# Valeur absolue et distance – exercices

Mathématiques – Seconde

Ensembles de nombres, intervalles et valeur absolue · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

***Durée : environ 1 h.*** *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

**Les pièges de cette fiche**

- $|x+6|$ est la distance de $x$ à $-6$, pas à $6$ : $|x+6| = |x-(-6)|$.
- $|x-a| = r$ (avec $r>0$) a **deux** solutions : $a-r$ et $a+r$.
- $|a-b| \neq |a|-|b|$ : on calcule d'abord ce qui est entre les barres.
- On regarde le signe avant d'enlever les barres : $|\sqrt{2}-3| = 3-\sqrt{2}$, car $\sqrt{2}-3<0$.
- $|x-a| \leqslant r$ donne $[a-r\,;\,a+r]$, crochets fermés ; $|x-a|>r$ donne une réunion.
- Pour $[m\,;\,M]$ : rayon $\dfrac{M-m}{2}$, et non $M-m$. Une distance n'est jamais négative.

## **Exercice 1** – Calculer une valeur absolue ★

Calcule. Quand le nombre entre les barres est négatif, justifie son signe.

a) $|4-11|$

b) $|-3+8|$

c) $-|-4|$

d) $\left|\dfrac{-1}{2}-\dfrac{1}{3}\right|$

e) $|-5|-|3|$

f) $|-5-3|$

g) $\left|\sqrt{5}-3\right|$

h) $|\pi-4|$

i) $\left|1-\sqrt{3}\right|$

j) $|3{,}14-\pi|$

## **Exercice 2** – Distance entre deux réels ★

Calcule la distance entre les deux nombres, puis traduis les deux dernières phrases avec une valeur absolue.

a) $3$ et $-5$

b) $-2$ et $-9$

c) $\dfrac{1}{2}$ et $-\dfrac{3}{4}$

d) $-1{,}5$ et $2{,}3$

e) $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

f) $\pi$ et $3$

g) « La distance entre $x$ et $5$ vaut $3$. »

h) « La distance entre $x$ et $-2$ est au plus $1$. »

### **Exercice 3** – Centre et rayon ★

Écris chaque intervalle sous la forme $|x-a| \leqslant r$ (ou $< r$), puis chaque inégalité sous la forme d'un intervalle.

a) $x \in [1\,;\,5]$

b) $x \in [-1\,;\,9]$

c) $x \in [-7\,;\,-1]$

d) $x \in \,]-2{,}5\,;\,0{,}5[$

e) $|x-2| \leqslant 3$

f) $|x+1| \leqslant 4$

g) $\left|x-\dfrac{1}{2}\right| < \dfrac{1}{4}$

h) $|x| \leqslant 3$

### **Exercice 4** – Équations ★★

Résous dans $\mathbb{R}$ en lisant une distance.

a) $|x-2| = 5$

b) $|x+1| = 3$

c) $|x| = 2{,}5$

d) $|x-4| = 0$

e) $|x+3| = -1$

f) $|2-x| = 6$

g) $\left|x-\dfrac{1}{3}\right| = \dfrac{2}{3}$

h) $\left|x+\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}$

### **Exercice 5** – Inéquations ★★

Résous dans $\mathbb{R}$. Donne $S$ avec un intervalle, une réunion ou $\varnothing$.

a) $|x-3| \leqslant 2$

b) $|x+2| < 3$

c) $|x-1| > 4$

d) $|x+4| \geqslant 1$

e) $|x| > 0$

f) $|x-1| < -2$

g) $|x-6| \leqslant 0{,}5$

### **Exercice 6** – Traduire ★★

Traduis avec une valeur absolue, puis donne l'ensemble des $x$ correspondants s'il n'est pas déjà écrit.

a) $x \in [2\,;\,10]$

b) $x \in \,]-6\,;\,0[$

c) $x \in \,]-\infty\,;\,-1] \cup [7\,;\,+\infty[$

d) « $x$ est à une distance au plus $0{,}1$ de $\pi$ »

e) « $x$ est à plus de $2$ de $-1$ »

f) $1{,}41 \leqslant \sqrt{2} \leqslant 1{,}42$

### **Exercice 7** – La tolérance ★★★

Une usine fabrique des pièces qui doivent mesurer 25 mm « à 0,2 mm près ». On note $L$ la longueur d'une pièce, en mm.

1. Traduis la condition par une inégalité avec une valeur absolue.
2. Écris l'ensemble des longueurs acceptées avec un intervalle.
3. Des pièces mesurent 24,79 mm, 25,2 mm et 25,03 mm. Lesquelles sont acceptées ?
4. Une machine B fabrique des pièces dont la longueur est dans $[24{,}9\,;\,25{,}3]$. Donne le centre et le rayon de cet intervalle. Toutes ses pièces sont-elles acceptées ?

### **Exercice 8** – Distances sur la droite ★★★

Les questions sont indépendantes.

1. Résous $|x-2| = |x+4|$ : ce sont les réels à égale distance de 2 et de $-4$.
2. Résous le système : $|x-1| \leqslant 3$ et $|x+2| > 1$.
3. On sait que $|x-3| \leqslant 1$. Encadre $x$, puis $2x+1$. Écris ce dernier encadrement avec une valeur absolue.
4. Vrai ou faux : pour tous réels $a$ et $b$, $|a+b| = |a| + |b|$ ?

### **Exercice 9** – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $|x+6| = 2$ : distance de $x$ à 6, donc $x = 4$ ou $x = 8$.

b) $|x-3| = 4$ donne $x = 7$.

c) $|3-7| = |3| - |7| = -4$

d) $|\sqrt{2}-3| = \sqrt{2}-3$

e) $|x-1| \leqslant 2$ donne $x \in ]-1\,;\,3[$

f) $[2\,;\,8]$ : centre 5, rayon 6, donc $|x-5| \leqslant 6$.

### **QCM** – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $|\sqrt{3}-2|$ est égal à :
   **A** $\sqrt{3}-2$ **B** $\sqrt{3}+2$ **C** $2-\sqrt{3}$ **D** $-\sqrt{3}-2$
2. Les solutions de $|x+3| = 2$ sont :
   **A** $-5$ et $-1$ **B** 1 et 5 **C** $-1$ seulement **D** $-5$ seulement
3. $|x-1| \leqslant 4$ équivaut à :
   **A** $x \in ]-3\,;\,5[$ **B** $x \in [-5\,;\,3]$ **C** $x \in [-3\,;\,4]$ **D** $x \in [-3\,;\,5]$
4. $x \in [-2\,;\,6]$ équivaut à :
   **A** $|x+2| \leqslant 4$ **B** $|x-2| \leqslant 4$ **C** $|x-2| \leqslant 8$ **D** $|x-4| \leqslant 2$
5. La distance entre $-7$ et 2 est :
   **A** 5 **B** $-9$ **C** $-5$ **D** 9
6. L'ensemble des solutions de $|x-2| > 1$ est :
   **A** $]-\infty\,;\,1[ \cup ]3\,;\,+\infty[$ **B** $]1\,;\,3[$ **C** $]-\infty\,;\,1] \cup [3\,;\,+\infty[$ **D** $]3\,;\,+\infty[$

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*