1. Vocabulaire du triangle

Ex. 1 ★☆☆ **Automatisme — Sommets, côtés et angles du triangle KML**

(a) La lettre du milieu est L, donc le sommet de l'angle $\widehat{KLM}$ est L (et pas K).

(b) Le côté opposé à M est celui qui ne passe pas par M : c'est [KL].

(c) Les côtés [MK] et [ML] partent tous les deux de M. L'angle compris est donc en M : c'est $\widehat{KML}$ (ou $\widehat{LMK}$).

(d) Dans $\widehat{MKL}$, la lettre du milieu est K : c'est le sommet. L'angle est formé par les deux côtés qui partent de K : [KM] et [KL].

(e) Il a raison pour le triangle : on peut nommer ses sommets dans n'importe quel ordre. Il a tort pour l'angle : $\widehat{KLM}$ a pour sommet L, mais $\widehat{LKM}$ a pour sommet K. Ce sont deux angles différents. On peut écrire $\widehat{KLM}$ ou $\widehat{MLK}$.

(f) Je convertis : MK = 45 mm = 4,5 cm. Périmètre = KL + LM + MK = 5,9 + 4,6 + 4,5 = 15 cm.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatisme — Périmètre avec des cm et des mm**

(a) BC = 47 mm = 4,7 cm. Périmètre : 5,3 + 4,7 + 6 = 16 cm.

(b) YZ = 4,5 cm = 45 mm. Périmètre : 38 + 45 + 52 = 135 mm.

(c) Théo a additionné des cm et des mm. Or 36 mm = 3,6 cm. Périmètre : 8 + 3,6 + 9 = 20,6 cm.

Ex. 3 ★★☆ **Les erreurs de Lina**

(a) Faux : [GH] passe par H. Le côté opposé à H est celui qui ne passe pas par H : c'est [GJ].

(b) Faux : dans $\widehat{JGH}$, la lettre du milieu est G, donc le sommet est G. L'angle de sommet J se note $\widehat{GJH}$ (ou $\widehat{HJG}$).

(c) Faux : [GH] désigne le segment, pas un nombre. On écrit la longueur sans crochets : GH = 5 cm.

(d) Vrai : pour nommer un triangle, l'ordre des lettres ne compte pas. GHJ, JGH et HJG désignent le même triangle.

Ex. 4 ★★☆ **Les fanions de Ben**

(a) Périmètre = PQ + PR + QR, donc QR = 18,5 − 7 − 5,5 = 6 cm. Vérification : 7 + 5,5 + 6 = 18,5.

(b) ST + SU = 17 − 4,6 = 12,4 cm. Comme ST = SU : ST = 12,4 ÷ 2 = 6,2 cm. Vérification : 6,2 + 6,2 + 4,6 = 17.

(c) Il faut 18,5 + 17 = 35,5 cm de galon. Or 35,5 cm < 40 cm, donc c'est assez. Il restera 40 − 35,5 = 4,5 cm.

Ex. 5 ★★☆ **Le vitrail découpé**

(a) Il y a 3 triangles : NPT, NTR et le grand triangle NPR.

(b) Leur côté commun est [NT].

(c) Dans NPR, le côté qui ne passe pas par P est [NR]. Dans NPT, c'est [NT]. Le côté opposé dépend du triangle choisi.

(d) PR = PT + TR = 2 + 4 = 6 cm. Périmètre : 5 + 5 + 6 = 16 cm.

Ex. 6 ★★★ **La charpente du cabanon**

(a) Sur le codage, [FE] et [FG] portent le même trait, donc FE = FG. Or, si un triangle a deux côtés de même longueur, alors il est isocèle.
Donc FEG est isocèle en F. Sommet principal : F. Base : [EG]. Angles à la base : $\widehat{FEG}$ (sommet E) et $\widehat{FGE}$ (sommet G).

(b) Le petit carré en E marque un angle droit : EGH est rectangle en E. Les côtés [EG] et [EH] ont pour point commun E : l'angle compris entre eux est $\widehat{GEH}$, de sommet E. Il mesure 90°.
(Ce n'est pas $\widehat{EGH}$, qui a pour sommet G.)

(c) Dans FEG, le côté [EG] ne passe pas par F : il est opposé au sommet F. Dans EGH, il ne passe pas par H : il est opposé au sommet H.

(d) FG = FE = 5 cm (codage). Périmètre de FEG : 5 + 5 + 6 = 16 cm. GH = 75 mm = 7,5 cm. Périmètre de EGH : 6 + 4,5 + 7,5 = 18 cm.

(e) Le contour passe par F, E, H, G : FE + EH + HG + GF = 5 + 4,5 + 7,5 + 5 = 22 cm. On ne compte pas [EG], qui est à l'intérieur. Vérification : 16 + 18 − 6 − 6 = 22.

Ex. 7 ★★★ **La voile de la maquette**

(a) Vrai. UW = 42 mm = 4,2 cm, donc UV = UW = 4,2 cm. Les deux côtés égaux [UV] et [UW] partent de U : UVW est isocèle en U.

(b) Faux. Les trois côtés mesurent 4,2 cm : UVW est équilatéral. Il a bien deux côtés de même longueur, donc il est aussi isocèle. Un triangle équilatéral est toujours isocèle.

(c) Faux. La figure est à main levée : on ne se fie pas à l'œil. Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60°.
Donc $\widehat{UVW}$ mesure 60° : il n'est pas droit.

(d) Faux, deux fois. WUV et UVW désignent le même triangle : pour un triangle, l'ordre des lettres ne compte pas. Pour un angle, le sommet est la lettre du milieu : $\widehat{VWU}$ a pour sommet W.

(e) Faux. 42 mm ne fait pas 42 cm : il faut d'abord tout mettre dans la même unité. 4,2 + 4,2 + 4,2 = 12,6 cm, donc le périmètre est 12,6 cm.

Ex. 8 ★★★ **Les parts de pizza**

(a) Or, si un triangle est isocèle en S, alors ses deux côtés égaux partent du sommet principal S.
Donc SR = ST = 13 cm, et pas RS = RT. Base : [RT], le côté opposé à S. Angles à la base : $\widehat{SRT}$ (sommet R) et $\widehat{STR}$
(sommet T).

(b) 34,5 − 13 − 13 = 8,5, donc RT = 8,5 cm. Vérification : 13 + 13 + 8,5 = 34,5.

(c) Les trois côtés de BCD sont égaux : 34,5 ÷ 3 = 11,5, donc BC = 11,5 cm. Vérification : 11,5 × 3 = 34,5. Or CD = BC = 11,5 cm et RT = 8,5 cm. Comme 11,5 > 8,5, oui : [CD] est plus long que [RT].

(d) Non. [SR] et [ST] partent tous les deux de S : l'angle compris est en S. C'est $\widehat{RST}$ (ou $\widehat{TSR}$). $\widehat{SRT}$ a pour sommet R : c'est un angle à la base.

2. *Triangles particuliers : isocèle, équilatéral, rectangle*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : lire un codage**

(a) Le codage montre DB = DC. Or, si un triangle a deux côtés égaux, alors il est isocèle.
Donc BCD est isocèle en D : D est le sommet principal et [BC] est la base.

Ex. 9 **(suite)**

(b) Le codage montre un angle droit en H et HG = HI.
Donc GHI est un triangle rectangle isocèle en H.

(c) Non. La figure n'a aucun codage et aucune longueur n'est donnée : on ne se fie jamais à l'œil. On ne peut pas dire que XY = XZ, donc on ne peut pas affirmer que XYZ est isocèle.

(d) Oui. Le codage montre MN = NP = PM : MNP est équilatéral, et ses trois angles mesurent 180 ÷ 3 = 60°. Il a bien deux côtés égaux, par exemple MN = MP. Or, si un triangle a deux côtés égaux, alors il est isocèle. Un triangle équilatéral est donc aussi isocèle.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : trouver la nature d'un triangle**

(a) DE = EF = 5,3 cm. Or, si un triangle a deux côtés égaux, alors il est isocèle.
Donc DEF est isocèle en E, le point commun à [DE] et [EF]. Sa base est [DF].

(b) Or, si un triangle a trois angles de 60°, alors il est équilatéral.
Donc PQR est équilatéral (il est aussi isocèle).
Vérification : 60 + 60 + 60 = 180.

(c) Les deux angles égaux sont en E et en H : ce sont les angles à la base, et la base est [EH]. Or, si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.
Donc EGH est isocèle en G, et G est le sommet principal.

(d) ABC a un angle droit en B et deux côtés égaux, [BA] et [BC].
Donc ABC est un triangle rectangle isocèle en B.

(e) Les trois longueurs sont différentes et il n'y a aucun angle droit.
Donc LMN est un triangle quelconque.

Ex. 11 ★★☆ **Les fanions de Léna**

(a) RST est isocèle en S : S est le sommet principal et la base est [RT], le côté opposé à S.
Donc SR = ST. 70 − 18 = 52 et 52 ÷ 2 = 26, donc SR = ST = 26 cm. Vérification : 26 + 26 + 18 = 70.

(b) Un triangle équilatéral a trois côtés égaux, donc côté = périmètre ÷ 3. 22,8 ÷ 3 = 7,6, donc chaque côté mesure 7,6 cm. Vérification : 7,6 × 3 = 22,8.

(c) 1 m = 100 cm. Pour les deux fanions : 70 + 22,8 = 92,8 cm. 92,8 < 100, donc c'est suffisant. Il restera 100 − 92,8 = 7,2 cm de galon.

Ex. 12 ★★☆ **L'erreur de Zoé**

(a) KLM est isocèle en L : L est le sommet principal. La base est le côté opposé à L, c'est [KM].

(b) Non. Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux. Les angles à la base sont ceux de part et d'autre de [KM] : $\widehat{LKM}$ et $\widehat{LMK}$.
Donc $\widehat{LMK} = 58°$. L'angle $\widehat{KLM}$ est l'angle au sommet principal : il n'est pas un angle à la base.

(c) $180 - 58 - 58 = 64$, donc $\widehat{KLM} = 64°$. Vérification : $58 + 58 + 64 = 180$.

Ex. 13 ★★☆ **L'équerre d'Ilyes**

(a) 1. Je trace [UV] de 4,5 cm. 2. Avec l'équerre, je trace la perpendiculaire à (UV) qui passe par U. 3. Sur cette droite, je place W tel que UW = 4,5 cm. 4. Je trace [VW]. Contrôle : je mesure VW ≈ 6,4 cm.

(b) UVW a un angle droit en U, et UV = UW : il a deux côtés égaux, donc il est isocèle en U. UVW est un triangle rectangle isocèle en U.

(c) Non. Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60°. Il ne peut donc pas avoir d'angle de 90°. Un triangle ne peut pas être à la fois rectangle et équilatéral.

Ex. 14 ★★★ **Le vitrail d'Amandine**

(a) $180 - 60 - 60 = 60$, donc $\widehat{PRQ} = 60°$. Vérification : $60 + 60 + 60 = 180$.

(b) Les trois angles de PQR mesurent 60°. Or, si un triangle a trois angles de 60°, alors il est équilatéral. Donc PQR est équilatéral.

(c) Non. PQR a trois angles de 60° : il est équilatéral. Mais PRS a seulement deux côtés égaux, RP = RS, et $\widehat{PRS} = 90°$. Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60°.
Donc PRS n'est pas équilatéral : un triangle isocèle n'est pas forcément équilatéral.

(d) PQR est équilatéral, donc ses trois côtés ont la même longueur : $14,4 \div 3 = 4,8$, donc PR = 4,8 cm. Comme RS = RP, RS = 4,8 cm.

(e) PRS est rectangle en R et RP = RS : c'est un triangle rectangle isocèle en R. Sa base est [PS], donc ses angles à la base sont $\widehat{RPS}$ et $\widehat{RSP}$. Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux. $180 - 90 = 90$ et $90 \div 2 = 45$, donc $\widehat{RPS} = 45°$. Ensuite, $\widehat{QPS} = 60° + 45° = 105°$.

Ex. 15 ★★★ **La carte au trésor de Yanis**

(a) HG = HJ, donc GHJ est isocèle en H : H est le sommet principal. La base est le côté opposé à H : [GJ]. Les angles à la base sont $\widehat{HGJ}$ et $\widehat{HJG}$.

(b) Non. La figure est à main levée : on ne se fie pas à l'œil. Le codage montre seulement HG = HJ. De plus, si GHJ était équilatéral, alors $\widehat{GHJ}$ mesurerait 60°. Or il mesure 38°.
Donc GHJ n'est pas équilatéral.

(c) Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux. $180 - 38 = 142$ et $142 \div 2 = 71$, donc $\widehat{HGJ} = \widehat{HJG} = 71°$. Vérification : $38 + 71 + 71 = 180$.

(d) G, J et L sont alignés, donc $\widehat{HJG}$ et $\widehat{HJL}$ forment un angle plat. $180 - 71 = 109$, donc $\widehat{HJL} = 109°$. Vérification : $71 + 109 = 180$.

(e) Le sommet principal est F. $180 - 52,5 - 52,5 = 75$, donc $\widehat{EFK} = 75°$. Vérification : $52,5 + 52,5 + 75 = 180$.

Ex. 16 ★★★ **La charpente de Mathis**

(a) B, D et C sont alignés, donc $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ADC}$ forment un angle plat : $180 - 112 = 68$, donc $\widehat{ADB} = 68°$. Dans ABD : $180 - 44 - 68 = 68$, donc $\widehat{BAD} = 68°$. Vérification : $44 + 68 + 68 = 180$.

(b) $\widehat{BAD} = \widehat{ADB} = 68°$. Or, si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle. Les angles égaux sont en A et en D : la base est [AD].
Donc ABD est isocèle en B : B est le sommet principal, et BA = BD.

(c) Dans ADC : $180 - 112 - 34 = 34$, donc $\widehat{DAC} = 34°$. $\widehat{DAC} = \widehat{DCA}$, donc ADC est isocèle. La base est [AC] : le sommet principal est D, et DA = DC.

(d) BA = BD = 5,2 cm. Périmètre de ABD : $5,2 + 5,2 + 3,9 = 14,3$ cm. DC = DA = 3,9 cm, donc $BC = 5,2 + 3,9 = 9,1$ cm.

(e) $\widehat{BAC} = 68° + 34° = 102°$. Vérification : $44 + 102 + 34 = 180$. Léo a tort : l'angle en A mesure 102° et non 90°. Aucun angle de ABC ne mesure 90° : ABC n'est pas rectangle.

3. *Construire un triangle connaissant trois longueurs*

Ex. 17 ★☆☆ Régler son compas

(a) $9 - 2{,}5 = 6{,}5$. Le segment mesure 6,5 cm.

(b) $5{,}3 - 1 = 4{,}3$. Léo obtient 4,3 cm, pas 5,3 cm. Il doit mettre la pointe sur le 0 et la mine sur la graduation 5,3.

(c) 47 mm = 4,7 cm, car $47 \div 10 = 4{,}7$. Je prends un écartement de 4,7 cm.

(d) 5,8 cm = 58 mm. $58 - 52 = 6$. Le côté [EG] est le plus long, de 6 mm.

Ex. 18 ★☆☆ Quel rayon pour chaque arc ?

(a) M est à la distance KM de K. Je prends KM, le côté qui part de K : 4,5 cm
(pas LM).

(b) M est à la distance LM de L. Je prends LM, le côté qui part de L : 5,2 cm.

(c) L'un ou l'autre convient : les deux points donnent un triangle de même forme, l'un retourné par rapport à l'autre.

(d) Or, si un triangle est isocèle en D, alors DE = DF. Donc DF = 5,6 cm. Les deux arcs (centre E et centre F) ont le même rayon : 5,6 cm.

(e) $18{,}6 \div 3 = 6{,}2$. Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois côtés sont égaux. Les deux arcs ont le même rayon : 6,2 cm.

Ex. 19 ★★☆ Programme en désordre

(a) B – D – E – C – A. Les étapes E et C peuvent s'échanger. La figure à main levée vient toujours en premier, et on trace [PQ] et [PR] en dernier.

(b) 1. Je trace [QR] de 6,3 cm. 2. Pointe du compas en Q, écartement 4,6 cm : un arc. 3. Pointe en R, écartement 5,5 cm : un second arc. 4. Je nomme P un point d'intersection des arcs, puis je trace [PQ] et [PR]. Contrôle : PQ = 4,6 cm et PR = 5,5 cm.

(c) Non. On laisse les traits de construction visibles : ils prouvent que le triangle a été construit au compas, et pas juste dessiné au hasard.

Ex. 20 ★★☆ L'erreur de Tom

(a) I est sur l'arc de centre G de rayon 6 cm, donc GI = 6 cm. I est sur l'arc de centre H de rayon 3,5 cm, donc HI = 3,5 cm. C'est le contraire de ce qu'on voulait.

(b) Pour l'arc de centre G, Tom a pris HI, le côté opposé à G. Il fallait prendre GI = 3,5 cm, le côté qui part de G. Même chose en H : il fallait HI = 6 cm.

(c) 1. Je fais une figure à main levée. 2. Je trace [GH] de 7,5 cm. 3. Pointe en G, écartement 3,5 cm : un arc. 4. Pointe en H, écartement 6 cm : un second arc. 5. I est un point d'intersection des arcs : je trace [GI] et [HI]. Contrôle : GI = 3,5 cm et HI = 6 cm.

Ex. 21 ★★☆ La cale du menuisier

(a) « Rectangle en J » veut dire que l'angle droit est en J. Sami l'a codé en B. Et la longueur 1,4 cm est celle de [JT], pas celle de [BT].

(b) 48 mm = 4,8 cm. J'écris JB = 4,8 cm et JT = 1,4 cm, et je code l'angle droit en J, entre [JB] et [JT].

(c) 1. Je trace [JB] de 4,8 cm. 2. À l'équerre, je trace la perpendiculaire à (JB) qui passe par J. 3. J'y place T à 1,4 cm de J. 4. Je trace [BT]. Contrôle : BT mesure 5 cm.

Ex. 22 ★★★ Le fanion de Hugo

(a) $RT = 54$ mm = 5,4 cm. Or, si un triangle est isocèle en S, alors SR = ST. $21 - 5{,}4 = 15{,}6$ et $15{,}6 \div 2 = 7{,}8$. Donc $SR = ST = 7{,}8$ cm. Vérification : $5{,}4 + 7{,}8 + 7{,}8 = 21$.

(b) 1. Je trace [RT] de 5,4 cm. 2. Pointe du compas en R, écartement 7,8 cm (RS) : un arc. 3. Pointe du compas en T, écartement 7,8 cm (TS) : un second arc. 4. S est un point d'intersection des arcs : je trace [SR] et [ST]. Les deux arcs ont le même rayon, car SR = ST. Je laisse les arcs visibles.

(c) Je suis mon programme et je laisse les arcs visibles. Contrôle : SR = 7,8 cm et ST = 7,8 cm. Si je trouve une autre mesure, la construction n'est pas précise : je la refais.

(d) $21 - 7 = 14$ et $14 \div 2 = 7$. Les deux autres côtés mesurent 7 cm. Les trois côtés mesurent donc 7 cm. Or, si un triangle a ses trois côtés égaux, alors il est équilatéral. Ce fanion est équilatéral (il est aussi isocèle). Vérification : $7 + 7 + 7 = 21$.

Ex. 23 ★★★ **La carte au trésor**

(a) TP = 80 mm = 8 cm, car 80 ÷ 10 = 8. L'arc de centre P a pour rayon TP, le côté qui part de P : 8 cm. L'arc de centre A a pour rayon TA, le côté qui part de A : 6 cm.

(b) L'écartement est la distance entre les deux graduations : il faut 8 cm. 2 + 8 = 10, donc il met la mine sur la graduation 10.

(c) 1. [PA] de 10 cm est tracé. 2. Pointe du compas en P, écartement 8 cm (réglé depuis le 0) : un arc. 3. Pointe en A, écartement 6 cm : un second arc. 4. T est un point d'intersection des arcs : je trace [TP] et [TA]. Je laisse les arcs. Contrôle : TP = 8 cm et TA = 6 cm.

(d) Non. À l'équerre, l'angle en P n'est pas droit. C'est l'angle $\widehat{PTA}$ qui est droit : le triangle PAT est rectangle en T. Une figure à main levée n'est pas précise : on ne conclut rien en la regardant.

Ex. 24 ★★★ **Le vitrail de Margaux**

(a) 1. Je trace [VU] de 3,2 cm. 2. À l'équerre, je trace la perpendiculaire à (VU) passant par V. 3. Sur cette droite, je place W à 2,4 cm de V. 4. Je trace [UW].

(b) Elle obtient un triangle rectangle en U, et non en V. L'angle droit doit être au sommet V, entre les côtés [VU] et [VW] : c'est là qu'il faut placer l'équerre.

(c) On trouve UW = 4 cm. Si on trouve une autre mesure, la construction n'est pas précise : il faut la refaire.

(d) Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois côtés sont égaux.
Donc XU = XW = UW = 4 cm : les deux arcs ont un rayon de 4 cm. Je choisis le point situé de l'autre côté de [UW] par rapport à V. L'autre point est du côté de V : le triangle UWX recouvrirait alors UVW.

(e) 3,2 + 2,4 + 4 + 4 = 13,6, donc le périmètre est de 13,6 cm. 13,6 cm = 136 mm, car 1 cm = 10 mm.

4. *Construire un triangle avec des angles*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : le bon sommet, la bonne graduation**

(a) Le sommet est la lettre du milieu : c'est le point L.

(b) Je place le centre du rapporteur sur L, le sommet. Je place le 0 sur le côté [LK].

(c) Le sommet de $\widehat{TUV}$ est la lettre du milieu : U. Chloé doit placer le centre du rapporteur sur U, et non sur T.

Ex. 25 (suite)

(d) 180 − 35 = 145, donc Hugo a construit un angle de 145°. Il a lu sur la mauvaise graduation. Il doit prendre celle dont le 0 est sur son premier côté.

(e) 102 est plus grand que 90, donc l'angle doit être obtus. Si mon tracé est aigu, j'ai lu sur la mauvaise graduation.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : angle compris ou angles adjacents ?**

(a) Les côtés donnés sont [DE] et [EF]. Ils ont le point E en commun. $\widehat{DEF}$ a pour sommet E, donc c'est bien l'angle compris entre ces deux côtés.

(b) Non. [GH] et [GI] ont le point G en commun. L'angle compris est donc $\widehat{HGI}$, de sommet G. L'angle $\widehat{GHI}$ a pour sommet H : ce n'est pas l'angle compris.

(c) Les extrémités de [UV] sont U et V. Les angles adjacents sont donc $\widehat{WUV}$ (sommet U) et $\widehat{UVW}$ (sommet V).

(d) Non. $\widehat{RST}$ a pour sommet S, une extrémité de [ST] : il est adjacent. $\widehat{SRT}$ a pour sommet R, qui n'est pas une extrémité de [ST] : il n'est pas adjacent. Sam doit d'abord calculer $\widehat{STR}$: 180 − 45 − 70 = 65, donc $\widehat{STR} = 65°$.

Ex. 27 ★☆☆ **Avant de construire, je vérifie**

(a) Oui. 115 + 57 = 172. Or, dans un triangle, la somme des angles vaut 180°. 172 < 180 : il reste 180 − 172 = 8° pour $\widehat{NQP}$, donc on peut construire ce triangle.

(b) 180 − 48 − 95 = 37, donc $\widehat{JLK} = 37°$. Vérification : 48 + 95 + 37 = 180.

(c) Non. 62,5 + 117,5 = 180. Il ne reste rien pour le troisième angle : 180 − 180 = 0. Les deux demi-droites ne se coupent jamais, donc le triangle n'existe pas.

(d) Non. 88 + 96 = 184. Or, dans un triangle, la somme des angles vaut 180°. 184 > 180, donc ce triangle n'existe pas : la figure à main levée trompe.

Ex. 28 ★★☆ **La voile de la maquette**

(a) [RS] et [RT] ont le point R en commun, donc l'angle compris est $\widehat{SRT} = 38°$. Sur la figure à main levée, j'écris RS = 6 cm, RT = 4,5 cm et 38° en R.

(b) 1. Je trace [RS] de 6 cm. 2. Centre du rapporteur sur R, 0 sur [RS) : je marque un point en face de 38 (angle aigu). 3. Je trace une demi-droite assez longue de R vers ce point. 4. Sur cette demi-droite, je place T à 4,5 cm de R. 5. Je trace [ST].

Ex. 28 **(suite)**

(c) Contrôle : je trouve ST $\approx 3{,}7$ cm. Je vérifie aussi que l'angle en R est aigu.

Ex. 29 ★★☆ **Le fanion rectangle**

(a) Les extrémités de [FG] sont F et G, donc les angles adjacents sont $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EGF}$. Je connais $\widehat{EFG} = 30°$. Il me manque $\widehat{EGF}$: l'angle droit est en E, il n'est pas adjacent à [FG].

(b) Or, si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus font 90° à eux deux. $90 - 30 = 60$, donc $\widehat{EGF} = 60°$. Vérification : $90 + 30 + 60 = 180$.

(c) Ses demi-droites sont trop courtes. Elle doit les prolonger assez loin pour qu'elles se coupent : leur point d'intersection est E.

(d) 1. Je trace [FG] de 7 cm. 2. En F, je construis un angle de 30° (aigu). 3. En G, je construis un angle de 60° (aigu), du même côté. 4. Les demi-droites se coupent en E. Contrôle : l'angle en E est droit, et EG $\approx 3{,}5$ cm.

Ex. 30 ★★★ **Le vitrail de Maëlle**

(a) $48 + 64 = 112$ et 112 est plus petit que 180 : le triangle existe. $180 - 48 - 64 = 68$, donc $\widehat{RST} = 68°$. Vérification : $48 + 64 + 68 = 180$.

(b) Or, si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus font 90° à eux deux. $90 - 35 = 55$, donc $\widehat{RUT} = 55°$. Vérification : $90 + 35 + 55 = 180$.

(c) 1. [RT] est déjà tracé. 2. En T, avec l'équerre, je trace une longue demi-droite perpendiculaire à [RT], de l'autre côté que S. 3. Centre du rapporteur sur R, 0 sur [RT) : je marque un point en face de 35 (angle aigu) et je trace une longue demi-droite d'origine R, du même côté. 4. U est le point où les deux demi-droites se coupent : elles doivent être assez longues pour se couper. Contrôle : $\widehat{RUT}$ mesure 55°.

(d) Les angles sont côte à côte, donc leurs mesures s'ajoutent. $48 + 35 = 83$, donc $\widehat{SRU} = 83°$. $64 + 90 = 154$, donc $\widehat{STU} = 154°$.

Ex. 31 ★★★ **La carte au trésor de Nolan**

(a) Non. Dans $\widehat{LKM}$, le sommet est la lettre du milieu : K. Le centre du rapporteur se place sur K, pas sur L.

(b) Elle trace $180 - 97 = 83^\circ$, un angle aigu. Or $\widehat{KLM} = 97°$ est obtus, car $97 > 90$. Si son tracé est aigu, elle a lu la mauvaise graduation.

Ex. 31 **(suite)**

(c) $180 - 36 - 97 = 47$, donc $\widehat{KML} = 47°$. Vérification : $36 + 97 + 47 = 180$. Inès mesure $\widehat{KML}$ sur son cahier : elle doit trouver 47°.

(d) Les angles adjacents à [KL] sont $\widehat{LKM}$ et $\widehat{KLM}$. 1. Je trace [KL] de 5,5 cm. 2. Centre du rapporteur sur K, 0 sur [KL) : je marque 36 et je trace une longue demi-droite d'origine K. 3. Centre sur L, 0 sur [LK) : je marque 97 (angle obtus) et je trace une longue demi-droite d'origine L. 4. M est le point où les deux demi-droites se coupent.

(e) Non. $36 + 152 = 188$. Or la somme des angles d'un triangle vaut 180°, et 188 est plus grand que 180. Ce triangle n'existe pas : les deux demi-droites ne se coupent pas.

Ex. 32 ★★★ **Le pignon du chalet**

(a) L'angle compris entre [GE] et [GF] a pour sommet G : c'est $\widehat{EGF}$. Léo a marqué 116° sur $\widehat{GEF}$, dont le sommet est E : ce n'est pas le bon angle.

(b) Or, si un triangle est isocèle en G, alors ses angles à la base $\widehat{GEF}$ et $\widehat{GFE}$ sont égaux. On aurait $116 + 116 = 232$, plus grand que 180 : c'est impossible.

(c) $180 - 116 = 64$ et $64 \div 2 = 32$. Or, si un triangle est isocèle en G, alors ses angles à la base sont égaux. Donc $\widehat{GEF} = \widehat{GFE} = 32°$. Vérification : $32 + 32 + 116 = 180$.

(d) 1. Je trace [GE] de 4,6 cm. 2. Centre du rapporteur sur G, 0 sur [GE) : je marque un point en face de 116. L'angle est obtus, je vérifie mon tracé. 3. Je trace une longue demi-droite d'origine G et je place F dessus, à 4,6 cm de G. 4. Je trace [EF]. Contrôle : $\widehat{GEF}$ mesure 32°.

(e) $37{,}5 + 37{,}5 = 75$ et $180 - 75 = 105$. L'angle au sommet principal mesure 105°.

5. *Somme des angles : calculer un angle manquant*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : l'angle manquant**

(a) $180 - 58 - 77 = 45$, donc $\widehat{KML} = 45°$. Vérification : $58 + 77 + 45 = 180$.

(b) Or, si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus font $90°$ à eux deux. $90 - 27 = 63$, donc $\widehat{VWU} = 63°$.

Ex. 33 (suite)

(c) $180 - 41{,}5 - 103 = 35{,}5$, donc $\widehat{PRQ} = 35{,}5°$.
Vérification : $41{,}5 + 103 + 35{,}5 = 180$.

(d) Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles sont égaux. $180 \div 3 = 60$, donc $\widehat{EFD} = 60°$.

(e) Non. $64 + 117 = 181$: c'est déjà plus que $180°$. Il ne reste rien pour le troisième angle : ce triangle n'existe pas.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : les angles du triangle isocèle**

(a) Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.
Donc $\widehat{SRT} = \widehat{STR}$. Ils font ensemble $180 - 36 = 144$, et $144 \div 2 = 72$.
Donc $\widehat{SRT} = 72°$.

(b) Le sommet principal est G, donc la base est [HI]. Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.
Donc $\widehat{GIH} = \widehat{GHI} = 47°$. $180 - 2 \times 47 = 86$, donc $\widehat{HGI} = 86°$. Vérification : $47 + 47 + 86 = 180$.

(c) $\widehat{XZY}$ est l'angle principal. Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux. $(180 - 51) \div 2 = 64{,}5$, donc $\widehat{ZXY} = 64{,}5°$.

(d) $118°$ ne peut pas être un angle à la base : il y en aurait deux, et $118 + 118 = 236$ dépasse $180°$. C'est donc l'angle principal. $(180 - 118) \div 2 = 31$: les deux angles à la base mesurent $31°$ chacun.

Ex. 35 ★★☆ **Des fanions partagés en parts**

(a) $2 + 3 + 4 = 9$ parts, qui font $180°$. $180 \div 9 = 20$: une part mesure $20°$.

(b) $2 \times 20 = 40$; $3 \times 20 = 60$; $4 \times 20 = 80$. Les angles mesurent $40°$, $60°$ et $80°$. Vérification : $40 + 60 + 80 = 180$.

(c) $2 + 7 + 9 = 18$ parts ; $180 \div 18 = 10$: une part mesure $10°$. $2 \times 10 = 20$; $7 \times 10 = 70$; $9 \times 10 = 90$. Les angles mesurent $20°$, $70°$ et $90°$. Vérification : $20 + 70 + 90 = 180$. Il a un angle droit : c'est un triangle rectangle. Il n'est pas isocèle, car aucun de ses angles n'est égal à un autre.

Ex. 36 ★★☆ **Deux triangles dans un vitrail**

(a) $180 - 64 - 48 = 68$, donc $\widehat{ADB} = 68°$.

(b) $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BDC}$ forment un angle plat : ils sont supplémentaires. $180 - 68 = 112$, donc $\widehat{BDC} = 112°$.

Ex. 36 (suite)

(c) $180 - 112 - 34 = 34$, donc $\widehat{DBC} = 34°$. Vérification : $112 + 34 + 34 = 180$.

(d) $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 48 + 34 = 82$, donc $\widehat{ABC} = 82°$. Vérification dans ABC : $64 + 82 + 34 = 180$.

Ex. 37 ★★☆ **Repère les erreurs**

(a) Non. Le sommet principal est N, donc la base est [MP]. Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux : ce sont $\widehat{NMP}$ et $\widehat{NPM}$.

(b) $\widehat{NPM} = \widehat{NMP} = 38°$. $180 - 2 \times 38 = 104$, donc $\widehat{MNP} = 104°$. Vérification : $38 + 38 + 104 = 180$.
(Sur le dessin, l'angle a l'air aigu, mais il est obtus.)

(c) Zoé n'a enlevé qu'un seul angle : $180 - 38 = 142$. Il faut enlever les deux angles à la base : $180 - 38 - 38 = 104$, donc $\widehat{MNP} = 104°$.

Ex. 38 ★★★ **La charpente de l'abri de jardin**

(a) Les angles $\widehat{XBA}$ et $\widehat{ABC}$ sont côte à côte et forment un angle plat : ils sont supplémentaires. $180 - 117{,}5 = 62{,}5$, donc $\widehat{ABC} = 62{,}5°$.

(b) $180 - 62{,}5 - 55 = 62{,}5$, donc $\widehat{BAC} = 62{,}5°$.
Vérification : $62{,}5 + 55 + 62{,}5 = 180$.

(c) $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 62{,}5°$. Or, si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle. Les angles égaux sont en A et en B : ce sont les angles à la base, donc la base est [AB]. Le sommet principal est C : ABC est isocèle en C (et non en A).

(d) ABC est isocèle en C, donc CA = CB. Comme BC = 6 m, la poutre [CA] mesure 6 m.

Ex. 39 ★★★ **Les voiles de Nadia**

(a) Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux. Deux angles de $124°$ feraient $124 + 124 = 248$, c'est plus que $180°$.
Donc l'angle de $124°$ ne peut être que l'angle principal.

(b) Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.
Donc $\widehat{NKR} = \widehat{NRK}$. Ils font ensemble $180 - 124 = 56°$, et $56 \div 2 = 28$.
Donc $\widehat{NKR} = \widehat{NRK} = 28°$. Vérification : $124 + 28 + 28 = 180$.

(c) Cas 1 : $45°$ est un angle à la base. L'autre angle à la base mesure aussi $45°$, et $180 - 2 \times 45 = 90$: angles $45°$, $45°$ et $90°$. Cas 2 : $45°$ est l'angle principal. $(180 - 45) \div 2 = 67{,}5$: angles $45°$, $67{,}5°$ et $67{,}5°$.

Ex. 39 **(suite)**

(d) Dans le cas 1, le triangle a un angle de 90° : il est rectangle. Il est aussi isocèle : c'est un triangle rectangle isocèle.

(e) Oui. Si 60° est l'angle principal : $(180 - 60) \div 2 = 60$, les angles à la base mesurent 60°. Si 60° est un angle à la base : $180 - 2 \times 60 = 60$, l'angle principal mesure 60°. Dans les deux cas, les trois angles mesurent 60° : le triangle est équilatéral.

Ex. 40 ★★★ **Le cerf-volant de Yanis**

(a) Lucas n'a enlevé qu'un seul angle à 180° : il a oublié l'angle droit en B. Or, si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus font 90° à eux deux. $90 - 29 = 61$, donc $\widehat{BCA} = 61^\circ$. Vérification : $90 + 29 + 61 = 180$.

(b) En tout : $3 + 4 + 5 = 12$ parts, qui font 180°. Une part vaut $180 \div 12 = 15^\circ$. $\widehat{CAD} = 3 \times 15 = 45^\circ$, $\widehat{ACD} = 4 \times 15 = 60^\circ$, $\widehat{ADC} = 5 \times 15 = 75^\circ$. Vérification : $45 + 60 + 75 = 180$.

(c) $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD} = 29 + 45 = 74^\circ$. $\widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = 61 + 60 = 121^\circ$.

(d) $112{,}5 + 69{,}5 = 182$: c'est déjà plus que 180°. Ce triangle n'existe pas.

6. *Cercle circonscrit*

Ex. 41 ★☆☆ **Médiatrice ou pas ?**

(a) Non. (d) est bien perpendiculaire à [AB], mais elle passe par A et pas par le milieu de [AB].

(b) Non. (d) est perpendiculaire à [AB], mais AI = 2,8 cm et IB = 3,1 cm ne sont pas égales : I n'est pas le milieu de [AB]. AB = 2,8 + 3,1 = 5,9 cm, donc le milieu est à $5{,}9 \div 2 = 2{,}95$ cm de A.

(c) Non. (d) passe par le milieu de [AB], mais elle fait un angle de 75° avec [AB] : elle n'est pas perpendiculaire à [AB].

(d) Oui. (d) est perpendiculaire à [AB] et passe par son milieu : c'est la médiatrice de [AB].

(e) Oui. MA = MB et NA = NB. Or, si un point est à la même distance des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.
Donc M et N sont sur la médiatrice de [AB] : c'est la droite (MN), donc
(d).

Ex. 42 ★☆☆ **Rayon et diamètre**

(a) O est sur la médiatrice de [KL] et sur celle de [LM]. Or, si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est à la même distance des extrémités.
Donc OK = OL = OM, et OL = OM = 3,7 cm.

(b) Diamètre = 2 × rayon : $2 \times 3{,}7 = 7{,}4$. Le diamètre mesure 7,4 cm.

(c) Non. 6,4 cm est la longueur KL, un côté du triangle. Le rayon va du centre O à un sommet : c'est OK = 3,7 cm.

(d) Rayon = diamètre ÷ 2 : $11 \div 2 = 5{,}5$. P est le centre, donc PH est un rayon : PH = 5,5 cm.

Ex. 43 ★★☆ **Construire le cercle circonscrit**

(a) 1. Je trace [RS] de 7 cm. 2. Pointe du compas en R, écartement 6 cm : un arc. 3. Pointe du compas en S, écartement 5 cm : un arc qui coupe le premier en T. 4. Je trace [RT] et [ST]. Contrôle : RT = 6 cm et ST = 5 cm.

(b) Au compas : avec un même écartement plus grand que 3,5 cm, je trace deux arcs de centre R et deux arcs de centre S, de part et d'autre de [RS] ; je relie leurs deux points d'intersection. À l'équerre : je place le milieu de [ST] à 2,5 cm de S, puis je trace la perpendiculaire à [ST] en ce milieu.

(c) Non. O est sur la médiatrice de [RS], donc OR = OS ; O est sur celle de [ST], donc OS = OT.
Donc OR = OT : O est aussi sur la médiatrice de [RT]. Deux médiatrices suffisent.

(d) Le rayon est OR (et non un côté) : OR ≈ 3,6 cm. Le diamètre vaut $2 \times 3{,}6 \approx 7{,}2$ cm. Le cercle passe aussi par S et T, car OR = OS = OT.

Ex. 44 ★★☆ **Où est le centre ?**

(a) UVW est rectangle en U : le centre est au milieu du plus grand côté [VW], opposé à l'angle droit. Rayon : $6 \div 2 = 3$ cm.

(b) Diamètre = $2 \times 3 = 6$ cm. C'est exactement VW : [VW] est un diamètre du cercle.

(c) $180 - 41 - 27 = 112$, donc $\widehat{ACB} = 112^\circ$. Vérification : $41 + 27 + 112 = 180$. Cet angle est obtus : le centre est en dehors du triangle ABC.

(d) $180 - 54 - 67 = 59$, donc $\widehat{DFE} = 59^\circ$. Vérification : $54 + 67 + 59 = 180$. Les trois angles (54°, 67° et 59°) sont aigus : le triangle n'a ni angle obtus ni angle droit, donc le centre est à l'intérieur du triangle DEF.

Ex. 45 ★★☆ **La carte au trésor**

(a) TA = TB. Or, si un point est à la même distance des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.
Donc T est sur la médiatrice de [AB].

(b) Elle trace deux médiatrices seulement, par exemple celles de [AB] et de [BC] : T est leur point d'intersection. Ici, l'angle en B est obtus : T est en dehors du triangle ABC.

(c) T est à la même distance des trois palmiers : TA = TB = TC.
Donc TB = TC = 2,5 cm.

(d) $2{,}5 \times 4 = 10$. Le trésor est à 10 m de chaque palmier.

Ex. 46 ★★★ **Le château d'eau des trois villages**

(a) $180 - 25 - 35 = 120$, donc $\widehat{LPM} = 120°$. Vérification : $25 + 35 + 120 = 180$. Cet angle est obtus (plus de 90°).

(b) O est à la même distance de L et de M : OL = OM. Or, si un point est à la même distance des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment. Donc O est sur la médiatrice de [LM].

(c) Non. La médiatrice de [LM] passe par le milieu de [LM], mais elle contient beaucoup d'autres points. O doit aussi être à la même distance de L et de P : il est donc aussi sur la médiatrice de [LP], et O est le point où ces deux médiatrices se coupent. Le centre est au milieu d'un côté seulement si le triangle est rectangle. Ici, $\widehat{LPM} = 120°$: le triangle n'est pas rectangle.

(d) 1. Je trace [LM] de 8 cm. 2. Rapporteur centré en L : je trace une demi-droite qui fait 25° avec [LM]. 3. Rapporteur centré en M : une demi-droite qui fait 35° avec [ML]. 4. Les deux demi-droites se coupent en P. 5. Pointe du compas en L, écartement de plus de 4 cm : un arc au-dessus et un arc au-dessous de [LM]. Même écartement en M : les arcs se coupent en deux points, que je relie. C'est la médiatrice de [LM]. 6. Je fais pareil pour [LP]. 7. O est le point où les deux médiatrices se coupent. Je laisse les traits de construction.

(e) OL ≈ 4,6 cm, donc le château d'eau est à environ 4,6 km de chaque village (OL = OM = OP). O est à l'extérieur du triangle, de l'autre côté de [LM] par rapport à P. C'est normal : le triangle a un angle obtus (120° en P), et dans ce cas le centre du cercle circonscrit est en dehors du triangle.

Ex. 47 ★★★ **Le vitrail rond**

(a) O est le centre du cercle circonscrit, donc il est à la même distance des trois sommets : OE = OF = OG = 4 cm. Le triangle OEF a deux côtés égaux, [OE] et [OF] : il est isocèle en O.

(b) Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.
Donc $\widehat{OEF} = \widehat{OFE}$. Ils font ensemble $180 - 110 = 70°$, et $70 \div 2 = 35$.
Donc $\widehat{OEF} = \widehat{OFE} = 35°$. Vérification : $110 + 35 + 35 = 180$.

(c) OF = OG = 4 cm, donc OFG est isocèle en O et $\widehat{OFG} = \widehat{OGF}$. Ils font ensemble $180 - 130 = 50°$, et $50 \div 2 = 25$.
Donc $\widehat{OFG} = 25°$. Vérification : $130 + 25 + 25 = 180$.

(d) La demi-droite [FO) est entre [FE) et [FG), donc $\widehat{EFG} = \widehat{OFE} + \widehat{OFG} = 35 + 25 = 60$.
Donc $\widehat{EFG} = 60°$.

(e) Tom se trompe : [EF] est un côté du triangle, pas un rayon. Un rayon relie le centre O à un point du cercle : le rayon est OE = 4 cm. Le diamètre vaut $2 \times 4 = 8$ cm.

Ex. 48 ★★★ **La voile de Maëlys**

(a) $180 - 38 - 52 = 90$, donc $\widehat{JHK} = 90°$. Vérification : $38 + 52 + 90 = 180$. Le triangle HJK a un angle droit en H : il est rectangle en H
(même si la figure à main levée ne le montre pas).

(b) Non. Le triangle HJK est rectangle en H. Le centre de son cercle circonscrit est au milieu du côté opposé à l'angle droit, donc au milieu de [JK], pas de [HJ].

(c) Le centre est le milieu I de [JK]. Le rayon est $IJ = 6{,}8 \div 2 = 3{,}4$ cm. Le diamètre vaut $2 \times 3{,}4 = 6{,}8$ cm, c'est la longueur JK.

(d) 1. Je trace [JK] de 6,8 cm. 2. Rapporteur centré en J : une demi-droite à 38° de [JK]. 3. Rapporteur centré en K : une demi-droite à 52° de [KJ]. 4. Elles se coupent en H. 5. Je place le milieu I de [JK] (JI = 3,4 cm). 6. Avec l'équerre, je trace la perpendiculaire à [JK] qui passe par I. Il faut placer le milieu d'abord : la médiatrice est perpendiculaire à [JK] ET passe par son milieu. Une perpendiculaire tracée n'importe où sur [JK] n'est pas la médiatrice.

(e) Le cercle de centre I et de rayon 3,4 cm passe par J, par K et aussi par H : c'est le cercle circonscrit à HJK. Contrôle : IH ≈ 3,4 cm, donc IH = IJ = IK.