Vecteurs : coordonnées et norme – exercices

Mathématiques – Seconde

Vecteurs : opérations et coordonnées · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

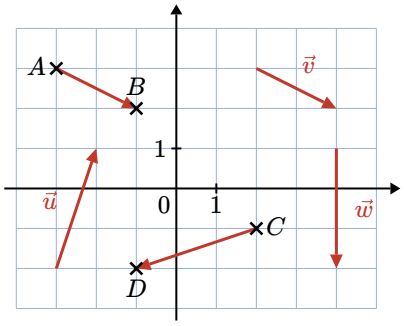
Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$: **extrémité moins origine** ; l'inverse donne $\overrightarrow{BA}$.
- Les parenthèses autour d'un négatif : $-1-(-8)=7$ et $(-9)^2 = 81$.
- Un vecteur n'est pas un point : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ne donne pas $B(2\,;\,5)$.
- $ABCD$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (et non $\overrightarrow{CD}$).
- $\vec{u} - 4\vec{v}$: le -4 multiplie les **deux** coordonnées de $\vec{v}$, signes compris.
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ simplifiée ; $\|\vec{u} + \vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ en général.

Exercice 1 – Lire des coordonnées de vecteurs ★

Le repère est orthonormé. Lis les coordonnées des vecteurs de la figure ci-contre.



a) $\vec{u}\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

b) $\vec{v}\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

c) $\vec{w}\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

d) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

e) $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

f) Deux de ces vecteurs sont égaux. Lesquels ?

Exercice 2 – Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ ★

Calcule les coordonnées du vecteur demandé.

a) $\overrightarrow{AB}$ avec $A(1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,7)$

b) $\overrightarrow{AB}$ avec $A(-2\,;\,3)$ et $B(3\,;\,-1)$

c) $\overrightarrow{CD}$ avec $C(5\,;\,-4)$ et $D(-1\,;\,-6)$

d) $\overrightarrow{EF}$ avec $E(0\,;\,-3)$ et $F(-4\,;\,0)$

e) $\overrightarrow{GH}$ avec $G(-1{,}5\,;\,2)$ et $H(2\,;\,-0{,}5)$

f) $\overrightarrow{KL}$ avec $K\left(\frac{1}{2}\,;\,-\frac{1}{3}\right)$ et $L\left(\frac{3}{2}\,;\,\frac{2}{3}\right)$

g) $\overrightarrow{BA}$ avec $B(-1\,;\,4)$ et $A(3\,;\,-2)$

h) $\overrightarrow{MN}$ avec $M(-3\,;\,-7)$ et $N(-3\,;\,2)$

i) $A(-2\,;\,3)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$. Trouve B.

Exercice 3 – Somme et produit par un réel ★

On donne $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix}$. Calcule les coordonnées de chaque vecteur.

a) $\vec{u}+\vec{v}$

b) $\vec{u}-\vec{v}$

c) $3\vec{u}$

d) $-2\vec{v}$

e) $\dfrac{1}{2}\vec{w}$

f) $\vec{v}-\vec{w}$

g) $-\vec{u}$

h) $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

Exercice 4 – Combinaisons de vecteurs ★★

Avec les mêmes vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ qu'à l'exercice précédent, calcule les coordonnées.

a) $2\vec{u}-3\vec{v}$

b) $-\vec{u}+\dfrac{1}{2}\vec{w}$

c) $3(\vec{u}-\vec{v})+2\vec{v}$

d) $\dfrac{1}{3}(\vec{u}+2\vec{v})$

e) $-2\vec{u}+3\vec{v}-\vec{w}$

f) $2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{CD}$ avec $A(1\,;\,-1)$, $B(3\,;\,2)$, $C(0\,;\,4)$, $D(-2\,;\,3)$

Exercice 5 – Trouver un point par une égalité de vecteurs ★★

Pose les coordonnées $(x\,;\,y)$ du point cherché, traduis l'égalité de vecteurs, puis résous.

a) $A(-1\,;\,2)$, $B(3\,;\,1)$, $C(4\,;\,-2)$. Trouve D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

b) $A(2\,;\,-3)$, $B(-1\,;\,0)$, $C(4\,;\,2)$. Trouve E tel que $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{BC}$.

c) $A(1\,;\,4)$, $B(-2\,;\,3)$. Trouve F tel que $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AB}$.

d) $A(-3\,;\,5)$, $B(7\,;\,-1)$. Trouve G tel que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.

e) $A(4\,;\,-1)$, $B(-2\,;\,6)$. Trouve le milieu I de $[AB]$ en utilisant $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

f) $A(0\,;\,1)$, $B(2\,;\,-3)$, $C(-1\,;\,4)$. Trouve H tel que $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

g) $A(1\,;\,2)$, $B(5\,;\,-4)$. Trouve K tel que $\overrightarrow{KB}=3\overrightarrow{KA}$.

Exercice 6 – Norme d'un vecteur ★★

Le repère est orthonormé. Donne la valeur exacte, simplifiée. Dans f), g) et h) : $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$.

a) $\|\vec{u}\|$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$

b) $\|\vec{v}\|$ avec $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$

c) $\|\vec{w}\|$ avec $\vec{w}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$

d) $\|\vec{t}\|$ avec $\vec{t}\begin{pmatrix}0\\-7\end{pmatrix}$

e) AB avec $A(-1\,;\,3)$, $B(2\,;\,-3)$

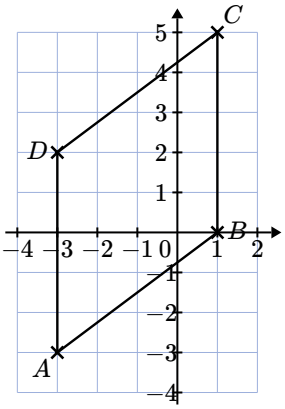
f) $\|3\vec{u}\|$

g) $\|-2\vec{v}\|$

h) $\|\vec{u}+\vec{v}\|$. Est-ce $\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$?

Exercice 7 – Parallélogramme ou losange ? ★★★

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-3\,;\,-3)$, $B(1\,;\,0)$, $C(1\,;\,5)$ et $D(-3\,;\,2)$.



1. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{DC}$. Que peux-tu en déduire ?
2. Calcule les longueurs AB et AD. Que peux-tu en déduire ?
3. $ABCD$ est-il un carré ? Justifie.
4. Calcule les coordonnées du centre K de $ABCD$ en utilisant $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Exercice 8 – Un point défini par une égalité ★★★

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1\,;\,-2)$, $B(4\,;\,0)$ et $C(-1\,;\,3)$.

1. Calcule les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.
2. Démontre que B est le milieu de $[CM]$.
3. Calcule la longueur CM (valeur exacte).
4. Trouve le point D tel que $ABMD$ soit un parallélogramme.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) $A(2\,;\,-1)$, $B(-3\,;\,4)$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-(-3)\\-1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$.

b) $A(-2\,;\,3)$, $B(1\,;\,5)$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1-2\\5-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

c) $A(1\,;\,2)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$, donc $B(4\,;\,-3)$.

d) $A(1\,;\,1)$, $B(4\,;\,2)$, $C(5\,;\,5)$. Pour $ABCD$ parallélogramme : $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$, donc $D(8\,;\,6)$.

e) $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\12\end{pmatrix}$: $\|\vec{u}\| = \sqrt{-5^2+12^2} = \sqrt{119}$.

f) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$: $2\vec{u} - 3\vec{v}\begin{pmatrix}2-9\\4-(-1)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\5\end{pmatrix}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Avec $A(2\,;\,5)$ et $B(-3\,;\,1)$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

   A $\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix}-5\\-4\end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$

2. Dans un repère orthonormé, $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\8\end{pmatrix}$. Alors $\|\vec{u}\|$ vaut :

   A 10 **B** 2 **C** 14 **D** $2\sqrt{7}$

3. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$. Le vecteur $3\vec{u}-2\vec{v}$ a pour coordonnées :

   A $\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix}12\\5\end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix}8\\-9\end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix}12\\-11\end{pmatrix}$

4. $A(1\,;\,2)$, $B(3\,;\,5)$, $C(6\,;\,4)$. $ABCD$ est un parallélogramme si :

   A $D(8\,;\,7)$ **B** $D(4\,;\,1)$ **C** $D(-2\,;\,3)$ **D** $D(4\,;\,3)$

5. $A(-1\,;\,2)$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$. Alors :

   A $B(3\,;\,-4)$ **B** $B(-4\,;\,6)$ **C** $B(4\,;\,-6)$ **D** $B(2\,;\,-2)$

6. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$. Alors $\|\vec{u}+\vec{v}\|$ vaut :

   A $2\sqrt{2}$ **B** 4 **C** 0 **D** 8

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).