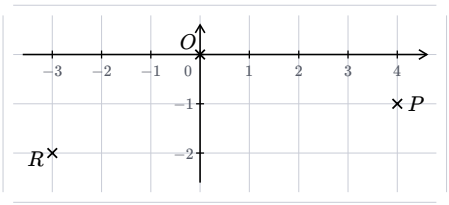
**49 exercices** en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

## 1. Rappels : symétries et translation

**À retenir :** Image = arrivée ; antécédent = départ (déplacement inverse). Symétrie axiale : (d) médiatrice de [MM′], figure retournée. Demi-tour de centre O : $(2\,;\,-7) \to (-2\,;\,7)$. Translation qui transforme A en B : ABM′M parallélogramme.

**Ex. 1** ★☆☆ **Automatismes : demi-tour dans un repère** — On utilise la symétrie de centre O, origine du repère (le demi-tour de centre O).




(a) Donne les coordonnées de P′, image de $P(4\,;\,-1)$.

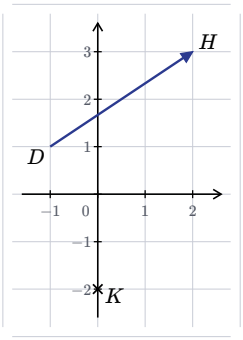
(b) Donne les coordonnées de R′, image de $R(-3\,;\,-2)$.

(c) Inès écrit que l'image de $T(5\,;\,2)$ est $T'(-5\,;\,2)$. Corrige son erreur.

(d) Le point $U'(0\,;\,-4)$ est l'image d'un point U. Donne les coordonnées de son antécédent U.

(e) Quel point du plan est invariant par ce demi-tour ?

**Ex. 2** ★☆☆ **Automatismes : translation dans un repère** — On utilise la translation qui transforme $D(-1\,;\,1)$ en $H(2\,;\,3)$. Le point K a pour coordonnées $K(0\,;\,-2)$.




(a) Donne les coordonnées de K′, image de K par cette translation.

(b) Le point $N'(4\,;\,1)$ est l'image d'un point N par cette translation. Donne les coordonnées de N.

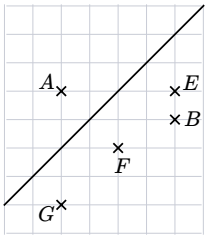
(c) Donne les coordonnées de l'image de K par la translation qui transforme H en D.

**Ex. 2 (suite)**

(d) Quel quadrilatère est un parallélogramme : DHKK′ ou DHK′K ? Justifie.

(e) Combien de points sont invariants par la translation qui transforme D en H ?

**Ex. 3** ★★☆ **Symétrie axiale avec un axe oblique** — Sur le quadrillage, la droite (d) est oblique : elle traverse les carreaux en diagonale. On utilise la symétrie axiale d'axe (d).



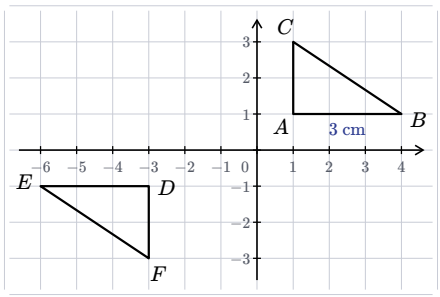

(a) Le symétrique de A par rapport à (d) est l'un des points E, F ou G. Lequel ? Justifie.

(b) Lou dit : « (d) coupe [AE] en son milieu, donc E est le symétrique de A. » Explique son erreur.

(c) Depuis B, de combien de carreaux et dans quelles directions faut-il aller pour atteindre son symétrique B′ ?

(d) Quels points sont invariants par cette symétrie axiale ?

**Ex. 4** ★★☆ **Reconnaître la transformation** — Dans le repère, le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une transformation. On sait que AB = 3 cm.



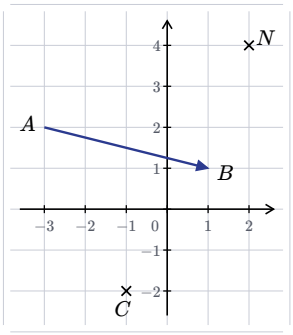

(a) Quelle est cette transformation ? Justifie, puis donne les coordonnées de son centre.

(b) Donne la longueur DE. Justifie.

(c) Explique pourquoi la droite (DE) est parallèle à la droite (AB).

(d) Sami dit : « C'est une translation, car les côtés de DEF sont parallèles à ceux de ABC. » A-t-il raison ? Justifie.

**Ex. 5** ★★★ **Translation : image, antécédent et sens du déplacement** — Dans le repère (1 carreau = 1 cm), on utilise la translation qui transforme $A(-3\,;\,2)$ en $B(1\,;\,1)$. On donne aussi $C(-1\,;\,-2)$ et $N(2\,;\,4)$. Les longueurs seront arrondies au dixième.




(a) Décris en carreaux le déplacement de cette translation, puis donne les coordonnées de C′, image de C.

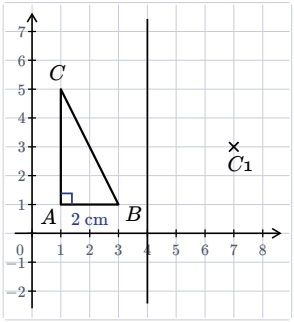
(b) Maël affirme que l'antécédent de N par cette translation est le point $(6\,;\,3)$. A-t-il raison ? Justifie et donne le bon antécédent.

(c) Explique pourquoi $CC' = AB$, puis calcule $CC'$.

(d) Tom pense que l'image de B par cette translation est A. Explique son erreur, puis donne les coordonnées de B′.

(e) On trace le triangle ACN et son image par cette translation. L'image est-elle retournée, tête en bas ou de même orientation ? A-t-elle la même aire ? Justifie.

**Ex. 6** ★★★ **Symétrie axiale : corriger une image mal placée** — Dans le repère, la droite (d) est la droite verticale formée des points d'abscisse 4. Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 2$ cm et $AC = 4$ cm. On utilise la symétrie d'axe (d). Noé a placé un point C1.




(a) Donne les coordonnées de A′ et de B′, images de A et de B par la symétrie d'axe (d).

(b) Noé dit que C1 est l'image de C, car C1 est lui aussi à 3 carreaux de (d). Explique son erreur, puis donne les coordonnées de C′.

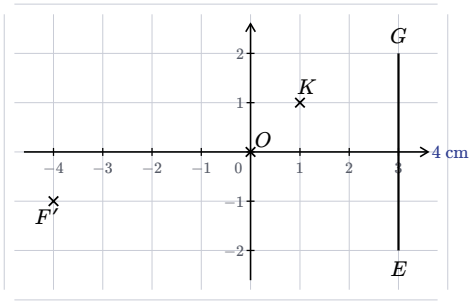
(c) Le point $M'(6\,;\,3)$ est l'image d'un point M par la symétrie d'axe (d). Donne les coordonnées de M.

(d) Calcule l'aire du triangle ABC. Donne ensuite la longueur A′C′ et l'aire du triangle A′B′C′, en justifiant.

**Ex. 6** (suite)

(e) Le triangle A′B′C′ a-t-il la même orientation que ABC ? Explique ce qui permet de reconnaître une symétrie axiale.

**Ex. 7** ★★★ **Demi-tour : centre à l'origine ou non** — Dans le repère d'origine O, on place les points $E(3\,;\,-2)$, $G(3\,;\,2)$, $K(1\,;\,1)$ et $F'(-4\,;\,-1)$. Le segment [EG] mesure 4 cm.




(a) Lucas dit que l'image de E par le demi-tour de centre O est le point $(3\,;\,2)$. Explique son erreur, puis donne les coordonnées de E′.

(b) F′ est l'image d'un point F par le demi-tour de centre O. Donne les coordonnées de F, puis vérifie que O est le milieu de [FF′].

(c) Donne les coordonnées de G1, image de G par le demi-tour de centre K. Justifie à l'aide du milieu.

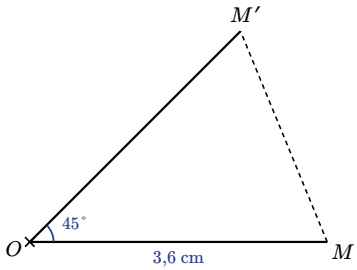
(d) Que peux-tu dire de la longueur et de la direction de l'image de [EG] par le demi-tour de centre O ? Justifie.

(e) Donne les coordonnées de G′, image de G par le demi-tour de centre O. G′ est-il le même point que G1 ? Explique.

## 2. *Rotation : centre, angle et sens*

**À retenir :** Une rotation se donne par son centre O, son angle et son sens : $OM' = OM$ et $\widehat{MOM'}$ (mesuré en O) est l'angle de la rotation. Le sens compte, sauf pour 180° ; 30° horaire = 330° anti-horaire ; 360° = un tour.

**Ex. 8** ★★★ **La pale d'une éolienne** — Automatismes. Une pale d'éolienne tourne autour du point O. Son extrémité M vient en M′ par la rotation de centre O, d'angle 45°, dans le sens anti-horaire. On sait que $OM = 3{,}6$ cm.




(a) Donne la longueur OM′.

**Ex. 8** **(suite)**

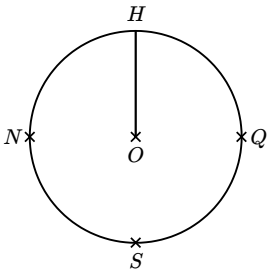
(b) Quelle est l'image du point O par cette rotation ?

(c) Quelle est la nature du triangle OMM′ ?

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OMM'}$, de sommet M.

(e) Sam affirme : « $MM' = OM = 3{,}6$ cm ». Explique son erreur.

**Ex. 9** ★☆☆ **Fractions de tour et grande aiguille** — Automatismes. Sur ce cadran de centre O, les points H, Q, S et N marquent 12 h, 3 h, 6 h et 9 h. La grande aiguille [OH] tourne autour de O dans le sens horaire, de 360° en 60 min.




(a) Combien de degrés mesure un seizième de tour ?

(b) La pointe H tourne de 90° autour de O dans le sens horaire. Arrive-t-elle en Q ou en N ? Justifie.

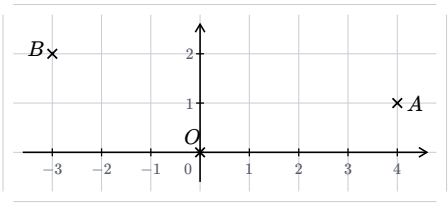
(c) De quel angle tourne la grande aiguille en 25 min ?

(d) Combien de minutes faut-il à la grande aiguille pour tourner de 210° ?

(e) Tourner de 110° dans le sens horaire revient à tourner de combien de degrés dans le sens anti-horaire ?

(f) Où se trouve l'image de H par la rotation de centre O, d'angle 360°, dans le sens horaire ?

**Ex. 10** ★★☆ **Quarts de tour dans un repère** — Dans le repère ci-dessous, d'origine O, on a placé les points $A(4\,;\,1)$ et $B(-3\,;\,2)$.



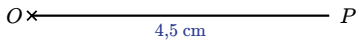

(a) Donne les coordonnées de $A_1$, image de A par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire, puis de $A_2$, image de A dans le sens horaire.

(b) Donne les coordonnées de l'image de A par la rotation de centre O, d'angle 180°, dans le sens horaire, puis dans le sens anti-horaire. Que remarques-tu ?

(c) B est l'image d'un point C par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Donne les coordonnées de l'antécédent C.

(d) Nina écrit : « B est l'image de C par la rotation de 90° ». Qu'est-ce qui manque à sa phrase ?

**Ex. 11** ★★☆ **La nacelle du manège** — Une nacelle P d'un manège tourne autour du centre O, avec $OP = 4{,}5$ cm sur le plan. On cherche son image P′ par la rotation de centre O, d'angle 120°, dans le sens horaire.



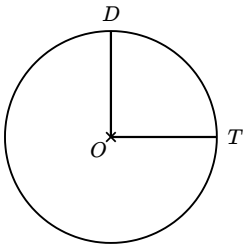

(a) Décris les étapes pour construire P′ sur ton cahier, avec la règle, le rapporteur et le compas.

(b) Hugo a centré son rapporteur en P et tracé un angle de 120° de sommet P. Explique son erreur.

(c) Calcule les mesures des angles $\widehat{OPP'}$ et $\widehat{OP'P}$.

(d) Jade affirme : « P′ est aussi l'image de P par la rotation de centre O, d'angle 240°, dans le sens anti-horaire ». A-t-elle raison ? Justifie.

**Ex. 12** ★★★ **L'horloge de la gare** — Le cadran de l'horloge de la gare a pour centre O. Le point D marque 12 h et le point T marque 3 h. À 3 h 00, la grande aiguille est sur [OD] et la petite sur [OT]. Les deux aiguilles tournent autour de O dans le sens horaire.




(a) Justifie que la grande aiguille tourne de 6° par minute et que la petite tourne de 0,5° par minute.

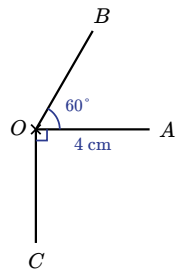
(b) Donne les trois éléments de la rotation qui transforme D en T.

(c) De 3 h 00 à 3 h 20, de combien de degrés tourne la grande aiguille ? Et la petite aiguille ?

(d) Déduis-en l'angle formé par les deux aiguilles à 3 h 20.

(e) Noé affirme : « De 3 h 20 à 4 h 05, la grande aiguille fait une rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. » A-t-il raison ? Justifie.

**Ex. 13** ★★★ **Le logo d'Inès** — Pour dessiner un logo, Inès place deux points O et A avec $OA = 4$ cm. B est l'image de A par la rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens anti-horaire. C est l'image de A par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire. Arrondis les longueurs au dixième.



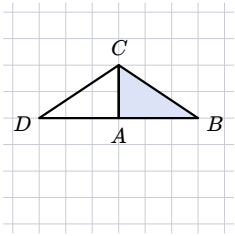

(a) Démontre que le triangle OAB est équilatéral, puis donne la longueur AB.

(b) Lina affirme : « De la même façon, $AC = OA = 4$ cm. » Explique son erreur, puis calcule AC.

(c) Calcule $\widehat{BOC}$, puis complète : « C est l'image de B par la rotation de centre O, d'angle …, dans le sens … ».

(d) Yanis affirme : « $\widehat{OBC}$ est égal à l'angle de la rotation qui transforme B en C. » Explique son erreur, puis calcule $\widehat{OBC}$.

**Ex. 14** ★★★ **Le moulin du carrelage** — Pour un motif de carrelage, Ben part du triangle ABC rectangle en A, avec $AB = 3$ cm et $AC = 2$ cm, tracé sur un quadrillage de 1 cm. Le triangle ACD est déjà tracé. Arrondis les longueurs au dixième.




(a) Construis sur le quadrillage le triangle $A_1B_1C_1$, image de ABC par la rotation de centre A, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire.

(b) Tom affirme : « ACD est l'image de ABC par le quart de tour de centre A. » A-t-il raison ? Justifie, puis nomme la transformation qui transforme ABC en ACD.

(c) Explique pourquoi la droite $(B_1C_1)$ est perpendiculaire à la droite (BC), puis calcule $B_1C_1$.

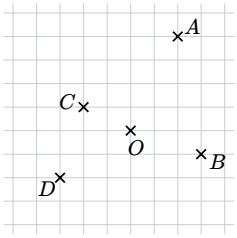
(d) Ben applique à $A_1B_1C_1$ le même quart de tour et obtient $A_2B_2C_2$. Donne les trois éléments d'une rotation qui transforme directement ABC en $A_2B_2C_2$.

(e) Un dernier quart de tour donne $A_3B_3C_3$. Explique pourquoi les quatre triangles entourent A sans se chevaucher ni laisser de trou, puis calcule l'aire du motif.

## 3. *Image d'un point par une rotation*

**À retenir :** Rotation de centre O : rapporteur centré sur O, zéro sur [OM], dans le sens demandé ; compas pointé sur O, écartement OM. Quart de tour : les nombres s'échangent, $(3\,;\,1) \to (-1\,;\,3)$ en anti-horaire autour de l'origine. Antécédent : sens inverse.

**Ex. 15** ★★★ **Automatismes — quart de tour et demi-tour sur quadrillage** — Le centre O est marqué d'une croix sur le quadrillage. Pour chaque question, place le point demandé et décris le trajet de O jusqu'à ce point en carreaux.




(a) Place A′, l'image de A par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire.

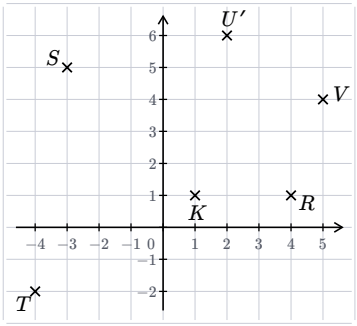
(b) Place B′, l'image de B par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire.

(c) Place C′, l'image de C par la rotation de centre O, d'angle 180° (demi-tour).

(d) Quelle est l'image du point O par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire ?

(e) D est l'image d'un point E par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Place l'antécédent E.

**Ex. 16** ★★★ **Automatismes — dans un repère** — Dans le repère d'origine O, on donne $R(4\,;\,1)$, $S(-3\,;\,5)$, $T(-4\,;\,-2)$, $U'(2\,;\,6)$, $K(1\,;\,1)$ et $V(5\,;\,4)$. Donne les coordonnées demandées.




(a) Donne les coordonnées de R′, l'image de R par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire.

(b) Donne les coordonnées de S′, l'image de S par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire.

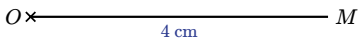
**Ex. 16** **(suite)**

(c) Donne les coordonnées de T′, l'image de T par la rotation de centre O, d'angle 180°.

(d) U′ est l'image d'un point U par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Donne les coordonnées de U.

(e) Lina affirme : « L'image de V par la rotation de centre K, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire est $(-4\,;\,5)$. » Son résultat est-il juste ? Justifie et corrige.

**Ex. 17** ★★☆ **L'essuie-glace : construire au rapporteur et au compas** — On représente le balai d'un essuie-glace par le segment [OM], avec OM = 4 cm. Il tourne autour de O : c'est la rotation de centre O, d'angle 65°, dans le sens horaire.

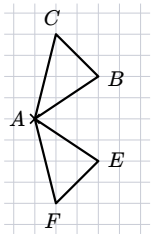



(a) Sur ton cahier, construis M′, l'image de M par cette rotation. Décris tes trois étapes.

(b) Inès place le centre du rapporteur sur M, puis plante la pointe du compas sur M pour placer M′. Explique ses deux erreurs.

(c) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OMM'}$. Justifie.

**Ex. 18** ★★☆ **Le logo du club : quart de tour autour d'un sommet** — Le logo d'un club est le triangle ABC, sur un quadrillage de 1 cm. On veut construire son image par la rotation de centre A, d'angle 90°, dans le sens horaire. Arrondis les longueurs au dixième de cm.

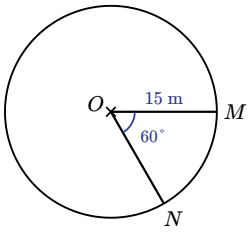



(a) Sam propose le triangle AEF comme image de ABC par cette rotation. Sa proposition est-elle juste ? Justifie en comptant les carreaux depuis A.

(b) Construis sur le quadrillage l'image A′B′C′ du triangle ABC. Décris le trajet de A jusqu'à B′, puis jusqu'à C′.

(c) Calcule AB, puis BB′. Justifie.

**Ex. 19** ★★★ **La grande roue : le triangle OMM′ et la construction** — Une grande roue a pour centre O. La cabine M est à 15 m de O. Quand la roue tourne, M a pour image N par la rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens horaire. M a pour image P par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Arrondis les longueurs au dixième de mètre.



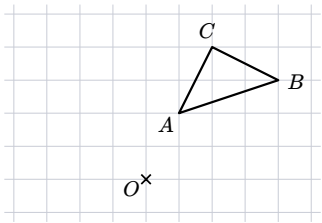

(a) Quelle est la nature du triangle OMN ? Déduis-en la distance MN.

(b) Calcule la distance MP entre les cabines M et P.

(c) Pour construire P, Léo centre le rapporteur sur M et compte 90° dans le sens horaire. Puis il reporte la longueur OM au compas, pointe sur M. Trouve ses trois erreurs et décris la bonne construction.

(d) La cabine M a pour image Q par la rotation de centre O, d'angle 40°, dans le sens horaire. Calcule $\widehat{OMQ}$. Donne l'angle de la rotation de centre O, dans le sens anti-horaire, qui transforme aussi M en Q.

**Ex. 20** ★★★ **Le carrelage de Jade : quart de tour autour d'un point extérieur** — Sur le quadrillage de 1 cm, Jade dessine un motif de carrelage : le triangle ABC. Elle veut construire son image A′B′C′ par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Arrondis les longueurs au dixième de cm.




(a) Noé dit : « De O à A, c'est 1 à droite et 2 en haut, donc de O à A′, c'est 1 à gauche et 2 en haut. » A-t-il raison ? Justifie et place A′.

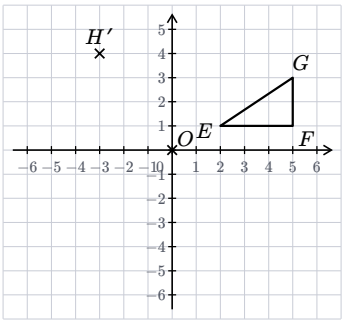
(b) Décris en carreaux le trajet de O jusqu'à B′, puis de O jusqu'à C′. Place ces points et trace le triangle A′B′C′.

(c) Calcule OB. Sans mesurer, donne OB′ et $\widehat{BOB'}$ en justifiant, puis calcule BB′.

(d) Calcule l'aire du triangle ABC. Déduis-en l'aire du triangle A′B′C′ en justifiant.

(e) Ben affirme : « Le point O n'a pas d'image par cette rotation. » A-t-il raison ? Justifie.

**Ex. 21** ★★★ **Le vaisseau de Maëlys : quart de tour dans un repère et antécédent** — Dans un repère d'origine O (unité : 1 cm), le vaisseau du jeu vidéo de Maëlys est le triangle EFG, avec $E(2\,;\,1)$, $F(5\,;\,1)$ et $G(5\,;\,3)$. On note E1, F1 et G1 les images de E, F et G par la rotation de centre O, d'angle $90^\circ$, dans le sens horaire. Arrondis les longueurs au dixième de cm.




(a) Donne les coordonnées de E1, F1 et G1.

(b) Le point $H'(-3\,;\,4)$ est l'image d'un point H par la rotation de centre O, d'angle $90^\circ$, dans le sens anti-horaire. Yanis applique $(-y\,;\,x)$ à H′ et trouve $H(-4\,;\,-3)$. Explique son erreur et donne les coordonnées de H.

(c) Chloé cherche l'image de E par la rotation de centre F, d'angle $90^\circ$, dans le sens anti-horaire. Elle applique $(-y\,;\,x)$ à E et trouve $(-1\,;\,2)$. Explique son erreur et trouve la bonne image.

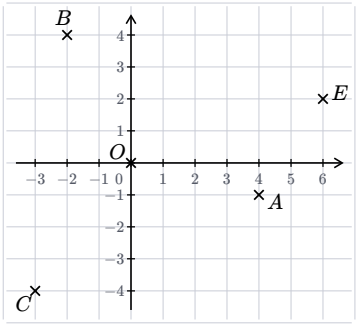
(d) Calcule la longueur GG1.

(e) Sans calcul, donne la mesure de $\widehat{E_1F_1G_1}$ et la longueur F1G1. Justifie.

## 4. *Image d'une figure par une rotation*

**À retenir :** Image d'une figure : je construis l'image de CHAQUE sommet (compas : OM′ = OM ; rapporteur centré sur O, dans le bon sens), puis je relie dans le même ordre. Cercle : image du centre, même rayon. Quart de tour anti-horaire : $(3\,;\,1) \to (-1\,;\,3)$.

**Ex. 22** ★★☆ **Automatismes : quarts de tour et demi-tour dans un repère** — Dans le repère ci-dessous d'origine O, toutes les rotations ont pour centre l'origine O.




(a) Donne les coordonnées de A′, l'image de $A(4\,;\,-1)$ par le quart de tour de centre O dans le sens anti-horaire.

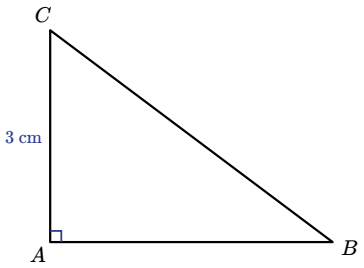
(b) Donne les coordonnées de B′, l'image de $B(-2\,;\,4)$ par le quart de tour de centre O dans le sens horaire.

(c) Le demi-tour de centre O transforme $C(-3\,;\,-4)$ en C′. Quelles sont les coordonnées de C′ ?

(d) Le point $D'(2\,;\,5)$ est l'image d'un point D par le quart de tour de centre O dans le sens anti-horaire. Donne les coordonnées de son antécédent D.

(e) Lina affirme : « Par le quart de tour de centre O dans le sens anti-horaire, l'image de $E(6\,;\,2)$ est $(-6\,;\,2)$. » A-t-elle raison ? Justifie.

**Ex. 23** ★☆☆ **Automatismes : ce que conserve la rotation d'un logo** — Pour son logo, Kenza trace un triangle ABC rectangle en A avec AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm. Elle le fait tourner par la rotation de centre A, d'angle $70^\circ$, dans le sens anti-horaire : elle obtient le triangle A′B′C′.




(a) Quelle est l'image A′ du point A par cette rotation ? Justifie.

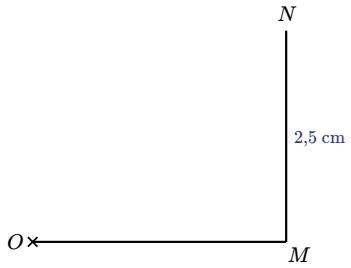
(b) Quelle est la longueur A′C′ ? Justifie.

(c) Calcule le périmètre du triangle A′B′C′. Justifie.

(d) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{B'A'C'}$ ? Justifie.

(e) Calcule l'aire du triangle A′B′C′. Justifie.

**Ex. 24** ★★☆ **La pale d'une éolienne** — La pale d'une éolienne est représentée par le segment [MN], et O est l'axe de l'éolienne : OM = 3 cm et MN = 2,5 cm. La pale tourne par la rotation de centre O, d'angle 120°, dans le sens horaire. Reproduis la figure sur ton cahier.



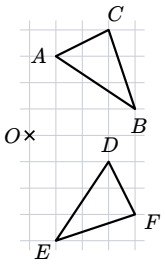

(a) Écris les trois étapes de la construction de M′, l'image de M, puis construis M′ sur ton cahier.

(b) Construis de même N′, puis le segment [M′N′]. Quelle est la longueur M′N′ ? Justifie.

(c) Quelle est la nature du triangle OMM′ ? Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OMM'}$.

(d) Léa a placé le centre du rapporteur sur M pour mesurer les 120°. Explique son erreur.

**Ex. 25** ★★☆ **Un motif de carrelage qui tourne** — Pour un carrelage, Noé veut l'image du triangle ABC par le quart de tour de centre O dans le sens anti-horaire. Il a dessiné le triangle DEF.

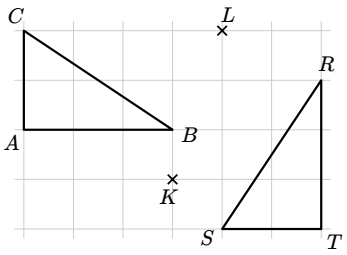



(a) Le triangle DEF est-il l'image de ABC par ce quart de tour ? Sinon, donne le centre, l'angle et le sens de la rotation qui transforme ABC en DEF.

(b) Donne, en carreaux depuis O, la position de A′, B′ et C′, puis construis le bon triangle A′B′C′ sur ton quadrillage.

(c) Ninon dit : « A′B′C′ a la même forme que ABC, mais il est retourné. » A-t-elle raison ? Justifie.

**Ex. 26** ★★★ **La pièce de puzzle qui a tourné** — Dans un jeu de puzzle, Inès fait tourner la pièce triangulaire ABC par un quart de tour. La pièce arrive sur le triangle RST. Le centre de ce quart de tour est l'un des deux points K ou L. Un carreau mesure 1 cm. Arrondis les longueurs au dixième.



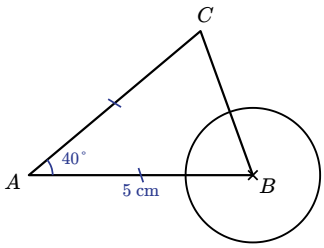

(a) Une rotation conserve les longueurs et les angles. Utilise cette propriété pour associer chaque sommet de ABC à son image parmi R, S et T.

(b) Lequel des points K ou L est le centre de ce quart de tour ? Dans quel sens tourne-t-il ? Justifie en comptant les carreaux.

(c) Calcule la distance entre A et son image avec le théorème de Pythagore, dans le triangle formé par le centre, A et son image.

(d) Inès refait le même quart de tour à partir de RST. Quelle rotation unique fait passer directement de ABC à la nouvelle position ? Place l'image finale de A.

**Ex. 27** ★★★ **Le blason du club de judo** — Pour le blason de son club de judo, Yanis trace un triangle ABC isocèle en A, avec AB = AC = 5 cm et $\widehat{BAC} = 40°$, puis le cercle $\mathcal{C}$ de centre B et de rayon 1,5 cm. Il fait tourner le tout par la rotation de centre A, d'angle 60°, dans le sens anti-horaire.



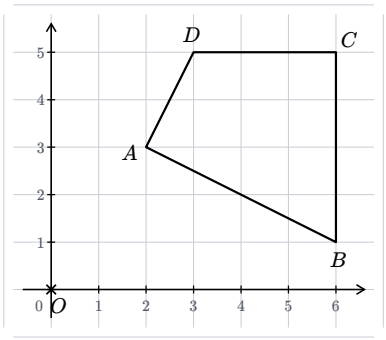

(a) Sur ton cahier, reproduis la figure. Écris les étapes de la construction de l'image A′B′C′ du triangle ABC, puis construis-la.

(b) Quelle est la nature du triangle ABB′ ? Justifie, puis déduis-en la longueur BB′.

(c) Calcule les mesures des angles $\widehat{BAC'}$ et $\widehat{AB'C'}$. Justifie.

(d) Yanis veut construire l'image de trois points du cercle $\mathcal{C}$ pour tracer l'image de ce cercle. Propose une méthode plus simple et donne le centre et le rayon de l'image.

**Ex. 28** ★★★ **La nacelle du manège** — Sur le plan d'un manège, dans un repère d'origine O, la nacelle est le quadrilatère ABCD. Le manège la fait tourner par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire (quart de tour).




(a) Donne les coordonnées des images A′, B′, C′ et D′ des sommets de la nacelle. Trace ensuite A′B′C′D′ dans un repère sur ton cahier.

(b) Pour les images de A, B, C et D, Maëlle trouve $E(2\,;\,3)$, $F(0\,;\,-1)$, $G(4\,;\,-1)$ et $H(4\,;\,2)$. A-t-elle raison ? Explique son erreur.

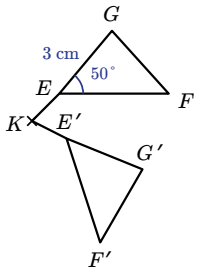
(c) Après ce quart de tour, un projecteur de la nacelle se trouve au point $L'(-4\,;\,1)$. Donne les coordonnées de sa position L avant le quart de tour. Justifie.

(d) Le manège fait trois quarts de tour à la suite dans le sens horaire. Quelle rotation unique de centre O donne la même position ? Donne les coordonnées de l'image de A.

## 5. *Propriétés conservées*

**À retenir :** Une rotation conserve les longueurs, les angles, les aires, l'alignement, les milieux et le parallélisme : la figure tourne mais ses mesures restent ($A'B' = AB$). Triangle OMM′ isocèle en O : angles à la base $(180° - \theta) \div 2$ ; $MM' = OM$ seulement à 60° ; quart de tour : Pythagore.

**Ex. 29** ★★☆ **Automatismes : lire une mesure sur l'image d'un logo** — Sur ce logo, le triangle E′F′G′ est l'image du triangle EFG par la rotation de centre K, d'angle 72°, dans le sens horaire. On sait que EF = 4 cm, EG = 3 cm, FG = 3,1 cm, $\widehat{FEG} = 50°$ et que l'aire de EFG vaut environ 4,6 cm².




(a) Donne la longueur E′G′. Justifie avec une phrase « On sait que… Or… Donc… ».

(b) Donne la mesure de l'angle $\widehat{F'E'G'}$.

(c) Calcule le périmètre du triangle E′F′G′.

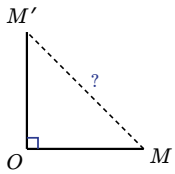
(d) Donne l'aire du triangle E′F′G′.

**Ex. 30** ★★☆ **Automatismes : le triangle OMM′ de la grande roue** — Dans une grande roue de centre O, une nacelle passe de la position M à la position M′ par une rotation de centre O. Arrondis les longueurs au dixième.

(a) La rotation a pour centre O, un angle de 50° et tourne dans le sens anti-horaire. Calcule $\widehat{OMM'}$.

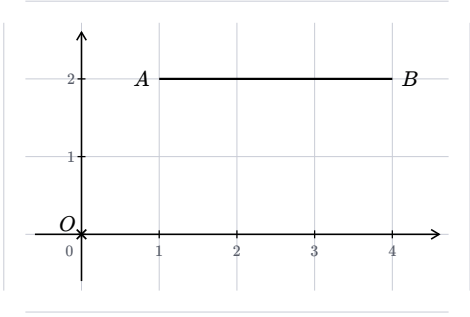
(b) La rotation a pour centre O, un angle de 60° et tourne dans le sens horaire, avec OM = 4,5 cm. Calcule MM′.

(c) La rotation a pour centre O, un angle de 90° et tourne dans le sens anti-horaire, avec OM = 4 cm. Calcule MM′.




(d) La rotation a pour centre O, et on sait que $\widehat{OMM'} = 35°$. Calcule l'angle $\widehat{MOM'}$ de la rotation.

**Ex. 31** ★★☆ **Quart de tour et demi-tour dans un repère** — Dans le repère, on donne $A(1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,2)$. On note A′ et B′ les images de A et B par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire.




(a) Donne les coordonnées de A′ et de B′.

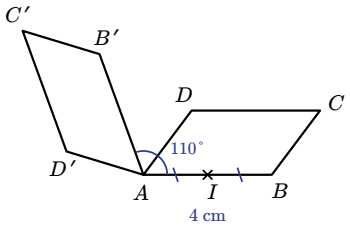
**Ex. 31** **(suite)**

(b) Quelle est l'image, par cette rotation, du cercle de centre A passant par B ? Donne son centre et son rayon. Justifie.

(c) Quelle est la position de la droite (A′B′) par rapport à la droite (AB) ? Justifie.

(d) A″ et B″ sont les images de A et B par le demi-tour de centre O. Sans calcul, dis si (A″B″) est parallèle ou perpendiculaire à (AB). Justifie.

**Ex. 32** ★★☆ **Un motif de carrelage qui tourne** — Pour un motif de carrelage, Ben fait tourner le parallélogramme ABCD (AB = 4 cm) autour de son sommet A. AB′C′D′ est l'image de ABCD par la rotation de centre A, d'angle 110°, dans le sens anti-horaire. I est le milieu de [AB].

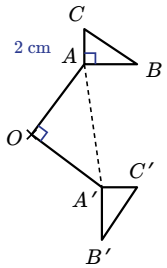



(a) Zoé affirme : « Une rotation conserve les longueurs, donc D′ est au même endroit que D. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Démontre que les droites (AB′) et (D′C′) sont parallèles.

(c) I′ est l'image de I par cette rotation. Où se trouve I′ ? Déduis-en la longueur AI′.

**Ex. 33** ★★★ **Le vaisseau qui tourne sur l'écran** — Dans un jeu vidéo, le vaisseau A′B′C′ est l'image du vaisseau ABC par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire. Le triangle ABC est rectangle en A, avec AB = 3 cm, AC = 2 cm, BC ≈ 3,6 cm et OA = 5 cm. Arrondis les longueurs au dixième.




(a) Léo affirme : « Par un quart de tour, l'image d'un segment est deux fois plus longue, donc A′B′ = 6 cm. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) Calcule le périmètre et l'aire du triangle A′B′C′. Justifie.

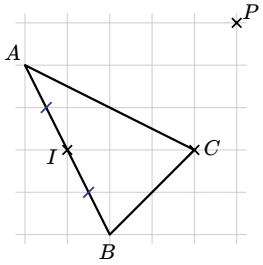
(c) Quelle est la nature du triangle OAA′ ? Justifie, puis donne la mesure de l'angle $\widehat{OAA'}$.

(d) Calcule la longueur AA′. Justifie.

**Ex. 33** **(suite)**

(e) Calcule l'aire du triangle OAA′.

**Ex. 34** ★★★ **Quart de tour, aire et antécédent sur quadrillage** — Sur le quadrillage, I est le milieu de [AB]. On note A′, B′ et I′ les images de A, B et I par la rotation de centre C, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire. Arrondis les longueurs au dixième.




(a) Construis sur le quadrillage l'image du triangle ABC par cette rotation. Quelle est l'image du point C ?

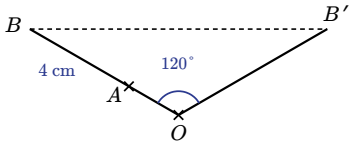
(b) Place I′. Sans compter les carreaux, justifie que I′ est le milieu de [A′B′].

(c) Calcule l'aire du triangle ABC en carreaux en l'encadrant par un rectangle, puis déduis-en l'aire de A′B′C. Justifie.

(d) Calcule la longueur AB en côtés de carreau, puis déduis-en A′B′. Justifie.

(e) P est l'image d'un point N par la même rotation. Inès fait tourner P d'un quart de tour anti-horaire autour de C pour trouver N. Explique son erreur, puis place N.

**Ex. 35** ★★★ **Le balai de l'essuie-glace** — Le bras d'un essuie-glace tourne autour de O. Le balai est le segment [AB], avec O, A et B alignés, OA = 2 cm et AB = 4 cm. Le bras tourne par la rotation de centre O, d'angle 120°, dans le sens horaire : A et B ont pour images A′ et B′.




(a) Calcule OB, puis OB′. Justifie.

(b) Calcule les mesures des angles $\widehat{OBB'}$ et $\widehat{OB'B}$. Justifie.

(c) Noé affirme : « BB′ = OB = 6 cm. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Sans construire, explique où se trouve le point A′, puis donne la longueur A′B′.

(e) Ben règle l'essuie-glace avec la rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens horaire : B a maintenant pour image B1. Calcule BB1. Justifie.

## 6. *Rosaces, frises, pavages : quelle transformation ?*

**À retenir :** Rosace de $n$ motifs : $360° \div n$ ; de ① à ⑤ : 4 rotations. Retour à la place : total multiple de $360°$. Même centre, même sens : $50° + 40° = 90°$. Décalé : translation ; tourné : rotation ; retourné : symétrie axiale ; tête en bas : demi-tour.

**Ex. 36** ★☆☆ **Automatismes : rosaces et frises** — Justifie chaque réponse par un calcul ou une phrase courte.

(a) Une rosace de vitrail compte 8 motifs régulièrement répartis autour du centre O. Quel angle sépare deux motifs voisins ?

(b) Un logo compte 10 pétales numérotés de ① à ⑩ dans le sens anti-horaire. Par quelle rotation de centre O le pétale ① a-t-il pour image le pétale ⑦ ?

(c) Un tourniquet de jardin a 9 bras numérotés de ① à ⑨ dans le sens anti-horaire. Il tourne de $280°$ autour de son centre O, dans le sens anti-horaire. À la place de quel bras arrive le bras ① ?

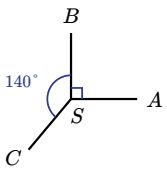
(d) La molette d'un cadenas tourne de $80°$ à chaque cran, toujours dans le même sens. Après combien de crans au minimum revient-elle exactement à sa place ?

(e) Une porte tambour tourne de $130°$, puis de $140°$, autour du même centre O et dans le sens anti-horaire. Par quelle rotation unique peut-on remplacer ces deux rotations ? Donne-la aussi dans le sens horaire.

(f) Dans une frise de papier peint, les motifs sont alternativement debout et tête en bas, sans effet miroir. Quelle transformation fait passer du motif ① au motif ② ? Et du motif ① au motif ③ ?

**Ex. 37** ★☆☆ **Automatismes : carrelage autour d'un sommet** — Autour d'un sommet d'un pavage, les angles des carreaux font $360°$ en tout.

(a) Autour du sommet S, il y a un carreau carré, un carreau dont l'angle en S mesure $140°$ et un troisième carreau. Calcule l'angle en S du troisième carreau.



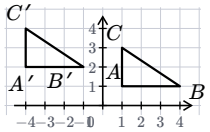

(b) Autour d'un sommet, Noah place 2 hexagones réguliers (angles de $120°$). Combien de triangles équilatéraux (angles de $60°$) faut-il pour compléter ?

(c) Maëlle veut carreler sa salle de bain avec uniquement des pentagones réguliers (angles de $108°$). Combien de pentagones pourrait-elle placer autour d'un sommet ? Est-ce possible ? Justifie.

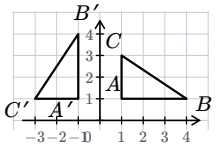
(d) Un dodécagone régulier a des angles de $150°$. Inès place 2 dodécagones autour d'un sommet. Quel polygone régulier complète l'espace restant ?

**Ex. 38** ★★☆ **Tourné ou retourné ?** — Dans chaque repère, le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par une transformation. Donne ses éléments : un point et son image, ou le centre, l'angle et le sens, ou l'axe.

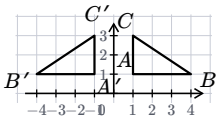
(a) Quelle transformation transforme ABC en A′B′C′ ?



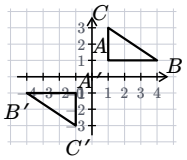

(b) Quelle transformation transforme ABC en A′B′C′ ? Justifie avec les coordonnées.



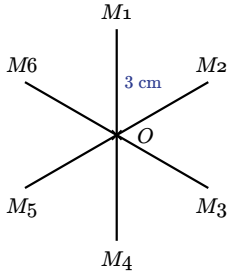

(c) Léo affirme : « A′ est au même point que dans la figure précédente, donc c'est la même transformation. » A-t-il raison ? Justifie.




(d) Zoé dit : « Le triangle est tête en bas, c'est la symétrie d'axe des abscisses. » A-t-elle raison ? Justifie et nomme la bonne transformation.




**Ex. 39** ★★☆ **L'enjoliveur de Sacha** — Un enjoliveur a 6 rayons régulièrement répartis autour du centre O. Leurs extrémités M1, …, M6 sont numérotées dans le sens horaire, et OM1 = 3 cm.



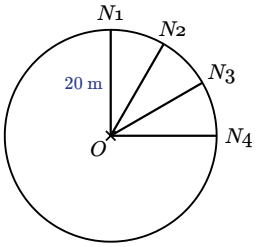

(a) Sacha écrit : « $360 \div 6 = 60°$ ; M5 est l'image de M1 par la rotation de centre O, d'angle $5 \times 60° = 300°$, dans le sens anti-horaire. » Trouve ses deux erreurs et corrige-les.

(b) Dans le sens anti-horaire, par quelle rotation de centre O le point M1 a-t-il pour image M3 ?

(c) Quelle est la nature du triangle OM1M2 ? Justifie, puis donne la longueur M1M2.

(d) L'enjoliveur tourne de $140°$, puis de $160°$, autour de O et dans le sens horaire. Sur quelle position le point M1 arrive-t-il ? Justifie.

**Ex. 40** ★★★ **La grande roue de Lina** — Une grande roue porte 12 nacelles régulièrement réparties sur un cercle de centre O et de rayon $ON_1 = 20$ m. Les nacelles sont numérotées de N1 à N12 dans le sens horaire. Arrondis au dixième de mètre.




(a) Calcule l'angle $\widehat{N_1ON_2}$ entre deux nacelles voisines.

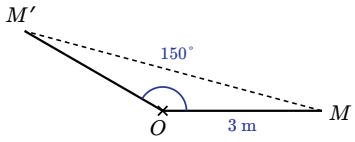
(b) Calcule les trois angles du triangle $ON_1N_2$. Justifie sa nature.

(c) Lina écrit : « N10 est l'image de N1 par la rotation de centre O, d'angle $10 \times 30° = 300°$, dans le sens horaire. » Corrige son erreur.

(d) N4 est l'image de N1 par une rotation de centre O. Donne son angle et son sens, puis calcule la distance $N_1N_4$.

(e) La roue tourne de 45°, puis de 75°, autour de O, dans le sens horaire. À la place de quelle nacelle se trouve alors N1 ? Justifie.

**Ex. 41** ★★★ **Le cheval de bois de Jade** — Au départ, le cheval de bois de Jade est au point M, avec $OM = 3$ m. À chaque arrêt du manège, le plateau a tourné de 150° autour du centre O, dans le sens anti-horaire. Après le premier arrêt, le cheval est en M′.



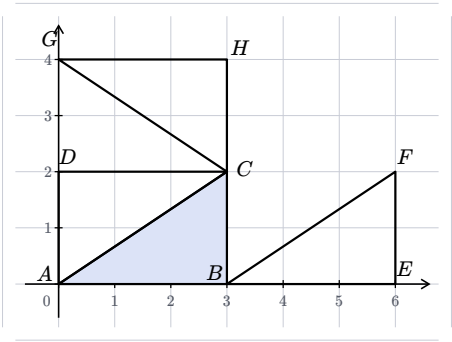

(a) Calcule les angles $\widehat{OMM'}$ et $\widehat{OM'M}$. Justifie.

(b) Après 4 arrêts, de quel angle total le plateau a-t-il tourné ? Donne une rotation de centre O, d'angle inférieur à 180°, qui amène le cheval de M à cette position.

(c) Malo affirme : « 360 ÷ 150 ne tombe pas juste, donc le cheval ne repassera jamais par M. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Le soir, le plateau tourne de 95°, puis de 85°, autour de O, dans le sens anti-horaire. Le cheval va de M en M″. Quelle transformation unique transforme M en M″ ? Calcule $MM''$.

**Ex. 42** ★★★ **La frise de la salle de bain d'Hugo** — Hugo pose une frise de carreaux triangulaires au mur. Dans le repère ci-dessous (unité : 1 cm), on a dessiné le carreau ABC, rectangle en B, et trois carreaux voisins : CDA, BEF et GHC. Arrondis au dixième de cm.




(a) Quelle transformation transforme le triangle ABC en le triangle BEF ? Donne ses éléments.

(b) Quelle transformation transforme le triangle ABC en le triangle CDA, avec A qui a pour image C ? Donne ses éléments avec des coordonnées.

(c) Yanis dit : « GHC est l'image de ABC par une rotation de centre C, car le carreau a tourné autour de C. » A-t-il raison ? Corrige si besoin.

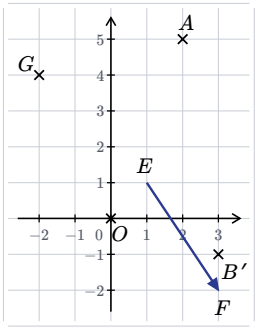
(d) Calcule la longueur AC, puis la longueur CG. Justifie.

(e) Pour un autre mur, Hugo place 2 pentagones réguliers (angles de 108°) et un troisième carreau régulier autour d'un même sommet, sans trou ni chevauchement. Quel angle doit avoir ce troisième carreau en ce sommet ?

## 7. *Exercices type brevet*

**À retenir :** Une rotation conserve longueurs, angles, aires : cite-le pour justifier. Dans OMM′ (isocèle en O), $MM' = OM$ seulement à 60° ; au quart de tour, Pythagore : $OM = 2$ cm donne $MM' = \sqrt{8}$ cm. De ① à ④ : 3 rotations.

**Ex. 43** ★☆☆ **Automatismes : images dans un repère** — Dans le repère ci-dessous, O est l'origine. Les deux dernières questions n'utilisent pas le repère.




(a) Donne les coordonnées de A′, image de $A(2\,;\,5)$ par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire.

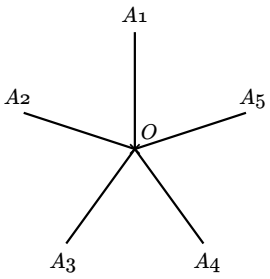
(b) $B'(3\,;\,-1)$ est l'image d'un point B par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire. Donne les coordonnées de l'antécédent B.

(c) Donne les coordonnées de G′, image de $G(-2\,;\,4)$ par la translation qui transforme E en F.

(d) Complète : la rotation de centre O, d'angle 40°, dans le sens horaire est la même que la rotation de centre O, d'angle …, dans le sens anti-horaire.

(e) M′ est l'image de M par la rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens anti-horaire, et $OM = 4{,}5$ cm. Calcule MM′.

**Ex. 44** ★☆☆ **Automatismes : logo, rosace, horloge, pavage** — Le logo ci-dessous a 5 branches identiques, régulièrement réparties autour de O. Les trois dernières questions sont indépendantes.




(a) Quelle rotation de centre O, d'angle inférieur à 180°, transforme la branche [OA1] en la branche [OA2] ? Donne son angle et son sens.

(b) Ninon dit : « Pour passer de A1 à A5 dans le sens anti-horaire, il faut appliquer 5 fois la rotation de la question précédente. » Corrige son erreur et donne l'angle de cette rotation.

(c) Donne l'angle de la rotation de centre O qui transforme A1 en A4 dans le sens horaire.

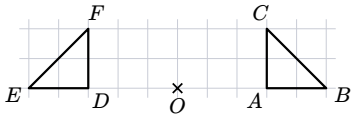
(d) Dans une rosace de vitrail, la rotation qui fait passer d'un motif au suivant a un angle de 24°. Combien de motifs a cette rosace ?

**Ex. 44** (suite)

(e) En 25 minutes, de combien de degrés tourne la grande aiguille d'une horloge, et dans quel sens ?

(f) Un carrelage est un pavage de carrés et de triangles équilatéraux. Autour d'un sommet, il y a 2 carrés. Combien de triangles équilatéraux complètent le tour ?

**Ex. 45** ★★☆ **L'erreur de Léa sur le quadrillage** — Sur le quadrillage (carreaux de 1 cm), Léa devait construire l'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens horaire. Elle a tracé le triangle DEF. Arrondis les longueurs au dixième de cm.



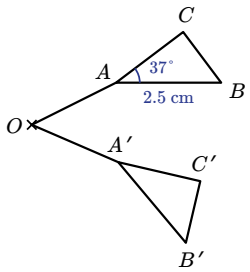

(a) Le triangle DEF est-il l'image de ABC par ce quart de tour ? Justifie.

(b) Quelle transformation transforme ABC en DEF ? Donne ses éléments.

(c) Sur ton cahier, reproduis la figure et construis A′B′C′, image de ABC par ce quart de tour. Pour chaque sommet, indique son déplacement en carreaux à partir de O.

(d) Calcule la longueur AA′.

**Ex. 46** ★★☆ **Le motif d'un enjoliveur** — Le motif d'un enjoliveur est un triangle ABC. A′B′C′ est son image par la rotation de centre O, d'angle 50°, dans le sens horaire. On donne $AB = 2{,}5$ cm et $\widehat{BAC} = 37°$ ; ABC a une aire de 1,5 cm² et un périmètre de 6 cm.



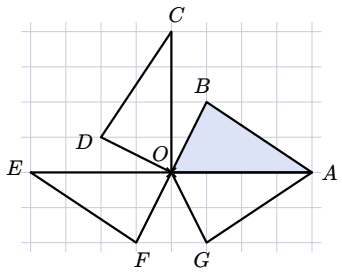

(a) Donne la longueur A′B′ et la mesure de l'angle $\widehat{B'A'C'}$. Rédige ta justification.

(b) Donne l'aire et le périmètre du triangle A′B′C′. Justifie.

(c) Calcule les mesures des angles $\widehat{OAA'}$ et $\widehat{OA'A}$.

(d) Noé affirme : « Ici, AA′ = OA, car le triangle OAA′ est isocèle. » A-t-il raison ? Justifie.

**Ex. 47** ★★★ **Le carreau de faïence** — Sur le quadrillage (carreaux de 1 cm), le motif d'un carreau de faïence est formé de quatre triangles qui ont le sommet O en commun. Arrondis les longueurs au dixième si besoin.




(a) Quelle transformation transforme le triangle OAB en OAG ? Et OAB en OEF ? Donne leurs éléments.

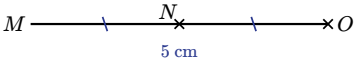
(b) Tom affirme : « OCD est l'image de OAB par une symétrie axiale. » A-t-il raison ? Justifie, puis donne la bonne transformation avec ses trois éléments.

(c) Le triangle OEF est l'image du triangle OCD par une rotation de centre O, d'angle 90°. Dans quel sens ? Par quelle rotation OCD est-il l'image de OEF ?

(d) Calcule l'aire du triangle OAB, puis donne sans calcul l'aire du triangle OCD. Justifie.

(e) Calcule la longueur AC. Justifie chaque étape.

**Ex. 48** ★★★ **Le balai de l'essuie-glace** — Le balai [OM] d'un essuie-glace tourne autour de O. Sa nouvelle position [OM′] est l'image de [OM] par la rotation de centre O, d'angle 110°, dans le sens horaire. On donne $OM = 5$ cm, et N est le milieu de [OM].




(a) Sur ton cahier, construis les points M′ et N′, images de M et N par cette rotation. Décris tes étapes.

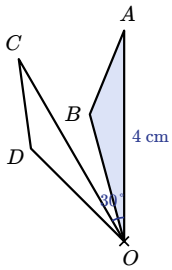
(b) Quelle est la longueur ON′ ? Où se trouve le point N′ sur le segment [OM′] ? Justifie.

(c) Calcule les mesures des angles $\widehat{OMM'}$ et $\widehat{OM'M}$.

(d) Inès veut ramener le balai de [OM′] à [OM]. Elle affirme : « Il faut la rotation de centre O, d'angle 110°, dans le sens horaire. » Explique son erreur et donne la bonne rotation.

(e) Le balai tourne de 110° dans le sens horaire, puis encore de 45° dans le même sens. Donne la rotation unique de centre O qui le fait passer de [OM] à sa position finale, puis donne-la dans le sens anti-horaire.

**Ex. 49** ★★★ **La rosace du vitrail** — Une rosace de vitrail est formée de motifs identiques numérotés ①, ②, ③… dans l'ordre. Chaque motif est l'image du précédent par la rotation de centre O, d'angle 30°, dans le sens anti-horaire. Sur la figure, OAB est le motif ① et OCD le motif ②, avec $OA = 4$ cm.




(a) Combien de motifs la rosace complète compte-t-elle ? Justifie.

(b) Hugo affirme : « Pour passer du motif ① au motif ⑤, on tourne de $5 \times 30° = 150°$. » Corrige son erreur.

(c) Quel motif est l'image du motif ① par la rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens horaire ? Le motif ⑨ est l'image de quel motif par la rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire ?

(d) Le motif ① tourne autour de O de 570° dans le sens anti-horaire. Sur quel motif arrive-t-il ? Justifie.

(e) E est le point du motif ③ qui est l'image de A. Calcule la longueur AE. Justifie.