Variations et extrémums – exercices

Mathématiques – Seconde

Variations et extrémums · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

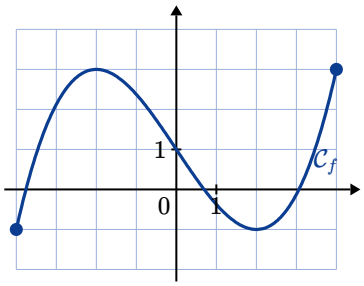
Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Le maximum est une **image** (un nombre de la 2e ligne) ; la valeur où il est atteint est une **abscisse**.
- Croissante sur $[1\,;\,3]$ et sur $[4\,;\,6]$ ne veut pas dire croissante sur $[1\,;\,6]$.
- Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$ avec le sens de variation, a et b doivent être dans le **même** intervalle de monotonie.
- Décroissante : l'ordre est **inversé**. $-4 < -1$ mais $(-4)^2 > (-1)^2$.
- Trois valeurs qui augmentent ne prouvent pas qu'une fonction est croissante.
- Un extremum peut être atteint à une **borne** de l'intervalle, et parfois en deux valeurs.

Exercice 1 – Variations lues sur une courbe ★

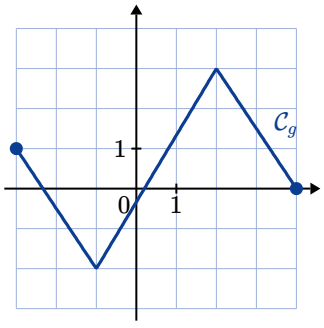
La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $[-4\,;\,4]$.



1. Sur quels intervalles f est-elle croissante ? décroissante ?
2. Dresse le tableau de variations de f.
3. Donne le maximum et le minimum de f sur $[-4\,;\,4]$, et où ils sont atteints.
4. Même question sur $[0\,;\,4]$.
5. Encadre $f(x)$ lorsque $x \in [-2\,;\,2]$.

Exercice 2 – Dresser un tableau de variations ★

La courbe ci-contre représente une fonction g définie sur $[-3\,;\,4]$.



1. Décris les variations de g par une phrase, puis dresse son tableau de variations.
2. Quel est le maximum de g ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
3. Quel est le minimum de g sur $[2\,;\,4]$? sur $[-3\,;\,0]$?
4. Combien de solutions l'équation $g(x) = 2$ a-t-elle ?

Exercice 3 – Lire un tableau de variations ★

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-5\,;\,6]$.

x	-5		-1		3		6
f	2	↘	-4	↗	5	↘	1

1. Sur quels intervalles f est-elle croissante ?
2. Donne $f(3)$ et un antécédent de -4.
3. Quel est le maximum de f sur $[-5\,;\,6]$? en quelle valeur ? Et le minimum ?
4. Quel est le minimum de f sur $[3\,;\,6]$? son maximum sur $[-5\,;\,-1]$?

5. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ?

Exercice 4 – Comparer sans calculer ★★

Compare les deux nombres en citant le sens de variation utilisé. Pour a) à d), f est la fonction de l'exercice 3, dont le tableau est rappelé ci-contre.

x	-5		-1		3		6
f	2	↘	-4	↗	5	↘	1

a) $f(-4)$ et $f(-2)$

b) $f(0)$ et $f(2{,}5)$

c) $f(4)$ et $f(5{,}5)$

d) $f(-3)$ et $f(1)$

e) $(-3{,}2)^2$ et $(-2{,}7)^2$

f) $\dfrac{1}{2{,}5}$ et $\dfrac{1}{2{,}4}$

g) $\dfrac{1}{-0{,}5}$ et $\dfrac{1}{-0{,}3}$

h) $g(\sqrt{2})$ et $g(1{,}5)$ avec $g(x) = -2x + 5$

Exercice 5 – Encadrer et compter ★★

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,7]$.

x	-2		1		4		7
f	3	↘	-1	↗	6	↘	2

1. Encadre $f(x)$ le plus précisément possible lorsque $x \in [-2\,;\,1]$, puis $x \in [1\,;\,4]$, puis $x \in [4\,;\,7]$.
2. Encadre $f(x)$ sur $[-2\,;\,7]$, puis sur $[-2\,;\,4]$.
3. Combien de solutions ont les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 4$?

Exercice 6 – Vrai, faux ou on ne peut pas savoir ? ★★

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-3\,;\,5]$. Pour chaque affirmation, réponds « vrai », « faux » ou « on ne peut pas savoir », et justifie.

x	-3		0		2		5
f	4	↘	-2	↗	1	↘	-3

1. $f(-1) < 0$
2. $f(1) > -2$
3. Le minimum de f sur $[-3\,;\,5]$ est -2.
4. $f(-2) > f(-1)$
5. $f(1) < f(4)$
6. Pour tout x de $[0\,;\,5]$, $f(x) \leqslant 1$.

Exercice 7 – L'enclos des chèvres ★★★

Contre un mur, un éleveur clôt un enclos rectangulaire avec 20 m de grillage (le mur forme le 4e côté, sans grillage). On note x la longueur, en m, des deux côtés perpendiculaires au mur, et $A(x)$ l'aire de l'enclos, en m².

1. Exprime la longueur du côté parallèle au mur, puis $A(x)$. Dans quel intervalle x varie-t-il ?

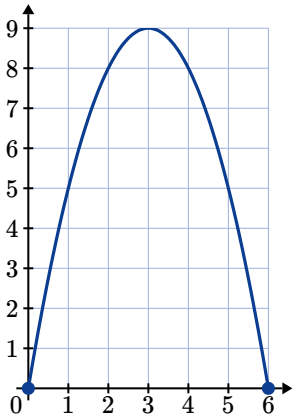
2. Complète le tableau de valeurs de A pour x entier de 0 à 10.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)$											

3. D'après le tableau, comment varie A ? Quelle aire maximale peut-on conjecturer ?
4. Démontre que $50 - A(x) = 2(x-5)^2$, puis conclus.

Exercice 8 – La recette du boulanger ★★★

Un boulanger observe que, s'il vend son pain spécial x euros, il en vend $600 - 100x$ par semaine ($0 \leqslant x \leqslant 6$). La courbe ci-contre donne sa recette hebdomadaire $R(x)$, **en centaines d'euros**.



1. Lis la recette pour un prix de 1 €, puis de 4 €.
2. Dresse le tableau de variations de R sur $[0\,;\,6]$ (valeurs en euros).
3. Quel prix donne la recette maximale ? Vérifie la valeur de cette recette par le calcul.
4. Pour quels prix la recette est-elle d'au moins 800 € ?

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque raisonnement d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige. Pour b) et e), f est la fonction de l'exercice 3, dont le tableau est rappelé ci-contre.

x	-5		-1		3		6
f	2	↘	-4	↗	5	↘	1

a) f est croissante sur $[0\,;\,2]$ et sur $[5\,;\,8]$, donc sur $[0\,;\,8]$.

b) Le maximum de f est 3.

c) $-5 < -2$, donc $(-5)^2 < (-2)^2$.

d) La fonction inverse est décroissante et $-1 < 2$, donc $\dfrac{1}{-1} > \dfrac{1}{2}$.

e) $-3 < 1$, donc $f(-3) < f(1)$.

f) $h(0) = 1$, $h(1) = 2$ et $h(2) = 3$: h est croissante sur $[0\,;\,2]$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. f est strictement croissante sur $[1\,;\,4]$, et $1 \leqslant a < b \leqslant 4$. Alors :

   A $f(a) > f(b)$ **B** $f(a) = f(b)$ **C** $f(a) < f(b)$ **D** on ne peut rien dire

2. f est définie sur $[-2\,;\,5]$: décroissante de $f(-2) = 4$ à $f(1) = -3$, puis croissante jusqu'à $f(5) = 2$. Le minimum de f est :

   A -3, atteint en 1 **B** 1, atteint en -3 **C** -2 **D** 2, atteint en 5

3. Avec la même fonction, le maximum de f est :

   A 5 **B** 2, atteint en 5 **C** -2, atteint en 4 **D** 4, atteint en -2

4. Avec la même fonction, l'équation $f(x) = 0$ a :

   A une solution **B** deux solutions **C** aucune solution **D** trois solutions

5. On compare $(-1{,}5)^2$ et $(-1{,}2)^2$:

   A $(-1{,}5)^2 < (-1{,}2)^2$ **B** ils sont égaux **C** on ne peut pas les comparer **D** $(-1{,}5)^2 > (-1{,}2)^2$

6. Avec la fonction des questions 2 à 4, pour $x \in [1\,;\,5]$:

   A $-3 \leqslant f(x) \leqslant 2$ **B** $1 \leqslant f(x) \leqslant 5$ **C** $-3 \leqslant f(x) \leqslant 4$ **D** $2 \leqslant f(x) \leqslant 5$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).