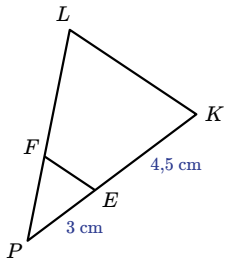
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 4e : triangles emboîtés

À retenir : Je pars du sommet commun : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (petit en haut, grand en bas), seulement si $(MN) \parallel (BC)$. MB n'entre jamais dans un rapport : si $AM = 2$ et $MB = 3$, alors $AB = 5$. J'arrondis à la fin.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : écrire les bons rapports** — Sur la figure, $E \in [PK]$, $F \in [PL]$ et $(EF) \parallel (KL)$. On donne $PE = 3$ cm et $EK = 4{,}5$ cm.



(a) Nomme le petit triangle, le grand triangle et leur sommet commun.

(b) Quel côté du triangle PKL correspond au côté $[EF]$? Et au côté $[PF]$?

(c) Écris l'égalité des trois rapports du théorème de Thalès.

(d) Inès écrit $\frac{PE}{EK} = \frac{PF}{FL}$ et trouve le rapport $\frac{3}{4{,}5}$. A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule le bon rapport.

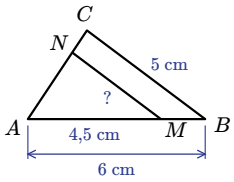
(e) Sami affirme qu'on peut écrire ces rapports même si (EF) et (KL) ne sont pas parallèles. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : le produit en croix dans le bon sens** — Dans chaque cas, $(MN) \parallel (BC)$ dans un triangle ABC avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. Les longueurs sont en cm. Arrondis au dixième si le résultat n'est pas décimal.

(a) On a $\frac{3}{8} = \frac{AN}{12}$. Calcule AN.

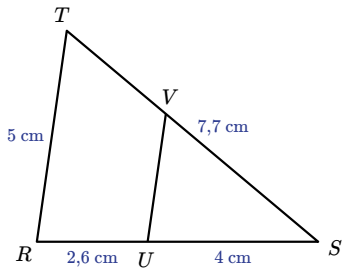
(b) Tom écrit : « $\frac{4}{AC} = \frac{5}{9}$, donc $AC = \frac{4\times5}{9}$ ». A-t-il raison ? Justifie.

(c) Sur la figure, $AM = 4{,}5$ cm, $AB = 6$ cm et $BC = 5$ cm. Calcule MN.



(d) On a $\frac{AM}{7} = \frac{6}{11}$. Calcule AM.

Ex. 3 ★★☆ **Un triangle couché, une longueur à déduire** — Les points S, U, R sont alignés, ainsi que S, V, T, et $(UV) \parallel (RT)$. On donne $SU = 4$ cm, $UR = 2{,}6$ cm, $ST = 7{,}7$ cm et $RT = 5$ cm. Arrondis au dixième.



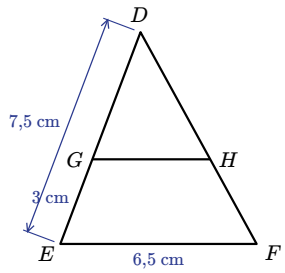
(a) Calcule SR, puis la valeur exacte et l'arrondi de SV.

(b) Calcule UV.

(c) Déduis-en VT.

(d) Jade arrondit d'abord $\frac{4}{6{,}6}$ à 0,6 et trouve $SV \approx 4{,}6$ cm. Explique son erreur.

Ex. 4 ★★☆ **La baguette de plomb du vitrail** — Dans un vitrail triangulaire DEF, une baguette de plomb $[GH]$ est posée avec $G \in [DE]$, $H \in [DF]$ et $(GH) \parallel (EF)$. On donne $DE = 7{,}5$ cm, $DF = 8$ cm, $EF = 6{,}5$ cm et $GE = 3$ cm.

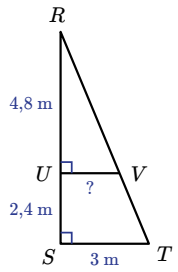


(a) Noé écrit $\frac{GE}{DE} = \frac{GH}{EF}$ et trouve $GH = 2{,}6$ cm. Explique son erreur, puis calcule GH.

(b) Calcule le rapport de réduction, puis le périmètre du triangle DGH à l'aide de ce rapport.

(c) On place I, milieu de $[DG]$, et $J \in [DH]$ tel que $(IJ) \parallel (GH)$. Calcule IJ.

Ex. 5 ★★★ **La latte de la voile** — La voile du bateau de Lina, à Brest, est un triangle RST rectangle en S : $[RS]$ longe le mât et $[ST]$ longe la bôme. Une latte $[UV]$ est cousue sur la voile, avec $U \in [RS]$, $V \in [RT]$ et $(UV) \perp (RS)$. On donne $RU = 4{,}8$ m, $US = 2{,}4$ m et $ST = 3$ m.



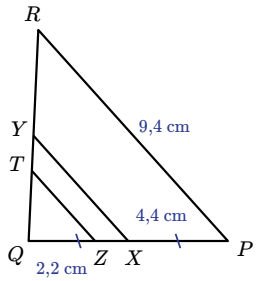
(a) Justifie que les droites (UV) et (ST) sont parallèles.

(b) Calcule RS, puis la longueur UV de la latte.

(c) Calcule RT, puis RV et VT.

(d) Calcule l'aire de la partie de voile située sous la latte, c'est-à-dire du quadrilatère $USTV$.

Ex. 6 ★★★ **Deux parallèles dans le même triangle** — Dans le triangle QPR, les points Z et X sont sur $[QP]$, les points T et Y sont sur $[QR]$, avec $(ZT) \parallel (PR)$ et $(XY) \parallel (PR)$. Le point X est le milieu de $[QP]$. On donne $QZ = 2{,}2$ cm, $ZP = 4{,}4$ cm, $QR = 7$ cm et $PR = 9{,}4$ cm. Arrondis au dixième.



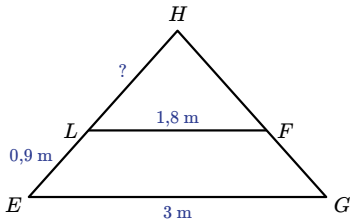
(a) Calcule QP. Où se trouve le point Y ? Calcule QY et XY.

(b) Calcule QT : donne sa valeur exacte, puis son arrondi.

(c) Calcule ZT : donne sa valeur exacte, puis son arrondi.

(d) Malo additionne ses arrondis $2{,}2 + 2{,}3 + 3{,}1$ et annonce que le périmètre du triangle QZT vaut 7,6 cm. Explique son erreur, puis donne le bon arrondi.

Ex. 7 ★★★ **La traverse du toit de la cabane** — Dans la cabane de Yanis, à Annecy, la coupe du toit est un triangle HEG isocèle en H. Une traverse $[LF]$ relie $L \in [HE]$ et $F \in [HG]$, avec $(LF) \parallel (EG)$. On mesure $LE = 0{,}9$ m, $LF = 1{,}8$ m et $EG = 3$ m. La longueur HL ne se mesure pas directement. Arrondis les longueurs au centième et les angles au degré.



(a) On pose $HL = x$. Exprime HE en fonction de x. Écris ensuite l'égalité de Thalès qui relie x, LF et EG.

(b) Résous cette équation, puis déduis-en HL et HE.

(c) I est le milieu de $[EG]$ et $(HI) \perp (EG)$. Calcule la hauteur HI du toit.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{HEG}$, c'est-à-dire l'angle d'inclinaison du toit.

(e) Zoé affirme : « Comme le toit est isocèle, $HF = HL$ et $FG = LE$. » A-t-elle raison ? Justifie avec le théorème de Thalès.

2. *La configuration papillon : reconnaître et calculer*

À retenir : Papillon : A est entre M et B et entre N et C, donc $MB = MA + AB$ ($2 + 5 = 7$). Les rapports partent de A, comme en emboîtés : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. Ce rapport peut dépasser 1 ; il multiplie aussi le périmètre.

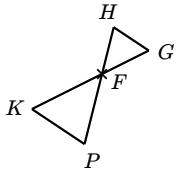
Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : reconnaître le papillon** — Réponds à chaque question en justifiant.

(a) Les points R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, T, et $(RS) \parallel (UT)$. Quelle est la configuration ? Écris l'égalité de Thalès.

(b) Les points E, R, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que E, S, T, et $(RS) \parallel (UT)$. Quelle est la configuration ? Écris l'égalité de Thalès.

(c) Zoé affirme : « M, A, B sont alignés dans cet ordre, A, N, C aussi : c'est une configuration papillon. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Sur la figure, G, F, K sont alignés dans cet ordre, ainsi que H, F, P, et $(GH) \parallel (KP)$. Le segment [FG] va-t-il avec [FK] ou avec [FP] ? Écris l'égalité des rapports.

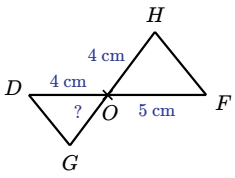


Ex. 8 **(suite)**

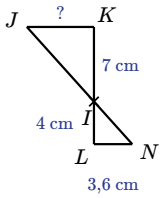
(e) Les droites (RU) et (ST) sont sécantes en E, avec E entre R et U et entre S et T. On donne $\widehat{RES} = 52°$. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{UET}$? Justifie.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : calculer une longueur en papillon** — Dans chaque cas, écris l'égalité de Thalès puis calcule la longueur demandée. Donne la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième si elle n'est pas décimale.

(a) Les points D, O, F sont alignés dans cet ordre, ainsi que G, O, H, et $(DG) \parallel (FH)$. On donne $OD = 4$ cm, $OF = 5$ cm et $OH = 4$ cm. Calcule OG.

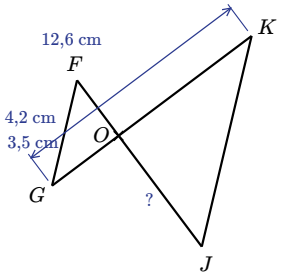


(b) Les points K, I, L sont alignés dans cet ordre, ainsi que J, I, N, et $(KJ) \parallel (LN)$. On donne $IK = 7$ cm, $IL = 4$ cm et $LN = 3{,}6$ cm. Calcule KJ, puis contrôle ton résultat avec le rapport $\frac{IK}{IL}$.



(c) Les droites (UZ) et (YW) sont sécantes en P ; U, P, Z sont alignés dans cet ordre, ainsi que Y, P, W, et $(UY) \parallel (ZW)$. On donne $PU = 7$ cm, $PZ = 3$ cm et $ZW = 5$ cm. Calcule UY.

Ex. 10 ★★☆ **Longueurs à déduire avant et après Thalès** — Les droites (GK) et (FJ) sont sécantes en O. Les points G, O, K sont alignés dans cet ordre, ainsi que F, O, J, et $(GF) \parallel (KJ)$. On donne $GK = 12{,}6$ cm, $OG = 4{,}2$ cm et $OF = 3{,}5$ cm.

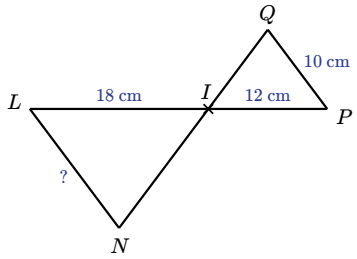


(a) Calcule OK.

(b) Calcule OJ.

(c) Léo écrit : « $FJ = OJ - OF$ ». A-t-il raison ? Justifie, puis calcule FJ.

Ex. 11 ★★☆ **Le vitrail en nœud papillon** — Ben dessine la maquette d'un vitrail en forme de nœud papillon. Les points P, I, L sont alignés dans cet ordre, ainsi que Q, I, N, et $(PQ) \parallel (LN)$. On donne $IP = 12$ cm, $IL = 18$ cm et $PQ = 10$ cm.



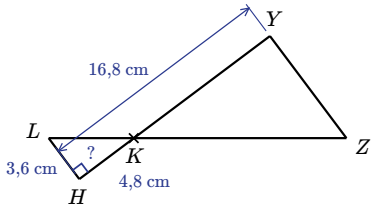
(a) Explique pourquoi les angles $\widehat{PIQ}$ et $\widehat{LIN}$ sont égaux.

(b) Calcule le rapport $\frac{IL}{IP}$. Le triangle ILN est-il un agrandissement ou une réduction du triangle IPQ ? Justifie.

(c) Calcule LN.

(d) Le périmètre du triangle IPQ est 32 cm. Calcule le périmètre du triangle ILN sans calculer IN.

Ex. 12 ★★★ **Le plan de la passerelle** — Ben dessine le plan d'une passerelle. Les droites (HY) et (LZ) sont sécantes en K. Les points H, K, Y sont alignés dans cet ordre, ainsi que L, K, Z, et $(HL) \parallel (YZ)$. Le triangle KHL est rectangle en H. On donne $KH = 4{,}8$ cm, $HL = 3{,}6$ cm et $HY = 16{,}8$ cm.



(a) Calcule la longueur KL.

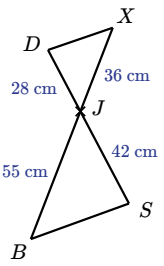
(b) Calcule la longueur KY.

(c) Calcule les longueurs KZ et YZ.

(d) Le triangle KYZ est un agrandissement du triangle KHL. Calcule le rapport $\frac{KY}{KH}$, puis déduis-en le périmètre de KYZ sans additionner ses côtés.

(e) Calcule la longueur LZ.

Ex. 13 ★★★ **Le tréteau de Maëlle** — Maëlle assemble un tréteau dont les deux montants se croisent en J. Les droites (DS) et (XB) sont sécantes en J. Les points D, J, S sont alignés dans cet ordre, ainsi que X, J, B. On donne $JD = 28$ cm, $JS = 42$ cm, $JX = 36$ cm et $JB = 55$ cm.



La figure n'est pas à l'échelle.

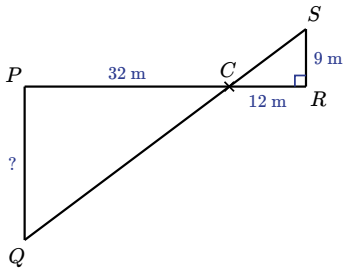
(a) Lina écrit : « $\frac{JD}{JS} = \frac{28}{42} \approx 0{,}7$ et $\frac{JX}{JB} = \frac{36}{55} \approx 0{,}7$, donc $(DX) \parallel (SB)$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Ben garde les points D, J, S et X, et déplace B sur la droite (XJ), toujours de l'autre côté de J par rapport à X. Calcule la longueur JB pour que $(DX) \parallel (SB)$.

(c) Avec ce nouveau réglage, calcule la longueur XB du montant.

(d) Avec ce nouveau réglage, Maëlle mesure $DX = 30$ cm. Calcule la longueur SB.

Ex. 14 ★★★ **Les deux saules de l'étang** — Inès veut connaître la distance entre deux saules P et Q, situés au bord d'un étang. Elle plante trois piquets C, R et S. Les points P, C, R sont alignés dans cet ordre, ainsi que Q, C, S, et $(PQ) \parallel (RS)$. Le triangle CRS est rectangle en R. On donne $CR = 12$ m, $RS = 9$ m et $CP = 32$ m. Arrondis au degré.



(a) Noé écrit : $\frac{CP}{CS} = \frac{PQ}{RS}$. Explique son erreur, puis écris l'égalité de Thalès correcte.

(b) Calcule la distance PQ entre les deux saules.

(c) Quel outil permet de calculer l'angle $\widehat{RCS}$? Justifie ton choix, puis calcule cet angle.

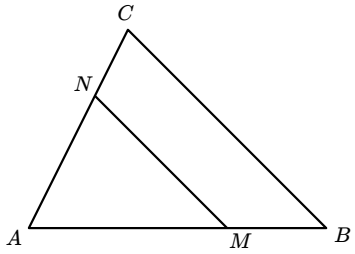
(d) Justifie que $\widehat{PCQ} = \widehat{RCS}$, puis que le triangle CPQ est rectangle en P.

(e) Calcule la distance CQ.

3. *Réciproque : prouver un parallélisme*

À retenir : Je vérifie l'ordre des points, puis je calcule $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ séparément, en valeurs exactes. Égaux et même ordre → réciproque : $(MN) \parallel (BC)$. Différents → contraposée. Ex. : $\frac{4{,}2}{6{,}3} = \frac{2}{3}$.

Ex. 15 ★☆☆ **Parallèles ou pas ? Triangles emboîtés** — Dans chaque cas, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. Compare les rapports en valeurs exactes, sans arrondir.



La figure n'est pas à l'échelle.

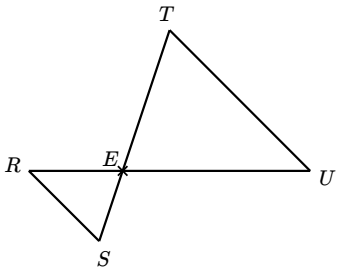
(a) $AM = 2{,}4$ cm, $AB = 3{,}6$ cm, $AN = 3{,}4$ cm et $AC = 5{,}1$ cm : les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

(b) $AM = 5$ cm, $AB = 7$ cm, $AN = 7$ cm et $AC = 10$ cm : les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

(c) $AM = 3$ cm, $AB = 7$ cm, $AN = 4{,}3$ cm et $AC = 10$ cm. Lina écrit : « $\frac{3}{7} \approx 0{,}43$ et $\frac{4{,}3}{10} = 0{,}43$, donc $(MN) \parallel (BC)$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(d) $AM = 2{,}5$ cm, $MB = 1{,}5$ cm, $AN = 3$ cm et $NC = 1{,}8$ cm : les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 16 ★☆☆ **Bien lire la configuration avant de conclure** — Les droites (RU) et (ST) sont sécantes en E. Sur la figure, les points R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points S, E, T.



(a) Quelle configuration reconnais-tu sur la figure ? Les points sont-ils dans le même ordre ? Justifie.

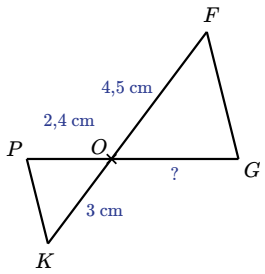
(b) Pour prouver que $(RS) \parallel (UT)$, écris les deux rapports qu'il faut comparer.

(c) Sur une autre figure, E, R, U sont alignés dans cet ordre, S, E, T aussi, et $ER = 1{,}8$ cm, $EU = 4{,}5$ cm, $ES = 2$ cm, $ET = 5$ cm. Les droites (RS) et (UT) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 16 **(suite)**

(d) Inès mesure RS et UT, puis compare $\frac{ER}{EU}$ et $\frac{RS}{UT}$ pour prouver le parallélisme. Explique son erreur.

Ex. 17 ★★☆ **Le vitrail : la bonne longueur pour des droites parallèles** — Sur un vitrail d'une chapelle de Quimper, deux baguettes de plomb (KF) et (PG) se coupent en O. Les points K, O, F sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points P, O, G. $OK = 3$ cm, $OF = 4{,}5$ cm et $OP = 2{,}4$ cm.



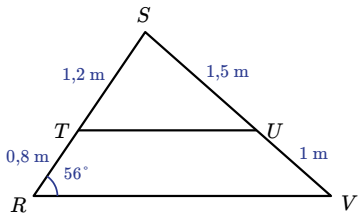
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la longueur OG qui rendrait les droites (KP) et (FG) parallèles.

(b) L'artisan a en fait posé G tel que $OG = 3{,}7$ cm. Les droites (KP) et (FG) sont-elles parallèles ? Justifie.

(c) On place maintenant G à la distance trouvée à la question a). Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs du triangle OKP pour obtenir celles du triangle OFG ?

Ex. 18 ★★☆ **La traverse de l'abri de jardin** — À Annecy, Hugo fixe une traverse $[TU]$ entre les deux chevrons d'un abri de jardin. $T \in [SR]$, $U \in [SV]$; $ST = 1{,}2$ m, $TR = 0{,}8$ m, $SU = 1{,}5$ m, $UV = 1$ m, $RV = 3$ m et $\widehat{SRV} = 56°$.



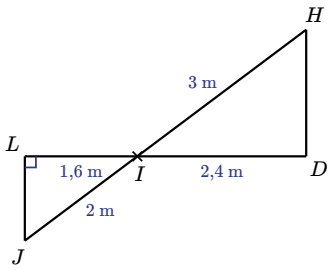
(a) Calcule les longueurs SR et SV.

(b) La traverse (TU) est-elle parallèle au sol (RV) ? Justifie.

(c) Calcule la longueur de la traverse $[TU]$.

(d) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{STU}$. Justifie.

Ex. 19 ★★★ **La passerelle de Bordeaux** — À Bordeaux, Maëlle étudie la structure métallique d'une passerelle. Les points L, I, D sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points J, I, H. On a $IL = 1{,}6$ m, $ID = 2{,}4$ m, $IJ = 2$ m et $IH = 3$ m. L'angle $\widehat{ILJ}$ est droit. Arrondis l'angle au degré.



(a) Démontre que les droites (LJ) et (DH) sont parallèles.

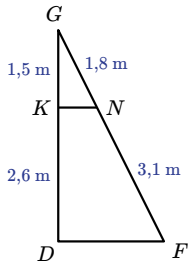
(b) Démontre que le triangle IDH est rectangle en D.

(c) Calcule la longueur LJ, puis la longueur DH.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{LIJ}$.

(e) Calcule le périmètre du triangle ILJ, puis déduis-en celui du triangle IDH sans additionner ses côtés.

Ex. 20 ★★★ **La latte de la voile** — À La Rochelle, Lucas renforce la voile triangulaire GDF de son dériveur avec une latte $[KN]$, où $K \in [GD]$ et $N \in [GF]$. On a $GK = 1{,}5$ m, $KD = 2{,}6$ m, $GN = 1{,}8$ m et $NF = 3{,}1$ m. Arrondis au centimètre.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule les longueurs GD et GF.

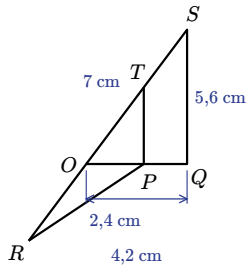
(b) Tom veut mesurer KN et DF pour comparer $\frac{KN}{DF}$ à $\frac{GK}{GD}$. Explique pourquoi ce n'est pas la bonne méthode.

(c) Léna écrit : « $\frac{GK}{GD} \approx 0{,}37$ et $\frac{GN}{GF} \approx 0{,}37$, donc, d'après le théorème de Thalès, $(KN) \parallel (DF)$. » Trouve ses deux erreurs.

(d) Les droites (KN) et (DF) sont-elles parallèles ? Justifie avec des produits en croix.

(e) Ben propose de déplacer K sur $[GD]$ sans bouger N. Calcule la longueur GK qui rendrait les droites (KN) et (DF) parallèles.

Ex. 21 ★★★ **Même rapport, mauvais ordre** — Les droites (RS) et (PQ) sont sécantes en O. Les points O, P, Q sont alignés dans cet ordre, et les points R, O, T, S aussi. On a $OP = 2{,}4$ cm, $OQ = 4{,}2$ cm, $OR = OT = 4$ cm, $OS = 7$ cm et $QS = 5{,}6$ cm. Arrondis l'angle au dixième de degré.



(a) Noé affirme que, comme $\frac{OP}{OQ} = \frac{OR}{OS}$, les droites (PR) et (QS) sont parallèles. Calcule ces deux rapports. Noé a-t-il raison ? Justifie.

(b) Démontre que les droites (PT) et (QS) sont parallèles.

(c) Démontre que le triangle OQS est rectangle en Q.

(d) Calcule la longueur PT.

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{QOS}$.

4. *Contraposée : prouver un non-parallélisme*

À retenir : Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, d'après la contraposée du théorème de Thalès, (MN) et (BC) ne sont pas parallèles. Compare en valeurs exactes : $\frac{5}{6} \neq \frac{83}{100}$ ($500 \neq 498$), même si les deux s'arrondissent à 0,83. $\frac{MN}{BC}$ ne sert pas.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : comparer deux rapports sans arrondir** — Compare les rapports en valeurs exactes : décimaux exacts, fractions irréductibles ou produits en croix, jamais d'arrondi.

(a) Calcule $\frac{3}{8}$ et $\frac{4{,}5}{12}$ sous forme décimale. Ces deux rapports sont-ils égaux ?

(b) Arrondis au centième, $\frac{7}{9}$ et $\frac{78}{100}$ donnent tous les deux 0,78. Sont-ils égaux ? Justifie avec les produits en croix.

(c) Écris $\frac{13{,}5}{21}$ sous forme de fraction irréductible, puis compare-la à $\frac{9}{14}$.

(d) Calcule les produits en croix de $\frac{6}{13}$ et $\frac{7}{15}$. Qu'en déduis-tu pour ces deux rapports ?

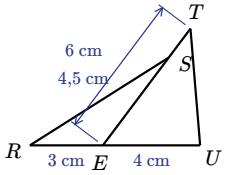
Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : réciproque ou contraposée ?** — Les droites (RU) et (ST) sont sécantes en E. Dans chaque cas, dis si les droites (RS) et (UT) sont parallèles en nommant la propriété utilisée, ou explique pourquoi on ne peut pas conclure.

(a) R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, T ; ER = 2,5 cm, EU = 10 cm, ES = 3 cm et ET = 12 cm.

Ex. 23 (suite)

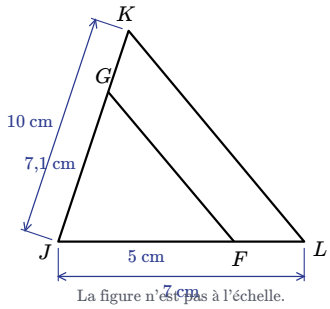
(b) E, R, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que E, S, T ; ER = 5 cm, EU = 8 cm, ES = 6 cm et ET = 10 cm.

(c) R, E, U sont alignés dans cet ordre, mais ce sont E, S, T qui sont alignés dans cet ordre ; ER = 3 cm, EU = 4 cm, ES = 4,5 cm et ET = 6 cm.



(d) R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, T ; ER = 5 cm, EU = 12 cm, ES = 6 cm et ET = 14 cm.

Ex. 24 ★★☆ **Le vitrail de Tom** — Sur un vitrail, Tom repère le triangle JLK, avec F sur [JL] et G sur [JK] ; JF = 5 cm, JL = 7 cm, JG = 7,1 cm et JK = 10 cm. Tom écrit : « $\frac{JF}{JL} \approx 0{,}71$ et $\frac{JG}{JK} = 0{,}71$; les rapports sont presque égaux, donc $(FG) \parallel (LK)$ d'après la réciproque. »



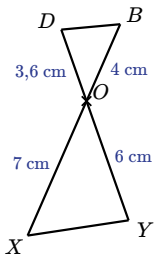
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi la comparaison de Tom ne prouve rien.

(b) Compare $\frac{JF}{JL}$ et $\frac{JG}{JK}$ à l'aide des produits en croix.

(c) Les droites (FG) et (LK) sont-elles parallèles ? Rédige ta justification en nommant la bonne propriété.

Ex. 25 ★★☆ **L'étagère de Sacha** — Sur la maquette d'une étagère, les montants [DY] et [BX] se croisent en O. Les points D, O, Y sont alignés dans cet ordre, ainsi que B, O, X ; OD = 3,6 cm, OY = 6 cm, OB = 4 cm et OX = 7 cm. Arrondis au centième.



La figure n'est pas à l'échelle.

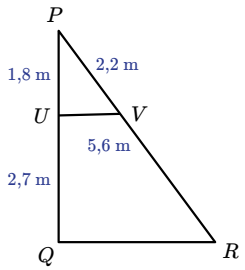
(a) Pour savoir si $(DB) \parallel (YX)$, Sacha veut comparer $\frac{OD}{OY}$ et $\frac{DB}{YX}$. Explique pourquoi cette méthode ne convient pas.

(b) Les tablettes (DB) et (YX) sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 25 **(suite)**

(c) Sacha ne déplace que X, sur la droite (BO) et toujours au-delà de O. Quelle longueur OX faut-il pour que (DB) et (YX) soient parallèles ?

Ex. 26 ★★★ **La latte de la voile de Lina** — Sur la voile triangulaire PQR de son dériveur, Lina a cousu une latte [UV], avec U sur [PQ] et V sur [PR]. Elle a mesuré PU = 1,8 m, UQ = 2,7 m, PV = 2,2 m et PR = 5,6 m. Sur la figure, la latte a l'air parallèle à la bordure [QR].



La figure n'est pas à l'échelle.

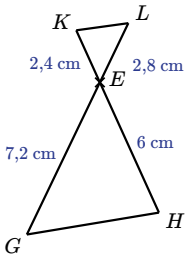
(a) Calcule la longueur PQ.

(b) Les droites (UV) et (QR) sont-elles parallèles ? Justifie en comparant les rapports en valeurs exactes.

(c) Lina hésite : faut-il citer la réciproque ou la contraposée du théorème de Thalès à la question précédente ? Explique ton choix.

(d) Lina veut placer V sur [PR] pour que la latte soit parallèle à (QR). Calcule la longueur PV qu'il faut, puis l'écart en centimètres avec la position actuelle de V.

Ex. 27 ★★★ **Les croisillons du pont de Noé** — Sur la maquette d'un pont, les barres [KH] et [LG] se croisent en E. Les points K, E, H sont alignés dans cet ordre, ainsi que L, E, G. On a EK = 2,4 cm, EH = 6 cm, EL = 2,8 cm, EG = 7,2 cm et KL = 3 cm. Noé écrit $\frac{EH}{EK} = \frac{EG}{EL} = \frac{HG}{KL}$ et en déduit HG.



La figure n'est pas à l'échelle.

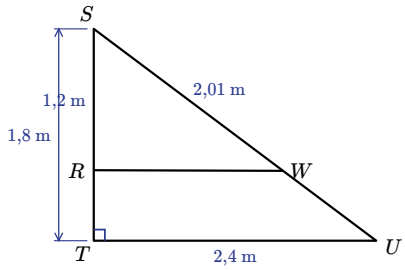
(a) Explique pourquoi Noé n'a pas le droit d'écrire ces trois rapports égaux.

(b) Les droites (KL) et (HG) sont-elles parallèles ? Justifie en comparant $\frac{EH}{EK}$ et $\frac{EG}{EL}$ en valeurs exactes.

(c) Ben raccourcit la barre [LG] : G reste du même côté de E, mais maintenant EG = 7 cm. Prouve que (KL) ∥ (HG), puis calcule HG.

(d) Zoé place plutôt un point G' sur la droite (EL), avec EG' = 7 cm, mais du même côté de E que L. Les droites (KL) et (HG') sont-elles parallèles ? Justifie.

Ex. 28 ★★★ **La barre du toboggan de Mia** — Dans un parc de Rennes, un toboggan est formé d'une échelle verticale [ST], du sol [TU] et de la glissière [SU], avec le triangle STU rectangle en T. ST = 1,8 m et TU = 2,4 m. Une barre [RW] relie R sur [ST] à W sur [SU] : SR = 1,2 m et SW = 2,01 m. Arrondis au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la longueur SU de la glissière.

(b) Mia écrit : « $\frac{SR}{ST} \approx 0{,}67$ et $\frac{SW}{SU} \approx 0{,}67$: c'est presque égal, donc (RW) ∥ (TU). » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) À quelle distance de S faut-il fixer W pour que la barre soit parallèle au sol (TU) ? Justifie.

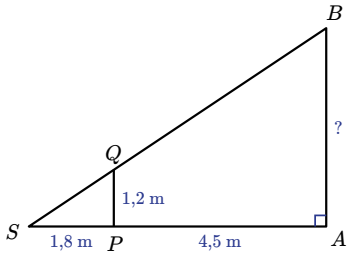
(d) W est maintenant fixé à cette place. Calcule la longueur RW de la barre.

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SUT}$ que fait la glissière avec le sol.

5. *Longueurs inaccessibles*

À retenir : Je fais un schéma : point commun (œil, lampe, bout des ombres) et deux parallèles (deux verticales sont perpendiculaires au même sol). Même unité partout : 162 cm = 1,62 m. J'arrondis à la fin et je réponds par une phrase avec l'unité.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : le bâton et le chêne** — Sur un sol plat, un bâton vertical [PQ] de 1,2 m et un chêne vertical [AB] ont leurs ombres qui se terminent au même point S. Les points S, P, A sont alignés dans cet ordre. On mesure SP = 1,8 m et PA = 4,5 m.



(a) Explique pourquoi les points S, Q, B sont alignés, puis justifie que les droites (PQ) et (AB) sont parallèles.

(b) Calcule la longueur SA.

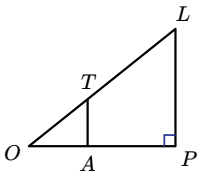
(c) Écris l'égalité des trois rapports du théorème de Thalès dans cette figure.

Ex. 29 **(suite)**

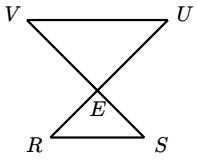
(d) Calcule la hauteur AB du chêne, puis conclus par une phrase.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : repérer la situation** — Avant de calculer, repère le point commun et les droites parallèles, puis choisis le bon théorème.

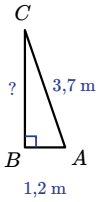
(a) Un spot posé au sol en O éclaire une plante verticale $[AT]$; son ombre monte sur un mur vertical $[PL]$ jusqu'en L. Cite les points alignés dans l'ordre, puis la configuration.



(b) On a $(RS) \parallel (UV)$, et R, E, U alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, V. Emboîtés ou papillon ? Écris les trois rapports égaux.

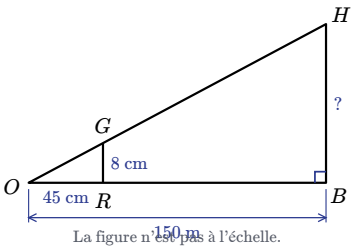


(c) Une échelle $[AC]$ est appuyée contre un mur vertical $[BC]$. Pourquoi ne peut-on pas utiliser Thalès ? Quel théorème choisir ?



(d) Dans la figure de l'échelle, calcule la hauteur BC atteinte par l'échelle.

Ex. 31 ★★☆ **La règle de Zoé et la falaise** — Zoé est allongée sur la plage, son œil en O, face à une falaise verticale $[BH]$. Elle tient une règle verticale $[RG]$ à 45 cm de son œil, et le haut G de la règle cache exactement le sommet H. Les points O, R, B sont alignés au sol, ainsi que O, G, H. Elle mesure $RG = 8$ cm, et $OB = 150$ m. Arrondis au dixième.



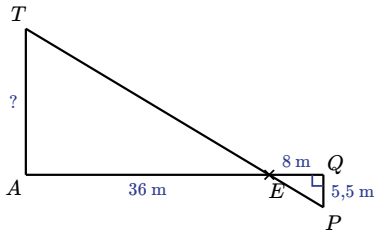
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Dans quel ordre sont les points alignés ? Justifie que $(RG) \parallel (BH)$.

(b) Calcule la hauteur BH de la falaise.

(c) Une autre falaise, haute de 30 m, est elle aussi à 150 m de Zoé. À combien de centimètres de son œil doit-elle tenir la règle pour que 8 cm la cachent ?

Ex. 32 ★★☆ **La largeur de la rivière** — Malo veut mesurer la largeur d'une rivière. Sur l'autre rive, il y a un arbre T. Sur sa rive, le point A est en face de T, avec (AT) perpendiculaire à la rive (AQ). Les points A, E, Q sont alignés dans cet ordre sur la rive. Malo part de Q perpendiculairement à la rive et s'arrête en P, où T, E, P sont alignés. On mesure $AE = 36$ m, $EQ = 8$ m et $QP = 5{,}5$ m.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Justifie que $(AT) \parallel (QP)$, puis donne la configuration de la figure.

(b) Calcule la largeur AT de la rivière.

(c) Malo recommence en partant perpendiculairement à la rive du point Q' de la demi-droite $[EQ)$ tel que $EQ' = 12$ m. À quelle distance de Q' doit-il s'arrêter pour voir T et E alignés avec lui ?

Ex. 33 ★★★ **Le lampadaire et l'ombre de Lina** — Un soir, à Rennes, Lina est debout sur un sol plat, à 3,6 m du pied P d'un lampadaire vertical $[PL]$. Elle mesure 160 cm. Ses pieds sont en T et le haut de sa tête en S. Son ombre $[OT]$ mesure 2,4 m, et les points O, S, L sont alignés. Arrondis au dixième.

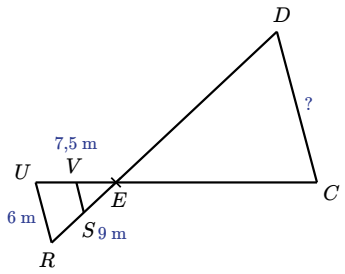
(a) Fais un schéma avec les points O, T, P, S et L. Dans quel ordre sont les points O, T, P ? Justifie que $(TS) \parallel (PL)$.

(b) Calcule la hauteur PL du lampadaire.

(c) Calcule la longueur OL, du bout de l'ombre jusqu'à la lampe.

(d) Lina avance vers le lampadaire. À quelle distance de son pied doit-elle se placer pour que son ombre mesure 1 m ?

Ex. 34 ★★★ **Le pont au-dessus du ravin** — Près de Millau, une géomètre veut connaître la longueur CD d'un futur pont au-dessus d'un ravin. Les droites (CU) et (DR) sont sécantes en E ; les points C, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que D, E, R. Elle mesure $EU = 7{,}5$ m, $ER = 9$ m et $UR = 6$ m ; un plan donne $EC = 30$ m et $ED = 36$ m.



La figure n'est pas à l'échelle.

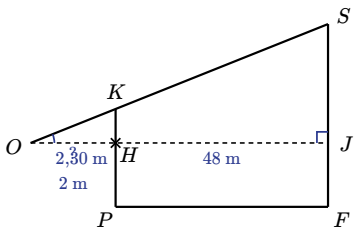
(a) Démontre que les droites (UR) et (CD) sont parallèles.

(b) Calcule la longueur CD du pont.

(c) On plante V sur $[EU]$ et S sur $[ER]$, avec $EV = 3{,}7$ m et $ES = 4{,}5$ m. Inès arrondit $\frac{EV}{EU}$ à 0,5, trouve $\frac{ES}{ER} = 0{,}5$ et conclut que $(VS) \parallel (UR)$. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Quelle longueur EV aurait rendu les droites (VS) et (UR) parallèles ?

Ex. 35 ★★★ **Le piquet et le phare** — Au Croisic, Yanis veut la hauteur d'un phare vertical $[FS]$ sur un sol plat. Son œil O est à 150 cm du sol. Il plante un piquet vertical $[PK]$ de 2,30 m à 2 m de lui ; le phare est 48 m plus loin. Il voit O, K, S alignés. $H \in [PK]$ et $J \in [FS]$ sont à hauteur de l'œil, et O, H, J sont alignés. Arrondis l'angle au dixième de degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Justifie que $(HK) \parallel (JS)$, puis calcule les longueurs HK et OJ en mètres.

(b) Calcule la hauteur FS du phare.

(c) Lou a écrit $\frac{OH}{HJ} = \frac{HK}{JS}$ et a trouvé $JS = 19{,}2$ m. Explique son erreur.

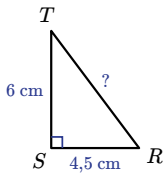
(d) Calcule l'angle $\widehat{KOH}$ entre la visée et l'horizontale.

6. *Choisir entre Pythagore, Thalès et la trigonométrie*

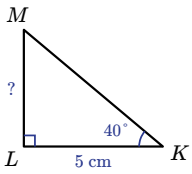
À retenir : Angle droit codé, donné ou démontré : Pythagore (trois côtés) ou trigonométrie (un angle, côtés nommés par rapport à cet angle). Parallèles : Thalès. Sinon, je démontre d'abord (réciproques). Ex. : $\tan \widehat{A} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$, en mode degrés.

Ex. 36 ★★★ **Lire la figure et nommer l'outil** — Pour chaque situation, nomme l'outil qui permet de répondre et justifie avec les données. Ne fais pas le calcul demandé.

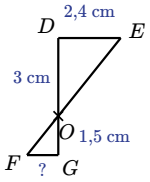
(a) Le triangle RST est rectangle en S ; on connaît RS et ST, on cherche RT.



(b) Le triangle KLM est rectangle en L ; on connaît KL et la mesure de $\widehat{LKM}$, on cherche LM.



(c) Les droites (DG) et (EF) sont sécantes en O et $(DE) \parallel (FG)$; on connaît OD, OG et DE, on cherche FG.

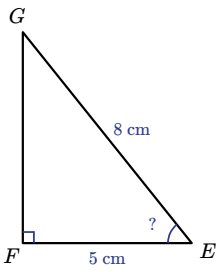


(d) Dans le triangle WXY, on connaît WX = 2,8 cm, XY = 4,5 cm et WY = 5,3 cm. Quel outil permet de savoir s'il est rectangle ?

(e) Les droites (BH) et (CK) sont sécantes en A ; on connaît AB, AH, AC et AK. Quel outil permet de savoir si (HK) et (BC) sont parallèles ?

(f) Le triangle NIJ a deux angles de 41° et 49°. Comment prouver qu'il est rectangle ?

Ex. 37 ★★★ **Trigonométrie : nommer les côtés et régler la calculatrice** — Le triangle EFG est rectangle en F, avec EF = 5 cm et EG = 8 cm. Arrondis au degré.



(a) Nomme l'hypoténuse, puis le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{FEG}$.

(b) Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{FGE}$?

Ex. 37 **(suite)**

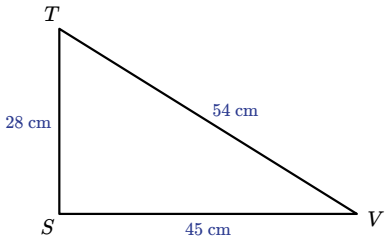
(c) Écris cos $\widehat{FEG}$ avec les longueurs de la figure, puis calcule sa valeur décimale.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FEG}$ avec la touche $\cos^{-1}$.

(e) Sur la calculatrice de Yanis, le calcul précédent affiche environ 0,9. Quel réglage doit-il changer ?

(f) Écris sin $\widehat{FGE}$ avec les longueurs de la figure. Que remarques-tu ?

Ex. 38 ★★☆ **L'étagère d'Inès** — Inès fixe une étagère [SV] contre un mur [ST] avec une barre de renfort [TV]. On a ST = 28 cm, SV = 45 cm et TV = 54 cm. Arrondis au degré.



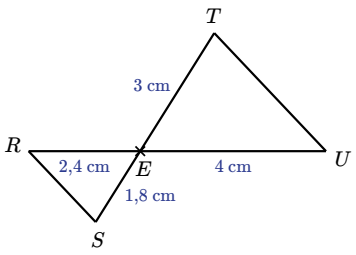
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Sur la figure, l'angle en S a l'air droit. Le triangle STV est-il rectangle en S ? Justifie.

(b) Inès remplace la barre par une barre de 53 cm. Démontre que le triangle STV est alors rectangle en S.

(c) Dans ce nouveau triangle, calcule la mesure de l'angle $\widehat{STV}$.

Ex. 39 ★★☆ **Le raisonnement de Tom** — Les droites (RU) et (ST) sont sécantes en E. Les points R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, T. On donne ER = 2,4 cm, EU = 4 cm, ES = 1,8 cm, ET = 3 cm et UT = 3,5 cm.

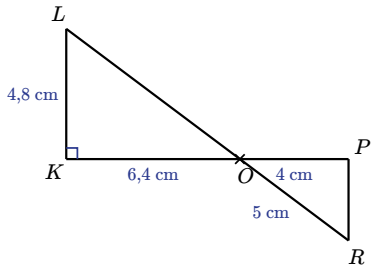


(a) Tom écrit aussitôt $\frac{ER}{EU} = \frac{RS}{UT}$ en citant le théorème de Thalès. A-t-il le droit ? Justifie.

(b) Démontre que les droites (RS) et (UT) sont parallèles.

(c) Calcule RS.

Ex. 40 ★★★ **Le vitrail de la chapelle** — Un vitrail d'une chapelle de Dinan est formé de deux triangles. Les points K, O, P sont alignés dans cet ordre, ainsi que les points L, O, R. Le triangle OKL est rectangle en K. On donne OK = 6,4 cm, KL = 4,8 cm, OP = 4 cm et OR = 5 cm. Arrondis au degré.



(a) Calcule la longueur OL.

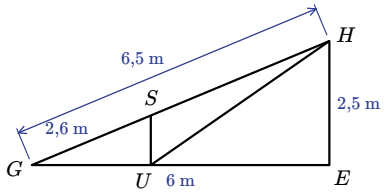
(b) Démontre que les droites (KL) et (PR) sont parallèles.

(c) Calcule la longueur PR.

(d) Démontre que le triangle OPR est rectangle en P, puis calcule la mesure de l'angle $\widehat{POR}$.

(e) Calcule les périmètres des triangles OKL et OPR. Vérifie que le second s'obtient en multipliant le premier par le rapport $\frac{OP}{OK}$.

Ex. 41 ★★★ **Le toboggan de la base de loisirs** — À la base de loisirs de Vesoul, le toboggan [GH] est tenu par une échelle [EH]. On a GE = 6 m, EH = 2,5 m et GH = 6,5 m. Une barre [SU] relie S, sur [GH], à U, sur [GE], avec $(SU) \parallel (EH)$ et GS = 2,6 m. Une barre [UH] est ajoutée. Arrondis les longueurs au centimètre et les angles au degré.



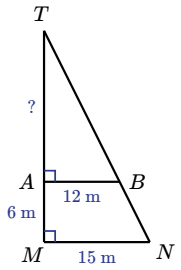
(a) L'échelle doit être perpendiculaire au sol. Démontre que le triangle GEH est rectangle en E.

(b) Calcule les longueurs GU et SU.

(c) Calcule la longueur de la barre [UH].

(d) Pour l'angle $\widehat{EGH}$, Lucas écrit $\tan\widehat{EGH} = \frac{GE}{EH}$ et trouve 67°. Trouve son erreur, puis corrige-la.

Ex. 42 ★★★ **La rivière de Sarah** — Près de Montauban, Sarah veut connaître la largeur TA d'une rivière ; T est un arbre sur l'autre rive. Les points T, A, M sont alignés dans cet ordre, ainsi que T, B, N. Les droites (AB) et (MN) sont perpendiculaires à (TM). Elle mesure AB = 12 m, MN = 15 m et AM = 6 m. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis les longueurs au dixième de mètre et les angles au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Démontre que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

(b) Léo propose de mesurer TA sur la figure avec sa règle. Pourquoi sa méthode ne convient-elle pas ?

(c) Écris l'égalité des rapports de Thalès, puis calcule la largeur TA de la rivière.

(d) Sarah veut tendre une corde entre B et T. Quelle longueur de corde lui faut-il au minimum ?

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ATB}$.

7. *Exercices type brevet*

À retenir : À chaque question : données → théorème nommé → conclusion. Avant Pythagore ou cos, sin, tan, je prouve l'angle droit. Je garde la valeur exacte ($BC = \sqrt{41}$) et je n'arrondis que la réponse finale, avec son unité.

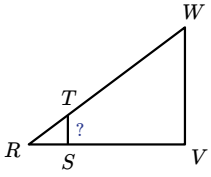
Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : une étape, un outil** — Pour chaque question, nomme la propriété utilisée, puis réponds.

(a) Le triangle KLP est rectangle en L, avec $KL = 7$ cm et $LP = 24$ cm. Calcule KP.

(b) Le triangle EFG a pour côtés $EF = 8$ cm, $FG = 14$ cm et $EG = 17$ cm. Est-il rectangle ? Justifie.

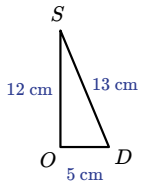
(c) Les droites (d) et (d') sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (HJ). Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifie.

(d) Les points R, S, V sont alignés, R, T, W aussi, et $(ST) \parallel (VW)$. On a $RS = 60$ cm, $RV = 2{,}4$ m et $VW = 1{,}8$ m. Calcule ST en cm.



Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux sur la rédaction** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse. Arrondis au millimètre.

(a) Dans le triangle DOS, $DO = 5$ cm, $OS = 12$ cm et $DS = 13$ cm. Affirmation : on peut écrire $\tan \widehat{ODS} = \frac{OS}{DO}$.

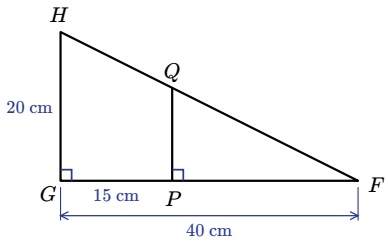


(b) Le triangle JKL est rectangle en J, avec $JK = 3$ cm et $JL = 5$ cm. Une maquette l'agrandit avec le rapport 15 en un triangle $J'K'L'$. Lina arrondit KL à 5,8 cm, puis annonce $K'L' \approx 87$ cm. Affirmation : « Lina a la bonne longueur au millimètre. »

(c) Les points G, C, Y sont alignés, les points G, B, Q aussi, avec $GC = 4$ cm et $GY = 7$ cm. Affirmation : « $\frac{GB}{GQ} = \frac{4}{7}$ ».

(d) Le triangle VXY est une réduction de rapport 0,4 du triangle VZW, dont le périmètre est 27,5 cm. Affirmation : le périmètre de VXY vaut 11 cm.

Ex. 45 ★★☆ **Le renfort d'une étagère** — Le support d'une étagère est un triangle FGH rectangle en G, avec $GF = 40$ cm et $GH = 20$ cm. Une barre de renfort $[PQ]$ relie $P \in [GF]$ et $Q \in [FH]$, avec $PG = 15$ cm et (PQ) perpendiculaire à (GF). Garde les valeurs exactes et n'arrondis que les résultats finaux, au millimètre.



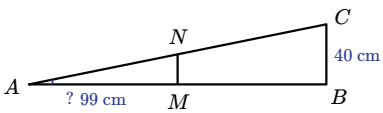
(a) Calcule la valeur exacte de FH.

(b) Justifie que les droites (PQ) et (GH) sont parallèles.

(c) Calcule FP, puis PQ et FQ.

(d) Calcule le périmètre du triangle FPQ.

Ex. 46 ★★☆ **La rampe de la remorque est-elle conforme ?** — Pour charger une remorque, Inès installe une rampe $[AC]$. Elle mesure $AB = 1{,}98$ m au sol, $BC = 40$ cm de hauteur et $AC = 2{,}02$ m. Un pied $[MN]$ relie $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 99$ cm. La notice (fictive) impose un angle $\widehat{BAC}$ d'au plus 12°. Arrondis au dixième de degré.



(a) Prouve que le triangle ABC est rectangle en B.

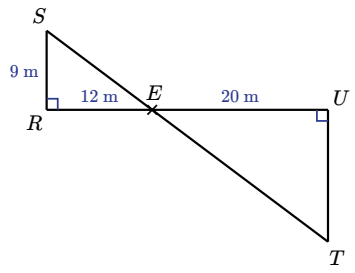
(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

(c) La rampe est-elle conforme à la notice ? Justifie.

Ex. 46 **(suite)**

(d) À quelle distance AN faut-il placer N sur $[AC]$ pour que le pied $[MN]$ soit parallèle à (BC) ? Justifie.

Ex. 47 ★★★ **La guirlande au-dessus du canal** — Vue de dessus d'un parc à Annecy. Les allées [RS] et [UT] sont perpendiculaires au canal (RU). Ben veut tendre une guirlande de S à T. Elle passe au-dessus du canal en E. Les points R, E, U sont alignés dans cet ordre, ainsi que S, E, T. On a ER = 12 m, RS = 9 m et EU = 20 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

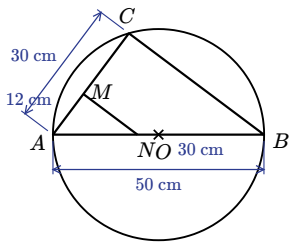
(a) Démontre que les droites (RS) et (UT) sont parallèles.

(b) Calcule la longueur ES. Nomme le théorème utilisé.

(c) Calcule les longueurs ET et UT.

(d) Il faut ajouter 1,5 m à chaque bout de la guirlande pour l'attacher. Ben a une guirlande de 4 250 cm. Est-elle assez longue ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le vitrail de la chapelle** — Malik dessine un vitrail pour une chapelle de Dinan. Le point C est sur le cercle de centre O et de diamètre [AB]. Les points A, M, C sont alignés dans cet ordre, ainsi que A, N, B. On a AB = 50 cm, AC = 30 cm, AM = 12 cm et NB = 30 cm. Le verre bleu est le quadrilatère MNBC.



(a) Démontre que le triangle ABC est rectangle en C.

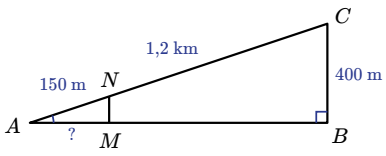
(b) Calcule la longueur BC.

(c) Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

(d) Calcule MN, puis justifie que le triangle AMN est rectangle en M.

(e) Calcule l'aire du verre bleu $MNBC$, en dm².

Ex. 49 ★★★ **Le pylône du téléphérique** — Le câble $[AC]$ d'un téléphérique des Pyrénées mesure 1,2 km. La gare C est 400 m au-dessus du point B, et le triangle ABC est rectangle en B. Un pylône $[MN]$ relie $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AN = 150$ m et $(MN) \parallel (BC)$. Arrondis les angles au degré et les longueurs au dixième de mètre.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Donne aussi la valeur exacte de $\sin \widehat{BAC}$.

(b) Calcule la longueur AB : donne sa valeur exacte, puis son arrondi.

(c) Calcule la hauteur MN du pylône, puis la longueur AM.

(d) Léo justifie que AMN est rectangle en M, puis écrit : « $MN = AN \times \sin(19°) \approx 48{,}8$ m ». Explique pourquoi il ne trouve pas le résultat de la question 3.