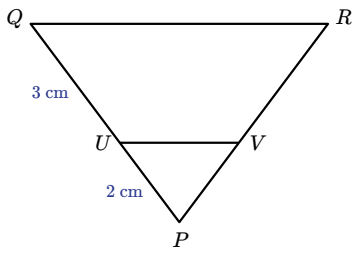
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Reconnaître les triangles emboîtés

À retenir : Triangles emboîtés : M ∈ [AB], N ∈ [AC] et (MN) // (BC) dit dans l'énoncé. On part du sommet commun A, petit triangle en haut : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. MB et NC n'apparaissent jamais dans les rapports.

Ex. 1 ★☆☆ **Sommet commun et côtés correspondants** — Dans le triangle PQR, le point U est sur le côté [PQ], le point V est sur le côté [PR] et les droites (UV) et (QR) sont parallèles.



(a) Quel est le sommet commun des deux triangles ? Justifie.

(b) Nomme le petit triangle et le grand triangle.

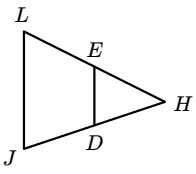
(c) Quel côté du grand triangle correspond au côté [PV] du petit triangle ?

(d) Quel côté du grand triangle correspond au côté [UV] ? Justifie.

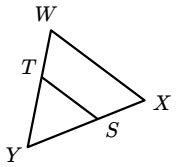
(e) On donne $PU = 2$ cm et $UQ = 3$ cm. Ali écrit le rapport $\frac{PU}{UQ}$. Corrige son erreur, puis calcule le bon rapport.

Ex. 2 ★☆☆ **Les rapports dans toutes les positions** — Pour chaque figure, repère le sommet commun, puis réponds à la question.

(a) Dans le triangle HJL, D ∈ [HJ], E ∈ [HL] et (DE) // (JL). Écris l'égalité des trois rapports.

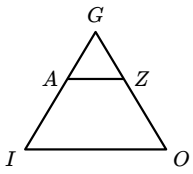


(b) Dans le triangle WXY, S ∈ [YX], T ∈ [YW] et (ST) // (XW). Complète : $\frac{YS}{\cdots} = \frac{\cdots}{\overline{YW}} = \frac{\cdots}{\overline{XW}}$.

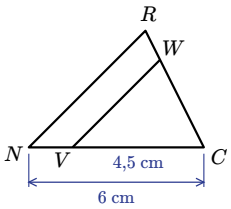


Ex. 2 (suite)

(c) Dans le triangle GIO, A ∈ [GI], Z ∈ [GO] et (AZ) // (IO). Lina écrit $\frac{GA}{GI} = \frac{GZ}{GO} = \frac{IO}{AZ}$. Corrige son dernier rapport.

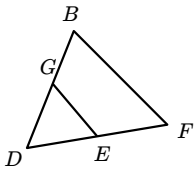


(d) Dans le triangle NRC, V ∈ [CN], W ∈ [CR] et (VW) // (NR) ; $CV =$ 4,5 cm et $CN = 6$ cm. Écris l'égalité des trois rapports, puis calcule leur valeur.



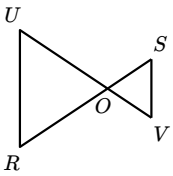
Ex. 3 ★★☆ **Configuration de Thalès ou pas ?** — Chaque élève veut appliquer le théorème de Thalès. Peut-on l'appliquer dans chaque cas ? Justifie.

(a) Nour : « E ∈ [DF] et G ∈ [DB]. Sur le dessin, (EG) et (FB) ont l'air parallèles. »



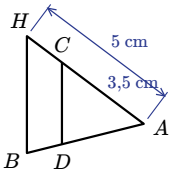
La figure n'est pas à l'échelle.

(b) Tom : « R, O, S sont alignés, U, O, V aussi, et (RU) // (SV). »

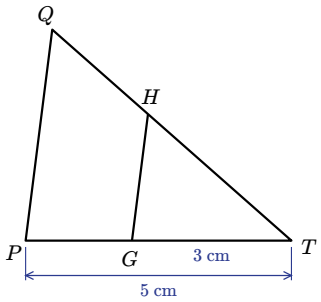


(c) Zoé : « Dans le triangle JKL, X ∈ [JK] et Y ∈ [JL]. Les droites (XY) et (KL) se coupent en un point. »

(d) Yanis : « Dans le triangle HAB, C ∈ [AH], D ∈ [AB], (CD) // (HB), AC = 3,5 cm et AH = 5 cm. » Donne aussi le rapport de réduction.



Ex. 4 ★★☆ **Corriger les rapports, puis réduire et agrandir** — Dans le triangle TPQ, G ∈ [TP], H ∈ [TQ] et (GH) // (PQ). On a TG = 3 cm et TP = 5 cm.



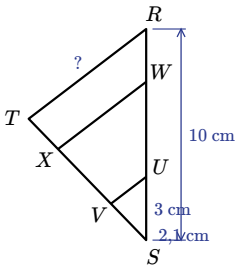
(a) Inès écrit $\frac{TG}{GP} = \frac{TH}{HQ} = \frac{GH}{PQ}$. Explique son erreur.

(b) Malo écrit $\frac{TG}{TP} = \frac{TH}{TQ} = \frac{GH}{TQ}$. Explique son erreur.

(c) Écris l'égalité correcte des trois rapports, puis calcule le rapport de réduction $\frac{TG}{TP}$.

(d) Par quel nombre multiplie-t-on les côtés du petit triangle pour obtenir ceux du grand ? Donne la valeur exacte.

Ex. 5 ★★★ **Trois triangles emboîtés, sommet en bas** — Dans le triangle SRT, les points U et W sont sur le côté [SR], dans l'ordre S, U, W, R. Les points V et X sont sur le côté [ST]. Les droites (UV), (WX) et (RT) sont parallèles. On donne SU = 3 cm, SR = 10 cm, UV = 2,1 cm et SW = 7,5 cm. Arrondis au centième.



(a) Combien de triangles emboîtés de sommet commun S vois-tu ? Nomme-les du plus petit au plus grand.

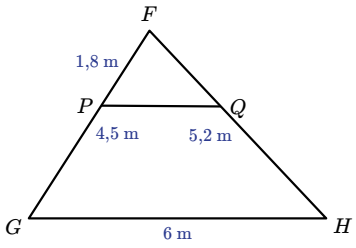
(b) Écris l'égalité des trois rapports pour les triangles SUV et SRT.

(c) Calcule la longueur RT.

(d) Calcule la longueur WX en utilisant les triangles SWX et SRT.

(e) Calcule UW. Elio écrit ensuite $\frac{SU}{UW} = \frac{UV}{WX}$. A-t-il raison ? Justifie par le calcul.

Ex. 6 ★★★ **La traverse d'une charpente** — La ferme d'une charpente est un triangle FGH. [GH] est l'entrait et mesure 6 m. Un charpentier fixe une traverse [PQ], avec P ∈ [FG] et Q ∈ [FH]. On a FP = 1,8 m, FG = 4,5 m et FH = 5,2 m. Le schéma n'est pas à l'échelle.



La figure n'est pas à l'échelle.

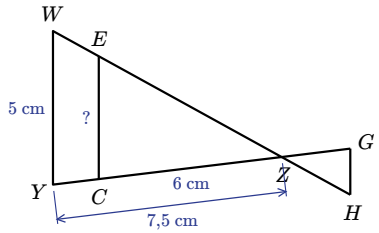
(a) Le charpentier mesure FQ = 2,1 m. Lou dit : « La traverse a l'air parallèle à l'entrait. En plus, 1,8 ÷ 4,5 ≈ 0,4 et 2,1 ÷ 5,2 ≈ 0,4, donc (PQ) // (GH). » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) À quelle distance de F faut-il fixer Q sur [FH] pour que (PQ) // (GH) ? Justifie.

(c) Q est maintenant placé à cette distance. Calcule la longueur de la traverse [PQ].

(d) Calcule le périmètre du triangle FPQ. Retrouve-le en multipliant le périmètre de FGH par le rapport de réduction.

Ex. 7 ★★★ **Sommet commun à droite, parallèles verticales** — Sur la figure, C ∈ [ZY], E ∈ [ZW] et (CE) // (YW). Le point Z est aussi entre Y et G, et entre W et H, avec (GH) // (YW). On donne ZC = 6 cm, ZY = 7,5 cm et YW = 5 cm.



(a) Nomme le sommet commun, le petit triangle et le grand triangle emboîtés, puis les trois paires de côtés correspondants.

(b) Écris l'égalité des trois rapports, puis calcule CE.

(c) Calcule le rapport de réduction qui fait passer de ZYW à ZCE, puis le rapport d'agrandissement qui fait passer de ZCE à ZYW.

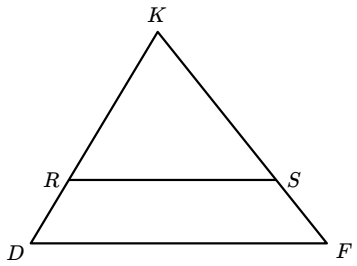
(d) On donne ZE = 6,8 cm. Calcule ZW, puis EW.

(e) Mathis dit : « ZGH est aussi emboîté dans ZYW, donc $\frac{ZG}{ZY} = \frac{ZH}{ZW}$ avec le théorème de 4e. » A-t-il raison ? Justifie.

2. *Écrire l'égalité des trois rapports*

À retenir : Je pars du sommet commun : côtés du petit triangle en haut, côtés correspondants du grand en bas, le côté parallèle avec le côté parallèle : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. Jamais $\frac{AM}{MB}$: [MB] n'est un côté d'aucun triangle.

Ex. 8 ★☆☆ **Repérer le sommet commun et les côtés correspondants** — Automatismes. Sur la figure, R est un point de [KD], S est un point de [KF] et les droites (RS) et (DF) sont parallèles.



(a) Quel est le sommet commun des deux triangles emboîtés ? Nomme le petit triangle et le grand triangle.

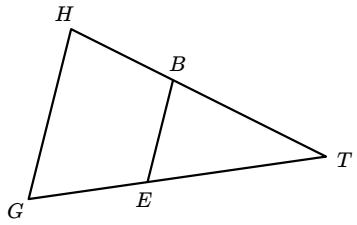
(b) Donne le côté correspondant à chacun des côtés [KR], [KS] et [RS] du petit triangle.

(c) Écris l'égalité des trois rapports que donne le théorème de Thalès.

(d) La longueur RD apparaît-elle dans l'un de ces rapports ? Justifie.

(e) On donne KR = 5,6 cm et KD = 8 cm. Calcule $\frac{KR}{KD}$, puis donne la valeur des deux autres rapports.

Ex. 9 ★☆☆ **Vrai ou faux : l'égalité est-elle bien écrite ?** — Automatismes. Les points T, E, G sont alignés, ainsi que T, B, H, et les droites (EB) et (GH) sont parallèles. Pour chaque égalité proposée, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie.



(a) $\frac{TE}{TG} = \frac{TB}{TH} = \frac{EB}{TH}$: vrai ou faux ?

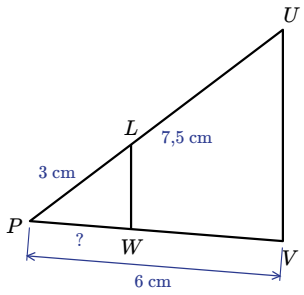
(b) $\frac{TG}{TE} = \frac{TB}{TH}$: vrai ou faux ?

(c) $\frac{TE}{TG} = \frac{TB}{TH} = \frac{EB}{GH}$: vrai ou faux ?

(d) $\frac{TE}{EG} = \frac{EB}{GH}$: vrai ou faux ?

(e) On donne TE = 5,4 cm et TG = 9 cm. $\frac{TB}{TH} = 0{,}6$: vrai ou faux ?

Ex. 10 ★★☆ **Écrire les trois rapports avant de choisir** — Les points P, L, U sont alignés, ainsi que P, W, V ; les droites (LW) et (UV) sont parallèles. On donne PL = 3 cm, PU = 7,5 cm, PV = 6 cm et UV = 5 cm.



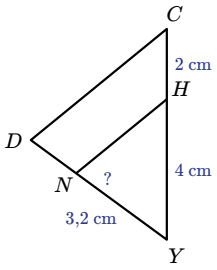
(a) Écris l'égalité des trois rapports que donne le théorème de Thalès, en rédigeant les données.

(b) Remplace les longueurs connues. Quel rapport est entièrement connu ? Calcule sa valeur.

(c) Calcule PW.

(d) Calcule LW.

Ex. 11 ★★☆ **Corriger l'erreur de Nora** — Les points Y, H, C sont alignés, ainsi que Y, N, D ; les droites (HN) et (CD) sont parallèles. On donne YH = 4 cm, HC = 2 cm et YN = 3,2 cm. Pour calculer YD, Nora écrit : $\frac{YH}{HC} = \frac{YN}{YD}$, soit $\frac{4}{2} = \frac{3{,}2}{YD}$, donc $YD = 1{,}6$ cm.

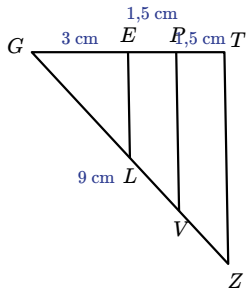


(a) Sans refaire le calcul, explique pourquoi le résultat de Nora est impossible.

(b) Quelle erreur Nora a-t-elle commise dans son égalité ?

(c) Calcule YC, puis calcule YD en rédigeant correctement.

Ex. 12 ★★★ **Deux parallèles dans le même triangle** — Les points G, E, P, T sont alignés dans cet ordre, ainsi que G, L, V, Z. Les droites (EL), (PV) et (TZ) sont parallèles. On donne GE = 3 cm, EP = 1,5 cm, PT = 1,5 cm, GZ = 9 cm et TZ = 6,6 cm.



(a) Nomme les trois triangles de sommet commun G. Écris l'égalité des trois rapports pour les triangles GEL et GTZ.

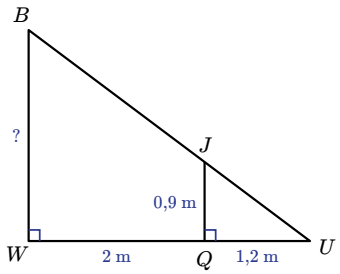
(b) Calcule GT, puis GL.

(c) Calcule EL.

(d) Pour les triangles GEL et GPV, Léo écrit $\frac{GE}{EP} = \frac{GL}{LV} = \frac{EL}{GV}$. Trouve ses deux erreurs, puis écris l'égalité correcte.

(e) Déduis-en PV à l'aide des triangles GEL et GPV.

Ex. 13 ★★★ **Le montant du toboggan** — Schéma d'un toboggan vu de côté : U est le pied de la glissière [UB] et [WB] est l'échelle verticale. Un montant vertical [QJ] soutient la glissière, avec J sur [UB] et Q sur [UW]. Les droites (QJ) et (WB) sont parallèles. On donne UQ = 1,2 m, QW = 2 m, QJ = 0,9 m et UB = 4 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

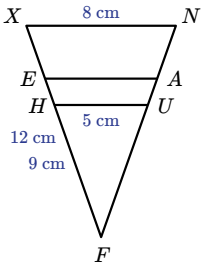
(a) Pour calculer WB, Inès écrit $\frac{UQ}{UW} = \frac{QJ}{UB}$. Explique son erreur, puis écris l'égalité des trois rapports.

(b) Calcule UW, puis la hauteur WB de l'échelle.

(c) Calcule UJ, puis la longueur JB.

(d) Calcule le rapport de réduction $k = \frac{UQ}{UW}$ qui fait passer du triangle UWB au triangle UQJ. Calcule le périmètre de UQJ grâce à k, puis vérifie-le avec ses trois côtés.

Ex. 14 ★★★ **Le verre conique vu en coupe** — Un verre conique est vu en coupe : F est la pointe et [XN] le bord. Le liquide affleure en [EA], avec E sur [FX], A sur [FN] et (EA) // (XN). On donne FX = FN = 12 cm, XN = 8 cm et FE = 9 cm. Plus tard, la surface est en [HU], avec H sur [FX], U sur [FN], (HU) // (XN) et HU = 5 cm.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Écris l'égalité des trois rapports pour les triangles FEA et FXN.

(b) Tom écrit $\frac{FE}{FX} = \frac{FA}{FN} = \frac{XN}{EA}$ et trouve EA ≈ 10,7 cm. Quel rapport est mal écrit ? Pourquoi son résultat est-il impossible ?

(c) Calcule la largeur EA de la surface du liquide.

(d) Écris les trois rapports pour les triangles FHU et FXN, choisis les deux utiles, puis calcule FH.

(e) Calcule le rapport d'agrandissement qui fait passer du triangle FHU au triangle FXN, puis retrouve FX à partir de FH.

3. *Calculer une longueur*

À retenir : Je garde les deux rapports qui contiennent la longueur cherchée et une donnée complète, puis je fais un produit en croix : $\frac{2}{5} = \frac{x}{6}$ donne $x = \frac{2\times6}{5} = 2{,}4$. Contrôle : petit côté < grand côté. J'arrondis à la fin seulement.

Ex. 15 ★☆☆ **Produit en croix dans une égalité de Thalès** — Chaque égalité vient du théorème de Thalès. Calcule la longueur x (en cm) par un produit en croix.

(a) $\frac{3}{8} = \frac{x}{6{,}4}$

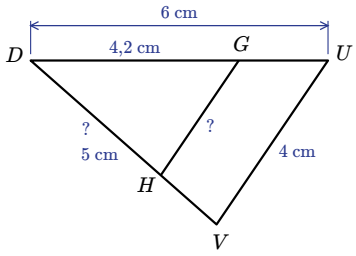
(b) $\frac{x}{12} = \frac{4{,}5}{10}$

(c) $\frac{2{,}1}{3} = \frac{4{,}9}{x}$

(d) $\frac{6}{x} = \frac{1{,}5}{4}$

(e) Pour $\frac{5}{x} = \frac{2}{7}$, Tom écrit $x = \frac{2\times7}{5} = 2{,}8$ cm. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 16 ★☆☆ **Choisir les deux bons rapports** — Dans le triangle DUV, $G \in [DU]$ et $H \in [DV]$. Les droites (GH) et (UV) sont parallèles. On donne $DG = 4{,}2$ cm, $DU = 6$ cm, $DV = 5$ cm et $UV = 4$ cm.



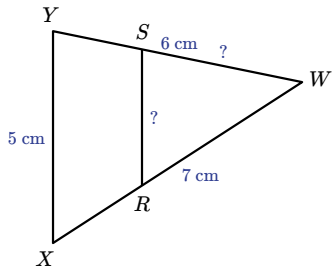
(a) Écris l'égalité des trois rapports, puis remplace les longueurs connues.

(b) Quels sont les deux rapports à garder pour calculer DH ? Calcule DH.

(c) Quels sont les deux rapports à garder pour calculer GH ? Calcule GH.

(d) Contrôle tes deux résultats en les comparant aux côtés correspondants du grand triangle.

Ex. 17 ★★☆ **Millimètres, centimètres et arrondi** — Dans le triangle WXY, $R \in [WX]$ et $S \in [WY]$. Les droites (RS) et (XY) sont parallèles. On donne $WR = 45$ mm, $WX = 7$ cm, $WY = 6$ cm et $XY = 5$ cm. Arrondis au dixième.



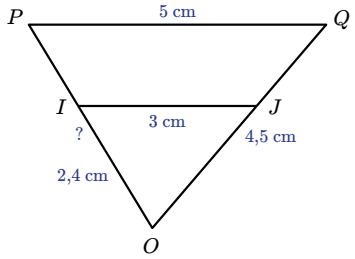
(a) Exprime WR en cm.

(b) Calcule WS : donne sa valeur exacte sous forme de fraction, puis sa valeur approchée.

(c) Calcule RS : donne sa valeur exacte sous forme de fraction, puis sa valeur approchée.

(d) Malik calcule $k = 4{,}5 \div 7 \approx 0{,}6$, puis $RS \approx 0{,}6 \times 5 = 3$ cm. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 18 ★★☆ **Chercher un côté du grand triangle** — Dans le triangle OPQ, $I \in [OP]$ et $J \in [OQ]$. Les droites (IJ) et (PQ) sont parallèles. On donne $OI = 2{,}4$ cm, $IJ = 3$ cm, $PQ = 5$ cm et $OQ = 4{,}5$ cm.



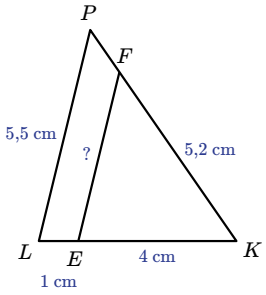
(a) Calcule le rapport de réduction $k = \frac{IJ}{PQ}$ et écris-le sous forme décimale.

(b) Calcule OP. Vérifie que ton résultat est cohérent.

(c) Déduis-en la longueur IP.

(d) Calcule OJ, puis JQ.

Ex. 19 ★★★ **Corriger le calcul de Léna** — Dans le triangle KLP, $E \in [KL]$ et $F \in [KP]$. Les droites (EF) et (LP) sont parallèles. On donne $KE = 4$ cm, $EL = 1$ cm, $KF = 5{,}2$ cm et $LP = 5{,}5$ cm. Léna écrit : « $\frac{KE}{EL} = \frac{EF}{LP}$, soit $\frac{4}{1} = \frac{EF}{5{,}5}$, donc $EF = 22$ cm. »



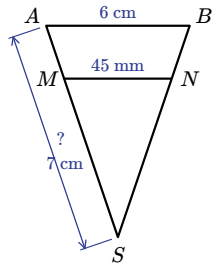
(a) Sans faire de calcul, explique pourquoi le résultat de Léna est forcément faux.

(b) Quelle erreur Léna a-t-elle faite dans son premier rapport ? Calcule la longueur KL.

(c) Calcule correctement EF en rédigeant avec le théorème de Thalès.

(d) Calcule KP, puis FP.

Ex. 20 ★★★ **Le verre conique de Nour** — Nour dessine la coupe d'un verre conique : un triangle SAB isocèle en S ($SA = SB$), avec $M \in [SA]$ et $N \in [SB]$. La surface du jus [MN] est parallèle au bord [AB] : (MN) // (AB). On donne $AB = 6$ cm, $MN = 45$ mm et $SM = 7$ cm. Arrondis au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

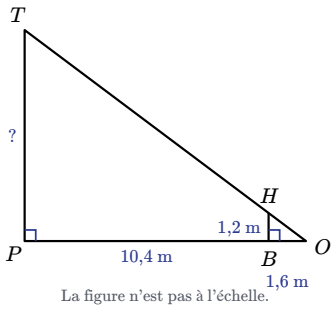
(a) Nomme le sommet commun et les trois paires de côtés correspondants des triangles SMN et SAB.

(b) Exprime MN en cm, puis calcule le rapport de réduction $k = \frac{MN}{AB}$.

(c) Calcule SA : donne la valeur exacte sous forme de fraction, puis la valeur approchée. Contrôle ton résultat.

(d) Calcule le périmètre du triangle SAB à partir de la valeur exacte de SA. Pourquoi ne faut-il pas partir de la valeur arrondie de SA ?

Ex. 21 ★★★ **La hauteur de l'arbre d'Inès** — À Rennes, Inès plante un bâton vertical [BH] près d'un arbre vertical [PT], sur un sol horizontal. Leurs ombres se terminent au même point O : les points O, B, P sont alignés sur le sol, et O, H, T sur le rayon de soleil. On donne $OB = 1{,}6$ m, $BP = 10{,}4$ m, $BH = 1{,}2$ m et $OH = 2$ m.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi les droites (BH) et (PT) sont parallèles.

(b) Calcule la longueur OP.

(c) Calcule le coefficient d'agrandissement qui fait passer du triangle OBH au triangle OPT.

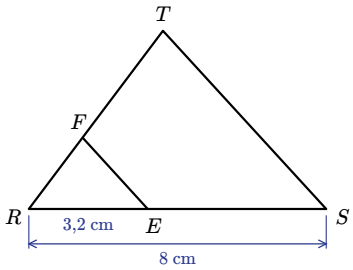
(d) Calcule la hauteur PT de l'arbre en rédigeant avec le théorème de Thalès.

(e) Calcule la longueur OT, puis la longueur HT du rayon entre le haut du bâton et le haut de l'arbre.

4. *Rapport de réduction et longueurs à déduire*

À retenir : k = petit ÷ grand ($k < 1$) : petit = grand × k ; grand = petit ÷ k. Le périmètre est aussi multiplié par k, les angles ne changent pas, et une aire ne se multiplie jamais par k. Si on te donne MB, calcule d'abord $AB = AM + MB$: avec $AM = 3$ et $MB = 1$, $k = \frac{3}{4}$, pas 3. Milieux : $k = \frac{1}{2}$.

Ex. 22 ★★★ **Automatismes : utiliser le rapport de réduction** — Les points R, E, S sont alignés, ainsi que R, F, T, et $(EF) \parallel (ST)$. On a RE = 3,2 cm et RS = 8 cm.



(a) Calcule le rapport de réduction k qui fait passer du triangle RST au triangle REF.

(b) On donne ST = 6,5 cm. Calcule EF à l'aide de k.

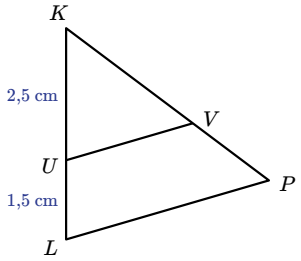
(c) On donne RF = 2,4 cm. Calcule RT.

(d) Calcule le rapport d'agrandissement qui fait passer du triangle REF au triangle RST.

(e) Déduis-en la longueur FT.

(f) Sachant que $\widehat{RST} = 47°$, donne la mesure de $\widehat{REF}$. Justifie.

Ex. 23 ★★★ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Les points K, U, L sont alignés, ainsi que K, V, P, et $(UV) \parallel (LP)$. On a KU = 2,5 cm et UL = 1,5 cm. Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.



(a) « Le rapport de réduction est $\frac{KU}{UL} = \frac{2{,}5}{1{,}5}$. »

(b) « Si KP = 4,8 cm, alors KV = 3 cm. »

(c) « Si le périmètre du triangle KLP est 12,8 cm, alors celui du triangle KUV est 8 cm. »

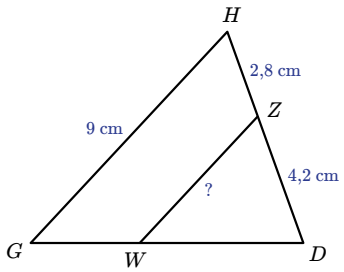
(d) « L'angle $\widehat{KUV}$ est plus petit que l'angle $\widehat{KLP}$, car le triangle KUV est plus petit. »

(e) « L'aire du triangle KUV s'obtient en multipliant l'aire du triangle KLP par le rapport de réduction. »

Ex. 23 (suite)

(f) « Si U était le milieu de [KL], avec toujours $(UV) \parallel (LP)$, alors V serait le milieu de [KP]. »

Ex. 24 ★★☆ **Le rapport de Noé** — Les points D, W, G sont alignés, ainsi que D, Z, H, et $(WZ) \parallel (GH)$. On a DZ = 4,2 cm, ZH = 2,8 cm et GH = 9 cm.

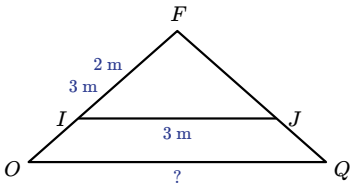


(a) Noé écrit : « $k = \frac{DZ}{ZH} = \frac{4,2}{2,8} = 1,5$ ». Explique son erreur, puis calcule le bon rapport k.

(b) Calcule WZ en rédigeant ta démonstration.

(c) On donne DG = 8,5 cm. Calcule DW, puis WG.

Ex. 25 ★★☆ **La ferme de charpente d'Inès** — À Rodez, Inès fabrique une ferme de charpente. Le faîte est F, et les poutres [FO] et [FQ] mesurent chacune 3 m. Les points F, I, O sont alignés, ainsi que F, J, Q. L'entrait [IJ] est parallèle à la base [OQ]. On a FI = 2 m et IJ = 3 m.



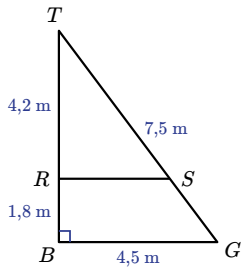
(a) Calcule le rapport de réduction k qui fait passer du triangle FOQ au triangle FIJ.

(b) Léo écrit : « $OQ = k \times IJ$ » et trouve une longueur plus petite que IJ. Explique son erreur, puis calcule OQ.

(c) Calcule la longueur IO.

(d) Calcule le périmètre du triangle FOQ, puis déduis-en celui du triangle FIJ à l'aide de k.

Ex. 26 ★★★ **La voile de Maëlle** — À Brest, Maëlle coud une voile triangulaire TBG : le mât [TB] est vertical et la bôme [BG] est horizontale. Une latte [RS] renforce la voile : les points T, R, B sont alignés, ainsi que T, S, G, et $(RS) \parallel (BG)$. On a TR = 4,2 m, RB = 1,8 m, BG = 4,5 m et TG = 7,5 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule TB, puis le rapport de réduction k qui fait passer du triangle TBG au triangle TRS.

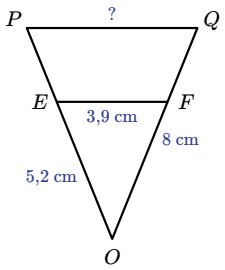
(b) Calcule la longueur RS de la latte et la longueur TS.

(c) Déduis-en la longueur SG.

(d) Calcule le périmètre du triangle TRS de deux façons différentes.

(e) Maëlle affirme : « L'aire de TBG est 13,5 m², donc l'aire de TRS est $k \times 13,5$ m². » Justifie que TRS est rectangle en R, puis dis si elle a raison.

Ex. 27 ★★★ **Le verre conique de Yanis** — À Lyon, Yanis dessine la coupe d'un verre conique : un triangle OPQ avec OP = OQ = 8 cm, le pied O en bas. La surface du liquide est le segment [EF], avec E ∈ [OP], F ∈ [OQ] et $(EF) \parallel (PQ)$. On a OE = 5,2 cm et EF = 3,9 cm. Arrondis au centième si c'est nécessaire.



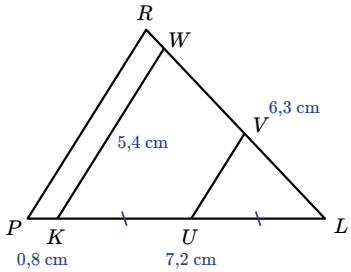
(a) Calcule EP, puis le rapport de réduction k qui fait passer du triangle OPQ au triangle OEF.

(b) Yanis écrit : « Pour passer de OE à OP, on ajoute EP. Donc pour passer de EF à PQ, on ajoute aussi EP. » Explique son erreur, puis calcule PQ.

(c) Calcule le rapport d'agrandissement qui fait passer du triangle OEF au triangle OPQ (valeur exacte et valeur approchée), puis retrouve PQ avec ce rapport.

(d) Yanis ajoute du liquide : la surface devient [GH], avec G ∈ [OP], H ∈ [OQ], $(GH) \parallel (PQ)$ et GH = 5,1 cm. Calcule OG, puis la distance GP.

Ex. 28 ★★★ **Trois triangles emboîtés** — Les points L, U, K, P sont alignés dans cet ordre, ainsi que L, V, W, R, et $(UV) \parallel (KW) \parallel (PR)$. Le point U est le milieu de [LK]. On a LK = 7,2 cm, KP = 0,8 cm, KW = 5,4 cm et LW = 6,3 cm.



(a) Explique pourquoi V est le milieu de [LW], puis calcule UV.

(b) Calcule LP, puis le rapport de réduction qui fait passer du triangle LPR au triangle LKW.

(c) Calcule PR et LR, puis déduis-en WR.

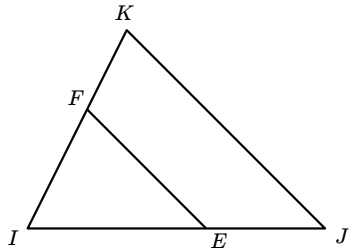
(d) Ben affirme : « $\frac{LP}{LU}$ est le rapport de réduction qui fait passer du triangle LPR au triangle LUV. » Vrai ou faux ? Justifie et donne le bon rapport.

(e) Calcule le périmètre du triangle LPR, puis déduis-en celui du triangle LUV sans additionner ses côtés.

5. *Réciproque : les droites sont-elles parallèles ?*

À retenir : On compare d'une part $\frac{AM}{AB}$, d'autre part $\frac{AN}{AC}$ (points dans le même ordre, valeurs exactes, jamais $\frac{MN}{BC}$). Égaux → réciproque : (MN) // (BC). Différents → contraposée : pas parallèles. Ex. : $\frac{3}{7} \neq \frac{4}{9}$ car $27 \neq 28$.

Ex. 29 ★★☆ **Automatismes : comparer les deux bons rapports** — Sur la figure, E est un point de [IJ] et F un point de [IK]. Chaque question donne ses propres longueurs.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) IE = 3 cm, IJ = 5 cm, IF = 4,2 cm et IK = 7 cm. Calcule d'une part $\frac{IE}{IJ}$, d'autre part $\frac{IF}{IK}$. Les droites (EF) et (JK) sont-elles parallèles ? Justifie.

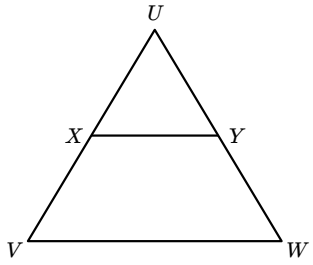
(b) IE = 5 cm, IJ = 9 cm, IF = 6 cm et IK = 11 cm. Les quotients ne tombent pas juste : compare les produits en croix. Les droites (EF) et (JK) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 29 (suite)

(c) IE = 6 cm, IJ = 8 cm et IK = 10 cm. Quelle longueur IF faut-il pour que (EF) // (JK) ?

(d) Noah veut prouver que (EF) // (JK) en se servant du rapport $\frac{EF}{JK}$. Pourquoi ne peut-il pas l'utiliser ?

Ex. 30 ★★☆ **Automatismes : réciproque ou contraposée ?** — Dans le triangle UVW, X est un point de [UV] et Y un point de [UW]. Pour chaque cas, cite la propriété utilisée.



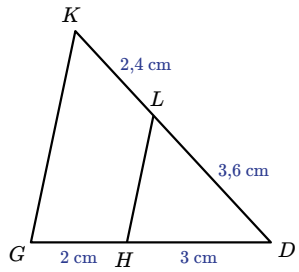
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) $\frac{UX}{UV} = \frac{2}{5}$ et $\frac{UY}{UW} = 0{,}45$. Les droites (XY) et (VW) sont-elles parallèles ? Justifie.

(b) $\frac{UX}{UV} = \frac{3}{4}$ et $\frac{UY}{UW} = 0{,}75$. Les droites (XY) et (VW) sont-elles parallèles ? Justifie.

(c) $\frac{UX}{UV} = 0{,}6$ et $\frac{YW}{UW} = 0{,}6$. Inès conclut que (XY) // (VW). A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 31 ★★☆ **Calculer les longueurs des grands côtés avant de comparer** — Les points D, H, G sont alignés, ainsi que D, L, K, avec H ∈ [DG] et L ∈ [DK]. On donne DH = 3 cm, HG = 2 cm, DL = 3,6 cm et LK = 2,4 cm.

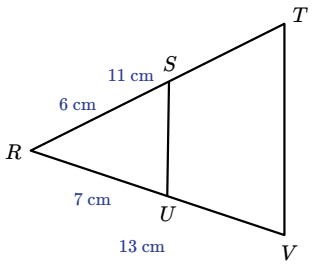


(a) Calcule les longueurs DG et DK.

(b) Les droites (HL) et (GK) sont-elles parallèles ? Justifie.

(c) On donne GK = 4,5 cm. Calcule la longueur HL.

Ex. 32 ★★☆ **Une figure qui a l'air juste** — Les points R, S, T sont alignés, ainsi que R, U, V, avec S ∈ [RT] et U ∈ [RV]. On donne RS = 6 cm, RT = 11 cm, RU = 7 cm et RV = 13 cm. Sur le dessin, (SU) et (TV) semblent parallèles. Arrondis au dixième.



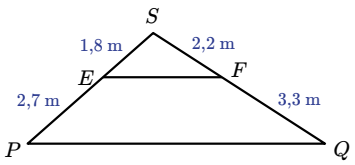
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Tom arrondit $\frac{RS}{RT}$ et $\frac{RU}{RV}$ au dixième, trouve 0,5 deux fois et conclut que (SU) // (TV). A-t-il raison ? Justifie.

(b) Sans calculatrice, écris $\frac{RS}{RT}$ et $\frac{RU}{RV}$ avec le même dénominateur 143, puis dis lequel des deux rapports est le plus grand.

(c) On garde RS, RT et RV, mais on déplace U sur [RV]. Quelle longueur RU (valeur exacte puis valeur approchée) rendrait (SU) // (TV) ?

Ex. 33 ★★★ **Une ferme de charpente** — Yanis, charpentier à Annecy, pose une poutre [EF] dans une ferme de toit vue de face. Les points S, E, P sont alignés, ainsi que S, F, Q, avec E ∈ [SP] et F ∈ [SQ]. On donne SE = 1,8 m, EP = 2,7 m, SF = 2,2 m, FQ = 3,3 m et PQ = 8 m.



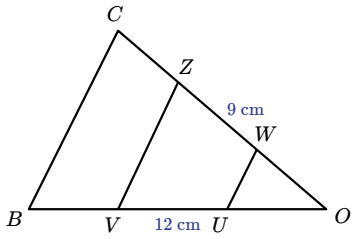
(a) Calcule les longueurs SP et SQ.

(b) La poutre doit être parallèle au sol (PQ). Est-ce le cas ? Justifie.

(c) Calcule la longueur EF de la poutre.

(d) Donne le rapport de réduction qui fait passer du triangle SPQ au triangle SEF, puis déduis-en le périmètre du triangle SEF.

Ex. 34 ★★★ **Deux segments, un seul parallèle** — Dans le triangle OBC, U et V sont deux points de [OB], W et Z deux points de [OC]. On donne OB = 12 cm, OC = 9 cm, OU = 4 cm, OV = 8,4 cm, OW = 3 cm et OZ = 6,4 cm. Sur le dessin, (UW) et (VZ) semblent toutes les deux parallèles à (BC). Ne mesure pas : calcule, sans arrondir.



La figure n'est pas à l'échelle.

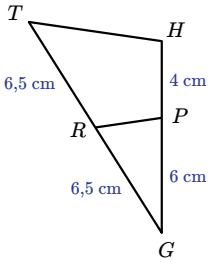
(a) Les droites (UW) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

(b) Les droites (VZ) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie à l'aide d'un produit en croix.

(c) Dans le triangle OVZ, U est un point de [OV] et W un point de [OZ]. Les droites (UW) et (VZ) sont-elles parallèles ? Justifie.

(d) On déplace Z sur [OC] pour que (VZ) soit parallèle à (BC). Calcule la nouvelle longueur OZ.

Ex. 35 ★★★ **Deux copies à corriger** — Dans le triangle GHT, P est un point de [GH] et R un point de [GT]. On donne GP = 6 cm, PH = 4 cm, GR = 6,5 cm, RT = 6,5 cm, PR = 3,5 cm et HT = 7 cm.



(a) Jade écrit : « $\frac{PR}{HT} = \frac{3,5}{7} = 0,5$ et R est le milieu de [GT], donc $\frac{GR}{GT} = 0,5$.
Donc (PR) // (HT). » Explique son erreur.

(b) Hugo compare $\frac{GP}{GH}$ et $\frac{RT}{GT}$. Pourquoi ces deux rapports ne conviennent-ils pas ?

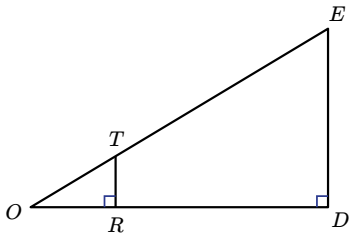
(c) Les droites (PR) et (HT) sont-elles parallèles ? Rédige la démonstration complète.

(d) Soit S le milieu de [GH]. Démontre que (SR) // (HT), puis calcule SR et compare cette longueur avec PR.

6. *Thalès dans les situations : ombre, hauteur, largeur*

À retenir : Je fais un schéma : sommet commun (bout de l'ombre, œil, pointe) et deux parallèles (souvent deux verticales). Ombre totale, même unité, hauteur de l'œil ajoutée si besoin, conclusion avec l'unité : $\frac{0,9}{h} = \frac{1,6}{8}$ donc $h = 4,5$ m.

Ex. 36 ★☆☆ **Repérer la configuration dans une ombre** — À Rennes, Inès veut mesurer la hauteur d'un mât vertical [DE]. Elle plante un bâton vertical [RT] pour que le bout de son ombre coïncide avec le bout O de l'ombre du mât. Les points O, R, D sont alignés sur le sol, ainsi que O, T, E sur un rayon de soleil.



(a) Quel est le sommet commun ? Nomme les deux triangles emboîtés.

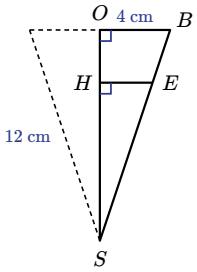
(b) Explique pourquoi les droites (RT) et (DE) sont parallèles.

(c) Quel côté du grand triangle correspond à [OT] ? Et lequel correspond à [RT] ?

(d) Écris l'égalité des trois rapports donnée par le théorème de Thalès.

(e) Léo écrit $\frac{OR}{RD} = \frac{RT}{DE}$. Explique son erreur et corrige-la.

Ex. 37 ★☆☆ **Le verre conique vu en coupe** — Ben dessine un verre conique vu en coupe. S est la pointe, O le centre de l'ouverture et B un point du bord. H est le centre de la surface du liquide et E un point du bord de cette surface : H ∈ [SO], E ∈ [SB] et (HE) // (OB). On a SO = 12 cm et OB = 4 cm.



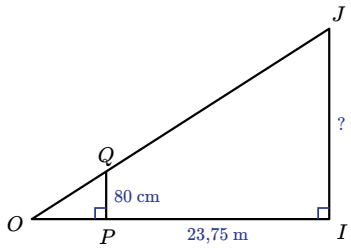
(a) Le liquide monte jusqu'à SH = 9 cm. Calcule le rayon HE de sa surface.

(b) Le rayon de la surface vaut HE = 2,4 cm. Calcule la hauteur SH du liquide.

(c) Le liquide monte jusqu'à SH = 0,03 m. Calcule le rayon HE en cm.

(d) Zoé trouve un rayon HE = 5 cm. Sans calcul, explique pourquoi c'est impossible.

Ex. 38 ★★☆ **La hauteur d'un immeuble grâce à son ombre** — À Marseille, Nora veut connaître la hauteur IJ d'un immeuble vertical. Elle plante un bâton vertical [PQ] de 80 cm pour que le bout de son ombre coïncide avec le bout O de l'ombre de l'immeuble. Elle mesure OP = 1,25 m (l'ombre du bâton) et PI = 23,75 m (distance entre le bâton et le pied de l'immeuble). O, P, I sont alignés, ainsi que O, Q, J.



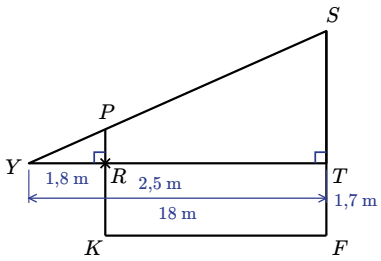
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la longueur OI de l'ombre de l'immeuble.

(b) Calcule la hauteur IJ de l'immeuble. Rédige complètement.

(c) Karim a calculé $\frac{23{,}75 \times 80}{1{,}25}$ et annonce 1 520 m. Explique ses deux erreurs.

Ex. 39 ★★☆ **Viser le sommet d'un arbre** — À Annecy, Malo vise le sommet S d'un arbre vertical [FS] : son œil Y, le haut P d'une perche verticale [KP] de 2,5 m et S sont alignés. Son œil est à 1,7 m du sol. La droite horizontale qui part de Y coupe la perche en R et l'arbre en T (FT = 1,7 m), avec YR = 1,8 m et YT = 18 m.



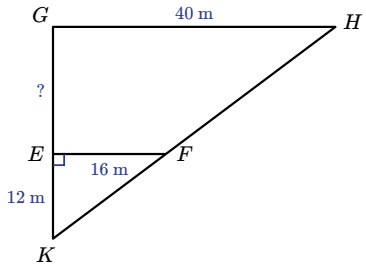
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la longueur RP.

(b) Calcule la longueur TS. Rédige complètement.

(c) Lina affirme que la hauteur de l'arbre est égale à TS. A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule la hauteur FS de l'arbre.

Ex. 40 ★★★ **La largeur d'une rivière** — À Besançon, Clara veut connaître la largeur d'une rivière sans la traverser. E et F sont sur sa rive. G et H sont deux arbres sur l'autre rive. Les points K, E, G sont alignés, ainsi que K, F, H, et la droite (KG) est perpendiculaire aux rives. Les deux rives sont parallèles : (EF) // (GH). Clara mesure KE = 12 m et EF = 16 m, et un panneau indique GH = 40 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

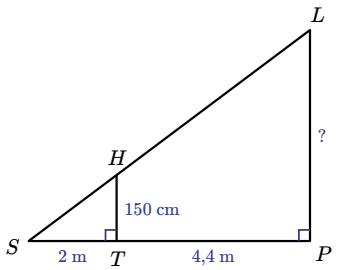
(a) Nomme le sommet commun des triangles emboîtés KEF et KGH, puis leurs côtés correspondants.

(b) Écris l'égalité des trois rapports, puis calcule la longueur KG.

(c) Déduis-en la largeur EG de la rivière. Écris une phrase de conclusion.

(d) Tom écrit $\frac{KE}{EG} = \frac{EF}{GH}$ pour calculer directement la largeur EG. Explique son erreur.

Ex. 41 ★★★ **L'ombre sous un lampadaire** — À Lille, le soir, Yanis (TH = 150 cm) se tient debout bien droit, à TP = 4,4 m du pied P d'un lampadaire vertical [PL]. Son ombre [ST] mesure 2 m. Les points S, T, P sont alignés sur le sol horizontal, et les points S, H, L sont alignés.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi les droites (TH) et (PL) sont parallèles. Nomme le sommet commun des deux triangles emboîtés.

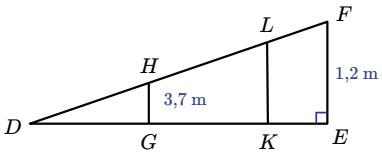
(b) Calcule la hauteur PL du lampadaire, en mètres.

(c) Jade a gardé TH = 150 cm sans convertir, avec les autres longueurs en mètres. Quel nombre trouve-t-elle pour PL ? Est-il plausible ? Explique son erreur.

(d) Hugo pense qu'il faut ajouter la taille de Yanis à la hauteur que tu as trouvée. A-t-il raison ? Justifie.

(e) Elsa, la sœur de Yanis, mesure 1,32 m. Elle se place sur [SP], debout, et le bout de son ombre est aussi en S. À quelle distance du pied du lampadaire se tient-elle ?

Ex. 42 ★★★ **Les renforts d'une rampe de skate** — À Nantes, Sacha construit une rampe de skate. Le sol [DE] est horizontal, le montant [EF] est vertical, et la planche [DF] est droite : DE = 3,5 m, EF = 1,2 m, DF = 3,7 m. Il fixe deux renforts : [GH] et [KL], avec G et K sur [DE], H et L sur [DF]. Un renfort est vertical quand il est parallèle au montant [EF].



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Sacha mesure DG = 140 cm et DH = 148 cm. Les droites (GH) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifie.

(b) Calcule la hauteur GH du renfort, en centimètres.

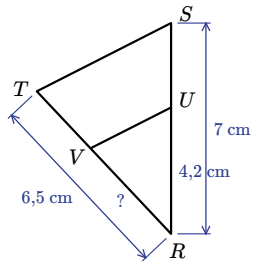
(c) Pour [KL], DK = 2,8 m et DL = 2,95 m. Maëlle arrondit les deux rapports au dixième, trouve 0,8 deux fois et conclut que [KL] est vertical. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Sacha garde K à sa place. À quelle distance de D doit-il placer L sur [DF] pour que [KL] soit vertical ?

7. *Rédiger la démonstration*

À retenir : Rédaction : points alignés + droites parallèles → théorème de Thalès → les trois rapports → produit en croix → unité. Sans parallèle, pas de Thalès. Dénominateurs = côtés du grand triangle : $\frac{AM}{AB}$, jamais $\frac{AM}{MB}$.

Ex. 43 ★☆☆ **Compléter une rédaction pas à pas** — Dans le triangle RST, U ∈ [RS], V ∈ [RT] et (UV) // (ST). On donne RU = 4,2 cm, RS = 7 cm et RT = 6,5 cm. Tu veux calculer RV : rédige la démonstration étape par étape.



(a) Quels points sont alignés ? Écris-les dans l'ordre.

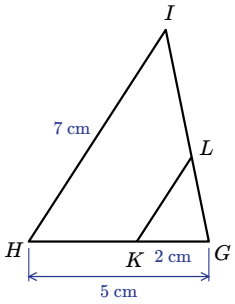
(b) Quelle donnée sur les droites dois-tu écrire avant de citer le théorème de Thalès ? Pourquoi ?

(c) Écris l'égalité des trois rapports avec les lettres de la figure.

(d) Remplace les longueurs connues. Indique les deux rapports que tu gardes.

(e) Calcule RV par un produit en croix et conclus avec l'unité.

Ex. 44 ★☆☆ **Vrai ou faux ?** — Dans le triangle GHI, K ∈ [GH], L ∈ [GI] et (KL) // (HI). On donne GK = 2 cm, GH = 5 cm et HI = 7 cm. Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.



(a) « Avec ces données, il manque une longueur pour calculer GL. »

(b) « On peut écrire $\frac{GK}{KH} = \frac{KL}{HI}$. »

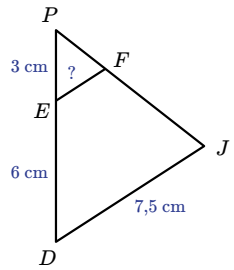
(c) « On peut écrire $\frac{GH}{GK} = \frac{GI}{GL} = \frac{HI}{KL}$. »

(d) « On peut écrire $\frac{GK}{GH} = \frac{GI}{GL}$. »

(e) « $KL = \frac{5 \times 7}{2} = 17{,}5$ cm. »

(f) « Pour calculer KL, on utilise la réciproque du théorème de Thalès. »

Ex. 45 ★★☆ **La rédaction d'Inès** — Dans le triangle PDJ, E ∈ [PD], F ∈ [PJ] et (EF) // (DJ). On donne PE = 3 cm, ED = 6 cm et DJ = 7,5 cm. Inès rédige : « Les points P, E, D sont alignés, ainsi que P, F, J. D'après la réciproque du théorème de Thalès, $\frac{PE}{ED} = \frac{EF}{DJ}$, soit $\frac{3}{6} = \frac{EF}{7{,}5}$, donc $EF = 3{,}75$ cm. »

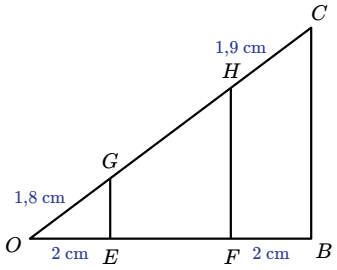


(a) Avant d'écrire ses rapports, Inès oublie une donnée et cite le mauvais théorème. Lesquels ?

(b) Quelle erreur fait-elle dans les rapports ? Calcule la bonne longueur à utiliser.

(c) Rédige la démonstration correcte et calcule EF.

Ex. 46 ★★☆ **Deux parallèles successives** — Les points O, E, F, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points O, G, H, C. Les droites (EG) et (FH) sont parallèles. On donne OE = 2 cm, OF = 5 cm, OG = 1,8 cm, FB = 2 cm et HC = 1,9 cm.



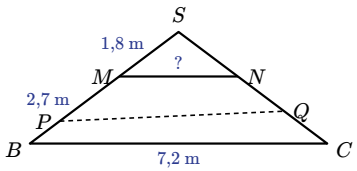
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule OH en rédigeant la démonstration.

(b) Calcule les longueurs OB et OC.

(c) Les droites (FH) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 47 ★★★ **La charpente de Lucas** — Lucas, charpentier, schématise une ferme de toit par le triangle SBC. Les points S, M, B sont alignés, ainsi que S, N, C, et (MN) // (BC). On donne SM = 1,8 m, MB = 2,7 m, SC = 4,5 m et BC = 7,2 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

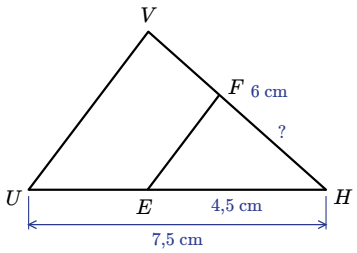
(a) Calcule d'abord SB, puis rédige la démonstration complète qui donne la longueur MN de la barre.

(b) Calcule le rapport de réduction k qui fait passer du triangle SBC au triangle SMN, puis le rapport d'agrandissement qui fait passer du triangle SMN au triangle SBC.

(c) Déduis-en le périmètre du triangle SMN, sans calculer SN.

(d) Lucas ajoute une barre [PQ] avec P ∈ [SB], Q ∈ [SC], SP = 3,6 m et SQ = 3,2 m. Les droites (PQ) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le contrôle de Yanis** — Dans le triangle HUV, E ∈ [HU], F ∈ [HV] et (EF) // (UV). On donne HE = 4,5 cm, HU = 7,5 cm, HV = 6 cm et UV = 5 cm. Pour calculer HF, Yanis écrit : « D'après le théorème de Thalès, $\frac{HE}{HU} = \frac{HV}{HF}$, soit $\frac{4{,}5}{7{,}5} = \frac{6}{HF}$, donc $HF = \frac{7{,}5 \times 6}{4{,}5} = 10$ cm. »



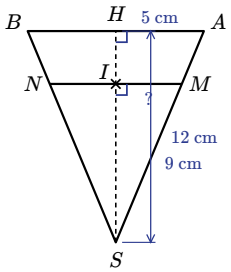
(a) Sans refaire son calcul, explique pourquoi le résultat de Yanis est forcément faux.

(b) Trouve son erreur, puis rédige la démonstration complète qui donne HF.

(c) Pour EF, Yanis calcule EU = 3 cm et écrit $\frac{HE}{EU} = \frac{EF}{UV}$. A-t-il raison ? Justifie, puis calcule EF.

(d) Yanis place G ∈ [HU] et I ∈ [HV] avec HG = 5 cm et HI = 4,1 cm. Il écrit : « $\frac{HG}{HU} \approx 0{,}7$ et $\frac{HI}{HV} \approx 0{,}7$, donc (GI) // (UV). » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 49 ★★★ **Le verre de sirop de Mia** — Mia dessine un verre conique vu en coupe : le triangle SAB, de pointe S, d'axe (SH), où H est le milieu du bord [AB]. On donne SH = 12 cm, HA = 5 cm et SA = 13 cm. La surface [MN] du sirop coupe l'axe en I, milieu de [MN], avec SI = 9 cm. [AB] et [MN] sont perpendiculaires à l'axe (SH).



(a) Dans les triangles emboîtés SIM et SHA, nomme le sommet commun et justifie que (IM) // (HA).

(b) Rédige la démonstration qui donne IM, puis déduis-en le diamètre MN de la surface du sirop.

(c) Calcule la longueur SM de la paroi touchée par le sirop.

(d) Calcule le rapport de réduction k qui fait passer du triangle SHA au triangle SIM, puis le périmètre du triangle SIM.

(e) Mia veut une surface de sirop de 6 cm de diamètre. Sur l'axe, à quelle distance SJ de la pointe doit arriver le sirop ?