Vecteurs : égalité, somme et relation de Chasles – exercices

Mathématiques – Seconde

Vecteurs : opérations et coordonnées · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

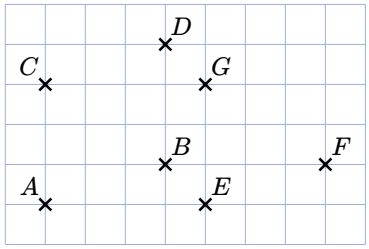
Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $ABCD$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (et non $\overrightarrow{CD}$) : on suit le contour dans l'ordre des lettres.
- Chasles ne s'applique que si l'extrémité du premier vecteur est l'origine du second : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN}$ ne se simplifie pas tel quel.
- Pour enlever un signe moins, on retourne les lettres : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.
- $\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{ML}$, et non $\overrightarrow{LM}$.
- I milieu de $[AB]$: $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont la même longueur mais des sens **contraires** : ils ne sont pas égaux.
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$: le réel multiplie **tous** les termes de la parenthèse.

Exercice 1 – Égalité, translation et somme sur un quadrillage ★

Complète avec une lettre de la figure ci-contre.



a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{C\ldots}$

b) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{\ldots D}$

c) L'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est …

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A\ldots}$

e) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{\ldots A}$

f) $-\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{B\ldots}$

g) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{A\ldots}$

h) L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BF}$ est …

Exercice 2 – Parallélogramme : l'ordre des lettres ★

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Complète ou réponds (fais un croquis).

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D\ldots}$

b) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{\ldots C}$

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B\ldots}$

d) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{O\ldots}$

e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A\ldots}$

f) Vrai ou faux : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

g) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$. Lequel est un parallélogramme : $EFGH$ ou $EFHG$?

h) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$. Nomme le parallélogramme.

Exercice 3 – Relation de Chasles ★

Écris sous la forme d'un seul vecteur.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$

e) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

f) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$

g) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG}$

h) $-\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

i) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$

j) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB}$

Exercice 4 – Simplifier une somme ★★

Écris sous la forme d'un seul vecteur (ou du vecteur nul). Commence par retourner les vecteurs précédés d'un signe moins.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$

c) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$

e) $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

f) $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RQ} - \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{ST}$

Exercice 5 – Produit par un réel ★★

Développe, puis réduis.

a) $3\left(\vec{u} + 2\vec{v}\right) - 4\vec{v}$

b) $-2\left(\vec{u} - \vec{v}\right) + 3\vec{u}$

c) $\dfrac{1}{2}\left(4\vec{u} - 6\vec{v}\right) - \left(\vec{u} - 3\vec{v}\right)$

d) $5\vec{u} - 2\left(3\vec{u} - \vec{v}\right) + \vec{w}$

e) $2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) - 3\overrightarrow{AC}$

f) $4\left(\vec{u} - \dfrac{1}{2}\vec{v}\right) - 2\left(2\vec{u} - \vec{v}\right)$

Exercice 6 – Caractérisation du milieu ★★

I est le milieu de $[AB]$ et M est un point quelconque. Complète par un nombre ou par un vecteur.

a) $\overrightarrow{AI} = \ldots\ \overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AB} = \ldots\ \overrightarrow{IB}$

c) $\overrightarrow{BI} = \ldots\ \overrightarrow{AB}$

d) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \ldots$

e) $\overrightarrow{IA} = \ldots\ \overrightarrow{IB}$

f) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \ldots\ \overrightarrow{MI}$

Exercice 7 – Démontrer une égalité vectorielle ★★★

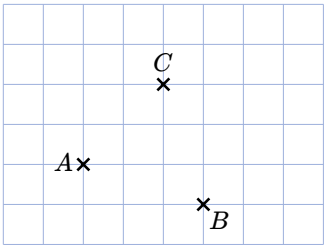
Justifie chaque égalité par une règle nommée (relation de Chasles, parallélogramme, milieu).

1. Démontre que, pour tous points A, B, C, D : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
2. ABC est un triangle et I le milieu de $[BC]$. Démontre que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$.
3. $ABCD$ est un parallélogramme et M le point tel que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BC}$. Démontre que $ADMC$ est un parallélogramme.
4. ABC est un triangle et D le point tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Démontre que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$, puis nomme le parallélogramme obtenu.

Exercice 8 – Construire sur un quadrillage ★★★

Reproduis les points A, B et C sur ton cahier.

1. Place le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Place le point E, image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Place le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Que remarques-tu ? Justifie.
4. Démontre que C est le milieu de $[DE]$.



Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) $ABCD$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EG}$.

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

e) I est le milieu de $[AB]$, donc $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

f) $2\,(\vec{u} - 3\vec{v}) = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $ABCD$ est un parallélogramme. Alors $\overrightarrow{DA}$ est égal à :

   A $\overrightarrow{BC}$ **B** $\overrightarrow{AD}$ **C** $\overrightarrow{CB}$ **D** $\overrightarrow{DC}$

2. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB}$ est égal à :

   A $\overrightarrow{AD}$ **B** $\overrightarrow{DA}$ **C** $\vec{0}$ **D** $\overrightarrow{BD}$

3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$ est égal à :

   A $\overrightarrow{BC}$ **B** $\overrightarrow{AC}$ **C** $\vec{0}$ **D** $\overrightarrow{CB}$

4. I est le milieu de $[AB]$. Laquelle de ces égalités est vraie ?

   A $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ **B** $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{IA}$ **C** $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$ **D** $\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AI}$

5. $3\left(\vec{u} - 2\vec{v}\right) - \left(\vec{u} - 4\vec{v}\right)$ est égal à :

   A $2\vec{u} - 10\vec{v}$ **B** $2\vec{u} + 2\vec{v}$ **C** $4\vec{u} - 10\vec{v}$ **D** $2\vec{u} - 2\vec{v}$

6. D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Alors :

   A $ABCD$ est un parallélogramme **B** $ABDC$ est un parallélogramme
   C $ADBC$ est un parallélogramme **D** D est le milieu de $[BC]$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).