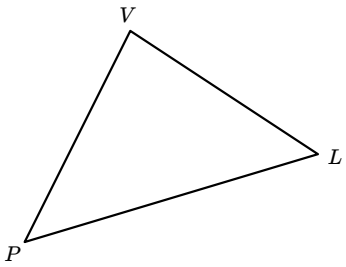
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 6e : vocabulaire et constructions*

À retenir : Nature : je lis le codage ou les mesures, jamais à l'œil. Le sommet principal est le sommet commun aux deux côtés égaux, et un équilatéral est aussi isocèle. Périmètre : $2 \times 5 + 3 = 13$ cm. L'arc de centre R a pour rayon le côté qui part de R.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : sommets, côtés et angles** — Observe le triangle PLV, puis réponds à chaque question.



(a) Quel est le côté opposé au sommet L ?

(b) Quel sommet est opposé au côté [LV] ?

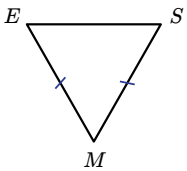
(c) Nomme avec trois lettres l'angle de sommet V.

(d) Quel est le sommet de l'angle $\widehat{VPL}$?

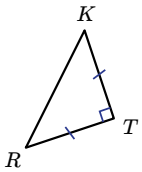
(e) Le triangle GOB est rectangle en O. En quel sommet est l'angle droit ? Quel côté est opposé à cet angle droit ?

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : lire la nature sur le codage** — Donne la nature précise de chaque triangle en t'appuyant sur le codage ou sur les mesures.

(a) Quelle est la nature du triangle EMS ? Donne son sommet principal et sa base.

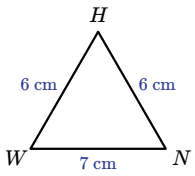


(b) Quelle est la nature précise du triangle KTR ? Complète : « KTR est … en … ».



Ex. 2 (suite)

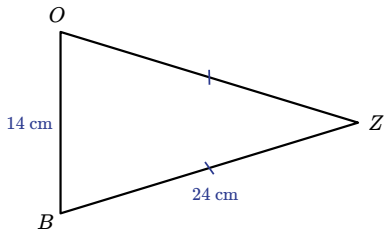
(c) Sur cette figure à main levée, WH = 6 cm, HN = 6 cm et WN = 7 cm. Le triangle WHN a l'air équilatéral : quelle est sa nature réelle ?



La figure n'est pas à l'échelle.

(d) Un triangle a ses trois côtés de 3,7 cm. Lina dit : « Il est équilatéral, donc il n'est pas isocèle. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **Les fanions de la fête de l'école** — Pour la fête de l'école de Saint-Malo, Maëlle découpe des fanions triangulaires. Le fanion BZO est isocèle en Z, avec ZB = 24 cm et BO = 14 cm.

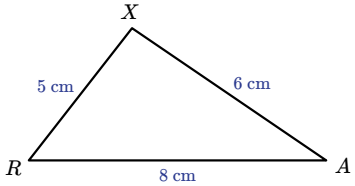


(a) Tom annonce que le fanion BZO a un périmètre de 38 cm. Quelle erreur a-t-il faite ? Calcule le bon périmètre.

(b) Un deuxième fanion est équilatéral et son périmètre mesure 52,5 cm. Calcule la longueur d'un côté.

(c) Un troisième fanion est isocèle, de périmètre 60 cm et de base 16,4 cm. Calcule la longueur de chacun des deux côtés égaux.

Ex. 4 ★★☆ **Construire au compas : le bon centre, le bon rayon** — Inès doit construire le triangle RAX avec RA = 8 cm, RX = 5 cm et AX = 6 cm. Voici sa figure à main levée.



La figure n'est pas à l'échelle.

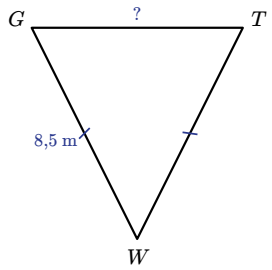
(a) Écris les étapes de la construction en commençant par le côté [RA].

(b) Inès trace un arc de centre R et de rayon 6 cm. Quelle erreur a-t-elle faite ? Corrige-la.

Ex. 4 **(suite)**

(c) Pour vérifier, elle lit que le côté [AX] va de la graduation 2,6 à la graduation 8,4 de sa règle. Ce côté est-il juste ? Justifie.

Ex. 5 ★★★ **Le jardin de Nadia à Colmar** — À Colmar, Nadia dessine le plan de son jardin triangulaire GTW. Elle note WG = 8,5 m. Le périmètre du jardin est de 24,6 m.

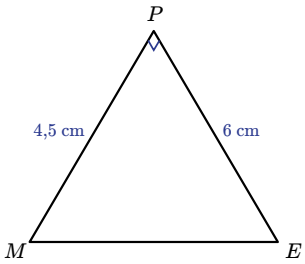


(a) Quelle est la nature du triangle GTW ? En t'appuyant sur le codage, donne son sommet principal et sa base.

(b) Calcule la longueur du côté [GT].

(c) Nadia veut planter une haie le long du côté opposé au sommet G. Nomme ce côté et donne sa longueur.

Ex. 6 ★★★ **La voile du dériveur** — À La Rochelle, Clara dessine à main levée la voile triangulaire MPE de son dériveur. Elle y écrit PM = 4,5 cm et PE = 6 cm, puis code un angle droit.



La figure n'est pas à l'échelle.

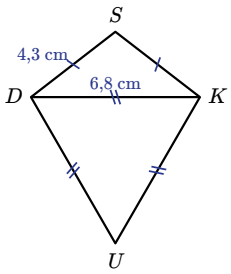
(a) Hugo dit : « [PM] et [PE] ont l'air de même longueur, donc la voile est rectangle isocèle en P. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) Nomme l'angle droit avec trois lettres.

(c) Écris les étapes pour construire le triangle MPE à la règle et à l'équerre, en commençant par le côté [PM].

(d) Nomme l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle droit. Sur le triangle construit, elle mesure 7,5 cm : calcule le périmètre de MPE.

Ex. 7 ★★★ **Le pignon de la cabane** — À Annecy, Yanis découpe le pignon de sa maquette de cabane : deux triangles DKS et DKU accolés le long de [DK]. On sait que SD = 4,3 cm et DK = 6,8 cm.



(a) En t'appuyant sur le codage, donne la nature précise du triangle DKS, puis celle du triangle DKU.

(b) Nomme avec trois lettres l'angle du toit de sommet S, puis nomme le côté opposé au sommet S.

(c) Mehdi additionne les périmètres des triangles DKS et DKU pour obtenir le périmètre du pignon. Quelle erreur fait-il ? Calcule le bon périmètre.

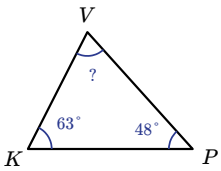
(d) Pour un autre pignon, le mur DKU ne change pas, le toit reste isocèle en S et le contour mesure 23 cm. Calcule SD.

2. *Somme des angles d'un triangle*

À retenir : Dans tout triangle, la somme des angles vaut 180° : troisième angle = $180° - (a + b)$, par exemple $180 - (70 + 35) = 75$, puis je contrôle. Somme différente de 180° : le triangle n'existe pas. Au plus un angle droit ou obtus. Je ne mesure jamais sur la figure.

Ex. 8 ★☆☆ **Calculer le troisième angle** — Calcule l'angle demandé, sans jamais mesurer sur une figure. Contrôle ensuite que la somme des trois angles fait 180°.

(a) Dans le triangle KPV, $\widehat{PKV} = 63°$ et $\widehat{KPV} = 48°$. Calcule $\widehat{KVP}$.



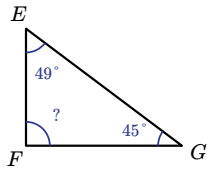
(b) Dans le triangle DEF, $\widehat{EDF} = 37{,}5°$ et $\widehat{DFE} = 84°$. Calcule $\widehat{DEF}$.

(c) Dans le triangle GHJ, $\widehat{JHG} = 102°$ et $\widehat{GJH} = 31°$. Nomme par trois lettres l'angle de sommet G, puis calcule-le.

(d) Un triangle a deux angles de 55° et 42°. Pour trouver le troisième, Lina écrit $180 - 55 + 42 = 167$. Explique son erreur et donne le bon résultat.

Ex. 8 **(suite)**

(e) Sur cette figure à main levée, l'angle en F a l'air droit. On sait que $\widehat{FEG} = 49°$ et $\widehat{FGE} = 45°$. Calcule $\widehat{EFG}$. Est-il droit ?



La figure n'est pas à l'échelle.

Ex. 9 ★☆☆ **Ce triangle existe-t-il ?** — Réponds à chaque question et justifie par un calcul.

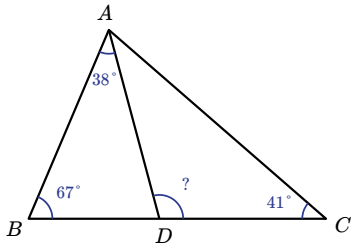
(a) Un triangle peut-il avoir des angles de 89°, 46° et 47° ? Justifie.

(b) Un triangle peut-il avoir des angles de 72,5°, 53,5° et 54° ? Justifie.

(c) Tom veut tracer un triangle qui a un angle droit et un angle de 97°. Est-ce possible ? Justifie.

(d) Un triangle a un angle de 123°. Peut-il avoir aussi un angle de 61° ? Justifie.

Ex. 10 ★★☆ **Deux triangles accolés** — Les points B, D et C sont alignés. On sait que $\widehat{BAD} = 38°$, $\widehat{ABD} = 67°$ et $\widehat{ACD} = 41°$.



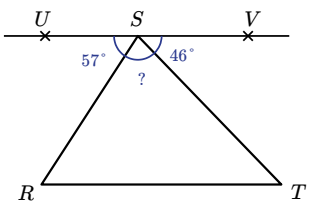
(a) Calcule $\widehat{ADB}$ dans le triangle ABD.

(b) Déduis-en $\widehat{ADC}$. Justifie.

(c) Calcule $\widehat{DAC}$ dans le triangle ADC.

(d) Calcule $\widehat{BAC}$, puis contrôle la somme des angles du triangle ABC.

Ex. 11 ★★☆ **Démontrer que la somme vaut 180°** — La droite (UV) passe par S et elle est parallèle à (RT). On sait que $\widehat{USR} = 57°$ et $\widehat{TSV} = 46°$. On veut démontrer que la somme des angles du triangle RST vaut 180°.



(a) Les parallèles (UV) et (RT) sont coupées par la sécante (RS). Quel angle du triangle RST a la même mesure que $\widehat{USR}$? Justifie.

(b) Fais de même avec la sécante (ST) et l'angle $\widehat{TSV}$.

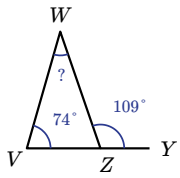
(c) Les points U, S et V sont alignés. Calcule $\widehat{RST}$.

Ex. 11 **(suite)**

(d) Calcule $\widehat{SRT} + \widehat{RST} + \widehat{STR}$. Pourquoi ce raisonnement marche-t-il pour tout triangle ?

Ex. 12 ★★★ **Le brouillon de Théo** — Théo a fait ses exercices sur les angles, mais il a fait des erreurs. Pour chaque question, dis si Théo a raison et justifie. S'il se trompe, corrige son travail. Ne mesure rien : tous les calculs se font avec les mesures données.

(a) V, Z et Y sont alignés, $\widehat{WVZ} = 74°$ et $\widehat{WZY} = 109°$. Théo écrit : « $74 + 109 = 183$, donc le triangle VWZ n'existe pas. » A-t-il raison ? Justifie.

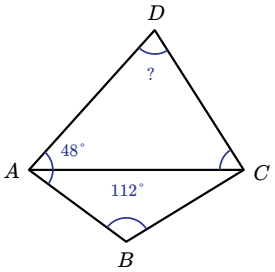


(b) Dans le triangle MNR, $\widehat{RMN} = 52{,}5°$ et $\widehat{MNR} = 81{,}5°$. Théo trouve $\widehat{MRN} = 56°$. Contrôle son résultat avec une somme, puis corrige-le si besoin.

(c) Dans le triangle PLU, $\widehat{UPL} = 62°$ et $\widehat{LUP} = 68°$. Théo affirme : « On ne connaît pas $\widehat{PUL}$, donc on ne peut pas calculer $\widehat{PLU}$. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Le triangle STU est rectangle en T et $\widehat{TSU} = 33{,}5°$. Théo écrit : « $\widehat{SUT} = 180 - 33{,}5 = 146{,}5°$ ». A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 13 ★★★ **Le jardin partagé par une allée** — Le jardin de Mme Ferreira a la forme du quadrilatère ABCD. Une allée droite [AC] le partage en deux parcelles triangulaires. On sait que $\widehat{BAC} = 36{,}5°$, $\widehat{ABC} = 112°$, $\widehat{CAD} = 48°$ et $\widehat{ACD} = 57{,}5°$. Ne mesure rien sur le plan.



(a) Calcule $\widehat{ACB}$ dans le triangle ABC, puis contrôle ton résultat.

(b) Calcule $\widehat{ADC}$ dans le triangle ACD.

(c) Calcule l'angle $\widehat{BCD}$ du jardin. Sur le plan, Zoé trouve que le coin C a l'air d'un angle droit. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Calcule $\widehat{DAB}$, puis la somme des quatre angles du jardin. Explique pourquoi on obtient ce résultat.

Ex. 14 ★★★ **Vrai ou faux sur les angles** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie par un calcul ou par une propriété du cours.

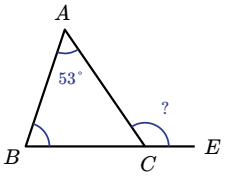
(a) « Si un angle d'un triangle mesure 113°, alors ses deux autres angles sont aigus. »

(b) « Si deux angles d'un triangle mesurent 62,5° et 27,5°, alors ce triangle est rectangle. »

Ex. 14 **(suite)**

(c) « Des angles de 98°, 43° et 39° ne peuvent pas être ceux d'un triangle, car un triangle n'a jamais d'angle obtus. »

(d) Les points B, C et E sont alignés. On sait que $\widehat{ABC} = 71{,}5°$ et $\widehat{BAC} = 53°$. Ilyes affirme : « $\widehat{ACE} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC}$. »

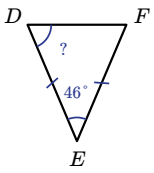


3. *Angles des triangles particuliers*

À retenir : Isocèle : angle à la base = (180 − angle principal) ÷ 2 et angle principal = 180 − 2× angle à la base, par exemple (180 − 40) ÷ 2 = 70°. Rectangle : un angle aigu = 90− l'autre. Équilatéral : 60°. Deux angles égaux : le triangle est isocèle, et son sommet principal est le troisième sommet.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : un angle d'un triangle particulier** — Calcule l'angle demandé. Cite la propriété que tu utilises.

(a) Le triangle DEF est isocèle en E et $\widehat{DEF} = 46°$. Calcule $\widehat{EDF}$.



(b) Le triangle GHJ est isocèle en J et l'angle à la base $\widehat{JGH}$ mesure 71°. Calcule l'angle principal $\widehat{GJH}$.

(c) Le triangle UVW est rectangle en V et $\widehat{VUW} = 36{,}5°$. Calcule $\widehat{VWU}$.

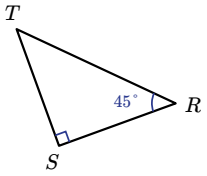
(d) Le triangle PQR est équilatéral. Combien mesure $\widehat{QRP}$?

(e) Le triangle XYZ est rectangle isocèle en Z. Combien mesure $\widehat{ZXY}$?

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : reconnaître la nature d'après les angles** — Utilise les angles pour trouver la nature de chaque triangle. Justifie.

(a) Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 43°$ et $\widehat{ACB} = 94°$. Quelle est la nature de ABC ? Précise son sommet principal.

(b) Dans le triangle RST, $\widehat{RST} = 90°$ et $\widehat{SRT} = 45°$. Montre que RST est rectangle isocèle en S.



(c) Les trois angles d'un triangle sont égaux. Combien mesure chacun d'eux ? Quelle est la nature de ce triangle ?

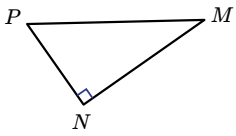
(d) Dans le triangle HIJ, $\widehat{HIJ} = 50°$ et $\widehat{IHJ} = 65°$. Lina dit : « HIJ est isocèle en H. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 17 ★★☆ **Vrai ou faux sur les triangles particuliers** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse avec un calcul ou une propriété.

(a) « Un triangle isocèle peut avoir un angle à la base de 95°. »

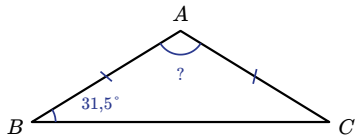
(b) « Un triangle rectangle peut avoir deux angles aigus de 50°. »

(c) « Le triangle MNP est rectangle en N, donc son hypoténuse est [MN]. »



(d) « Un triangle isocèle qui a un angle de 60° est équilatéral, que cet angle soit à la base ou au sommet principal. »

Ex. 18 ★★☆ **La charpente d'un toit** — Sur le plan d'une charpente, le triangle ABC est isocèle en A (A est le faîte du toit). L'angle à la base $\widehat{ABC}$ mesure 31,5°.

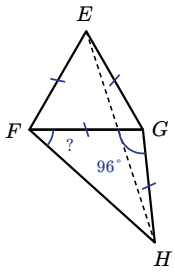


(a) Quel autre angle du triangle ABC mesure aussi 31,5° ? Justifie.

(b) Calcule l'angle au faîte $\widehat{BAC}$.

(c) Sur le plan d'un autre toit isocèle, l'angle au faîte mesure 128°. Noé écrit : « Chaque angle à la base mesure 180 − 128 = 52°. » Corrige son erreur.

Ex. 19 ★★★ **Un triangle équilatéral et un triangle isocèle accolés** — Le triangle EFG est équilatéral. Le triangle FGH est isocèle en G, avec $\widehat{FGH} = 96°$. Les points E et H sont de part et d'autre de la droite (FG).



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Donne les mesures de $\widehat{EFG}$ et de $\widehat{EGF}$. Justifie.

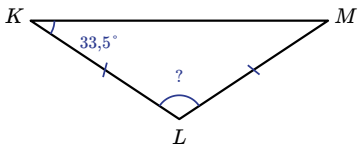
(b) Calcule $\widehat{GFH}$. Justifie.

(c) Déduis-en la mesure de $\widehat{EFH}$.

(d) On trace [EH]. Explique pourquoi le triangle EGH est isocèle en G, puis calcule $\widehat{EGH}$ et $\widehat{GEH}$.

(e) On admet que $\widehat{FEH} = 60° - \widehat{GEH}$. Calcule $\widehat{FEH}$ puis $\widehat{EHF}$. Le triangle EFH est-il isocèle ? Justifie avec ses angles.

Ex. 20 ★★★ **Les fanions de Maëlys** — Pour la fête de son village à Millau, Maëlys découpe des fanions. Le premier fanion est le triangle KLM, isocèle en L, avec la pointe L en bas. L'angle à la base $\widehat{LKM}$ mesure 33,5°.

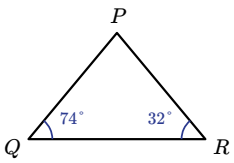


(a) Inès écrit : « $\widehat{KLM} = (180 - 33{,}5) \div 2 = 73{,}25°$ ». Explique son erreur, puis calcule $\widehat{KLM}$ correctement.

(b) Pour un deuxième fanion, isocèle en L lui aussi, on donne $\widehat{MLK} = 72{,}4°$. Calcule $\widehat{LKM}$. Justifie.

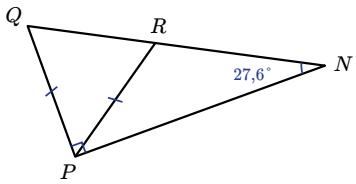
(c) Pour un autre fanion isocèle, un ami propose un angle principal de 112° et deux angles à la base de 36°. Est-ce possible ? Justifie.

(d) Un dernier fanion PQR a $\widehat{PQR} = 74°$ et $\widehat{QRP} = 32°$. Sur le croquis, il a l'air isocèle en P. Quelle est sa vraie nature ? Justifie.



La figure n'est pas à l'échelle.

Ex. 21 ★★★ **L'allée du jardin d'Anton** — À Rennes, le jardin d'Anton a la forme d'un triangle NPQ rectangle en P, avec $\widehat{PNQ} = 27{,}6°$. Une allée droite [PR] relie P à un point R du côté [NQ], avec PR = PQ.



(a) Explique pourquoi le triangle PQR est isocèle. Quel est son sommet principal ?

(b) Calcule $\widehat{PQN}$. Cite la propriété utilisée.

(c) Calcule $\widehat{PRQ}$, puis $\widehat{RPQ}$. Justifie.

(d) Déduis-en $\widehat{NPR}$ et $\widehat{PRN}$. Vérifie avec la somme des angles du triangle NPR.

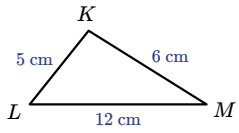
(e) Dans un autre projet, on garde PR = PQ et l'angle droit en P, mais $\widehat{RPQ} = 62°$. Calcule $\widehat{PQN}$, puis $\widehat{PNQ}$.

4. *Le triangle existe-t-il ? Construire un triangle*

À retenir : Je compare le plus grand côté à la somme des deux autres : plus petit, triangle ; égal, points alignés ; plus grand, impossible. Troisième côté : $a - b < c < a + b$. Angle non adjacent au côté : je calcule d'abord le 3e angle.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : le triangle existe-t-il ?** — Pour chaque triangle, dis s'il existe et justifie avec l'inégalité triangulaire.

(a) Paul a dessiné à main levée le triangle KLM ci-dessous. Ce triangle existe-t-il ?



La figure n'est pas à l'échelle.

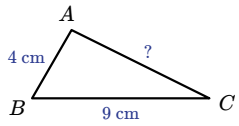
(b) Un triangle a des côtés de 3,8 cm, 6,1 cm et 9,9 cm.

(c) Un triangle a des côtés de 45 mm, 3,2 cm et 7 cm.

(d) Lina veut tracer un triangle isocèle de base 14 cm dont les deux côtés égaux mesurent 7,5 cm.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : encadrer le troisième côté** — Réponds à chaque question en utilisant l'inégalité triangulaire.

(a) Dans le triangle ABC ci-dessous, AB = 4 cm et BC = 9 cm. Encadre la longueur AC.



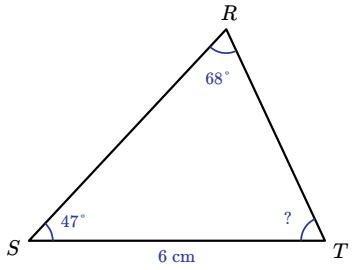
(b) Deux côtés d'un triangle mesurent 6,5 cm et 2,7 cm. Encadre le troisième côté.

(c) Un triangle isocèle a deux côtés de 7 cm. Entre quelles valeurs se trouve la longueur de sa base ?

(d) Deux côtés d'un triangle mesurent 8,5 cm et 3,5 cm. Le troisième côté peut-il mesurer 5 cm ? Justifie.

(e) Pour l'armature triangulaire d'un cerf-volant, Léo a deux baguettes de 52 mm et de 3 cm. Encadre, en cm, la longueur de la troisième baguette.

Ex. 24 ★★☆ **Le fanion d'Elsa : un angle qui n'est pas sur le côté** — Elsa veut construire un fanion triangulaire RST tel que ST = 6 cm, $\widehat{RST} = 47°$ et $\widehat{SRT} = 68°$. Avant de construire, elle fait la figure à main levée codée ci-dessous.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule l'angle $\widehat{RTS}$.

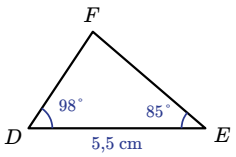
(b) Pourquoi Elsa ne peut-elle pas tracer directement l'angle de 68° au rapporteur ?

(c) Écris dans l'ordre les étapes de la construction du triangle RST.

Ex. 25 ★★☆ **Avant de construire : qui a raison ?** — Quatre élèves préparent leur construction. Pour chacun, dis s'il a raison et justifie.

(a) Malik : « Avec 3 cm, 7 cm et 11 cm, je vérifie que $7 < 3 + 11$, donc le triangle existe. »

(b) Inès : « Je vais construire le triangle DEF de ma figure à main levée, avec DE $= 5{,}5$ cm, $\widehat{FDE} = 98°$ et $\widehat{DEF} = 85°$. »

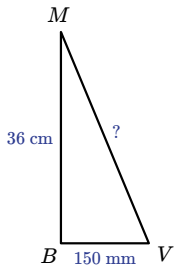


La figure n'est pas à l'échelle.

(c) Hugo : « Avec trois angles de 40°, 65° et 75°, on ne peut construire qu'un seul triangle. »

(d) Zoé : « Avec PQ $= 8{,}2$ cm, QR $= 3{,}5$ cm et PR $= 4{,}7$ cm, le triangle est aplati : R est sur le segment [PQ]. »

Ex. 26 ★★★ **La voile du bateau de Noé** — Noé fabrique la voile triangulaire MBV de son bateau miniature. Le mât [MB] mesure 36 cm et la bôme [BV] mesure 150 mm. Il doit choisir la longueur de la bordure [MV].



La figure n'est pas à l'échelle.

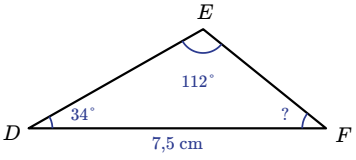
(a) Noé coupe une bordure MV de 210 mm. La voile existe-t-elle ? Justifie.

(b) Encadre la longueur MV, en cm, pour que la voile existe.

(c) Noé veut une voile isocèle. Peut-elle être isocèle en V ? Peut-elle être isocèle en M ? Justifie.

(d) Noé a 1 m de cordelette pour faire tout le tour de la voile. Combien y a-t-il de longueurs MV possibles en nombre entier de cm ?

Ex. 27 ★★★ **Le toit de la cabane de Yanis** — Yanis prépare le pignon triangulaire DEF du toit de sa cabane : DF $= 7{,}5$ cm, $\widehat{EDF} = 34°$ et $\widehat{DEF} = 112°$. Avant de construire, il fait la figure à main levée ci-dessous.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule l'angle $\widehat{DFE}$.

(b) Quelle est la nature du triangle DEF ? Justifie, sans te fier à la figure.

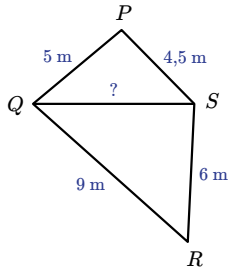
Ex. 27 (suite)

(c) Écris dans l'ordre les étapes de la construction de DEF en vraie grandeur.

(d) Lou, la sœur de Yanis, voudrait un pignon avec $\widehat{EDF} = 34°$ et $\widehat{DFE} = 148°$. Est-ce possible ? Justifie.

(e) Yanis affirme : « Si je donne seulement les trois angles 34°, 34° et 112°, tout le monde construira exactement mon toit. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 28 ★★★ **Les deux parterres du jardin de Sacha** — Le jardin de Sacha est formé de deux parterres triangulaires, PQS et QRS, séparés par une allée droite [QS]. On a PQ $= 5$ m, PS $= 4{,}5$ m, QR $= 9$ m et RS $= 6$ m. Sacha cherche la longueur possible de l'allée.



(a) Dans le parterre PQS, encadre la longueur QS.

(b) Dans le parterre QRS, encadre la longueur QS.

(c) Déduis-en un encadrement de QS qui convient pour les deux parterres.

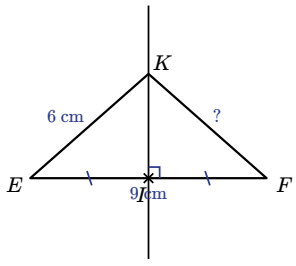
(d) Sacha voudrait une allée QS de 9,5 m. Explique ce qui se passerait pour le parterre PQS.

(e) Sacha choisit finalement QS $= 7$ m. Vérifie que les deux parterres existent, en comparant à chaque fois le bon côté.

5. *Médiatrices et cercle circonscrit*

À retenir : Médiatrice de [AB] : perpendiculaire à [AB] ET passant par son milieu. M est dessus quand MA = MB, et réciproquement. Les médiatrices se coupent en O, centre du cercle circonscrit : OA = OB = OC = rayon. Ex. : $OA = 3$ cm, diamètre $= 2 \times 3 = 6$ cm.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : la médiatrice d'un segment** — Sur la figure, I est le milieu de [EF], avec EF $=$ 9 cm. La droite (KI) est la médiatrice de [EF] et KE $= 6$ cm.



(a) Combien mesure KF ? Justifie.

Ex. 29 **(suite)**

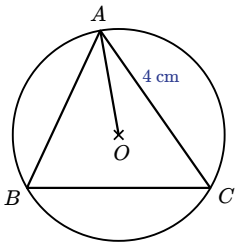
(b) Tom trace une droite qui passe par I mais coupe [EF] avec un angle de 80°. Est-ce la médiatrice de [EF] ? Justifie.

(c) Un point G vérifie GE = GF = 7,3 cm. Sur quelle droite de la figure se trouve G ? Justifie.

(d) Un point M vérifie ME = 4 cm et MF = 5 cm. M est-il sur la médiatrice de [EF] ? Justifie.

(e) Lina trace la médiatrice au compas en piquant en E puis en F, avec un écartement de 4 cm. Ses arcs vont-ils se couper ? Justifie.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : centre et rayon du cercle circonscrit** — Réponds en justifiant. Sur la figure, O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et OA = 4 cm.



(a) Sur la figure, combien mesurent OB et OC ?

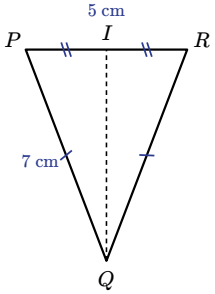
(b) Le cercle circonscrit au triangle GHJ a un rayon de 4,6 cm. Quel est son diamètre ?

(c) Le triangle UVW est rectangle en V et UW = 11 cm. Où se trouve le centre de son cercle circonscrit ? Quel est son rayon ?

(d) Dans le triangle DEF, $\widehat{DEF} = 118°$. Le centre de son cercle circonscrit est-il à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle ?

(e) Pour placer le centre du cercle circonscrit, Inès trace les trois médiatrices. Noé dit que deux suffisent. Qui a raison ? Justifie.

Ex. 31 ★★☆ **Le sommet principal et la médiatrice de la base** — Le triangle PQR est isocèle en Q, avec QP = QR = 7 cm et PR = 5 cm. I est le milieu de [PR].



(a) Démontre que le point Q est sur la médiatrice de [PR].

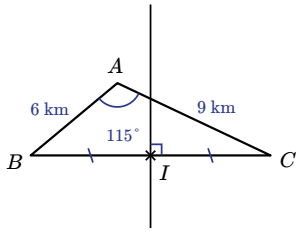
(b) Explique pourquoi la droite (QI) est la médiatrice de [PR]. Combien mesure PI ?

Ex. 31 **(suite)**

(c) Le centre O du cercle circonscrit au triangle PQR est-il sur la droite (QI) ? Justifie.

(d) Un point T de la droite (QI) vérifie TP = 4,2 cm. Calcule le périmètre du triangle TPR.

Ex. 32 ★★☆ **Une antenne pour trois villages** — On veut installer une antenne à la même distance de trois villages A, B et C. Sur la carte, AB = 6 km, AC = 9 km et $\widehat{BAC} = 115°$. Hugo a tracé la médiatrice de [BC].



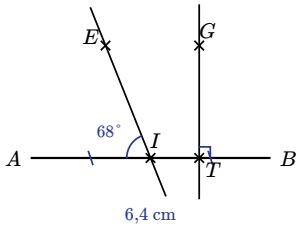
(a) Explique comment trouver l'emplacement de l'antenne avec seulement deux médiatrices.

(b) Le château d'eau D est sur la médiatrice de [BC], à 8 km de B et à 2 km de A. À quelle distance est-il de C ? Peut-on y installer l'antenne ? Justifie.

(c) L'antenne sera-t-elle à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle ABC ? Justifie.

(d) L'antenne est à environ 7 km de A. À quelle distance est-elle de B et de C ? Quel est le diamètre du cercle passant par les trois villages ?

Ex. 33 ★★★ **Médiatrice ou imposteur ?** — Le segment [AB] mesure 6,4 cm et I est son milieu. La droite (IE) passe par I, avec $\widehat{AIE} = 68°$. T est le point de [AB] tel que AT = 4,5 cm, et la droite (TG) est perpendiculaire à [AB] en T.



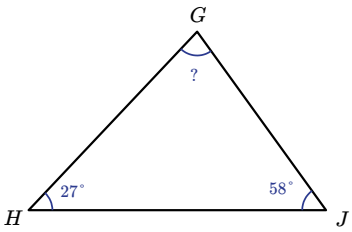
(a) Yanis affirme : « (TG) est perpendiculaire à [AB], donc (TG) est la médiatrice de [AB]. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) Chloé affirme : « (IE) passe par le milieu de [AB], donc (IE) est la médiatrice de [AB]. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) M et N sont deux points situés de part et d'autre de (AB), avec MA = MB = 5,1 cm et NA = NB = 3,9 cm. Démontre que (MN) est la médiatrice de [AB].

(d) Un point R de la droite (MN) est tel que le périmètre du triangle RAB vaut 15,8 cm. Calcule RA et RB.

Ex. 34 ★★★ **Où se cache le centre ?** — Ben a dessiné trois triangles. Dans ABC, $\widehat{BAC} = 63°$ et $\widehat{ABC} = 56°$. Dans DEF, $\widehat{DEF} = 41°$ et $\widehat{EFD} = 49°$. Dans GHJ, $\widehat{GHJ} = 27°$ et $\widehat{HJG} = 58°$; la figure de GHJ est à main levée.



La figure n'est pas à l'échelle.

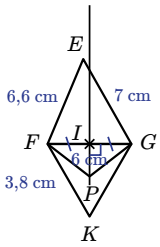
(a) Calcule le troisième angle de chacun des trois triangles.

(b) D'après la figure, Malo pense que le centre du cercle circonscrit à GHJ est à l'intérieur du triangle. Pour chaque triangle, dis où se trouve ce centre. Justifie.

(c) Dans le triangle DEF, EF = 9,8 cm. Calcule le rayon de son cercle circonscrit.

(d) Le cercle circonscrit à ABC a pour centre O et pour rayon OA = 4,15 cm. Léo affirme : « Son diamètre mesure 8,3 cm, donc OB = 8,3 cm. » Corrige-le.

Ex. 35 ★★★ **La médiatrice passe-t-elle par le sommet ?** — Dans le triangle EFG, EF = 6,6 cm, EG = 7 cm et FG = 6 cm. La droite (d), perpendiculaire à [FG] en son milieu I, est la médiatrice de [FG]. P est un point de (d) tel que PF = 3,8 cm. Le triangle FGK est équilatéral.



(a) Sur la figure, la médiatrice (d) semble passer par E. Sacha en conclut qu'elle passe par E. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Le cercle de centre P passant par F passe-t-il aussi par G ? Justifie, puis donne son diamètre.

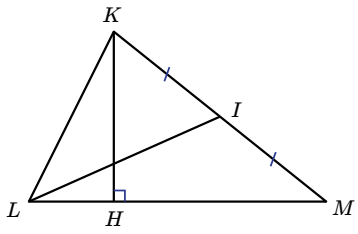
(c) Explique pourquoi les points P, I et K sont alignés.

(d) O est le point d'intersection de (d) et de la médiatrice de [EF]. Démontre que OE = OG, puis que O est sur la médiatrice de [EG].

6. *Hauteurs d'un triangle*

À retenir : La hauteur relative à [BC] part du sommet qui ne touche pas [BC]. Elle est perpendiculaire à (BC), qu'on prolonge si un angle est obtus. Aire = base × hauteur relative ÷ 2 : $6 \times 5 \div 2 = 15$ cm² ; hauteur = 2 × aire ÷ base.

Ex. 36 ★★☆ **Automatismes : lire le codage d'une hauteur** — Sur la figure, H est sur [LM] et I est le milieu de [KM]. Réponds en t'aidant du codage.



(a) Quelle droite de la figure est la hauteur issue de K ? Nomme son pied.

(b) La hauteur relative au côté [KL] part de quel sommet ? À quelle droite est-elle perpendiculaire ?

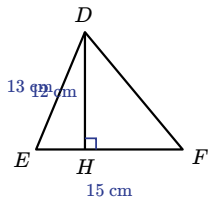
(c) Le segment [LI] passe par le milieu de [KM]. Est-ce la hauteur issue de L ? Justifie.

(d) Le triangle KLM est-il rectangle ? Justifie avec le codage.

(e) Les trois hauteurs du triangle KLM se coupent-elles en un même point ? Cite la propriété.

Ex. 37 ★★☆ **Automatismes : aire et angle avec une hauteur** — Les questions sont indépendantes. Calcule en justifiant.

(a) Sur la figure, EF = 15 cm, DE = 13 cm et DH = 12 cm. Calcule l'aire du triangle DEF.

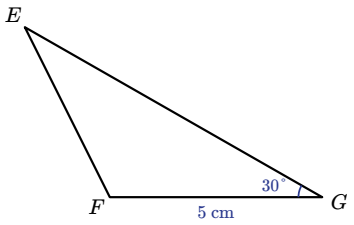


(b) Dans le triangle RST, H est le pied de la hauteur issue de R, sur [ST], et $\widehat{RSH} = 67°$. Calcule $\widehat{SRH}$.

(c) Le triangle ABC a une aire de 14,25 cm² et AB = 7,5 cm. Calcule la hauteur relative au côté [AB].

(d) Dans le triangle UVW, UV = 5 cm, VW = 4,2 cm et la hauteur issue de W mesure 3,6 cm. Calcule l'aire de UVW.

Ex. 38 ★★☆ **Une hauteur qui sort du triangle** — Dans le triangle EFG, l'angle $\widehat{EFG}$ est obtus, FG = 5 cm et $\widehat{EGF} = 30°$. H est le pied de la hauteur issue de E et EH = 4 cm.



(a) Le point H est-il sur le segment [FG] ? Explique comment tracer la hauteur issue de E.

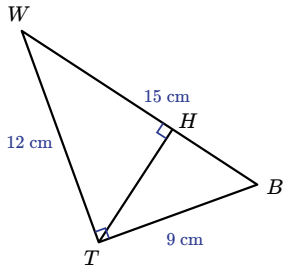
Ex. 38 **(suite)**

(b) En quel point le triangle EHG est-il rectangle ? Calcule $\widehat{GEH}$.

(c) Nora calcule l'aire de EFG : $7 \times 4 \div 2 = 14$ cm², car HG $= 7$ cm. A-t-elle raison ? Justifie et calcule l'aire.

(d) Parmi les deux autres hauteurs de EFG, laquelle sort aussi du triangle ?

Ex. 39 ★★☆ **Le fanion rectangle** — Un fanion a la forme d'un triangle BTW rectangle en T : TB $= 9$ cm, TW $=$ 12 cm et BW $= 15$ cm. H est le pied de la hauteur issue de T.



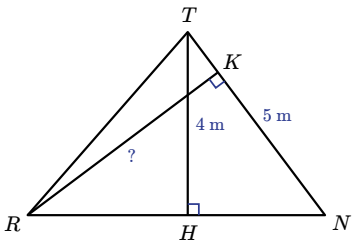
(a) Quelles sont les hauteurs issues de B et de W ? En quel point les trois hauteurs se coupent-elles ?

(b) Léo affirme : « H est le milieu de [BW]. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Calcule l'aire du fanion.

(d) Calcule TH, la longueur de la hauteur relative à [BW].

Ex. 40 ★★★ **Le jardin de Maëlys** — Le jardin de Maëlys a la forme d'un triangle RNT. On sait que RN $= 6{,}5$ m, TN $= 5$ m et TH $= 4$ m. H est le pied de la hauteur issue de T et K est le pied de la hauteur issue de R.



(a) Lucas dit : « La hauteur relative au côté [TN] est [TH], car elle part de T. » A-t-il raison ? Justifie.

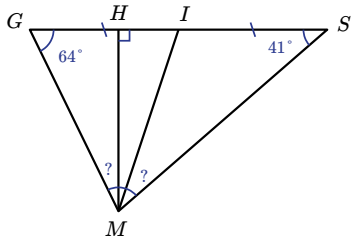
(b) Calcule l'aire du jardin.

(c) Inès calcule l'aire avec $6{,}5 \times 5 \div 2$. Explique son erreur.

(d) Calcule la longueur RK.

(e) Ben mesure RH $= 3{,}5$ m. Le point H est-il le milieu de [RN] ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **L'enseigne pointe en bas** — L'enseigne de la boulangerie de Salomé est un triangle GMS, avec la pointe M en bas. On sait que $\widehat{MGS} = 64°$ et $\widehat{MSG} = 41°$. Les points H et I sont sur le côté [GS].



(a) Tom affirme : « [MI] est la hauteur issue de M, car I est le milieu de [GS]. » A-t-il raison ? Justifie avec le codage.

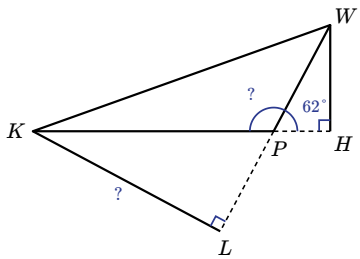
(b) Calcule $\widehat{GMH}$, puis $\widehat{HMS}$.

(c) Déduis-en $\widehat{GMS}$, puis vérifie avec la somme des angles du triangle GMS.

(d) Zoé dit : « GMS est rectangle, car un angle droit est codé. » A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Dans le triangle MHS rectangle en H, nomme la hauteur issue de M et celle issue de S. Où se coupent ses trois hauteurs ?

Ex. 42 ★★★ **La maquette de charpente** — Yanis fabrique la maquette d'une pièce de charpente en forme de triangle KPW : KP $= 6{,}8$ cm, PW $= 3{,}4$ cm et $\widehat{WPH} = 62°$. H est le pied de la hauteur issue de W, avec WH $= 3$ cm. L est le pied de la hauteur issue de K.



(a) Calcule $\widehat{HWP}$.

(b) Calcule $\widehat{KPW}$. Le triangle KPW a-t-il un angle obtus ? Justifie.

(c) Calcule l'aire du triangle KPW avec la base [KP].

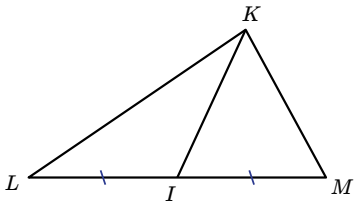
(d) Hugo écrit : $KL = 10{,}2 \div 3{,}4 = 3$ cm. Explique son erreur et calcule KL.

(e) Les droites (WH) et (KL) se coupent en un point O. Quelle autre hauteur passe par O ? O est-il dans le triangle ? Justifie.

7. *Médianes, aires et droites remarquables*

À retenir : Médiane : sommet + MILIEU du côté opposé, sans angle droit en général. Elle coupe l'aire en deux, pas le périmètre : $30 \div 2 = 15$ cm². Isocèle en A : médiane et hauteur issues de A et médiatrice de [BC] sont confondues.

Ex. 43 ★☆☆ **Médiane et moitié d'aire** — Dans le triangle KLM, I est le milieu de [LM].



(a) Quel segment de la figure est porté par la médiane issue de K ? Justifie.

(b) On donne LM = 7,4 cm. Calcule la longueur LI.

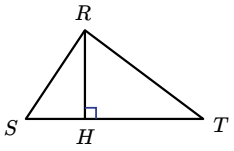
(c) L'aire du triangle KLM vaut 13,6 cm². Calcule l'aire du triangle KLI.

(d) Tom affirme : « (KI) est perpendiculaire à (LM), car c'est une médiane. » A-t-il raison ? Justifie.

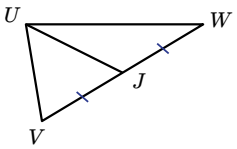
(e) Dans un autre triangle DEF, N est le milieu de [DF] et l'aire de ENF vaut 8,6 cm². Calcule l'aire de DEF.

Ex. 44 ★☆☆ **Quelle droite remarquable ?** — Sur chaque figure, dis si la droite tracée en plus du triangle est une hauteur, une médiane, une médiatrice ou aucune des trois. Justifie avec le codage.

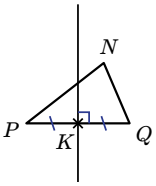
(a) Triangle RST : quelle est la nature de la droite (RH) ?



(b) Triangle UVW : quelle est la nature de la droite (UJ) ?

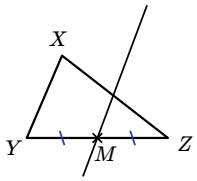


(c) Triangle PQN : quelle est la nature de la droite tracée qui passe par K ?

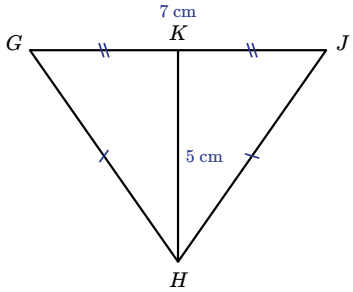


Ex. 44 (suite)

(d) Triangle XYZ : Lina dit que la droite tracée est une médiane, car elle passe par le milieu M de [YZ]. A-t-elle raison ? Justifie.



Ex. 45 ★★☆ **Le fanion isocèle** — Un fanion a la forme du triangle GHJ isocèle en H, pointe en bas. K est le milieu de [GJ]. On donne GJ = 7 cm, HK = 5 cm et HG ≈ 6,1 cm.



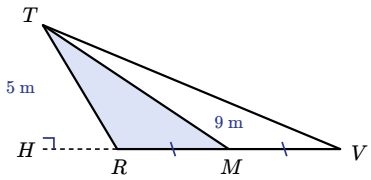
(a) Explique pourquoi (HK) est à la fois la médiane issue de H, la médiatrice de [GJ] et la hauteur issue de H.

(b) Malik affirme : « La médiane issue de G est aussi la hauteur issue de G. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Calcule l'aire du fanion GHJ, puis l'aire du triangle GHK.

(d) Si le fanion était équilatéral, combien de droites différentes formeraient en tout ses 3 médianes, 3 hauteurs et 3 médiatrices ? Justifie.

Ex. 46 ★★☆ **Le jardin partagé d'Inès** — Le jardin d'Inès a la forme du triangle TRV, avec RV = 9 m et un angle $\widehat{TRV}$ obtus. H est le pied de la hauteur issue de T, sur le prolongement de [RV], et TH = 5 m. Une haie va de T au milieu M de [RV] : elle forme les parcelles TRM et TMV.



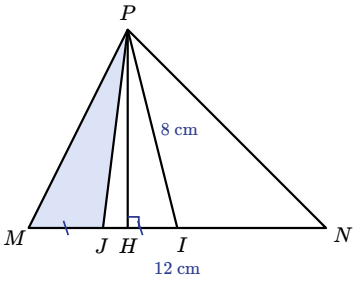
(a) Zoé dit : « La haie (TM) est la hauteur issue de T. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Calcule l'aire du jardin TRV.

(c) Démontre que les parcelles TRM et TMV ont la même aire, puis donne cette aire.

(d) Inès pense que les deux parcelles ont aussi le même périmètre. Avec TR ≈ 5,8 m, TM ≈ 9 m et TV = 13 m, a-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 47 ★★★ **Le pliage de Nora** — À l'atelier d'origami de Lille, Nora découpe le triangle de papier MNP, avec MN = 12 cm. H est le pied de la hauteur issue de P et PH = 8 cm. I est le milieu de [MN] et J est le milieu de [MI].



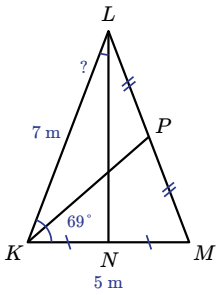
(a) Calcule l'aire du triangle MNP.

(b) Quelle droite remarquable du triangle MNP est (PI) ? Déduis-en l'aire du triangle MPI.

(c) Explique pourquoi (PJ) est une médiane du triangle MPI. Calcule l'aire du triangle MJP : quelle fraction de l'aire de MNP est-ce ?

(d) On donne PM ≈ 8,9 cm et PI ≈ 8,2 cm. Léo dit : « MJP et JIP ont la même aire, donc ils sont superposables. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le pignon de la cabane** — Sur le plan de la cabane de Sacha, à Annecy, le pignon du toit est le triangle KLM isocèle en L, avec KM = 5 m, KL = 7 m et $\widehat{LKM} = 69°$. N est le milieu de [KM] et P est le milieu de [LM].



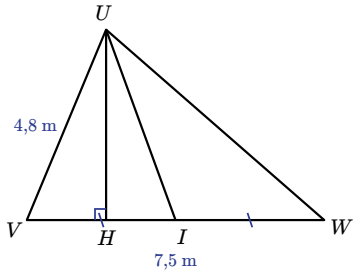
(a) Calcule $\widehat{KML}$, puis $\widehat{KLM}$.

(b) Sacha affirme : « Le triangle est isocèle, donc la médiane (KP) est aussi la hauteur issue de K. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Calcule $\widehat{KLN}$. Justifie.

(d) Si le triangle KLM était équilatéral, la médiane (KP) serait-elle la hauteur issue de K ? Justifie.

Ex. 49 ★★★ **La fresque en six couleurs** — Au collège de Rennes, une fresque a la forme du triangle UVW, avec VW = 7,5 m. H est le pied de la hauteur issue de U et UH = 4,8 m. I est le milieu de [VW].



(a) Calcule l'aire de la fresque UVW.

(b) J est le milieu de [UW] et K celui de [UV]. Les médianes (UI), (VJ) et (WK) se coupent en G. On admet qu'elles découpent UVW en six triangles de même aire. Calcule l'aire de l'un d'eux.

(c) Démontre que les petits triangles GVI et GIW ont la même aire.

(d) Yanis écrit : « Aire de UVI = VI × UI ÷ 2 = 3,75 × 5,1 ÷ 2 ≈ 9,6 m² » (UI ≈ 5,1 m). Trouve son erreur et corrige son calcul.

(e) Le triangle UGW est formé des deux petits triangles UGJ et JGW. Calcule son aire.