Vecteur normal et équation de droite – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Géométrie repérée · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $\vec{n}\,(a\,;\,b)$ est normal à $ax+by+c=0$; un vecteur directeur est $(-b\,;\,a)$.
- $a(x-x_A)+b(y-y_A)=0$: avec x_A négatif, $x-x_A$ devient une somme.
- Perpendiculaire : le vecteur normal devient un vecteur directeur. Garder le même $(a\,;\,b)$ donne une parallèle.
- Contrôle toujours l'équation trouvée avec un point connu.
- Le projeté H doit être sur d et vérifier $\overrightarrow{MH}$ orthogonal à d : un point « à vue » ne suffit pas.
- Une distance n'est jamais négative : $MH=|t|\times\|\vec{n}\|$.

Exercice 1 – Vecteur normal, vecteur directeur ★

Le repère est orthonormé. Donne un vecteur normal $\vec{n}$ et un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite d.

a) $d : 2x-3y+5=0$

b) $d : -x+4y=0$

c) $d : y=2x-1$

d) $d : x=4$

e) $d : y=-3$

f) $d : 5x+y-7=0$

g) $d : \dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{3}y-1=0$

h) $d : 3x=7y$

Exercice 2 – Droite passant par un point, de vecteur normal donné ★

Le repère est orthonormé. Écris une équation cartésienne de la droite d passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$, avec des coefficients entiers sans facteur commun.

a) $A(1\,;\,-4)$ et $\vec{n}\,(2\,;\,-3)$

b) $A(-2\,;\,5)$ et $\vec{n}\,(4\,;\,1)$

c) $A(3\,;\,0)$ et $\vec{n}\,(-1\,;\,5)$

d) $A(0\,;\,-2)$ et $\vec{n}\,(0\,;\,3)$

e) $A(-1\,;\,-1)$ et $\vec{n}\,(6\,;\,-4)$

f) $A\left(\dfrac{1}{2}\,;\,3\right)$ et $\vec{n}\,(2\,;\,-1)$

g) $A(4\,;\,-3)$ et $\vec{n}\,(5\,;\,0)$

h) $A(-3\,;\,2)$ et $\vec{n}=\overrightarrow{BC}$ avec $B(1\,;\,1)$ et $C(3\,;\,-2)$

Exercice 3 – Parallèles, perpendiculaires ou sécantes ? ★

Le repère est orthonormé. Compare les vecteurs normaux des droites d_1 et d_2 et conclus.

a) $d_1 : 2x - y + 3 = 0$ et $d_2 : x + 2y - 1 = 0$

b) $d_1 : 3x + 6y - 1 = 0$ et $d_2 : x + 2y + 4 = 0$

c) $d_1 : 4x - 3y = 0$ et $d_2 : 3x + 4y + 7 = 0$

d) $d_1 : x - 5y + 2 = 0$ et $d_2 : 5x + y - 2 = 0$

e) $d_1 : 2x + 3y - 6 = 0$ et $d_2 : 3x + 2y - 6 = 0$

f) $d_1 : y = 3x - 1$ et $d_2 : y = -\dfrac{1}{3}x + 2$

g) $d_1 : -x + 2y + 5 = 0$ et $d_2 : 2x - 4y - 10 = 0$

h) $d_1 : x = 2$ et $d_2 : y = -1$

Exercice 4 – Perpendiculaire ou parallèle passant par un point ★★

Le repère est orthonormé. Écris une équation cartésienne de la droite demandée, avec des coefficients entiers sans facteur commun.

a) Perpendiculaire à $d : 3x - y + 2 = 0$ passant par $A(1\,;\,4)$

b) Parallèle à $d : 2x + 5y - 1 = 0$ passant par $B(-2\,;\,1)$

c) Perpendiculaire à $d : x - 4y + 3 = 0$ passant par $C(0\,;\,-2)$

d) Perpendiculaire à $d : y = -2x + 5$ passant par $D(3\,;\,-1)$

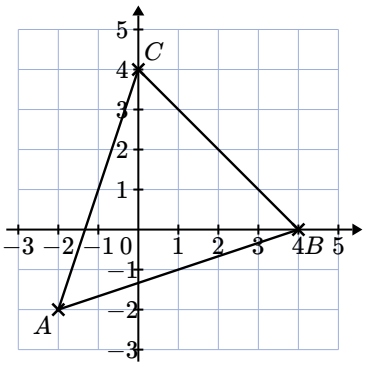
e) Parallèle à $d : 6x + 4y - 1 = 0$ passant par $E(1\,;\,-1)$

f) Perpendiculaire à $d : x = -3$ passant par $F(2\,;\,5)$

Exercice 5 – Médiatrice et hauteurs d'un triangle ★★

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-2\,;\,-2)$, $B(4\,;\,0)$ et $C(0\,;\,4)$.

1. Écris une équation de la médiatrice Δ de $[AB]$.
2. Écris une équation de la hauteur h_C issue de C.
3. Écris une équation de la hauteur h_A issue de A, puis calcule les coordonnées du point H commun aux deux hauteurs.
4. Montre que H est aussi sur la hauteur h_B issue de B. Que représente H ?



Exercice 6 – Projeté orthogonal et distance à une droite ★★

Le repère est orthonormé. Calcule les coordonnées du projeté orthogonal H de M sur d, puis la distance MH de M à d. Sauf indication, cherche H sous la forme $H = M + t\,\vec{n}$ avec $\vec{n}$ normal à d.

a) $M(5\,;\,0)$ et $d : x - 2y = 0$

b) $M(2\,;\,7)$ et $d : 3x + 4y - 9 = 0$

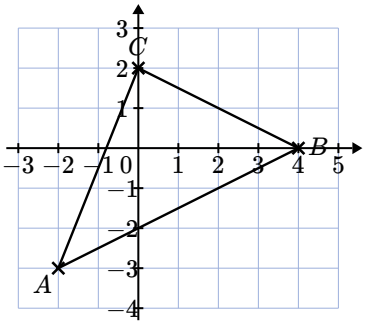
c) $M(0\,;\,0)$ et $d : x + y - 4 = 0$ (méthode : écris la perpendiculaire à d passant par M, puis résous un système)

d) $M(3\,;\,-2)$ et $d : y = 1$

e) $M(1\,;\,1)$ et $d : 2x - y - 1 = 0$

Exercice 7 – Hauteur et aire d'un triangle ★★★

Dans un repère orthonormé (unité : le centimètre), on considère les points $A(-2\,;\,-3)$, $B(4\,;\,0)$ et $C(0\,;\,2)$.



1. Montre que $\vec{n}\,(1\,;\,2)$ est normal à la droite (BC), puis écris une équation de (BC).
2. Calcule les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur (BC).
3. Déduis-en la distance de A à la droite (BC).
4. Calcule l'aire du triangle ABC.

Exercice 8 – Le chemin le plus court ★★★

Dans un repère orthonormé (unité : le kilomètre), une route rectiligne a pour équation $d : x - 3y + 6 = 0$ et une maison est au point $M(5\,;\,-3)$. On veut construire le chemin le plus court entre la maison et la route.

1. Écris une équation de la droite d' perpendiculaire à d passant par M.
2. Calcule les coordonnées du point H où le chemin rejoint la route.
3. Quelle est la longueur du chemin ? Arrondis au mètre (calculatrice autorisée).
4. Calcule les coordonnées du symétrique M' de M par rapport à la route.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige. Le repère est orthonormé.

a) $d : 3x - 5y + 1 = 0$: « un vecteur normal est $\vec{n}\,(-5\,;\,3)$. »

b) $A(-4\,;\,1)$, $\vec{n}\,(3\,;\,2)$: « $3(x-4) + 2(y-1) = 0$, soit $3x + 2y - 14 = 0$. »

c) Perpendiculaire à $d : 2x + 7y - 3 = 0$ passant par l'origine : « $2x + 7y = 0$. »

d) $A(2\,;\,-1)$, $\vec{n}\,(1\,;\,4)$: « $d : x + 4y - 2 = 0$. »

e) $M(0\,;\,5)$, $d : x + y - 1 = 0$: « $H(0\,;\,1)$ est sur d, sous M, donc la distance de M à d est $MH = 4$. »

f) $M(1\,;\,1)$, $d : 3x + 4y - 2 = 0$: « $t = -\dfrac{1}{5}$, donc $MH = t \times \|\vec{n}\| = -\dfrac{1}{5} \times 5 = -1$. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Un vecteur normal à la droite $5x - 2y + 7 = 0$ est :

   A $(5\,;\,-2)$ **B** $(2\,;\,5)$ **C** $(-2\,;\,5)$ **D** $(5\,;\,7)$

2. La droite passant par $A(1\,;\,-3)$, de vecteur normal $\vec{n}\,(2\,;\,1)$, a pour équation :

   A $2x + y - 1 = 0$ **B** $x - 2y - 7 = 0$ **C** $2x + y + 1 = 0$ **D** $x + 2y + 5 = 0$

3. Les droites $4x - y + 1 = 0$ et $x + 4y - 3 = 0$ sont :

   A parallèles **B** confondues **C** sécantes, non perpendiculaires **D** perpendiculaires

4. La perpendiculaire à $x - 3y + 2 = 0$ passant par l'origine a pour équation :

   A $x - 3y = 0$ **B** $3x + y = 0$ **C** $3x - y = 0$ **D** $x + 3y = 0$

5. Le projeté orthogonal de $M(1\,;\,5)$ sur la droite $x - y = 0$ est :

   A $(1\,;\,1)$ **B** $(5\,;\,5)$ **C** $(5\,;\,1)$ **D** $(3\,;\,3)$

6. La médiatrice de $[AB]$, avec $A(1\,;\,2)$ et $B(5\,;\,-2)$, a pour équation :

   A $x - y - 3 = 0$ **B** $x + y - 3 = 0$ **C** $x - y + 1 = 0$ **D** $x - y - 7 = 0$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).