robot va de son point de départ au point d'arrivée en suivant ce vecteur. On donne $\vec{u}(5\,;-4)$ et $\vec{v}(-3\,;-5)$.



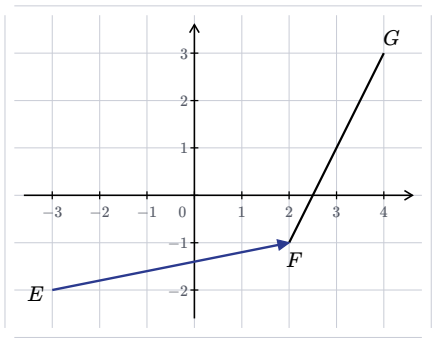
(a) Le robot part de $K(-2\,;3)$ et suit $\vec{u}$ jusqu'en L. Tom affirme que $L(5\,;-4)$. A-t-il raison ? Justifie, puis donne les coordonnées de L.

(b) Lors d'un autre trajet, le robot suit $\vec{v}$ et arrive en $P(1\,;-2)$. Pose $Q(x\,;y)$ son point de départ et calcule x et y.

Ex. 31 **(suite)**

(c) Depuis L, le robot va en Z tel que $\overrightarrow{LZ} = \vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$. Calcule les coordonnées de ce vecteur, puis celles de Z.

Ex. 32 ★★☆ **Le parterre du parc** — Sur le plan d'un parc, muni d'un repère orthonormé, un jardinier veut un parterre de fleurs en forme de parallélogramme EFGH, avec $E(-3\,;-2)$, $F(2\,;-1)$ et $G(4\,;3)$.



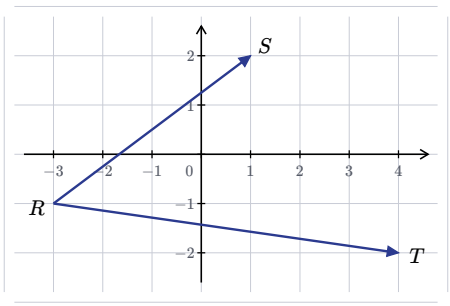
(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$.

(b) Inès écrit : « EFGH parallélogramme $\iff \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$ » et trouve $H(9\,;4)$. A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule les coordonnées de H.

(c) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{EH}$ et de $\overrightarrow{FG}$. Que constates-tu ?

(d) On place K tel que $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$. Calcule les coordonnées de K. Quel point retrouves-tu ?

Ex. 33 ★★★ **La trajectoire du drone** — Un drone survole un terrain muni d'un repère orthonormé (unité : 10 m). Il passe par les balises $R(-3\,;-1)$, $S(1\,;2)$ et $T(4\,;-2)$.



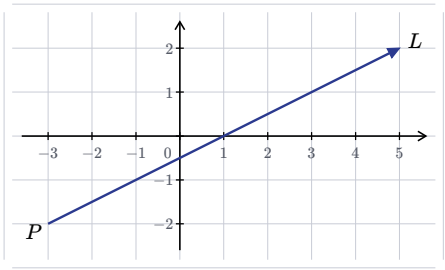
(a) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{RS}$ et de $\overrightarrow{RT}$.

(b) Le drone doit rejoindre le point M tel que $\overrightarrow{RM} = 2\overrightarrow{RS} - \overrightarrow{RT}$. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{RM}$, puis celles de M.

(c) Le drone doit aussi passer par $U(4{,}5\,;1{,}5)$. Détermine le réel k tel que $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RS} + k\overrightarrow{RT}$. Justifie.

(d) Un second drone part d'un point N inconnu et, en suivant le vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{RT}$, arrive en S. Détermine les coordonnées de N.

Ex. 34 ★★★ **Le bateau et le courant** — Une carte marine est munie d'un repère orthonormé (unité : 1 km). Un bateau part du port $P(-3\,;-2)$ et vise le phare $L(5\,;2)$. En une heure, le moteur seul le déplacerait du vecteur $\vec{m}$ et le courant le déplace du vecteur $\vec{c}(1\,;-2)$. Son déplacement réel en une heure est donc $\vec{m}+\vec{c}$.



(a) On règle $\vec{m}(2\,;3)$. Calcule les coordonnées de $\vec{m}+\vec{c}$, puis la position du bateau après 1 h.

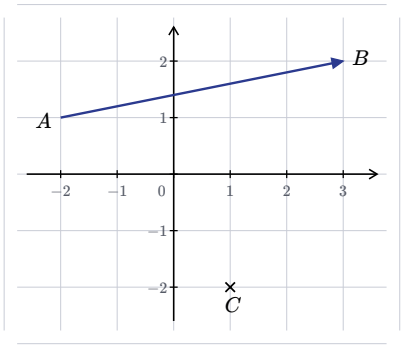
(b) Avec ce réglage, calcule la position du bateau après 3 h.

(c) Noé affirme : « pour arriver en L en 2 h, il suffit de régler $\vec{m}$ sur $\frac{1}{2}\overrightarrow{PL}$ ». A-t-il raison ? Justifie.

(d) Détermine les coordonnées de $\vec{m}$ qui amène le bateau en L en exactement 2 h.

(e) On règle $\vec{m}(a\,;2a)$, où a est un réel. Existe-t-il a tel que le bateau arrive en L en 1 h ? Justifie.

Ex. 35 ★★★ **Le quatrième coffre** — Dans un jeu vidéo, la carte est munie d'un repère orthonormé. Trois coffres sont placés en $A(-2\,;1)$, $B(3\,;2)$ et $C(1\,;-2)$. Un quatrième coffre doit former un parallélogramme avec eux, mais le jeu ne précise pas l'ordre des sommets.



(a) Cite la propriété qui caractérise le parallélogramme ABCD par une égalité de vecteurs, puis détermine les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme.

(b) Détermine les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme. Cite la propriété utilisée.

(c) Détermine les coordonnées du point F tel que AFBC soit un parallélogramme.

(d) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{DA}$ et de $\overrightarrow{AF}$. Que peux-tu en déduire pour le point A ? Justifie.

6. *Norme d'un vecteur*

À retenir : En base orthonormée : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$, $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$, $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$. Ex. : $\vec{u}(-1\,;2)$, $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$. Pièges : $(-1)^2 = 1$; $\sqrt{a^2+b^2} \neq a+b$; on compare les carrés exacts.

Ex. 36 ★★★ **Calculer une norme en valeur exacte** — Dans une base orthonormée, calcule la norme de chaque vecteur en valeur exacte simplifiée.

(a) $\vec{u}(-6\,;-8)$

(b) $\vec{v}(3\,;-6)$

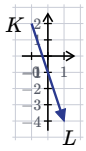
(c) $\vec{w}(0\,;-7)$

(d) $\vec{s}(1{,}5\,;2)$

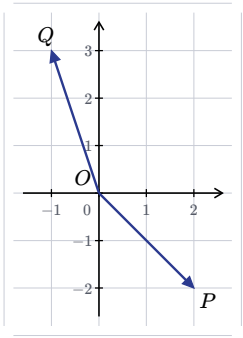
(e) $\vec{t}\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{3}{2}\right)$

(f) $\vec{r}(-3\,;5)$, puis donne une valeur arrondie au centième.

(g) $\overrightarrow{KL}$ avec $K(-1\,;2)$ et $L(1\,;-4)$.



Ex. 37 ★★★ **Propriétés de la norme : les réflexes** — Dans une base orthonormée, $\vec{u}(2\,;-2)$ et $\vec{v}(-1\,;3)$, représentés par $\vec{u} = \overrightarrow{OP}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OQ}$ avec $P(2\,;-2)$ et $Q(-1\,;3)$.



(a) Calcule $\|\vec{u}\|$ en valeur exacte simplifiée, puis $\|-4\vec{u}\|$ sans calculer les coordonnées de $-4\vec{u}$.

(b) Trouve tous les réels k tels que $\|k\vec{u}\| = 10\sqrt{2}$.

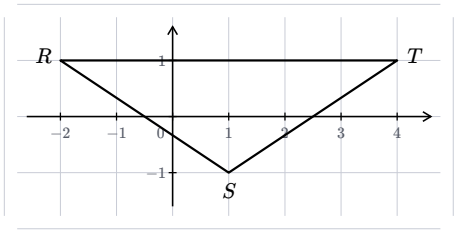
(c) Tom écrit, pour $\vec{w}(-4\,;5)$: $\|\vec{w}\| = \sqrt{(-4)^2+5^2} = -4+5 = 1$. Corrige son erreur.

(d) Calcule $\|\vec{u}+\vec{v}\|$, puis compare-la à $\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$.

(e) Sans calculatrice, compare $\|\vec{v}\|$ et 3.

(f) Trouve tous les réels y tels que le vecteur $\vec{m}(2\,;y)$ ait pour norme $\sqrt{53}$.

Ex. 38 ★★☆ **Trois bases dans un jeu vidéo** — Dans un jeu vidéo, trois bases sont repérées sur la carte, munie d'un repère orthonormé : $R(-2\,;1)$, $S(1\,;-1)$ et $T(4\,;1)$.



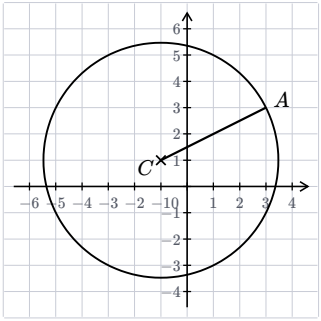
(a) Calcule RS, ST et RT en valeur exacte.

(b) Quelle est la nature du triangle RST ? Justifie.

(c) Le triangle RST est-il rectangle ? Justifie sans utiliser de valeur arrondie.

(d) Calcule le périmètre du triangle RST en valeur exacte, puis arrondi au dixième.

Ex. 39 ★★☆ **Le drone et sa zone de vol** — Un drone doit rester dans un disque centré sur sa base $C(-1\,;1)$. Il décolle du point $A(3\,;3)$, situé sur le cercle de centre C qui borde cette zone. Repère orthonormé, unité : 100 m.



(a) Calcule le rayon CA du cercle en valeur exacte simplifiée.

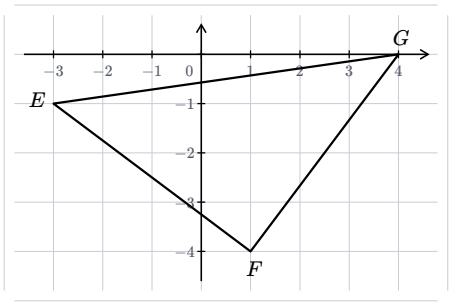
(b) Le point $D(-3\,;-3)$ est-il sur le cercle ? Justifie.

(c) Sans calculatrice, dis si le point $E(3\,;-1{,}5)$ est à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle.

(d) Le drone vole en ligne droite de A à D. Calcule AD en valeur exacte, puis donne la distance parcourue au mètre près.

(e) Paul affirme : « $CA = CD$, donc le triangle ACD est équilatéral. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 40 ★★★ **Course d'orientation : l'erreur de Léo** — Lors d'une course d'orientation, trois balises sont placées dans un repère orthonormé en $E(-3\,;-1)$, $F(1\,;-4)$ et $G(4\,;0)$. Léo calcule les longueurs des côtés du triangle EFG.



(a) Léo écrit : $EF = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$. Repère son erreur, puis calcule EF correctement.

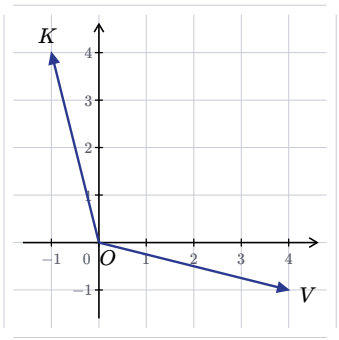
(b) Pour FG, Léo écrit : $FG = \sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Calcule EG en valeur exacte simplifiée, puis donne une valeur approchée au centième.

(d) Démontre que le triangle EFG est rectangle et isocèle, en précisant le sommet de l'angle droit.

(e) Léo écrit aussi : « $7{,}07^2 = 49{,}9849 \neq 50$, donc EFG n'est pas rectangle. » Explique son erreur.

Ex. 41 ★★★ **Bateau et courant : le capitaine se trompe-t-il ?** — Dans une base orthonormée (unité : 1 nœud), la vitesse propre d'un bateau est $\vec{v}(4\,;-1)$ et celle du courant est $\vec{c}(-1\,;4)$. La vitesse réelle du bateau est $\vec{v} + \vec{c}$. Sur la figure, $\vec{v} = \overrightarrow{OV}$ et $\vec{c} = \overrightarrow{OK}$, avec $V(4\,;-1)$ et $K(-1\,;4)$.



(a) Calcule $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{c}\|$ en valeur exacte.

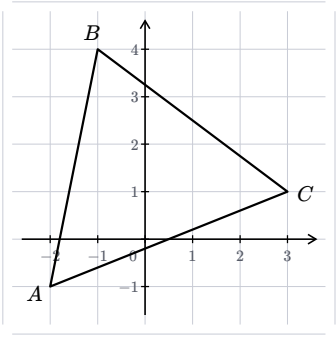
(b) Calcule les coordonnées de $\vec{v} + \vec{c}$, puis sa norme en valeur exacte simplifiée et arrondie au dixième.

(c) Le capitaine affirme : « la vitesse réelle vaut $\|\vec{v}\| + \|\vec{c}\|$ ». Vrai ou faux ? Justifie sans calculatrice.

(d) À marée descendante, le courant devient $-2\vec{c}$. Calcule $\|-2\vec{c}\|$ sans calculer ses coordonnées, puis vérifie avec ses coordonnées.

(e) Jade affirme : « la formule $\sqrt{x^2 + y^2}$ marche dans n'importe quel repère ». Vrai ou faux ? Justifie à l'aide de la démonstration du cours.

Ex. 42 ★★★ **Le plan du parc et le jet d'eau** — Le plan d'un parc est muni d'un repère orthonormé (unité : 10 m). Trois bancs sont placés en $A(-2\,;-1)$, $B(-1\,;4)$ et $C(3\,;1)$.



(a) Calcule AB, AC et BC en valeur exacte, en unités du repère.

(b) Sam mesure les côtés sur le plan, les arrondit à l'unité et affirme que ABC est équilatéral. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Un jet d'eau arrose le disque de centre C et de rayon 5. Le banc B est-il sur le bord du disque ? Le banc A est-il arrosé ? Justifie.

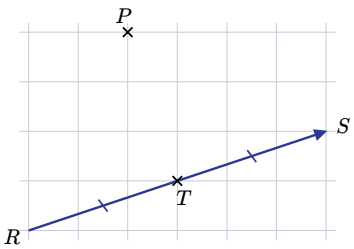
(d) Sans calculatrice, détermine si une poubelle placée en $P(6{,}5\,;-2{,}5)$ est arrosée.

(e) Calcule la longueur réelle de l'allée droite $[AC]$ en mètres, en valeur exacte puis arrondie au décimètre.

7. *Caractérisation vectorielle du milieu*

À retenir : I milieu de [AB] $\iff \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0} \iff \overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (et non $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{IB}$). $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$. Milieu : moyenne des coordonnées, ex. $(-2\,;5)$ et $(4\,;1)$ donnent $(1\,;3)$.

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : le milieu en vecteurs** — Sur le quadrillage, S est à 6 carreaux à droite et 2 vers le haut de R, et P est à 2 carreaux à droite et 4 vers le haut de R. T est le milieu de [RS].



(a) Complète : $\overrightarrow{TR}+\overrightarrow{TS}=\ldots$

(b) Quel vecteur d'origine T est égal à $\overrightarrow{RT}$?

(c) Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{RT}=k\overrightarrow{RS}$.

(d) Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{SR}=k\overrightarrow{ST}$.

Ex. 43 (suite)

(e) Simplifie $\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{PS}$.

(f) Donne le déplacement en carreaux qui correspond à $\overrightarrow{RT}$.

(g) Inès affirme : « $\overrightarrow{TR}=\overrightarrow{TS}$ car TR = TS. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : coordonnées du milieu** — Tous les points sont donnés dans un repère orthonormé.

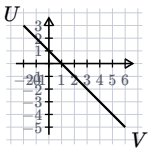
(a) Calcule les coordonnées du milieu de [AB], avec $A(2\,;-6)$ et $B(8\,;4)$.

(b) Avec $E(-3\,;5)$ et $F(-7\,;-2)$, I est le milieu de [EF]. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{EI}$.

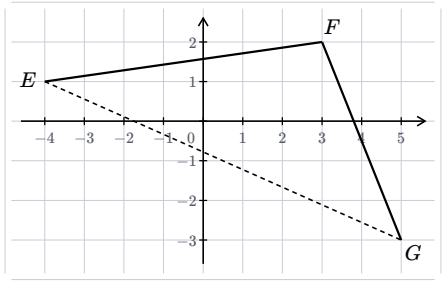
(c) Vrai ou faux : avec $G\left(\frac{1}{2}\,;-3\right)$ et $H\left(\frac{5}{2}\,;\frac{1}{3}\right)$, le milieu de [GH] est $\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{3}\right)$. Justifie.

(d) Calcule les coordonnées du milieu de [KL], avec $K(-1{,}4\,;0{,}6)$ et $L(3\,;-2{,}2)$.

(e) Pour le milieu de [UV], avec $U(-2\,;3)$ et $V(6\,;-5)$, Hugo écrit $\left(\frac{6-(-2)}{2}\,;\frac{-5-3}{2}\right)=(4\,;-4)$. Corrige son erreur.



Ex. 45 ★★☆ **Plan d'un parc : la quatrième fontaine** — Sur le plan d'un parc, dans un repère orthonormé, trois fontaines sont placées en $E(-4\,;1)$, $F(3\,;2)$ et $G(5\,;-3)$. On veut placer une quatrième fontaine K pour que EFGK soit un parallélogramme.



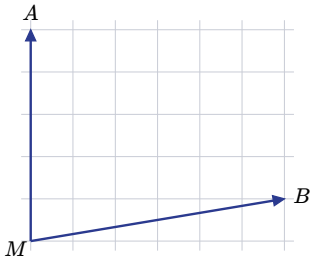
(a) Calcule les coordonnées du milieu Ω de [EG].

(b) Que représente Ω pour le segment [FK] ? Justifie en citant la propriété.

(c) Déduis-en les coordonnées de K.

(d) Contrôle ton résultat en calculant les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ et de $\overrightarrow{KG}$.

Ex. 46 ★★☆ **Deux forces sur un objet** — Un objet M est tiré par deux élastiques, modélisés par $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$. En carreaux, $\overrightarrow{MA}$ correspond à 0 à droite et 5 vers le haut, et $\overrightarrow{MB}$ à 6 à droite et 1 vers le haut. I est le milieu de [AB].



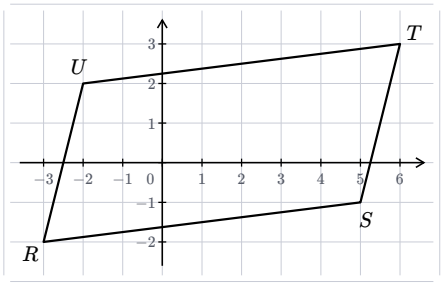
(a) Donne le déplacement en carreaux qui correspond à $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

(b) Place I, puis donne le déplacement en carreaux de $\overrightarrow{MI}$.

(c) Nora affirme : « La force totale $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ est égale à $\overrightarrow{MI}$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) N est le point tel que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$. Démontre que I est le milieu de [MN].

Ex. 47 ★★★ **La zone d'un robot tondeuse** — Dans un repère orthonormé, un robot tondeuse délimite une zone RSTU avec $R(-3\,;-2)$, $S(5\,;-1)$, $T(6\,;3)$ et $U(-2\,;2)$.



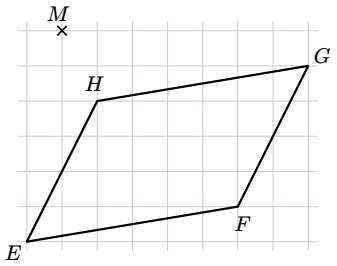
(a) Calcule les coordonnées du milieu Ω de [RT], puis celles du milieu de [SU].

(b) Déduis-en la nature de RSTU. Justifie en citant la propriété.

(c) T′ est le symétrique de T par rapport à S. Chloé écrit $x_{T'} = 2x_T - x_S = 7$. A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule les coordonnées de T′.

(d) Sans utiliser de coordonnées, démontre que $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{T'S}$.

Ex. 48 ★★★ **Le centre caché d'un jeu vidéo** — Dans un jeu vidéo, quatre tours forment un parallélogramme EFGH de centre O (O n'est pas affiché). Sur le quadrillage, depuis E : F est à 6 carreaux à droite et 1 vers le haut, G à 8 à droite et 5 vers le haut, H à 2 à droite et 4 vers le haut. Un joueur M est à 1 carreau à droite et 6 vers le haut de E.



(a) Lucas écrit : « O est le centre, donc $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OH}$ ». Corrige son erreur et écris les bonnes égalités.

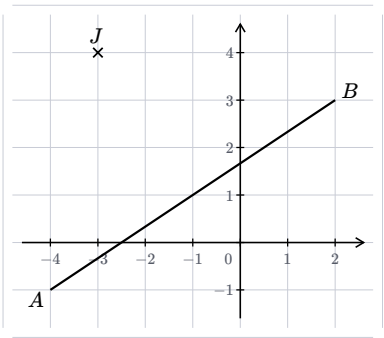
(b) Démontre avec la relation de Chasles que $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MG} = 2\overrightarrow{MO}$, puis que $\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MH} = 4\overrightarrow{MO}$.

(c) Lis en carreaux les vecteurs $\overrightarrow{ME}$, $\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{MG}$, $\overrightarrow{MH}$, puis calcule leur somme.

(d) Déduis-en le vecteur $\overrightarrow{MO}$, puis la position de O par rapport à E, en carreaux.

(e) Contrôle : en prenant E comme origine et le carreau comme unité, calcule les coordonnées du milieu de [FH].

Ex. 49 ★★★ **La balise du drone** — Dans un repère orthonormé (unité 1 km), un drone relie le dépôt $A(-4\,;-1)$ au client $B(2\,;3)$. Une balise est placée en $J(-3\,;4)$.



(a) Calcule JA et JB en valeur exacte. Maël en conclut que J est le milieu de [AB]. A-t-il raison ? Justifie avec des vecteurs.

(b) Calcule les coordonnées du milieu I de [AB].

(c) Le point K vérifie $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BJ}$. Que représente K pour le segment [BJ] ? Calcule ses coordonnées.

(d) L est le symétrique de J par rapport à I. Calcule les coordonnées de L.

(e) Démontre que AJBL est un carré.