Réciproque de Thalès, parallèles – exercices

Mathématiques – Troisième

Théorème de Thalès · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- On compare $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$ en **valeurs exactes** (produits en croix), jamais avec des arrondis.
- Le rapport $\dfrac{MN}{BC}$ ne sert pas pour la réciproque : on ne connaît pas encore le parallélisme.
- Les points doivent être **dans le même ordre** sur les deux droites ; sinon, la réciproque ne s'applique pas.
- Rapports égaux et même ordre : **réciproque**, les droites sont parallèles. Rapports différents : **contraposée**, elles ne le sont pas.
- On donne MB ? On calcule d'abord AB : $\dfrac{AM}{MB}$ n'est pas le rapport du cours.
- On cite le bon théorème : le théorème de Thalès calcule une longueur, sa réciproque prouve un parallélisme.

Exercice 1 – Deux fractions égales ? ★

Sans calculatrice, dis si les deux fractions sont égales. Utilise les produits en croix.

a) $\dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{4{,}2}{7}$

b) $\dfrac{5}{8}$ et $\dfrac{7}{11}$

c) $\dfrac{1{,}8}{3}$ et $\dfrac{3{,}3}{5{,}5}$

d) $\dfrac{6}{15}$ et $\dfrac{4}{10}$

e) $\dfrac{9}{12}$ et $\dfrac{7}{9}$

f) $\dfrac{1{,}5}{4{,}5}$ et $\dfrac{2}{6}$

g) $\dfrac{4}{7}$ et $\dfrac{5}{9}$

h) $\dfrac{8}{13}$ et $\dfrac{5}{8}$

Exercice 2 – Écrire les deux rapports à comparer ★

Écris les deux rapports qu'il faut comparer pour savoir si les droites sont parallèles, avec leurs valeurs (sans conclure). Les longueurs sont en cm.

a) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 3$, $AB = 8$, $AN = 4{,}5$, $AC = 12$. Droites (MN) et (BC).

b) $F \in [EG]$, $H \in [EK]$, $EF = 2$, $FG = 3$, $EH = 1{,}6$, $HK = 2{,}4$. Droites (FH) et (GK).

c) R, O, S sont alignés dans cet ordre, ainsi que T, O, U ; $OR = 2{,}5$, $OS = 4$, $OT = 3$, $OU = 4{,}8$. Droites (RT) et (SU).

d) $O \in [RS]$ et $O \in [TU]$; $OR = 1{,}2$, $RS = 4{,}2$, $OT = 2$, $OU = 5$. Droites (RT) et (SU).

e) $L \in [KM]$, $P \in [KN]$, $KL = 4$, $KM = 10$, $KP = 3$, $KN = 7{,}5$, $LP = 2{,}8$ et $MN = 7$. Droites (LP) et (MN).

f) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 25$ mm, $AB = 4$ cm, $AN = 3{,}5$ cm, $AC = 5{,}6$ cm. Droites (MN) et (BC).

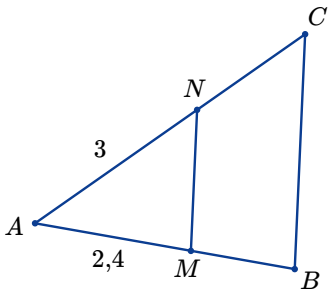
g) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AB = 9$, $MB = 6$, $AC = 7{,}5$, $NC = 5$. Droites (MN) et (BC).

h) Les droites (DH) et (EG) se coupent en F, avec $F \in [DH]$ et $F \in [EG]$; $FD = 1{,}8$, $FH = 2{,}7$, $FE = 2$, $FG = 3$. Droites (DE) et (HG).

Exercice 3 – Parallèles ou pas ? Triangles emboîtés ★

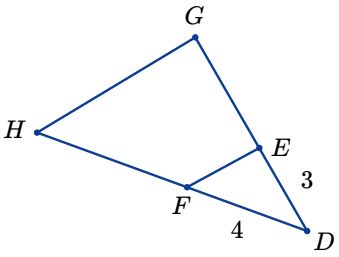
Les longueurs sont en cm. Compare les rapports en valeurs exactes, puis conclus en citant le théorème.

a)



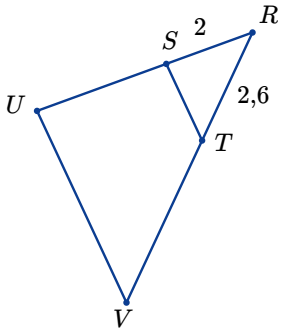
$AB = 4$ cm. $AC = 5$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

b)



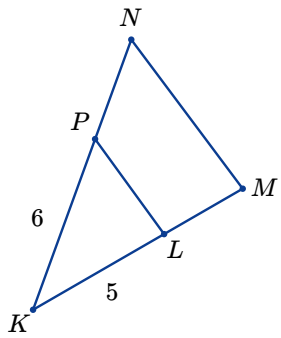
$DG = 7$ cm. $DH = 9$ cm. Les droites (EF) et (GH) sont-elles parallèles ?

c)

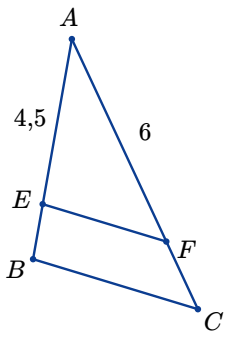


$SU = 3$ cm. $TV = 3{,}9$ cm. Les droites (ST) et (UV) sont-elles parallèles ?

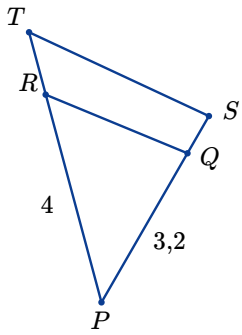
d)



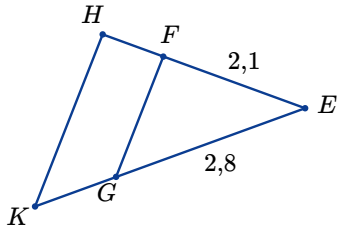
$KM = 8$ cm. $KN = 9{,}5$ cm. Les droites (LP) et (MN) sont-elles parallèles ?

e) 

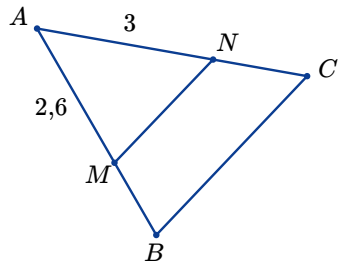
$AB = 6$ cm. $AC = 8$ cm. Les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ?

f) 

$PS = 4$ cm. $PT = 5{,}2$ cm. Les droites (QR) et (ST) sont-elles parallèles ?

g) 

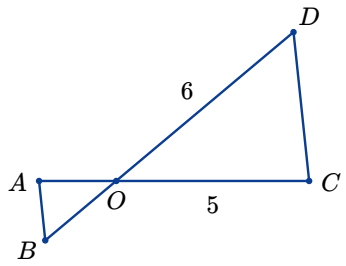
$FH = 0{,}9$ cm. $GK = 1{,}2$ cm. Les droites (FG) et (HK) sont-elles parallèles ?

h) 

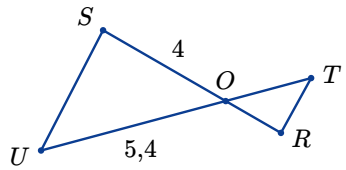
$AB = 4$ cm. $AC = 4{,}6$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 4 – Configuration papillon ★★

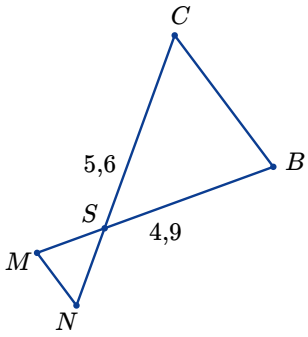
Les longueurs sont en cm. Les droites tracées se coupent au point commun.

a) 

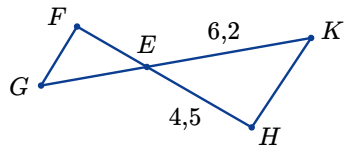
$OA = 2$ cm. $OB = 2{,}4$ cm. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

b) 

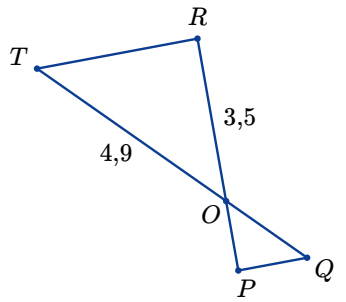
$OR = 1{,}8$ cm. $OT = 2{,}5$ cm. Les droites (RT) et (SU) sont-elles parallèles ?

c) 

$SM = 1{,}4$ cm. $SN = 1{,}6$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

d) 

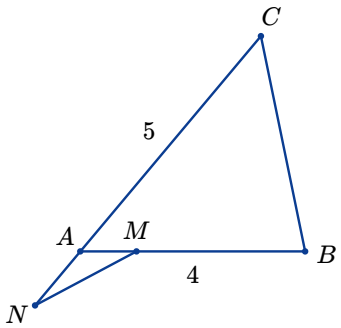
$EF = 3$ cm. $EG = 4$ cm. Les droites (FG) et (HK) sont-elles parallèles ?

e) 

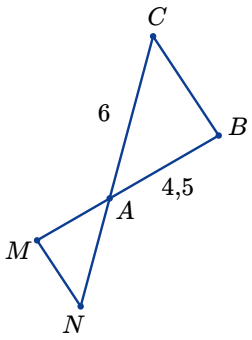
$OP = 1{,}5$ cm. $OQ = 2{,}1$ cm. Les droites (PQ) et (RT) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 – L'ordre des points ★★

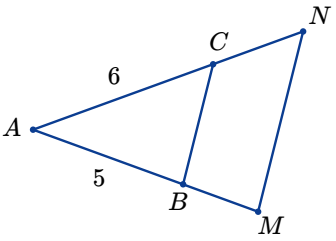
Les longueurs sont en cm. Regarde l'ordre des points sur chaque droite avant de conclure.

a) 

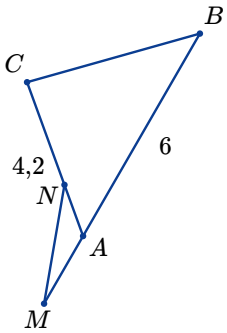
$AM = 1$ cm. $AN = 1{,}25$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

b) 

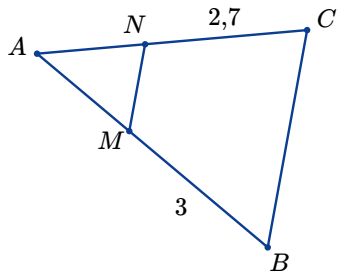
$AM = 3$ cm. $AN = 4$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

c) 

$AM = 7{,}5$ cm. $AN = 9$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

d) 

$AM = 2$ cm. $AN = 1{,}4$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

e) 

$AM = 2$ cm. $AN = 1{,}8$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 6 – Problèmes courts ★★

Repère le sommet commun et l'ordre des points, puis conclus par une phrase.

a) Les chevrons $[AB]$ et $[AC]$ d'un toit se rejoignent au faîte A. Une poutre $[MN]$ est posée avec $AM = 1{,}2$ m, $AB = 3$ m, $AN = 1{,}4$ m et $AC = 3{,}5$ m, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$. Le bas (BC) est horizontal. La poutre est-elle horizontale ?

b) Un escabeau a deux montants $[AB]$ et $[AC]$ de 2 m. Une sangle $[MN]$ est fixée avec $AM = 0{,}8$ m et $NC = 1{,}25$ m. Le sol (BC) est horizontal. La sangle est-elle horizontale ?

c) Les deux pieds $[AC]$ et $[BD]$ d'un tréteau se croisent en O : $OA = 30$ cm, $OC = 45$ cm, $OB = 40$ cm et $OD = 60$ cm. Le plateau (AB) est-il parallèle au sol (CD) ?

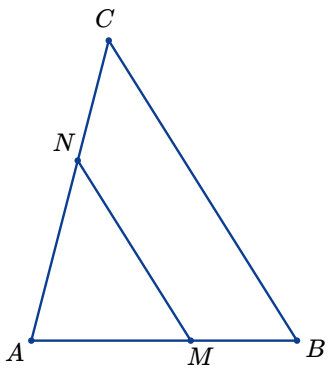
d) Deux rues droites se croisent en O. Les points A, O, C sont alignés dans cet ordre, ainsi que B, O, D ; $OA = 150$ m, $OC = 225$ m, $OB = 120$ m et $OD = 190$ m. Les rues (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

e) Sur un plan, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 24$ mm, $AB = 6$ cm, $AN = 3$ cm et $AC = 7{,}5$ cm. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 7 – Réciproque, puis Thalès ★★★

Dans le triangle ABC, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 3{,}6$ cm, $AB = 6$ cm, $AN = 4{,}2$ cm, $AC = 7$ cm et $BC = 8$ cm.

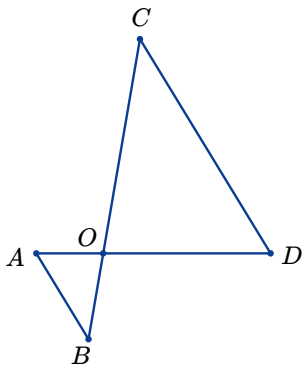
1. Démontre que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2. Calcule MN.
3. On place $P \in [AB]$ et $Q \in [AC]$ avec $AP = 4{,}5$ cm et $AQ = 5{,}4$ cm. Les droites (PQ) et (BC) sont-elles parallèles ?



Exercice 8 – Le trapèze caché ★★★

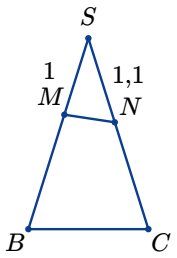
Les segments $[AD]$ et $[BC]$ se coupent en O, avec $OA = 2$ cm, $OD = 5$ cm, $OB = 2{,}6$ cm, $OC = 6{,}5$ cm et $AB = 3$ cm.

1. Démontre que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
2. Calcule DC.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifie.



Exercice 9 – La barre du portique ★★★

Les deux pieds $[SB]$ et $[SC]$ d'un portique de balançoire mesurent 2,5 m, et $BC = 1{,}5$ m au sol. Une barre $[MN]$ relie les pieds, avec $M \in [SB]$, $N \in [SC]$, $SM = 1$ m et $SN = 1{,}1$ m.



1. La barre est-elle parallèle au sol (BC) ?
2. On garde M. Où faut-il fixer N sur $[SC]$ pour que la barre soit parallèle au sol ? Justifie.
3. Quelle est alors la longueur de la barre ?

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Les longueurs sont en cm. Chaque raisonnement d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 2$, $MB = 4$, $AN = 1{,}6$, $AC = 4{,}8$. « $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{2}{4}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{1{,}6}{4{,}8}$ sont différents : pas parallèles. »

b) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 3$, $AB = 5$, $AN = 2{,}7$, $AC = 4{,}5$, $MN = 3{,}9$, $BC = 6{,}5$.
« $3 \times 6{,}5 = 5 \times 3{,}9$, donc $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$: les droites (MN) et (BC) sont parallèles. »

c) « $\dfrac{7}{9} \approx 0{,}8$ et $\dfrac{10}{13} \approx 0{,}8$: les rapports sont égaux, donc les droites sont parallèles. »

d) $M \in [AB]$ et $A \in [NC]$; $AM = 1{,}5$, $AB = 6$, $AN = 1$, $AC = 4$. « $\dfrac{1{,}5}{6} = \dfrac{1}{4}$, donc $(MN) \parallel (BC)$. »

e) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 2$, $AB = 7$, $AN = 2{,}4$, $AC = 8{,}4$. « Les rapports sont égaux, donc d'après le théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$. »

f) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 4$, $AB = 9$, $AN = 3$, $AC = 7$. « Les rapports sont différents, donc on ne peut rien dire des droites (MN) et (BC). »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Pour prouver que $(MN) \parallel (BC)$, avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, on compare :
   A $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{MN}{BC}$ **B** $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$ **C** $\dfrac{AM}{MB}$ et $\dfrac{AB}{AC}$ **D** MN et BC
2. $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 4$, $AB = 10$, $AN = 5$, $AC = 12{,}5$. Les droites (MN) et (BC) :
   A ne sont pas parallèles **B** on ne peut pas savoir **C** sont perpendiculaires **D** sont parallèles

3. Les fractions $\frac{7}{15}$ et $\frac{5}{11}$:

   A ne sont pas égales **B** sont égales **C** sont égales à 0,5 près, donc égales

   D ont le même numérateur

4. Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors :

   A (MN) et (BC) sont parallèles **B** on ne peut pas conclure

   C (MN) et (BC) ne sont pas parallèles **D** ABC n'est pas un triangle

5. Papillon de sommet O (même ordre) : $OA = 3$, $OC = 7{,}5$, $OB = 2$, $OD = 5$. Les droites (AB) et (CD) :

   A ne sont pas parallèles **B** on ne peut pas savoir **C** sont parallèles **D** se coupent en O

6. Le théorème qui permet de prouver que deux droites sont parallèles est :

   A la réciproque du théorème de Thalès **B** le théorème de Thalès

   C la réciproque du théorème de Pythagore **D** la contraposée du théorème de Thalès

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).