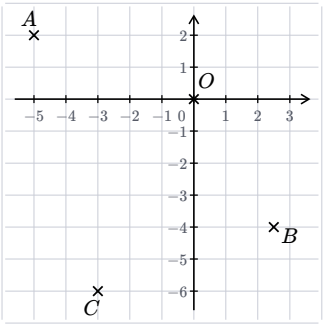
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels : symétries axiale et centrale*

À retenir : Axiale : je compte jusqu'à l'axe perpendiculairement, puis autant après ; image retournée en miroir. Centrale : O milieu de [MM′], image tête en bas ; $M(-3\,;\,2)$ a pour image $M'(3\,;\,-2)$. Longueurs et angles conservés.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : symétrique par rapport à O dans un repère** — Dans le repère d'origine O ci-dessous, on utilise la symétrie centrale de centre O.



(a) Donne les coordonnées de A′, symétrique de $A(-5\,;\,2)$ par rapport à O, puis vérifie que O est le milieu de [AA′].

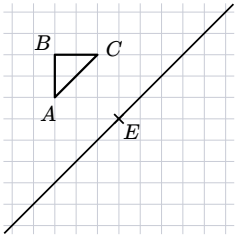
(b) Donne les coordonnées de B′, symétrique de $B(2{,}5\,;\,-4)$ par rapport à O.

(c) Yanis affirme que le symétrique de $C(-3\,;\,-6)$ par rapport à O est $C'(-3\,;\,6)$. A-t-il raison ? Justifie.

(d) Le point $D'(-6\,;\,0{,}5)$ est l'image d'un point D par cette symétrie. Donne les coordonnées de l'antécédent D.

(e) Quel est le seul point du plan qui est son propre symétrique par rapport à O ? Justifie avec ses coordonnées.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : axe oblique sur quadrillage** — La droite (d) suit la diagonale des carreaux. On construit le symétrique du triangle ABC par rapport à (d).



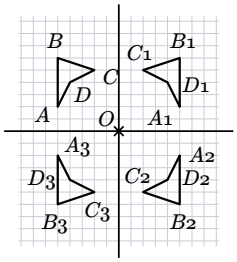
(a) Lina part de A et compte horizontalement jusqu'à (d) : 4 carreaux, puis 4 de plus. Elle place A′ à 8 carreaux à droite de A. Explique son erreur, puis place A′ correctement.

(b) Construis B′ et C′, symétriques de B et C par rapport à (d), puis trace le triangle A′B′C′.

(c) Le point E est sur (d). Où se trouve son symétrique E′ ? Justifie.

(d) Quel point de la figure est le milieu de [BB′] ? Que représente la droite (d) pour le segment [BB′] ? Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **Miroir ou demi-tour ?** — La droite verticale (d_1) et la droite horizontale (d_2) se coupent en O. Les figures 1, 2 et 3 sont des images du quadrilatère ABCD.

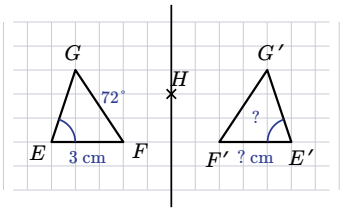


(a) La figure 1 $(A_1B_1C_1D_1)$ est l'image de ABCD par quelle symétrie ? Justifie en comptant les carreaux de A à A_1.

(b) Noah dit : « La figure 3 $(A_3B_3C_3D_3)$ a la tête en bas, donc c'est le symétrique de ABCD par rapport à O. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Par quelle symétrie obtient-on la figure 2 $(A_2B_2C_2D_2)$? Justifie en comptant les carreaux de A à A_2 et de C à C_2.

Ex. 4 ★★☆ **Ce que la symétrie conserve** — Le quadrillage est formé de carreaux de 1 cm. Le triangle E′F′G′ est le symétrique du triangle EFG par rapport à la droite (d). On donne EF = 3 cm et $\widehat{FEG} = 72°$. Le point H est sur (d).

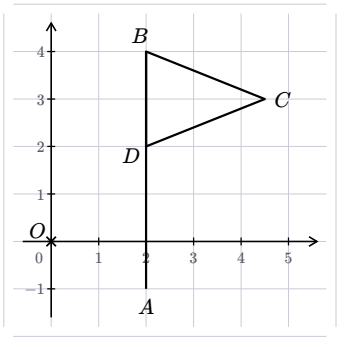


(a) Sans mesurer, donne E′F′ et $\widehat{F'E'G'}$. Rédige ta justification.

(b) Où se trouve H′, le symétrique de H par rapport à (d) ? Justifie.

(c) Le quadrilatère EGG′E′ est-il son propre symétrique par rapport à (d) ? A-t-il un centre de symétrie ? Justifie avec les longueurs EE′ et GG′.

Ex. 5 ★★★ **Le drapeau de Malo** — Sur le plan d'un parc d'Annecy, un fanion est dessiné dans un repère d'origine O (unité : 1 cm). Le mât est le segment [AB] et le tissu est le triangle BCD, avec $A(2\,;\,-1)$, $B(2\,;\,4)$, $C(4{,}5\,;\,3)$ et $D(2\,;\,2)$. On cherche l'image du fanion par la symétrie centrale de centre O.



(a) Malo affirme : « Le symétrique de C par rapport à O est $C'(-4{,}5\,;\,3)$. » A-t-il raison ? Justifie, puis corrige si besoin.

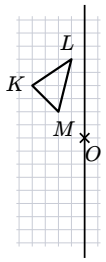
(b) Donne les coordonnées de A′, B′ et D′. Le fanion image a-t-il la tête en bas, ou est-il retourné en miroir ? Justifie avec A′ et B′.

(c) Malo applique sa méthode à tous les sommets : il change seulement le signe de l'abscisse. Par quelle transformation obtient-il son fanion ? Justifie.

(d) On place $E(0\,;\,3{,}5)$. E est-il invariant par la symétrie de centre O ? Et par la transformation de Malo ? Justifie.

(e) Le point D est sur le mât [AB]. Avec les coordonnées de A′, B′ et D′, montre que D′ est sur le mât image [A′B′]. Quelle propriété de la symétrie centrale retrouve-t-on ?

Ex. 6 ★★★ **Le motif de papier peint d'Inès** — Inès crée un motif de papier peint sur un quadrillage. La droite verticale (d) passe par le point O. Elle part du triangle KLM. Pour chaque construction, indique tes comptages en carreaux.



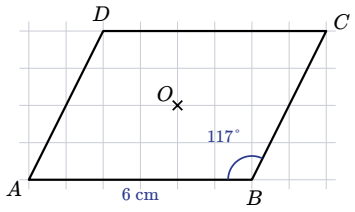
(a) Construis K′L′M′, symétrique du triangle KLM par rapport à la droite (d). Explique ton comptage pour K, L et M.

(b) Construis $K_1L_1M_1$, symétrique du triangle KLM par rapport au point O. Explique ton comptage pour L.

(c) Ilyès dit : « $K_1L_1M_1$ est retourné en miroir par rapport à KLM. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Inès ajoute $K_2L_2M_2$, symétrique de $K_1L_1M_1$ par rapport à (d). Construis-le. Explique pourquoi le motif des quatre triangles est symétrique de lui-même par rapport à O.

Ex. 7 ★★★ **Vrai ou faux : le carreau de Noé** — Noé dessine un carreau de carrelage ABCD en forme de parallélogramme. O est le point d'intersection de ses diagonales. AB = 6 cm et $\widehat{ABC} = 117°$. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie.



(a) « Le symétrique de B par rapport à O est le point D. »

(b) « La droite horizontale qui passe par O est un axe de symétrie du parallélogramme ABCD. »

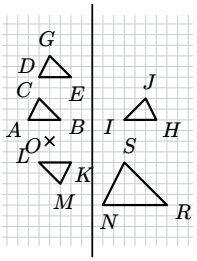
(c) « Par la symétrie de centre O, tous les points de la diagonale [AC] sont invariants. »

(d) « Sans mesurer, on peut affirmer que CD = 6 cm et que $\widehat{CDA} = 117°$. »

2. *Reconnaître une translation*

À retenir : Translation = glissement : même direction, sens et longueur pour tous les points, aucun invariant. Retournée, tête en bas ou agrandie : pas une translation. A→B, M→M′ : ABM′M parallélogramme. $M(2\,;\,0) + 3$ à droite, 1 en haut → $M'(5\,;\,1)$.

Ex. 8 ★☆☆ **Quatre candidats** — Sur le quadrillage, le triangle ABC est la figure de départ. La droite tracée est l'axe (d) et O est un point.



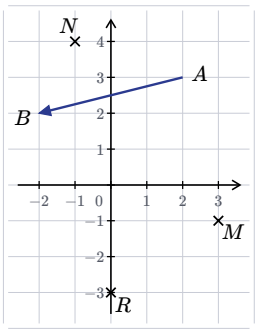
(a) Le triangle DEG est-il l'image de ABC par une translation ? Justifie.

(b) Lina affirme : « HIJ est l'image de ABC par une translation, car il a bougé sans changer de taille. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Un des triangles a la tête en bas. Lequel ? Est-il l'image de ABC par une translation ? Justifie.

(d) Le triangle NRS a la même orientation que ABC. Est-il l'image de ABC par une translation ? Justifie.

Ex. 9 ★☆☆ **Suivre la flèche** — Dans le repère, la flèche représente la translation qui transforme A en B.



(a) Lis le déplacement de A à B, puis donne les coordonnées de l'image M′ de M par cette translation.

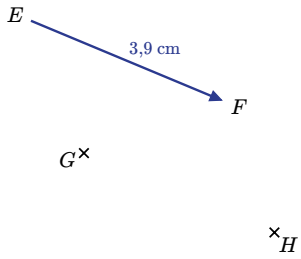
(b) Donne les coordonnées de l'image N′ de N par la translation qui transforme A en B.

(c) Le point R est l'image d'un point T par la translation qui transforme A en B. Donne les coordonnées de T.

(d) Donne les coordonnées de l'image de M par la translation qui transforme B en A.

(e) Yanis pense qu'un point du plan reste à sa place avec la translation qui transforme A en B. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 10 ★★☆ **Le bon parallélogramme** — Sur une feuille blanche, la translation qui transforme E en F transforme G en H. On a EF = 3,9 cm.



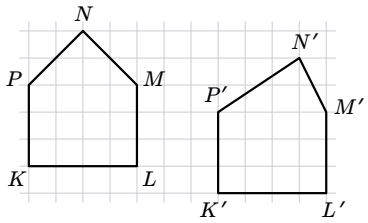
(a) Nomme le parallélogramme associé à cette translation, en écrivant ses quatre sommets dans le bon ordre.

(b) Tom écrit : « EFGH est un parallélogramme. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Quelle est la longueur GH ? Les droites (EF) et (GH) sont-elles parallèles ? Rédige la justification.

(d) Quelle est l'image de H par la translation qui transforme F en E ? Justifie.

Ex. 11 ★★☆ **La maison du jeu vidéo** — Dans un jeu vidéo, Inès fait glisser la maison KLMNP. À l'arrivée, le jeu affiche la maison K′L′M′N′P′.



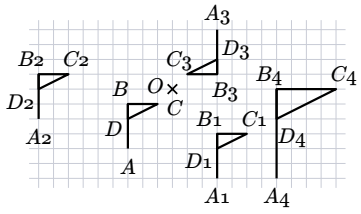
(a) Compte le déplacement de chaque sommet vers son image
(en carreaux vers la droite et vers le bas).

(b) La maison K′L′M′N′P′ est-elle l'image de KLMNP par une translation ? Justifie.

(c) Où faudrait-il placer N′ pour que la maison d'arrivée soit l'image de KLMNP par une translation ? Décris sa position à partir de N.

(d) Translation ou non ? Justifie pour chacun : une valise sur un tapis roulant rectiligne ; une porte qui s'ouvre ; le reflet d'un arbre dans un lac.

Ex. 12 ★★★ **Le drapeau et ses quatre copies** — Sur le quadrillage, le drapeau ABCD (mât [AB], fanion BCD) est la figure de départ. Les drapeaux A1B1C1D1, A2B2C2D2, A3B3C3D3 et A4B4C4D4 sont quatre copies. O est un point.



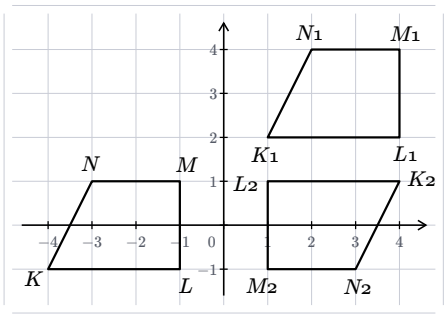
(a) Les drapeaux A3B3C3D3 et A4B4C4D4 sont-ils des images de ABCD par une translation ? Justifie pour chacun.

(b) Compte le déplacement de chaque sommet de ABCD vers son image dans A1B1C1D1, puis dans A2B2C2D2. Conclus.

(c) Noé affirme : « A1B1C1D1 et A2B2C2D2 sont des images de ABCD par la même translation : les déplacements ont la même direction et la même longueur. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Ben dit : « Pour passer de A2B2C2D2 à A1B1C1D1, on enchaîne deux fois la translation qui transforme A en A1. » Décris cette translation unique. Ben a-t-il raison ? Justifie.

Ex. 13 ★★★ **La cabine de la télécabine** — Avec un logiciel, Hugo dessine dans un repère la cabine KLMN d'une télécabine, puis deux copies : K1L1M1N1 et K2L2M2N2.



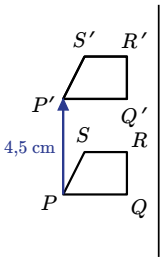
(a) Montre par des calculs que K1L1M1N1 est l'image de KLMN par une translation. Précise le déplacement.

(b) Sami affirme : « K2L2M2N2 est aussi une image par translation : K va en K2 en faisant 8 carreaux vers la droite et 2 vers le haut. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Par la translation qui transforme K en K1, calcule les coordonnées de l'image P′ du point $P(-2{,}5\,;\,-3)$.

(d) Zoé cherche l'antécédent R du point $R'(0{,}5\,;\,6)$ par cette translation. Elle trouve $R(5{,}5\,;\,9)$. A-t-elle raison ? Corrige si besoin.

Ex. 14 ★★★ **Le monte-charge et la vitre** — Dans un entrepôt de Lille, un monte-charge soulève tout droit la caisse PQRS et l'amène en P′Q′R′S′. La droite tracée est une vitre (d) dans laquelle la caisse se reflète en P″Q″R″S″. Unité : le cm.



(a) On sait que RS = 2 cm et que l'angle $\widehat{PQR}$ est droit. Donne la longueur R′S′ et la mesure de l'angle $\widehat{P'Q'R'}$. Justifie.

(b) Kenza affirme : « P″Q″R″S″ est l'image de PQRS par une translation : elle a la même forme, les mêmes longueurs, et elle a juste glissé vers la droite. » A-t-elle raison ? Justifie.

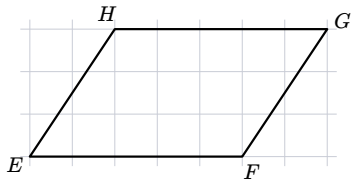
(c) Justifie que (PP′) // (QQ′) et donne la longueur QQ′, en citant la propriété du parallélogramme.

(d) T est le point de [PP′] situé 1 cm au-dessus de P. Où se trouve l'image T′ de T par la translation qui transforme P en P′ ? PP′T′T est-il un parallélogramme ? Justifie.

3. *Translation et parallélogramme*

À retenir : Si la translation qui transforme A en B transforme M en M′ (M hors de (AB)), alors ABM′M est un parallélogramme, et non ABMM′ (croisé). Dans un repère : $A(1\,;\,2)$, $B(5\,;\,3)$, $M(0\,;\,0)$ donnent $M'(4\,;\,1)$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : lire une translation dans un parallélogramme** — EFGH est un parallélogramme.



(a) Par la translation qui transforme E en F, quelle est l'image de H ?

(b) Par la translation qui transforme F en G, quelle est l'image de E ?

(c) Par la translation qui transforme G en H, quel point a pour image E ?

(d) H a pour image E par une translation. Nomme-la avec deux autres sommets de EFGH (« la translation qui transforme … en … »).

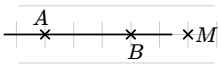
Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : le bon ordre des sommets** — Réponds en citant les sommets dans le bon ordre.

(a) La translation qui transforme R en S transforme P en P′ (P n'est pas sur la droite (RS)). Nomme le parallélogramme obtenu.

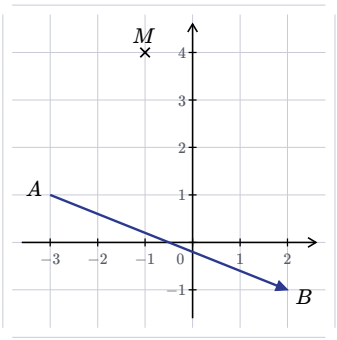
(b) Inès écrit : « La translation qui transforme C en D transforme U en T, donc CDUT est un parallélogramme. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) La translation qui transforme A en B transforme M en M′. Zoé affirme que la translation qui transforme B en A transforme aussi M en M′. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) La translation qui transforme A en B transforme M en M′. Place M′, puis dis si ABM′M est un parallélogramme. Justifie.



Ex. 17 ★★☆ **Quatrième sommet dans un repère** — Dans un repère, on donne $A(-3\,;\,1)$, $B(2\,;\,-1)$ et $M(-1\,;\,4)$.

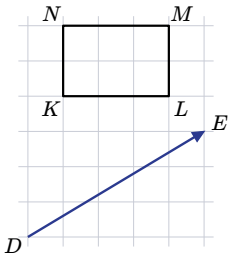


(a) Calcule les coordonnées de M′, l'image de M par la translation qui transforme A en B.

(b) Nomme le parallélogramme formé par A, B, M et M′. Cite ses deux paires de côtés parallèles et de même longueur, puis vérifie avec les déplacements celle qui ne contient pas [AB].

(c) Quel point R a pour image $S(0{,}5\,;\,-2{,}5)$ par cette translation ?

Ex. 18 ★★☆ **La télécabine** — Sur le plan d'une station, une cabine de télécabine glisse en ligne droite du pylône D jusqu'au pylône E. La cabine est représentée par le rectangle KLMN.

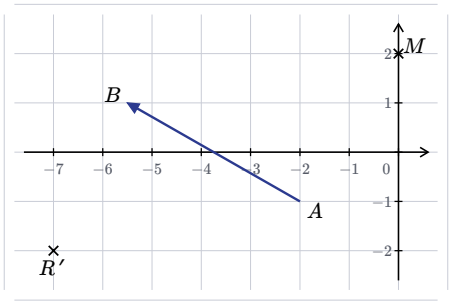


(a) Décris le déplacement de D à E. Construis l'image K′L′M′N′ de la cabine par la translation qui transforme D en E.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère DEL′L ? Justifie à l'aide de la propriété du cours.

(c) Explique pourquoi les segments [KK′] et [MM′] sont parallèles et de même longueur.

Ex. 19 ★★★ **Corriger Léo dans un repère** — Dans un repère, on donne $A(-2\,;\,-1)$, $B(-5{,}5\,;\,1)$ et $M(0\,;\,2)$. On considère la translation qui transforme A en B.



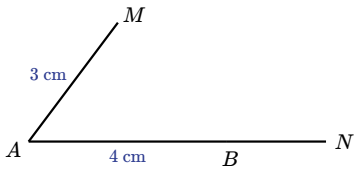
(a) Calcule les coordonnées de M′, l'image de M par la translation qui transforme A en B.

(b) Léo écrit : « Donc ABMM′ est un parallélogramme. » A-t-il raison ? Justifie et corrige si besoin.

(c) Sans mesurer, compare les longueurs AM et BM′, puis donne la position des droites (AM) et (BM′). Justifie.

(d) Le point $R'(-7\,;\,-2)$ est l'image d'un point R par la même translation. Calcule les coordonnées de R, puis nomme le parallélogramme formé par A, B, R′ et R.

Ex. 20 ★★★ **Au compas sur feuille blanche** — Sur une feuille blanche, AB = 4 cm et AM = 3 cm. Le point N est sur la droite (AB), après B, avec AN = 6 cm. On considère la translation qui transforme A en B.



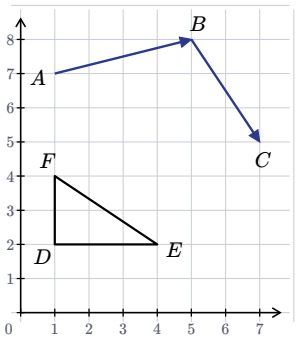
(a) Décris étape par étape la construction au compas de M′, l'image de M. Précise lequel des deux points d'intersection tu gardes.

(b) Justifie que le point construit est bien l'image de M par la translation qui transforme A en B.

(c) Calcule le périmètre du quadrilatère ABM′M. Justifie.

(d) Où se trouve N′, l'image de N ? Calcule AN′, puis explique pourquoi ABN′N n'est pas un parallélogramme.

Ex. 21 ★★★ **La pièce de jeu vidéo qui glisse deux fois** — Dans un jeu vidéo, l'écran est muni d'un repère. La pièce DEF glisse d'abord par la translation qui transforme A en B, puis par la translation qui transforme B en C.



(a) Construis l'image D1E1F1 de DEF par la translation qui transforme A en B, puis donne les coordonnées de D1, E1 et F1.

(b) Construis l'image D2E2F2 de D1E1F1 par la translation qui transforme B en C, puis donne les coordonnées de D2, E2 et F2.

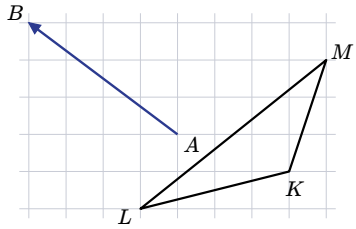
(c) Une seule translation transforme directement DEF en D2E2F2. Décris son déplacement, puis nomme-la à l'aide de deux des points A, B, C.

(d) Nomme le parallélogramme formé par D, E, D2 et E2 en citant ses sommets dans le bon ordre, puis justifie que (DE) // (D2E2).

4. *Image d'un point par une translation*

À retenir : Déplacement = arrivée − départ : de $A(1\,;\,2)$ à $B(4\,;\,-1)$, $4-1=3$ et $-1-2=-3$. Je l'ajoute aux coordonnées de chaque point M, jamais à celles de B. Pour un antécédent, je soustrais. Deux translations à la suite = une seule : les déplacements s'ajoutent.

Ex. 22 ★★☆ **Automatismes : glisser un triangle sur quadrillage** — On considère la translation qui transforme A en B, sur le quadrillage ci-dessous.



(a) Compte le déplacement de A à B : combien de carreaux, et dans quel sens, horizontalement puis verticalement ?

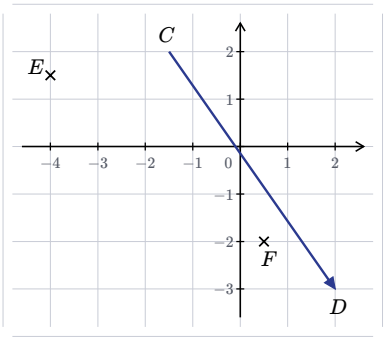
(b) Place K′, l'image de K par cette translation.

(c) Place L′ et M′, les images de L et de M.

(d) Trace le triangle K′L′M′ en reliant les images dans le même ordre.

(e) Zoé a compté « 3 carreaux vers la gauche et 4 vers le haut ». Quelle erreur a-t-elle faite ?

Ex. 23 ★★☆ **Automatismes : image et antécédent dans un repère** — On considère la translation qui transforme $C(-1{,}5\,;\,2)$ en $D(2\,;\,-3)$.



(a) Calcule le déplacement horizontal de C à D.

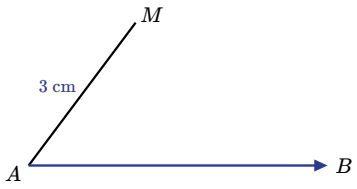
(b) Calcule le déplacement vertical de C à D.

(c) Calcule les coordonnées de E′, l'image de $E(-4\,;\,1{,}5)$.

(d) Calcule les coordonnées de F′, l'image de $F(0{,}5\,;\,-2)$.

(e) Calcule les coordonnées de G, l'antécédent de $G'(1\,;\,-1)$.

Ex. 24 ★★☆ **Au compas sur feuille blanche** — Inès veut construire, sans quadrillage, l'image M′ du point M par la translation qui transforme A en B. On sait que AB = 5 cm et AM = 3 cm.



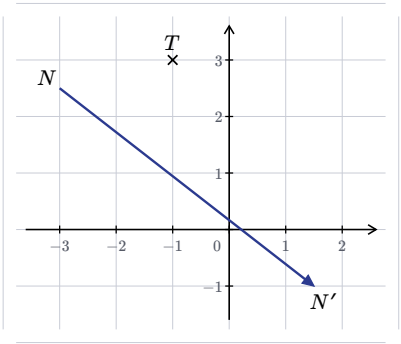
(a) Quels deux arcs de cercle Inès doit-elle tracer au compas ? Donne le centre et le rayon de chacun.

(b) Les deux arcs se coupent en deux points. Lequel est M′ ? Justifie.

(c) Sans mesurer, donne les longueurs MM′ et BM′.

(d) Inès écrit : « ABMM′ est un parallélogramme. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 25 ★★☆ **Le vaisseau qui glisse** — Dans un jeu vidéo, le vaisseau de Hugo glisse en ligne droite du point $N(-3\,;\,2{,}5)$ au point $N'(1{,}5\,;\,-1)$. Ce glissement est une translation.



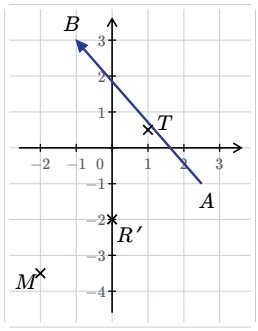
(a) Décris la translation qui transforme N en N′ : déplacement horizontal et déplacement vertical.

(b) Le vaisseau glisse ensuite de 5 unités vers la gauche et de 3 vers le haut. Calcule les coordonnées de sa position finale N″.

(c) Quelle translation unique amène directement le vaisseau de N à N″ ?

(d) Un bonus situé en $T(-1\,;\,3)$ subit les deux glissements. Hugo écrit : $T''(-1+4{,}5+5\,;\,3-3{,}5+3)$, soit $T''(8{,}5\,;\,2{,}5)$. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 26 ★★★ **Le plan de Besançon : trois élèves, trois erreurs** — Sur un plan de Besançon muni d'un repère, on considère la translation qui transforme $A(2{,}5\,;\,-1)$ en $B(-1\,;\,3)$. On place aussi les points $M(-2\,;\,-3{,}5)$, $T(1\,;\,0{,}5)$ et $R'(0\,;\,-2)$.



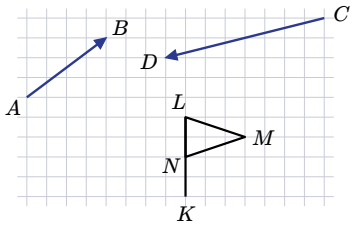
(a) Calcule le déplacement horizontal puis le déplacement vertical de la translation qui transforme A en B.

(b) Lucas trouve que l'image de M est $M'(-4{,}5\,;\,7)$. Quelle erreur a-t-il faite ? Calcule les bonnes coordonnées de M′.

(c) Chloé annonce que l'antécédent de R′ est $R(-3{,}5\,;\,2)$. A-t-elle raison ? Justifie, puis donne les coordonnées de R.

(d) Nora écrit : « $T'(1+4\,;\,0{,}5-3{,}5)$, soit $T'(5\,;\,-3)$. » A-t-elle raison ? Justifie, puis donne les coordonnées de T′.

Ex. 27 ★★★ **Le fanion qui glisse deux fois** — Dans un dessin animé, Yanis fait glisser un fanion (mât [KL] et triangle LMN) sur un quadrillage de 1 cm. D'abord par la translation qui transforme A en B, puis par la translation qui transforme C en D.



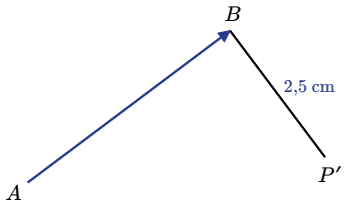
(a) Compte le déplacement de A à B, puis celui de C à D : nombre de carreaux et sens, horizontalement puis verticalement.

(b) Construis l'image K1L1M1N1 du fanion par la translation qui transforme A en B, puis l'image K2L2M2N2 de K1L1M1N1 par la translation qui transforme C en D.

(c) Maël affirme : « Du premier fanion au dernier, on se déplace de $4+8=12$ carreaux vers la droite et de $3+2=5$ vers le haut. » A-t-il raison ? Justifie et décris la translation unique.

(d) Quelle est la longueur du mât [K2L2] ? Rédige la justification.

Ex. 28 ★★★ **Les cabines de la télécabine** — Sur le schéma d'une télécabine à Font-Romeu, toutes les cabines glissent de la même façon : la cabine A arrive en B, avec AB = 4 cm. Une cabine partie d'un point P est arrivée en P′, avec BP′ = 2,5 cm. Lina veut retrouver P sur feuille blanche, au compas.



(a) Quels deux arcs de cercle Lina doit-elle tracer pour placer P ? Donne le centre et le rayon de chacun.

(b) Les deux arcs se coupent en deux points. Lequel est P ? Justifie avec la direction et le sens des flèches.

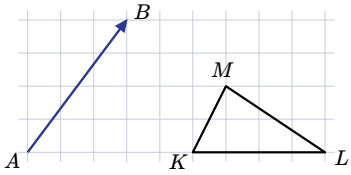
(c) Une cabine N est sur le segment [AB], avec AN = 1,5 cm. Où se trouve son image N′ ? Calcule AN′ et BN′.

(d) Tom affirme : « La cabine P a parcouru 2,5 cm, comme de B à P′. » A-t-il raison ? Rédige la justification.

5. *Image d'une figure sur quadrillage*

À retenir : Je compte le déplacement de A à B, je le refais à partir de CHAQUE sommet (jamais de B), puis je relie dans le même ordre. Cercle : image du centre, même rayon. Antécédent : je recule. Ex. : 3 à gauche, 2 en haut : $K(5\,;\,1) \to K'(2\,;\,3)$.

Ex. 29 ★☆☆ **Un triangle qui glisse en oblique** — Sur le quadrillage, la flèche montre la translation qui transforme A en B. On veut construire l'image du triangle KLM par cette translation.



(a) Compte le déplacement de A à B : combien de carreaux vers la droite, et combien vers le haut ?

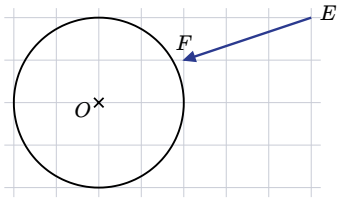
(b) Construis K′, l'image de K. Explique comment tu le places.

(c) Construis L′ et M′ de la même façon, puis relie K′, L′ et M′ dans cet ordre.

(d) Nina a placé K′ 3 carreaux à droite et 4 au-dessus de B. A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Combien de carreaux mesure [K′L′] ? Compare avec KL.

Ex. 30 ★★☆ **L'image d'un cercle** — Le cercle a pour centre O et pour rayon 2 carreaux. On construit son image par la translation qui transforme E en F.



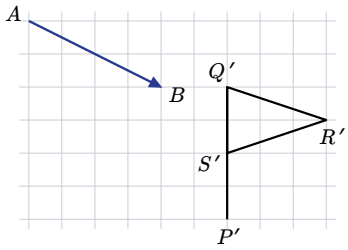
(a) Compte le déplacement de E à F : de combien de carreaux, et dans quels sens ?

(b) Construis O′, l'image du centre O.

(c) Quel est le rayon du cercle image ? Justifie, puis trace ce cercle.

(d) Le cercle image chevauche le cercle de départ. Jade dit : « C'est faux, une image ne peut pas toucher sa figure. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 31 ★★☆ **Retrouver le drapeau de départ** — Le drapeau P′Q′R′S′ (mât [P′Q′] et triangle Q′R′S′) est l'image d'un drapeau PQRS par la translation qui transforme A en B. On veut retrouver le drapeau de départ.



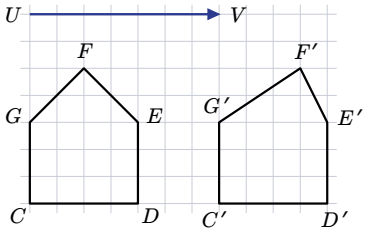
(a) De A à B, quel est le déplacement ? Quel déplacement fais-tu à partir de chaque point image pour retrouver son antécédent ?

(b) Construis P, Q, R et S, puis trace le drapeau PQRS.

(c) Sam a ajouté le déplacement à R′ au lieu de reculer. Où a-t-il placé R ? Explique son erreur.

(d) Kévin dit : « Pour aller de P′ à P, j'utilise la translation qui transforme A en B. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 32 ★★☆ **La maison de Hugo** — Hugo devait construire l'image de la maison CDEFG par la translation qui transforme U en V. Voici son dessin C′D′E′F′G′.



(a) Compte le déplacement de U à V.

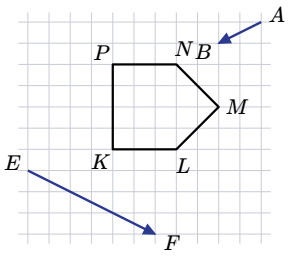
Ex. 32 **(suite)**

(b) Compte le déplacement de chaque sommet à son image sur le dessin de Hugo. Quel sommet est mal placé ?

(c) Où Hugo aurait-il dû placer ce sommet ? Corrige sa figure.

(d) Mila dessine la même maison avec le toit vers le bas. Sa figure peut-elle être l'image de CDEFG par une translation ? Justifie.

Ex. 33 ★★★ **La pièce du jeu vidéo qui glisse deux fois** — Dans le jeu vidéo de Yanis, une pièce en forme de flèche KLMNP glisse sur un quadrillage. On repère chaque nœud par (carreaux vers la droite ; carreaux vers le haut) à partir du coin en bas à gauche. La pièce subit d'abord la translation qui transforme A en B, puis la translation qui transforme E en F.



(a) Compte le déplacement de A à B. Construis ensuite l'image K′L′M′N′P′ de la pièce et donne la position des cinq sommets images.

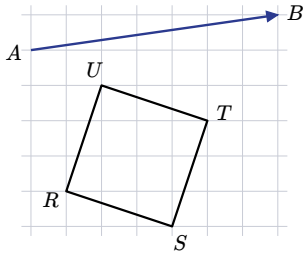
(b) Maël a placé K′ en partant de B, et il a obtenu le point (7 ; 8). Explique son erreur.

(c) La pièce et son image se chevauchent. Cite les deux sommets de l'image qui sont à l'intérieur de la pièce de départ. Un point de la pièce reste-t-il à sa place ? Justifie.

(d) Construis l'image K″L″M″N″P″ de K′L′M′N′P′ par la translation qui transforme E en F. Donne la position de K″ et de M″.

(e) Quelle translation unique transforme directement KLMNP en K″L″M″N″P″ ? Vérifie ta réponse avec K et K″.

Ex. 34 ★★★ **La tuile qui sort du quadrillage** — Inès dessine le plan d'un carrelage sur un quadrillage de 12 carreaux de large et 8 carreaux de haut. On repère chaque nœud par (carreaux vers la droite ; carreaux vers le haut) à partir du coin en bas à gauche. Elle veut construire l'image de la tuile carrée RSTU par la translation qui transforme A en B.



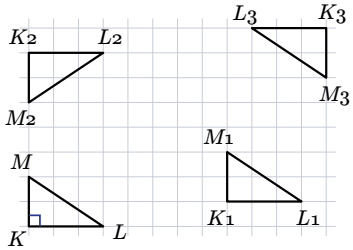
(a) Compte le déplacement de A à B, puis donne la position de R′, S′, T′ et U′. Quel sommet image sort du quadrillage ?

(b) Zoé compte le déplacement de R à S, puis le refait à partir de R′ pour placer S′. Obtient-elle le bon point ? Justifie.

(c) Inès garde 1 carreau vers le haut. De combien de carreaux au plus peut-elle aller vers la droite pour que toute l'image reste dans le quadrillage ? Justifie.

(d) Avec ce déplacement maximal, elle relie ses images dans l'ordre R′, T′, S′, U′. Qu'obtient-elle ? Corrige et donne les quatre sommets dans le bon ordre.

Ex. 35 ★★★ **Trois triangles sur le plan de Lina** — Lina a dessiné le triangle KLM, rectangle en K, et trois triangles de mêmes longueurs : F1 = K1L1M1, F2 = K2L2M2 et F3 = K3L3M3. On repère chaque nœud par (carreaux vers la droite ; carreaux vers le haut) à partir du coin en bas à gauche.



(a) Lequel des triangles F1, F2 et F3 est l'image de KLM par une translation ? Justifie en observant l'orientation de chacun.

(b) Pour F1, compte le déplacement de K à K1, de L à L1 et de M à M1. Que constates-tu ?

(c) Lina affirme : « F3 est aussi l'image de KLM par une translation, puisqu'il a les mêmes longueurs. » A-t-elle raison ? Compare les déplacements de K à K3 et de L à L3.

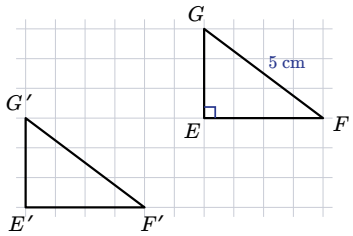
Ex. 35 (suite)

(d) Construis l'image K′L′M′ de KLM par la translation qui transforme K en M. Avec quel point K′ est-il confondu ? Le point M est-il invariant ? Justifie.

6. *Propriétés conservées*

À retenir : Une translation conserve longueurs, angles, aires, alignement, milieux et parallélisme : $AB = 4{,}5$ cm donne $A'B' = 4{,}5$ cm. Image d'une droite : une droite parallèle ; d'un cercle : même rayon, centre O′. La figure bouge, ses mesures non.

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : lire les mesures de l'image** — Le triangle E′F′G′ est l'image du triangle EFG par une translation. Le triangle EFG est rectangle en E, avec EF = 4 cm, EG = 3 cm et FG = 5 cm. Réponds sans mesurer sur la figure.



(a) Donne la longueur F′G′.

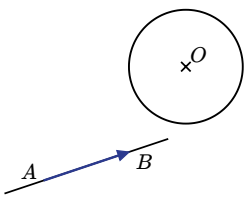
(b) Donne la mesure de l'angle $\widehat{F'E'G'}$.

(c) Calcule le périmètre du triangle E′F′G′.

(d) Calcule l'aire du triangle E′F′G′.

(e) Léa dit : « Une translation conserve tout, donc E′ est au même endroit que E. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — On considère la translation qui transforme A en B (3 cm vers la droite et 1 cm vers le haut). Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre O et pour rayon 2 cm. Dis si chaque phrase est vraie ou fausse, puis justifie.



(a) L'image de la droite (AB) est une autre droite, parallèle à (AB) mais distincte.

(b) L'image du cercle $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 2 cm.

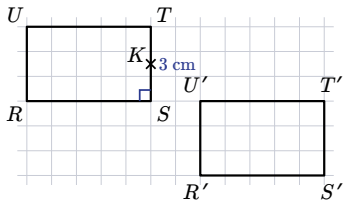
(c) Si M est un point de $\mathcal{C}$, son image M′ est à 2 cm de O′, l'image de O.

Ex. 37 (suite)

(d) Si I est le milieu de [OA], alors son image I′ est le milieu de [O′B].

(e) Un carré de côté 2,5 cm a pour image un carré d'aire 6,25 cm².

Ex. 38 ★★☆ **Le tapis qui glisse** — Sur une application de décoration, Yanis fait glisser un tapis rectangulaire RSTU : la translation qui transforme R en R′ l'amène en R′S′T′U′. On a RS = 5 cm et ST = 3 cm. K est le milieu de [ST]. Rédige chaque réponse : données → propriété → conclusion.



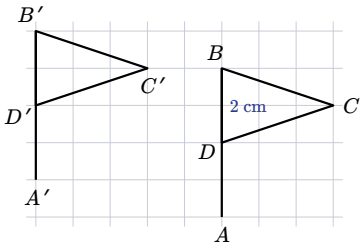
(a) Montre que R′S′T′U′ est un rectangle.

(b) Calcule le périmètre et l'aire du tapis R′S′T′U′.

(c) K′ est l'image de K. Que représente K′ pour [S′T′] ? Calcule S′K′.

(d) Montre que (U′T′) // (RS).

Ex. 39 ★★☆ **Le fanion de la bannière** — Pour une bannière de fanions, Inès fait glisser un fanion avec un logiciel de dessin. Ce fanion est formé du mât [AB], avec AB = 4 cm, et du triangle BCD. D est sur [AB], BD = 2 cm, et C est à 3 cm de la droite (AB). Une translation le transforme en A′B′C′D′.



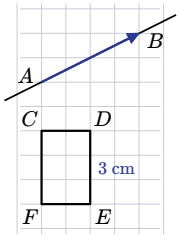
(a) Hugo affirme : « Le fanion A′B′C′D′ est plus loin, donc il est plus petit : A′B′ < 4 cm. » Ce raisonnement est-il juste ? Justifie.

(b) Calcule l'aire du triangle B′C′D′ en justifiant.

(c) Les points A′, D′ et B′ sont-ils alignés ? Justifie.

(d) Que peux-tu dire des droites (AB) et (A′B′) ? Justifie.

Ex. 40 ★★★ **La télécabine de Chamonix** — À Chamonix, une cabine de télécabine glisse le long d'un câble droit : la droite (d) = (AB). Sur le schéma (1 carreau = 1 cm), la translation qui transforme A en B (4 cm vers la droite et 2 cm vers le haut) amène la cabine rectangulaire CDEF en C′D′E′F′. On a CD = 2 cm et DE = 3 cm.



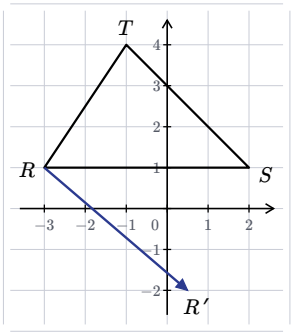
a. Quelle est l'image du câble (d) par cette translation ? Justifie.

b. La droite (C′D′) est l'image de la droite (CD). Est-elle parallèle à (CD) ? Est-elle confondue avec (CD) ? Justifie.

c. La cabine glisse une deuxième fois par la même translation : C′D′E′F′ arrive en C″D″E″F″. Décris la translation unique qui amène CDEF en C″D″E″F″, puis donne l'aire de C″D″E″F″ en justifiant.

d. Montre que ABC′C est un parallélogramme, puis que le point C glisse parallèlement au câble : (CC′) // (d).

Ex. 41 ★★★ **La pièce qui glisse dans le jeu vidéo** — Dans un jeu vidéo, une pièce triangulaire RST glisse sur l'écran, dans un repère dont l'unité est 1 cm : $R(-3\,;\,1)$, $S(2\,;\,1)$ et $T(-1\,;\,4)$. La translation qui transforme R en $R'(0{,}5\,;\,-2)$ transforme S en S′ et T en T′.



a. Calcule les coordonnées de S′ et de T′.

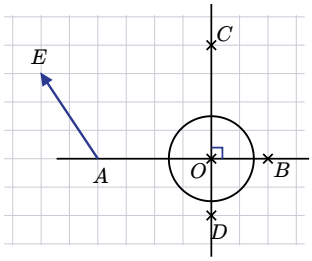
b. M est le milieu de [RS]. Calcule les coordonnées de M, puis celles de son image M′. Vérifie que M′ est le milieu de [R′S′] et cite la propriété qui le garantit.

c. Le point $N'(1{,}5\,;\,-0{,}5)$ est l'image d'un point N du segment [RT]. Calcule les coordonnées de N, puis dis si R′, N′ et T′ sont alignés en justifiant.

Ex. 41 (suite)

d. Maëlle dessine le triangle $R''(-4\,;\,-5)$, $S''(6\,;\,-5)$, $T''(0\,;\,1)$, dont les côtés sont parallèles à ceux de RST. Elle dit : « C'est l'image de RST par une translation. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Le plan du nouveau quartier** — Sur le plan d'un nouveau quartier de Grenoble, l'architecte Nadia fait glisser la rue (AB) et le rond-point $\mathcal{C}$ (centre O, rayon 1,5 cm) avec la translation qui transforme A en E (2 cm vers la gauche, 3 cm vers le haut). L'avenue (CD) ne bouge pas. On sait que (AB) ⊥ (CD) en O. On note (d′) l'image de (AB).



a. Explique pourquoi (d′) passe par E et pourquoi (d′) // (AB).

b. Montre que (d′) ⊥ (CD). Rédige : données, propriété, conclusion.

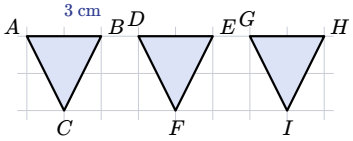
c. Tom affirme : « Si on fait aussi glisser (CD), comme une translation conserve les angles, son image sera perpendiculaire à (CD). » A-t-il raison ? Justifie.

d. Décris l'image $\mathcal{C}'$ du rond-point (centre et rayon), explique pourquoi son centre est sur (d′), puis calcule la longueur de $\mathcal{C}'$, arrondie au dixième.

7. *Frises et pavages*

À retenir : Du p-ième au n-ième motif, il y a $n - p$ translations : du 3e au 8e, $8 - 3 = 5$. On mesure la translation de bord gauche à bord gauche, et l'espace vide = translation − largeur. Pavage : il y a translation seulement si l'orientation est exactement la même.

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : la bannière de fanions** — Pour son anniversaire, Noé accroche une bannière. Chaque fanion est l'image du précédent par la même translation vers la droite.



a. Combien y a-t-il de translations du 1er au 8e fanion ?

b. Combien y a-t-il de translations du 4e au 9e fanion ?

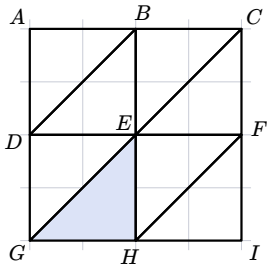
c. Quelle est la longueur de l'espace vide entre deux fanions voisins ?

Ex. 43 **(suite)**

(d) De combien de centimètres le 6e fanion est-il décalé par rapport au 1er ?

(e) Le 1er fanion commence à 1 cm du bord de la bannière. À quelle distance du bord commence le 10e fanion ?

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : le carrelage en triangles** — Le carrelage d'une salle de bains est un pavage de triangles rectangles. Le triangle GHE est colorié.



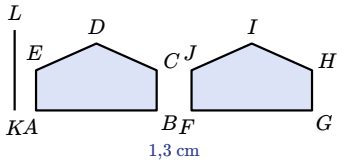
(a) Quel triangle est l'image du triangle GED par la translation qui transforme G en H ?

(b) Le triangle GED est-il l'image du triangle GHE par une translation ? Justifie.

(c) Cite tous les triangles du pavage, autres que GHE, qui sont des images de GHE par une translation.

(d) Par quelle translation passe-t-on du triangle GED au triangle ECB ? Donne le déplacement en carreaux.

Ex. 45 ★★☆ **La frise de papier peint** — Une frise de papier peint répète un motif en forme de maison de 4,5 cm de large par une translation vers la droite. Entre deux maisons voisines, il y a un espace vide de 1,3 cm. La 1re maison commence à 0,8 cm du bord.

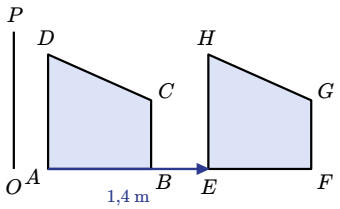


(a) Inès affirme : « La translation de cette frise mesure 1,3 cm. » A-t-elle raison ? Justifie et donne la longueur de la translation.

(b) À quelle distance du bord commence la 12e maison ? À quelle distance se termine-t-elle ?

(c) Hugo affirme : « Du 3e au 12e motif, il y a 10 translations. » A-t-il raison ? Calcule le décalage entre ces deux motifs.

Ex. 46 ★★☆ **La frise d'une façade** — Sur une façade de 12 m de long, un peintre répète un motif de 0,9 m de large par la translation représentée par la flèche (1,4 m vers la droite). Le 1er motif commence à 0,3 m du bord gauche.

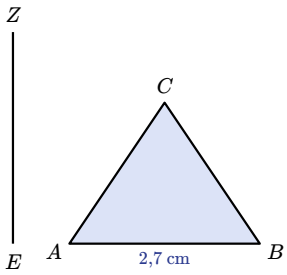


(a) Quelle est la longueur de l'espace vide entre deux motifs voisins ?

(b) Un motif se termine à 6,8 m du bord gauche. Quel est son numéro ? Justifie.

(c) Combien de motifs complets le peintre peut-il placer sur la façade ? Justifie.

Ex. 47 ★★★ **Problème : la frise de sapins de l'étagère** — Lina peint une frise de sapins au pochoir le long d'une étagère de 80 cm. Chaque sapin mesure 2,7 cm de large. Il est l'image du précédent par une même translation vers la droite. Le 1er sapin commence à 0,8 cm du bord gauche. Du bord gauche du 3e sapin au bord gauche du 7e, il y a 18,4 cm.



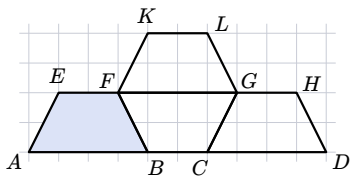
(a) Calcule la longueur de la translation de cette frise.

(b) Quelle est la longueur de l'espace vide entre deux sapins voisins ?

(c) Sacha calcule le début du 15e sapin : « $0{,}8 + 15 \times 4{,}6 = 69{,}8$ cm. » Corrige son erreur, puis indique où se termine ce sapin.

(d) Combien de sapins complets Lina peut-elle peindre sur l'étagère ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Problème : le pavage du hall de gare** — Le sol du hall d'une gare de Rennes est un pavage de trapèzes. Le trapèze ABFE est colorié.



(a) Zoé affirme : « BCGF est l'image de ABFE par la translation qui transforme A en B. » A-t-elle raison ? Justifie, puis précise la transformation qui convient.

Ex. 48 **(suite)**

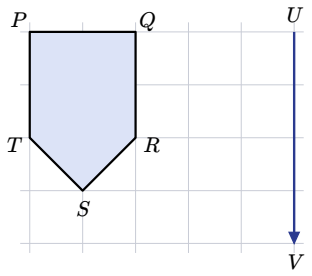
(b) Cite les trapèzes de la figure, autres que ABFE, qui sont des images de ABFE par une translation. Justifie.

(c) Pour chacun de ces trapèzes, décris le déplacement en carreaux, puis donne l'image du point E.

(d) Ben prolonge le pavage. Construis l'image C1D1H1G1 de CDHG par la translation qui transforme A en F.

Ex. 49 ★★★ **Problème : la frise verticale du rideau**

— Malik brode une frise verticale sur un rideau. Chaque motif est l'image du précédent par la translation qui transforme U en V. Le 1er motif PQRST est dessiné. Sur le vrai rideau, 1 carreau représente 2,5 cm.



(a) Construis le 2e motif P′Q′R′S′T′, image de PQRST par la translation qui transforme U en V.

(b) Lucas dit : « Du 4e au 9e motif, il y a 6 motifs, donc 6 translations : le 9e est 60 cm sous le 4e. » Corrige son erreur.

(c) Le haut du dernier motif est 190 cm sous le haut du 1er motif. Quel est le numéro de ce dernier motif ?

(d) Malik fait glisser le 2e motif de 3 carreaux vers la droite. Par quelle seule translation passe-t-on du 1er motif au motif obtenu ? Où arrive S ?