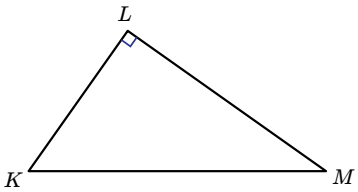
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 4e : côtés et cosinus

À retenir : Hypoténuse : en face de l'angle droit. Côté adjacent : côté de l'angle droit qui touche le sommet (lettre du milieu). $\cos = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$, toujours entre 0 et 1. Angle : $\cos^{-1}$ en mode degrés, et les deux angles aigus font 90° au total.

Ex. 1 ★☆☆ **Nommer les côtés d'un triangle à l'envers** — Le triangle KLM est rectangle en L. Son angle droit est en haut.



(a) Quel côté est l'hypoténuse du triangle KLM ?

(b) Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{LKM}$?

(c) Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{LKM}$?

(d) Pour l'angle $\widehat{KML}$, quel est le côté adjacent et quel est le côté opposé ?

(e) Écris $\cos(\widehat{KML})$ avec les lettres de la figure.

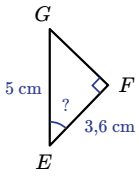
Ex. 2 ★☆☆ **Le cosinus à la calculatrice** — Ta calculatrice est en mode degrés. Arrondis les cosinus au centième et les angles au dixième.

(a) Donne une valeur approchée de $\cos(52°)$.

(b) Trouve l'angle aigu dont le cosinus vaut 0,35.

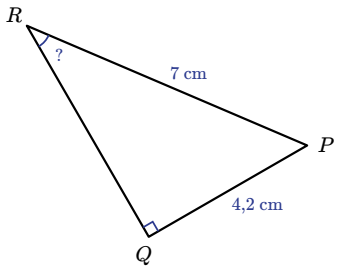
(c) Yanis trouve $\cos(60°) \approx -0{,}95$. Quelle est son erreur ? Donne la bonne valeur.

(d) Le triangle EFG est rectangle en F, avec $EF = 3{,}6$ cm et $EG = 5$ cm. Pour trouver $\widehat{FEG}$, Lina tape $\cos(3{,}6 \div 5)$. Corrige son calcul.



(e) Sans calculatrice, range $\cos(20°)$, $\cos(75°)$ et $\cos(48°)$ dans l'ordre croissant. Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **Un triangle penché et ses deux angles aigus** — Le triangle PQR est rectangle en Q, avec $PQ = 4{,}2$ cm et $PR = 7$ cm. Arrondis les angles au dixième.

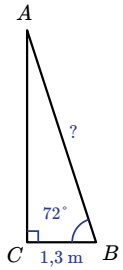


(a) Ahmed écrit $\cos(\widehat{QPR}) = \frac{PR}{PQ}$. Explique pourquoi c'est impossible, puis écris la bonne formule.

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{QPR}$.

(c) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{PRQ}$.

Ex. 4 ★★☆ **L'échelle contre le garage** — À Rodez, Ben pose une échelle [AB] contre le mur vertical d'un garage. Le pied B de l'échelle est à 1,3 m du pied C du mur. L'échelle fait un angle de 72° avec le sol horizontal. Arrondis les longueurs au centième et l'angle au dixième.

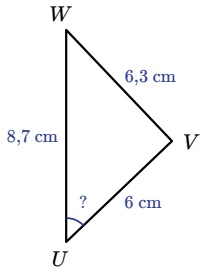


(a) Nina calcule $AB = 1{,}3 \times \cos(72°) \approx 0{,}40$ m. Explique pourquoi son résultat est absurde.

(b) Calcule la longueur AB de l'échelle.

(c) Ben recule le pied de la même échelle : il est maintenant à 1,8 m du mur. Calcule le nouvel angle $\widehat{ABC}$ entre l'échelle et le sol.

Ex. 5 ★★★ **Prouver l'angle droit avant le cosinus** — Le triangle UVW a pour côtés $UV = 6$ cm, $VW = 6{,}3$ cm et $UW = 8{,}7$ cm. Son côté [UW] est vertical. Arrondis les angles au dixième.



(a) Démontre que le triangle UVW est rectangle. Précise en quel point.

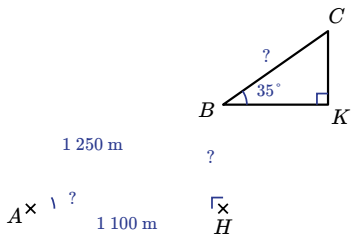
(b) Nomme le côté adjacent à l'angle $\widehat{VUW}$, puis calcule la mesure de cet angle avec le cosinus.

(c) Léa affirme : « Pour l'angle $\widehat{UWV}$, le côté adjacent est encore [UV]. » Corrige-la, puis calcule $\widehat{UWV}$ avec le cosinus.

(d) Vérifie tes deux résultats avec la somme des angles aigus d'un triangle rectangle.

(e) Dans un autre triangle rectangle en V, l'hypoténuse [UW] mesure encore 8,7 cm. Quelle longueur UV faut-il pour que $\widehat{VUW} = 60°$?

Ex. 6 ★★★ **Le téléphérique en deux tronçons** — Dans une station des Pyrénées, un téléphérique monte en ligne droite de A à B : le câble [AB] mesure 1 250 m et la distance horizontale AH vaut 1 100 m. Puis un second câble [BC] fait un angle de 35° avec l'horizontale, pour une distance horizontale $BK = 600$ m. Les triangles AHB et BKC sont rectangles en H et en K. Arrondis les angles au degré et les longueurs au mètre.



(a) Dans le triangle AHB, quelle est l'hypoténuse ? Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAH}$?

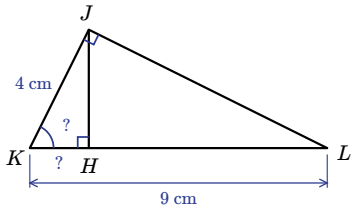
(b) Calcule l'angle $\widehat{BAH}$ que fait le premier câble avec l'horizontale.

(c) Tom trouve $\widehat{BAH} \approx 0{,}49$. Explique son erreur.

(d) Calcule le dénivelé BH du premier tronçon.

(e) Calcule la longueur BC du second câble.

Ex. 7 ★★★ **Un angle, deux triangles rectangles** — Le triangle JKL est rectangle en J, avec $JK = 4$ cm et $KL = 9$ cm. H est le pied de la hauteur issue de J : H est sur [KL] et (JH) est perpendiculaire à (KL). Arrondis les angles au dixième et les longueurs au centième.



(a) Quelle est l'hypoténuse du triangle JHK ? Écris $\cos(\widehat{JKL})$ dans le triangle JKL, puis dans le triangle JHK.

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{JKL}$.

(c) Calcule KH sans arrondir le cosinus avant la fin.

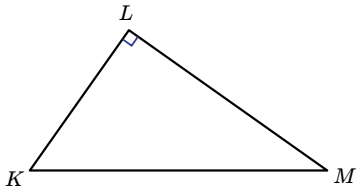
(d) Mia dit : « Pour l'angle $\widehat{JLK}$, le côté adjacent est [KL] parce qu'il touche L. » A-t-elle raison ? Calcule ensuite $\widehat{JLK}$.

(e) Dans le triangle JHK, quel est le sommet de l'angle $\widehat{KJH}$? Nomme son côté adjacent et son côté opposé, puis calcule sa mesure.

2. *Écrire le sinus et la tangente, choisir la formule (SOH-CAH-TOA)*

À retenir : SOH : $\sin = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$, CAH : $\cos = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$, TOA : $\tan = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ (jamais l'hypoténuse).
Choisis la formule qui contient le côté connu et le côté cherché.
Sinus ou cosinus > 1 : côtés inversés ; $\tan = \frac{5}{2}$ est possible.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatisme : écrire le sinus et la tangente avec les lettres** — KLM est un triangle rectangle en L. Réponds avec les lettres de la figure.



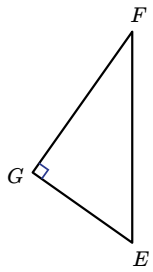
(a) Écris $\sin(\widehat{LKM})$.

(b) Écris $\sin(\widehat{KML})$.

(c) Zoé écrit $\tan(\widehat{KML}) = \frac{KL}{KM}$. A-t-elle raison ? Corrige si besoin.

(d) Le quotient $\frac{LM}{KL}$ est la tangente d'un angle aigu du triangle. Duquel ? Justifie.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatisme : SOH, CAH ou TOA ?** — EFG est un triangle rectangle en G. Pour chaque situation, nomme les deux côtés qui interviennent en partant de l'angle, puis choisis SOH, CAH ou TOA. Ne calcule rien.



(a) On connaît $\widehat{GEF}$ et EF, on cherche FG. Quelle formule faut-il utiliser ?

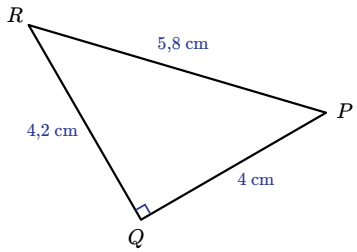
(b) Ali connaît $\widehat{GEF}$ et FG. Pour calculer EG, il choisit le cosinus. A-t-il raison ? Justifie.

(c) On connaît $\widehat{EFG}$ et FG, on cherche EF. Quelle formule faut-il utiliser ?

(d) On connaît EG et EF. Quelle touche de la calculatrice donne $\widehat{GEF}$?

(e) Tom récite : « SOH : sinus = adjacent ÷ hypoténuse ; TOA : tangente = opposé ÷ hypoténuse ». Corrige ses deux erreurs.

Ex. 10 ★☆☆ **Valeur exacte avant l'arrondi** — PQR est un triangle rectangle en Q, avec $PQ = 4$ cm, $QR = 4{,}2$ cm et $PR = 5{,}8$ cm. Donne chaque résultat sous forme de fraction simplifiée, puis arrondis au centième.



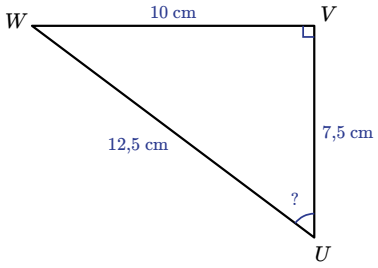
(a) Calcule $\sin(\widehat{QPR})$.

(b) Calcule $\tan(\widehat{QPR})$ et compare le résultat à 1. Est-ce possible ? Justifie.

(c) Calcule $\tan(\widehat{PRQ})$.

(d) Le sinus de $\widehat{PRQ}$ est-il plus petit ou plus grand que sa tangente ? Justifie par un calcul.

Ex. 11 ★★☆ **Vrai ou faux : deux élèves et un triangle** — UVW est un triangle rectangle en V, avec $UV = 7{,}5$ cm, $VW = 10$ cm et $UW = 12{,}5$ cm. Pour les deux premières questions, dis si l'affirmation est vraie ou fausse et justifie. Arrondis l'angle au degré.



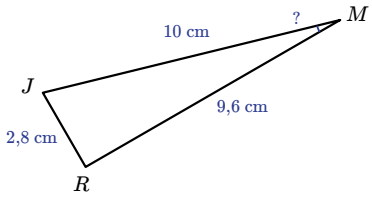
(a) Inès affirme : « $\sin(\widehat{VUW}) = \frac{UW}{VW}$ ».

(b) Sami affirme : « $\tan(\widehat{VUW}) = \frac{VW}{UW}$ ».

(c) Calcule $\tan(\widehat{UWV})$ sous forme de fraction simplifiée. Est-ce la même valeur que $\tan(\widehat{VUW})$? Explique.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{VUW}$ en utilisant le sinus.

Ex. 12 ★★★ **Un triangle penché : prouver l'angle droit, puis écrire sinus et tangente** — MRJ est un triangle avec $MR = 9{,}6$ cm, $RJ = 2{,}8$ cm et $MJ = 10$ cm. Ne mesure pas sur la figure : calcule. Donne les quotients sous forme de fraction simplifiée, puis arrondis-les au centième et arrondis les angles au dixième.



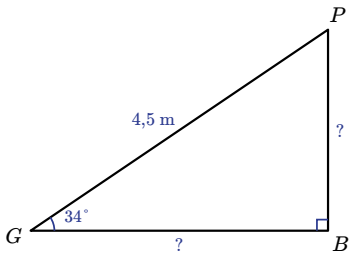
(a) Démontre que le triangle MRJ est rectangle en R.

(b) Écris $\sin(\widehat{RMJ})$ et $\tan(\widehat{RMJ})$ avec les lettres de la figure, puis donne leurs valeurs exactes.

(c) Pour l'angle $\widehat{RJM}$, Maël écrit $\sin(\widehat{RJM}) = \frac{MJ}{MR}$ et $\tan(\widehat{RJM}) = \frac{RJ}{MR}$. Corrige ses deux erreurs.

(d) Calcule $\widehat{RMJ}$ avec la touche inverse, puis déduis-en $\widehat{RJM}$ sans utiliser la calculatrice.

Ex. 13 ★★★ **Le toboggan du parc de Valence** — Le toboggan droit $[PG]$ mesure 4,5 m de long. L'échelle $[PB]$ est verticale et le sol (GB) est horizontal. Le toboggan fait un angle de 34° avec le sol. Arrondis les longueurs au centimètre et les angles au dixième.



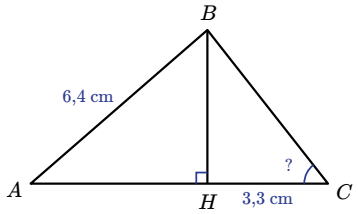
(a) Calcule la hauteur PB de l'échelle.

(b) Noé écrit « $BG = 4{,}5 \times \tan(34°)$ car c'est TOA ». Explique son erreur, puis calcule BG.

(c) Le parc veut un toboggan plus doux : même hauteur PB, mais un angle de 25° avec le sol. Calcule la longueur de ce nouveau toboggan.

(d) Avec la même hauteur PB, quel angle avec le sol faut-il pour que le toboggan s'arrête à 3 m du pied de l'échelle ?

Ex. 14 ★★★ **Type brevet : une hauteur, deux triangles rectangles** — Dans le triangle ABC, $[BH]$ est la hauteur issue de B : H est sur $[AC]$ et $(BH) \perp (AC)$. On donne $AB = 6{,}4$ cm, $\widehat{BAC} = 41°$ et $HC = 3{,}3$ cm. Arrondis les longueurs au millimètre et les angles au dixième.



(a) Calcule BH.

(b) Lina récite « CAH : cosinus = hypoténuse ÷ adjacent » et trouve $AH \approx 8{,}5$ cm. Montre que c'est impossible, puis calcule AH.

(c) Calcule l'angle $\widehat{BCA}$.

(d) Hugo arrondit BH à l'unité avant de calculer $\widehat{BCA}$. Quel angle trouve-t-il ? Explique pourquoi il ne faut pas arrondir trop tôt.

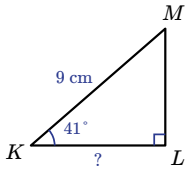
(e) Le triangle ABC est-il rectangle en B ? Justifie.

3. *Calculer une longueur*

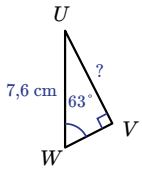
À retenir : Longueur cherchée en haut du quotient : je multiplie ($AB = 5 \times \cos(40°)$). En bas : je divise ($AC = \frac{3}{\sin(40°)}$). Calculatrice en mode degrés, arrondi seulement à la fin ; l'hypoténuse reste le plus long côté.

Ex. 15 ★★☆ **Automatismes — la longueur cherchée est en haut : je multiplie** — Dans chaque triangle rectangle, choisis la bonne formule, puis calcule la longueur marquée « ? ». Arrondis au centième.

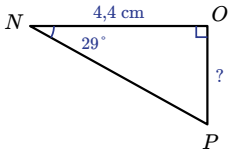
(a) Le triangle KLM est rectangle en L, avec $\widehat{LKM} = 41°$ et $KM = 9$ cm. Calcule KL.



(b) Le triangle UVW est rectangle en V, avec $\widehat{VWU} = 63°$ et $UW = 7{,}6$ cm. Calcule UV.

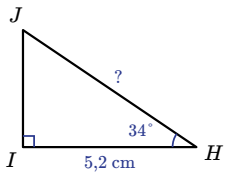


(c) Le triangle NOP est rectangle en O, avec $\widehat{ONP} = 29°$ et $ON = 4{,}4$ cm. Calcule OP.

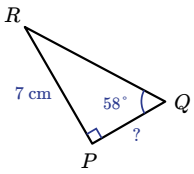


Ex. 16 ★★☆ **Automatismes — la longueur cherchée est en bas : je divise** — Dans chaque triangle rectangle, calcule la longueur marquée « ? », puis contrôle ton résultat avec les autres côtés. Arrondis au dixième.

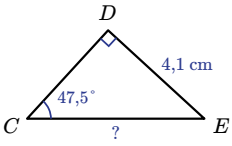
(a) Le triangle HIJ est rectangle en I, avec $\widehat{IHJ} = 34°$ et $HI = 5{,}2$ cm. Calcule l'hypoténuse HJ.



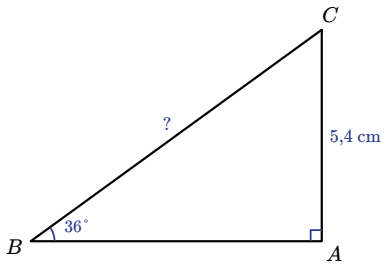
(b) Le triangle PQR est rectangle en P, avec $\widehat{PQR} = 58°$ et $PR = 7$ cm. Calcule PQ.



(c) Le triangle CDE est rectangle en D, avec $\widehat{DCE} = 47{,}5°$ et $DE = 4{,}1$ cm. Calcule l'hypoténuse CE.



Ex. 17 ★★☆ **Trois élèves, trois erreurs** — Le triangle ABC est rectangle en A, avec $\widehat{ABC} = 36°$ et $AC = 5{,}4$ cm. Trois élèves calculent l'hypoténuse BC. Arrondis au centième.

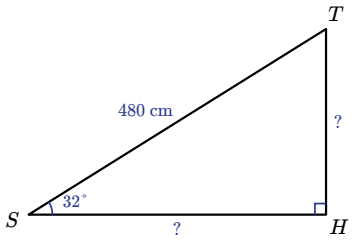


(a) Noah écrit $BC = 5{,}4 \times \sin(36°) \approx 3{,}17$ cm. Explique sans calcul pourquoi c'est impossible, puis calcule BC correctement.

(b) Inès arrondit d'abord $\sin(36°)$ à 0,59, puis divise. Quel résultat obtient-elle ? Pourquoi n'est-il pas juste ?

(c) Sami tape le bon calcul mais obtient $BC \approx -5{,}44$ cm. Comment voit-on que c'est absurde ? Quel réglage de sa calculatrice doit-il corriger ?

Ex. 18 ★★☆ **Le toboggan de Malo** — Malo installe un toboggan dans son jardin, à Royan. La glissière [ST] mesure 480 cm et fait un angle de 32° avec le sol horizontal [SH]. Le support [TH] est vertical, donc le triangle STH est rectangle en H. Donne les longueurs en mètres et arrondis au dixième.



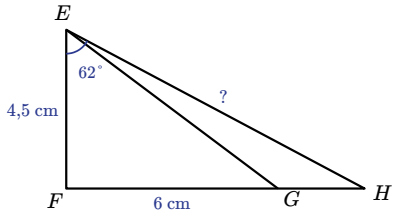
(a) Calcule la hauteur TH du toboggan, en mètres.

(b) Calcule la longueur au sol SH avec une formule de trigonométrie, en mètres.

(c) Vérifie ton résultat sur SH avec le théorème de Pythagore, en gardant la valeur de TH non arrondie.

(d) La place libre au sol dans le jardin mesure 420 cm. Le toboggan y tient-il ? Justifie par un calcul.

Ex. 19 ★★★ **Brevet — de Pythagore à la tangente** — Sur la figure, $EF = 4{,}5$ cm, $FG = 6$ cm et $EG = 7{,}5$ cm. Le point H est sur la demi-droite [FG), au-delà de G, et $\widehat{FEH} = 62°$. Arrondis au centième.



(a) Démontre que le triangle EFG est rectangle en F.

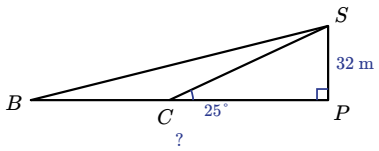
(b) Calcule FH, puis déduis-en GH.

(c) Calcule EH avec une formule de trigonométrie.

(d) Calcule l'aire du triangle EGH.

(e) Contrôle ta valeur de EH avec le théorème de Pythagore, en utilisant la valeur non arrondie de FH.

Ex. 20 ★★★ **Le phare vu de la mer** — Gaspard navigue le long de la côte. Depuis son bateau, au point B, il voit le sommet S d'un phare de 32 m de haut sous un angle de 14° avec l'horizontale. Le pied P du phare est au niveau de la mer et on néglige la hauteur du bateau. Arrondis au dixième.



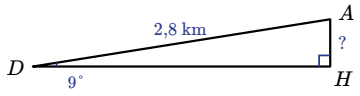
(a) Calcule la distance BP entre le bateau et le pied du phare.

(b) Jade, la sœur de Gaspard, fait le même calcul et sa calculatrice affiche environ 4,42 m. Explique pourquoi c'est absurde et trouve l'erreur de réglage.

(c) Gaspard avance en ligne droite vers le phare jusqu'au point C. Il voit alors le sommet sous un angle de 25°. Calcule la distance BC parcourue.

(d) Calcule la distance CS entre le bateau, au point C, et le sommet du phare.

Ex. 21 ★★★ **Capucine décolle de Nantes** — Capucine pilote un avion qui décolle de l'aérodrome de Nantes. Juste après le décollage, l'avion monte en ligne droite et fait un angle de 9° avec le sol horizontal. D est le point de décollage, A la position de l'avion et H le point du sol à la verticale de A. Arrondis au dixième.



(a) L'avion a parcouru $DA = 2{,}8$ km sur sa trajectoire. Calcule son altitude AH, en mètres.

Ex. 21 (suite)

(b) Calcule à ce moment la distance horizontale DH, en mètres.

(c) Une antenne de 150 m de haut se trouve à 3 km de D, à l'horizontale. L'avion doit passer au moins 300 m au-dessus d'elle. Est-ce le cas ? Justifie par un calcul.

(d) Quelle distance l'avion a-t-il parcourue sur sa trajectoire quand il atteint 1 km d'altitude ? Contrôle ta réponse.

4. *Calculer un angle avec les touches inverses*

À retenir : Deux côtés connus : je choisis SOH, CAH ou TOA, je calcule le quotient exact, puis la touche inverse en mode degrés : $\tan^{-1}(5 \div 4) \approx 51{,}3°$. Erreur avec $\sin^{-1}$ ou $\cos^{-1}$: côtés inversés. Pente de p % : tan $= p \div 100$.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes — les touches inverses** — Ta calculatrice est en mode degrés. Arrondis au dixième.

(a) $\cos(\widehat{A}) = 0{,}35$: calcule l'angle aigu $\widehat{A}$.

(b) $\tan(\widehat{C}) = \frac{9}{4}$: calcule l'angle aigu $\widehat{C}$.

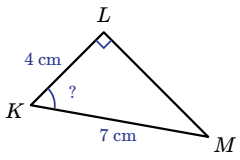
(c) Vrai ou faux ? « L'angle aigu dont le sinus vaut 0,8 mesure plus de 50°. » Justifie par un calcul.

(d) Lou tape $\cos^{-1}(7 \div 5)$ pour un angle aigu $\widehat{D}$ et la calculatrice affiche « Erreur ». Explique pourquoi.

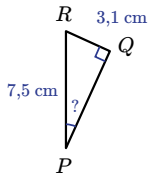
(e) Vrai ou faux ? « Aucun angle aigu n'a une tangente égale à 3. » Justifie.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes — choisir la bonne touche** — Pour chaque triangle, choisis SOH, CAH ou TOA avec les deux côtés connus, puis calcule l'angle marqué d'un « ? ». Ne mesure pas, calcule. Arrondis au degré.

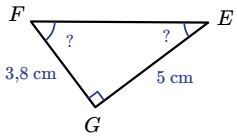
(a) Le triangle KLM est rectangle en L, avec KL = 4 cm et KM = 7 cm : calcule $\widehat{LKM}$.



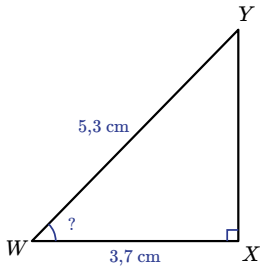
(b) Le triangle PQR est rectangle en Q, avec QR = 3,1 cm et PR = 7,5 cm : calcule $\widehat{QPR}$.



(c) Le triangle EFG est rectangle en G, avec EG = 5 cm et FG = 3,8 cm : calcule $\widehat{GEF}$, puis déduis-en $\widehat{EFG}$.



Ex. 24 ★★☆ **Les trois erreurs de Yanis** — Le triangle WXY est rectangle en X, avec WX = 3,7 cm et WY = 5,3 cm. Yanis cherche les deux angles aigus et fait trois erreurs. Arrondis au dixième.

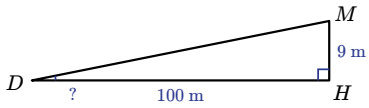


(a) Pour $\widehat{XWY}$, Yanis écrit $\tan(\widehat{XWY}) = \frac{3{,}7}{5{,}3}$. Corrige sa formule en justifiant.

(b) Il arrondit ensuite 3,7 ÷ 5,3 à 0,70 et trouve 45,6°. Explique pourquoi c'est faux au dixième, puis donne $\widehat{XWY}$.

(c) Pour $\widehat{WYX}$, il tape $\sin^{-1}(5{,}3 \div 3{,}7)$ et la calculatrice affiche « Erreur ». Explique pourquoi, puis calcule $\widehat{WYX}$.

Ex. 25 ★★☆ **Le panneau du col** — Près de Briançon, Clara monte à vélo une route de montagne. Un panneau indique une pente de 9 % : la route monte de 9 m pour 100 m parcourus à l'horizontale. Arrondis au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

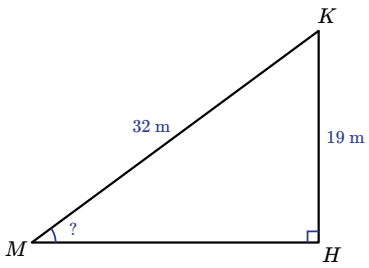
(a) Clara affirme : « La route fait un angle de 9° avec l'horizontale. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(b) Son frère tape tan(0,09) et obtient environ 0,0016. Explique son erreur.

(c) Une amie tape $\tan^{-1}(0{,}09)$ et lit 0,0898. Quel réglage de sa calculatrice doit-elle changer ?

(d) Plus loin, la route fait un angle de 8° avec l'horizontale. Quelle pente en pourcentage faut-il écrire sur le panneau ?

Ex. 26 ★★★ **Le cerf-volant de Quiberon** — Sur la plage de Quiberon, Inès tient en M le fil tendu et rectiligne [MK] de son cerf-volant K. Le fil mesure 32 m. K est à 19 m au-dessus du point H, qui est à la hauteur de sa main : le triangle MHK est rectangle en H. Arrondis au dixième.



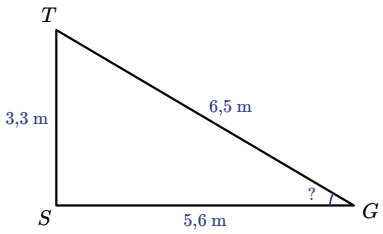
(a) Tom tape $\sin^{-1}(32 \div 19)$ et sa calculatrice affiche « Erreur ». Explique pourquoi, puis calcule $\widehat{KMH}$.

(b) Léa calcule d'abord MH avec le théorème de Pythagore et l'arrondit à 25,7 m, puis elle utilise la touche $\cos^{-1}$. Quel angle trouve-t-elle ? Explique l'écart.

(c) Calcule l'angle $\widehat{MKH}$ que fait le fil avec la verticale.

(d) Le vent faiblit : le cerf-volant descend à 15 m au-dessus de H, et le fil reste tendu et mesure toujours 32 m. Inès affirme que l'angle $\widehat{KMH}$ a diminué de plus de 8°. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 27 ★★★ **Le toboggan du parc** — Dans un parc de Lille, un grand toboggan a une échelle [ST] de 3,3 m et une glissière [GT] de 6,5 m. Au sol, SG = 5,6 m. Arrondis au dixième.



(a) Démontre que le triangle GST est rectangle en S.

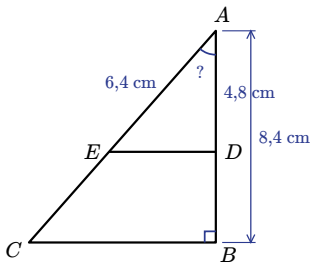
(b) Calcule l'angle $\widehat{SGT}$ que fait la glissière avec le sol.

(c) Lina calcule $\widehat{SGT}$ en tapant $\cos^{-1}(5{,}6 \div 6{,}5)$. Trouve-t-elle le même résultat ? Justifie.

(d) Un second toboggan a la même hauteur de 3,3 m et une pente de 40 %. Calcule l'angle de sa glissière avec le sol. Lequel des deux toboggans est le plus raide ?

(e) Calcule la longueur au sol de ce second toboggan, entre le pied de son échelle et le bas de sa glissière.

Ex. 28 ★★★ **Deux triangles emboîtés** — Les points A, D, B sont alignés, de même que les points A, E, C. Le triangle ABC est rectangle en B et les droites (DE) et (BC) sont parallèles. On donne AD = 4,8 cm, AE = 6,4 cm et AB = 8,4 cm. Arrondis au dixième.



(a) Démontre que le triangle ADE est rectangle en D.

(b) Malik tape $\cos(4{,}8 \div 6{,}4)$ et obtient 0,9999. Explique son erreur, puis calcule $\widehat{DAE}$.

(c) Théo écrit $\widehat{ACB} = 180° - \widehat{BAC}$ et trouve un angle de plus de 130°. Explique pourquoi c'est impossible, puis calcule $\widehat{ACB}$.

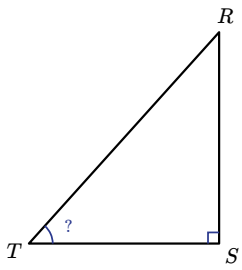
(d) Calcule la longueur AC.

(e) Vérifie ta réponse à la question sur $\widehat{ACB}$ en calculant cet angle à partir des seules longueurs AB et AC.

5. *Angles complémentaires et relations*

À retenir : Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires (somme 90°) :
$\cos(x) = \sin(90° - x)$, ex. $\sin(34°) = \cos(56°)$.
$\cos(60°) = \sin(30°) = 0{,}5$ et $\tan(45°) = 1$; les quotients ne sont pas proportionnels aux angles.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : l'autre angle aigu** — Sans calculatrice. La figure montre un triangle RST rectangle en S avec $\widehat{SRT} = 42°$. Arrondis au millième.



(a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{RTS}$.

(b) Complète $\sin(\widehat{RTS}) = \frac{\cdots}{RT}$ avec une longueur du triangle, puis compare avec $\cos(\widehat{SRT})$.

(c) Sachant que $\cos(72°) \approx 0{,}309$, donne une valeur approchée de $\sin(18°)$.

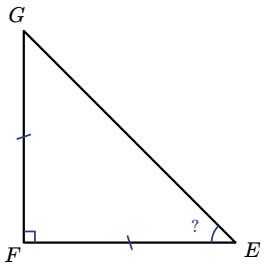
(d) Trouve l'angle aigu x tel que $\sin(x) = \cos(25°)$.

Ex. 29 **(suite)**

(e) On donne $\tan(50°) \approx 1{,}192$. Donne une valeur approchée de $\tan(40°)$.

(f) Lina affirme : « Ce triangle rectangle a deux angles aigus de 35° et 65°. » Est-ce possible ? Justifie.

Ex. 30 ★★★ **Automatismes : valeurs remarquables et pièges** — Sans calculatrice. Le triangle EFG est rectangle et isocèle en F.



(a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{FEG}$? Justifie.

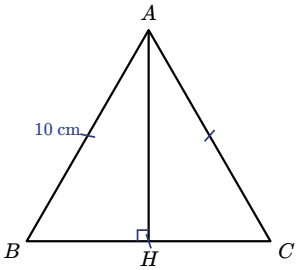
(b) Explique pourquoi $\tan(\widehat{FEG}) = 1$.

(c) Inès affirme que $\sin(60°) = 0{,}5$. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Tom pense que $\cos(60°) = 2 \times \cos(30°)$, car $60 = 2 \times 30$. On donne $\cos(30°) \approx 0{,}866$. Calcule $2 \times \cos(30°)$ et conclus.

(e) Range dans l'ordre croissant $\cos(20°)$, $\cos(50°)$ et $\cos(80°)$. Justifie.

Ex. 31 ★★★ **Retrouver les valeurs de 30° et 60°** — Le triangle ABC est équilatéral de côté 10 cm et [AH] est sa hauteur issue de A. Arrondis au dixième.



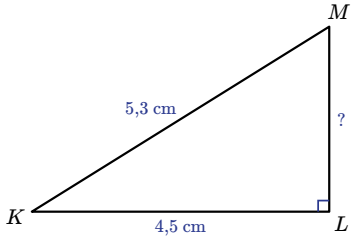
(a) Justifie que le triangle ABH est rectangle en H, puis donne BH et les mesures des angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{BAH}$.

(b) Calcule AH : donne la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(c) Déduis-en $\cos(60°)$ et $\sin(30°)$ sous forme de fractions simplifiées.

(d) Écris $\sin(60°)$ et $\cos(30°)$ avec les longueurs de la figure. Que remarques-tu ?

Ex. 32 ★★★ **Complément guidé : $\cos^2 + \sin^2 = 1$** — Complément (hors programme de 3e). Le triangle KLM est rectangle en L, avec $KL = 4{,}5$ cm et $KM = 5{,}3$ cm.



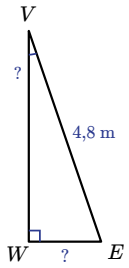
(a) Calcule LM avec le théorème de Pythagore.

(b) Écris $\cos(\widehat{LKM})$ et $\sin(\widehat{LKM})$ en fractions d'entiers, puis vérifie que $\cos^2(\widehat{LKM}) + \sin^2(\widehat{LKM}) = 1$.

(c) Démontre que $\cos^2(\widehat{LKM}) + \sin^2(\widehat{LKM}) = 1$ quelles que soient les longueurs : écris ces carrés avec KL, LM et KM, puis utilise le théorème de Pythagore.

(d) Calcule $\tan(\widehat{LKM})$ de deux façons : avec $\frac{LM}{KL}$, puis avec $\frac{\sin(\widehat{LKM})}{\cos(\widehat{LKM})}$.

Ex. 33 ★★★ **L'échelle contre le mur** — Une échelle [EV] de 4,8 m est posée contre un mur vertical [WV]. Le sol [EW] est horizontal et l'échelle fait un angle de 71° avec le sol. Par sécurité, cet angle doit être compris entre 65° et 75°. Arrondis les longueurs au centième et les angles au dixième.



(a) Noé affirme : « L'angle entre l'échelle et le mur mesure $180° - 71° = 109°$. » Corrige son erreur et calcule $\widehat{EVW}$.

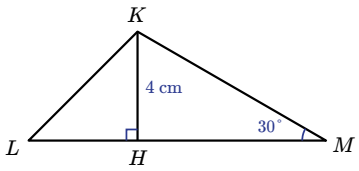
(b) Calcule EW avec le cosinus. Explique ensuite pourquoi $4{,}8 \times \sin(\widehat{EVW})$ donne le même résultat.

(c) On rapproche le pied de l'échelle du mur : maintenant $EW = 1{,}2$ m. Léna affirme que l'angle avec le sol a augmenté, sans le calculer. Justifie avec le cosinus.

(d) Calcule le nouvel angle $\widehat{WEV}$. L'échelle est-elle encore bien placée ? Justifie.

(e) Dans cette nouvelle position, calcule la hauteur WV atteinte par l'échelle sur le mur.

Ex. 34 ★★★ **Une hauteur, 45° et 30° : figure composée** — Sur la figure, [KH] est la hauteur issue de K dans le triangle KLM. On a KH = 4 cm, $\widehat{KLH} = 45°$ et $\widehat{KMH} = 30°$. Arrondis au centième.



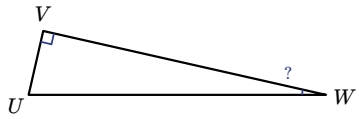
(a) Sans calculatrice, démontre que LH = 4 cm.

(b) Sacha écrit : « $\sin(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, donc $KM = 4 \div \frac{\sqrt{3}}{2}$ ». Corrige son erreur, puis calcule KM sans calculatrice.

(c) Calcule l'angle $\widehat{HKM}$, puis la longueur HM en utilisant $\tan(\widehat{HKM})$.

(d) Yanis affirme : « $\widehat{HKM}$ est le double de $\widehat{HMK}$, donc $\tan(\widehat{HKM}) = 2 \times \tan(\widehat{HMK})$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 35 ★★★ **Complément guidé : passer d'un quotient aux autres** — Complément (hors programme de 3e). Le triangle UVW est rectangle en V. On ne connaît aucune longueur, seulement $\cos(\widehat{VUW}) = \frac{9}{41}$. On admet $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ (démontrée avec le théorème de Pythagore) et $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$. Arrondis les quotients au centième et les angles au dixième.



(a) Pour calculer $\cos^2(\widehat{VUW})$, Mila met l'angle au carré, puis elle prend le cosinus. Explique son erreur, puis calcule $\cos^2(\widehat{VUW})$ sous forme de fraction.

(b) Déduis-en $\sin(\widehat{VUW})$. Léo trouve aussi $-\frac{40}{41}$: pourquoi faut-il rejeter cette valeur ?

(c) Calcule $\tan(\widehat{VUW})$ sous forme de fraction, puis donne une valeur approchée.

(d) Sans calculatrice, donne le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{UWV}$.

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{VUW}$, puis celle de l'angle $\widehat{UWV}$.

6. *Problèmes : hauteurs, pentes, distances*

À retenir : Schéma d'abord : je code l'angle droit (mur vertical, sol horizontal) ; l'angle avec le mur n'est pas l'angle avec le sol. Pente en % = tangente : 10 % donne $\tan^{-1}(0{,}1) \approx 5{,}7°$. J'ajoute la hauteur des yeux et je conclus avec l'unité.

Ex. 36 ★★☆ **Automatismes : le schéma avant le calcul** — Pour chaque situation sans figure, fais un schéma à main levée et code l'angle droit (mur vertical, sol horizontal). Calcule ensuite la longueur demandée. Arrondis au dixième.

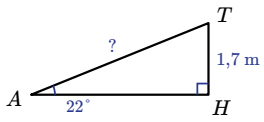
(a) Une échelle de 4,8 m est appuyée contre un mur vertical. Elle fait un angle de 16° avec le mur. À quelle hauteur du sol arrive-t-elle sur le mur ?

(b) Inès tient le fil tendu de son cerf-volant, long de 35 m. Le fil fait un angle de 48° avec l'horizontale. De combien le cerf-volant est-il plus haut que sa main ?

(c) Un toboggan rectiligne de 3,6 m de long fait un angle de 34° avec le sol horizontal. Quelle longueur occupe-t-il au sol ?

(d) Un avion décolle en ligne droite avec un angle de 14° avec la piste. Il a survolé 1,8 km de sol, mesurés à l'horizontale. Quelle est alors son altitude, en mètres ?

(e) La rampe [AT] d'un tremplin de ski nautique fait un angle de 22° avec l'eau. Son sommet T est à 1,7 m au-dessus de l'eau. Quelle est la longueur AT de la rampe ?



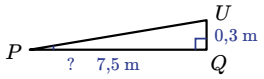
Ex. 37 ★★☆ **Automatismes : pente et angle** — La pente d'une route ou d'une rampe est la tangente de l'angle qu'elle fait avec l'horizontale, écrite en pourcentage. Arrondis au dixième.

(a) Une route de montagne a une pente de 7 %. Quel angle fait-elle avec l'horizontale ?

(b) Une piste cyclable fait un angle de 3° avec l'horizontale. Quelle est sa pente, en pourcentage ?

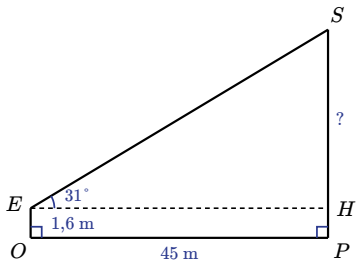
(c) Léo affirme : « Une pente de 15 %, c'est un angle de 15° avec l'horizontale. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(d) La rampe d'accès [PU] monte de 0,3 m pour une distance horizontale de 7,5 m. Elle est conforme si son angle avec l'horizontale est inférieur à 5°. Est-elle conforme ? Justifie.



La figure n'est pas à l'échelle.

Ex. 38 ★★☆ **La hauteur du phare** — Nadia se tient debout en O, à 45 m du pied P d'un phare vertical [PS]. Ses yeux E sont à 1,6 m du sol. Le point H est sur [PS], à la hauteur de ses yeux. Elle voit le sommet S sous un angle d'élévation $\widehat{SEH} = 31°$. Arrondis au dixième de mètre.



La figure n'est pas à l'échelle.

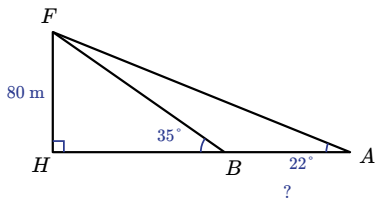
(a) Explique pourquoi le triangle EHS est rectangle en H et pourquoi $EH = 45$ m.

(b) Pour calculer HS, Tom a écrit $HS = \frac{45}{\tan(31°)} \approx 74{,}9$ m. Explique pourquoi ce résultat n'est pas vraisemblable, puis calcule HS correctement.

(c) Déduis-en la hauteur PS du phare.

(d) Nadia avance vers le phare jusqu'à voir le sommet S sous un angle d'élévation de 45°. À quelle distance du pied du phare est-elle alors ? Justifie sans calculer de tangente.

Ex. 39 ★★☆ **Deux bateaux au pied de la falaise** — Une falaise verticale [HF] mesure 80 m de haut. Deux bateaux A et B sont alignés avec son pied H, sur la mer horizontale. Depuis A, on voit le sommet F sous un angle d'élévation de 22°. Depuis B, on le voit sous un angle de 35°. N'arrondis qu'à la fin, au dixième de mètre.



(a) Calcule la distance HA.

(b) Calcule la distance HB.

(c) Déduis-en la distance AB entre les deux bateaux.

(d) Le bateau A est-il à moins de 0,2 km du pied de la falaise ? Justifie.

Ex. 40 ★★★ **La rampe de la médiathèque** — Une rampe d'accès [AB] part du trottoir horizontal en A et monte jusqu'à l'entrée d'une médiathèque, en B. La rampe mesure 9,6 m de long et B est 0,45 m plus haut que le trottoir. C est le point du trottoir situé à la verticale de B. Le règlement de la commune impose une pente de 5 % au plus. Arrondis les longueurs au centième et les angles et pourcentages au dixième.

(a) Fais un schéma à main levée et code l'angle droit. Explique pourquoi le triangle ABC est rectangle, puis calcule la distance horizontale AC.

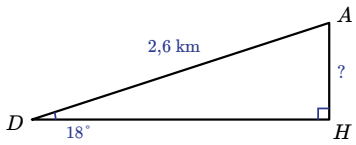
Ex. 40 (suite)

(b) Calcule l'angle $\widehat{BAC}$ que fait la rampe avec le trottoir. Ce résultat est-il vraisemblable pour une rampe ? Justifie.

(c) Calcule la pente de la rampe en pourcentage. La rampe respecte-t-elle le règlement ? Justifie par un calcul.

(d) Pour une autre entrée, 0,55 m plus haute que le trottoir, la commune veut une rampe de pente exactement 5 %. Calcule sa distance horizontale, puis la longueur de la rampe.

Ex. 41 ★★★ **Le téléphérique du Pic Blanc** — Le câble d'un téléphérique est assimilé à un segment [DA] de 2,6 km. Il fait un angle de 18° avec l'horizontale. La gare de départ D est à 1 350 m d'altitude. H est le point situé à la verticale de la gare d'arrivée A et à la même altitude que D. Arrondis les longueurs au mètre (au centième en km) et la pente au dixième de %.



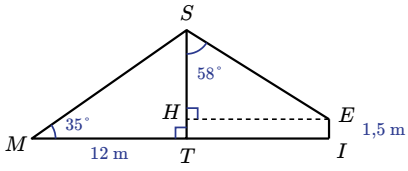
(a) Convertis la longueur du câble en mètres, puis calcule le dénivelé AH en mètres.

(b) Yanis ajoute la longueur du câble à l'altitude de D pour trouver l'altitude de A. Repère son erreur, puis calcule l'altitude de la gare A.

(c) Une carte indique la distance horizontale DH entre les deux gares. Calcule-la en km. Pourquoi n'est-elle pas égale à 2,6 km ?

(d) Calcule la pente moyenne du câble, en pourcentage.

Ex. 42 ★★★ **L'arbre vu des deux côtés** — Un arbre vertical [TS] pousse sur un sol horizontal. Malo est allongé au sol en M, avec MT = 12 m, et voit le sommet S sous un angle de 35° avec l'horizontale. De l'autre côté, Iris est debout en I, ses yeux E à 1,5 m du sol. H est le point de [TS] à la hauteur de ses yeux. Son appareil indique que [ES] fait un angle de 58° avec la verticale. Arrondis au centième.



(a) Calcule la hauteur TS de l'arbre.

(b) Iris affirme que l'angle d'élévation $\widehat{HES}$ mesure 58°. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Calcule la longueur SH, puis la distance EH.

(d) Calcule la distance MI entre Malo et Inès.

7. Exercices type brevet

À retenir : Avant d'utiliser cos, sin ou tan, je prouve l'angle droit (réciproque de Pythagore, ou angles correspondants avec Thalès). Je nomme le théorème et le triangle. Je garde la valeur exacte ($BC = \sqrt{41}$, pas 6,4) et j'arrondis seulement à la fin.

Ex. 43 ★☆☆ **Choisir le bon outil** — Pour chaque situation, nomme l'outil à utiliser (Pythagore, sa réciproque, Thalès, cosinus, sinus ou tangente) et le triangle dans lequel tu l'appliques. Ne fais pas le calcul.

(a) Le triangle KLM est rectangle en L, avec $KL = 4$ cm et $LM = 9$ cm. On cherche la longueur KM.

(b) Le triangle PQR est rectangle en Q, avec $\widehat{QPR} = 41°$ et $PR = 8{,}3$ cm. On cherche la longueur QR.

(c) Le triangle ABC a pour côtés $AB = 3{,}9$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 8{,}9$ cm. On veut savoir s'il est rectangle.

(d) Dans le triangle EFG, H est sur [EF], I est sur [EG] et $(HI) \parallel (FG)$. On connaît EH, EF et FG, et on cherche HI.

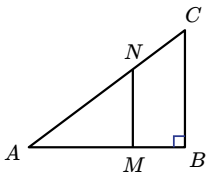
(e) Le triangle STU est rectangle en T, avec $ST = 3{,}6$ cm et $TU = 5{,}1$ cm. On cherche la mesure de l'angle $\widehat{TSU}$.

Ex. 44 ★☆☆ **L'angle droit est-il prouvé ?** — Pour utiliser cos, sin ou tan, il faut un triangle rectangle. Réponds à chaque question et justifie ta réponse.

(a) Le triangle UVW a pour côtés $UV = 4{,}5$ cm, $VW = 6$ cm et $UW = 7{,}5$ cm. Peut-on écrire $\cos(\widehat{VUW}) = \frac{UV}{UW}$? Justifie par un calcul.

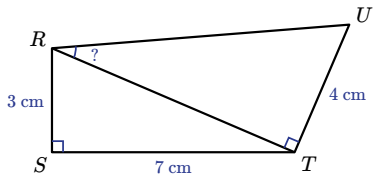
(b) Le triangle HJK a pour côtés $HJ = 6$ cm, $JK = 9$ cm et $HK = 11$ cm. Noé écrit $\sin(\widehat{JHK}) = \frac{JK}{HK}$. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Sur la figure, le triangle ABC est rectangle en B, M est sur [AB], N est sur [AC] et $(MN) \parallel (BC)$. Le triangle AMN est-il rectangle ? Si oui, en quel point ?



(d) Le triangle EFG est rectangle en E, S est sur [EF], T est sur [EG] et $(ST) \parallel (FG)$. Le triangle EST est-il rectangle ? Si oui, en quel point ?

Ex. 45 ★★☆ **Pythagore puis tangente : garder la valeur exacte** — Sur la figure, le triangle RST est rectangle en S et le triangle RTU est rectangle en T. On donne $RS = 3$ cm, $ST = 7$ cm et $TU = 4$ cm. Arrondis au dixième.

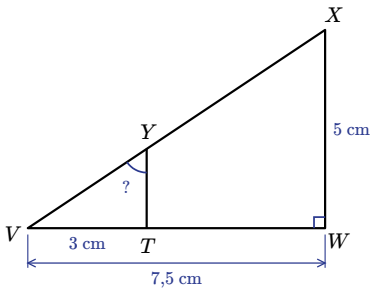


(a) Calcule la valeur exacte de RT, puis sa valeur approchée. Nomme le théorème et le triangle.

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{TRU}$ en utilisant la valeur exacte de RT.

(c) Zoé a arrondi RT au dixième avant de calculer $\widehat{TRU}$. Quelle mesure trouve-t-elle ? Explique pourquoi son résultat est faux.

Ex. 46 ★★☆ **Thalès puis trigonométrie** — Sur la figure, le triangle VWX est rectangle en W. Le point T est sur [VW], le point Y est sur [VX] et $(TY) \parallel (WX)$. On donne $VW = 7{,}5$ cm, $VT = 3$ cm et $WX = 5$ cm. Arrondis au dixième.

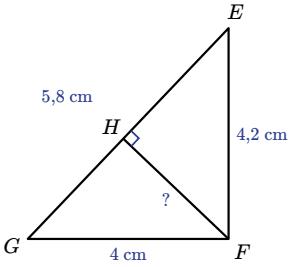


(a) Calcule la longueur TY. Nomme le théorème utilisé.

(b) Démontre que le triangle VTY est rectangle en T.

(c) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{VYT}$, puis écris une phrase de conclusion.

Ex. 47 ★★★ **Réciproque, angle puis hauteur** — Le triangle EFG a pour côtés $EF = 4{,}2$ cm, $FG = 4$ cm et $EG = 5{,}8$ cm. H est le pied de la hauteur issue de F : $(FH) \perp (EG)$. Arrondis les angles au dixième et les longueurs au centième.



(a) Démontre que le triangle EFG est rectangle. Précise en quel sommet.

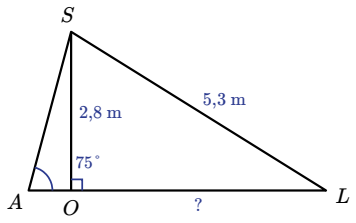
Ex. 47 **(suite)**

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FEG}$. Nomme le triangle utilisé.

(c) Dans quel triangle rectangle peux-tu utiliser l'angle $\widehat{FEG}$ pour calculer FH ? Calcule FH.

(d) Tom a arrondi l'angle $\widehat{FEG}$ au degré, puis il a calculé FH et trouvé $FH \approx 2{,}92$ cm. Explique son erreur.

Ex. 48 ★★★ **Le toboggan d'Annecy** — À Annecy, la mairie installe un toboggan. La plateforme [SO] est verticale et mesure 2,8 m. La glissière [SL] mesure 5,3 m. L'échelle [AS] fait avec le sol horizontal un angle $\widehat{SAO} = 75°$; A, O et L sont alignés sur le sol. Arrondis les longueurs au centimètre, les angles au degré et la pente au dixième.



(a) Calcule la longueur OL. Nomme le théorème et le triangle utilisés.

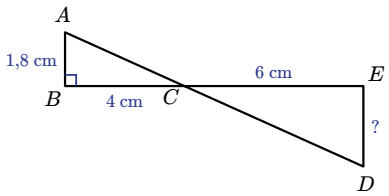
(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SLO}$ que fait la glissière avec le sol.

(c) Inès affirme : « La pente de la glissière en pourcentage est égale à la mesure de son angle avec le sol en degrés. » A-t-elle raison ? Calcule la pente.

(d) Calcule la longueur AS de l'échelle.

(e) L'espace prévu au sol, de A à L, mesure 5,5 m. Le toboggan y tient-il ? Justifie par un calcul.

Ex. 49 ★★★ **Papillon : Thalès, Pythagore puis tangente** — Les droites (AD) et (BE) se coupent en C. Le triangle ABC est rectangle en B et $(AB) \parallel (DE)$. On donne $AB = 1{,}8$ cm, $BC = 4$ cm et $CE = 6$ cm. Arrondis les longueurs au centième et les angles au dixième.



(a) Démontre que le triangle CDE est rectangle en E.

(b) Calcule la longueur DE. Nomme le théorème utilisé.

(c) Calcule la longueur CD. Nomme le théorème et le triangle utilisés.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$.

(e) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$ sans utiliser la calculatrice. Justifie.