Thalès : calculer des longueurs – exercices

Mathématiques – Troisième

Théorème de Thalès · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

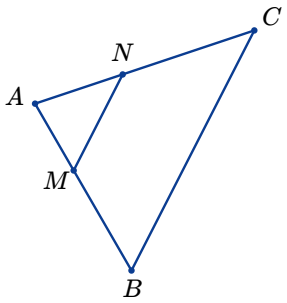
Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

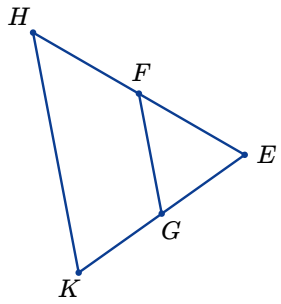
- On part du **sommet commun** : en haut les côtés du petit triangle, en bas ceux du grand, dans le même ordre.
- $\dfrac{AM}{MB}$ n'est pas un rapport de Thalès : $[MB]$ n'est un côté d'aucun des deux triangles.
- Le côté parallèle va avec le côté parallèle : $[MN]$ avec $[BC]$, jamais avec $[AC]$.
- On donne MB ? En emboîté, $AB = AM + MB$; en papillon, le sommet est entre M et B, donc $MB = MA + AB$.
- Produit en croix : dans $\dfrac{a}{b} = \dfrac{x}{d}$, on fait $x = \dfrac{a \times d}{b}$.
- Toutes les longueurs dans la **même unité**, et des droites **parallèles** : sans elles, pas de Thalès.

Exercice 1 – Écrire l'égalité des trois rapports ★

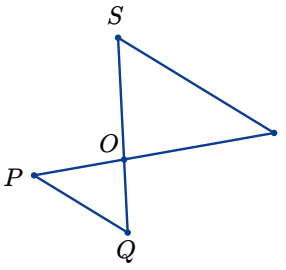
Écris l'égalité des trois rapports donnée par le théorème de Thalès, en partant du sommet commun.

a) 

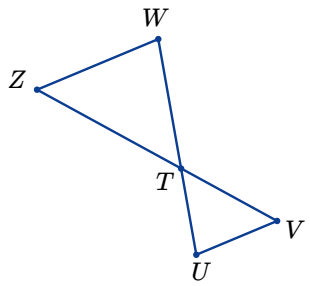
$(MN) \parallel (BC)$.

b) 

$(FG) \parallel (HK)$.

c) 

$(PQ) \parallel (RS)$.

d) 

$(UV) \parallel (WZ)$.

e) Les points D, E, F sont alignés, ainsi que D, G, H, et $(EG) \parallel (FH)$.

f) Les droites (RU) et (SV) se coupent en T, et $(RS) \parallel (UV)$.

g) $M \in [KL]$, $N \in [KP]$ et $(MN) \parallel (LP)$.

h) Les points B, A, D sont alignés dans cet ordre, ainsi que C, A, E, et $(BC) \parallel (DE)$.

Exercice 2 – Le produit en croix ★

Calcule x. Donne le résultat sous forme décimale.

a) $\dfrac{2}{5} = \dfrac{x}{9}$

b) $\dfrac{x}{6} = \dfrac{4}{3}$

c) $\dfrac{4}{x} = \dfrac{6}{9}$

d) $\dfrac{7}{2} = \dfrac{14}{x}$

e) $\dfrac{1{,}2}{x} = \dfrac{3}{5}$

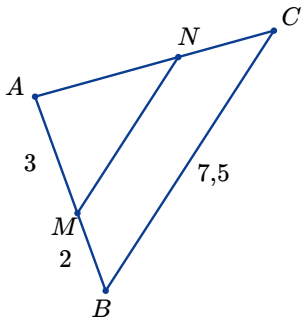
f) $\dfrac{x}{4{,}5} = \dfrac{2}{3}$

g) $\dfrac{9}{12} = \dfrac{6}{x}$

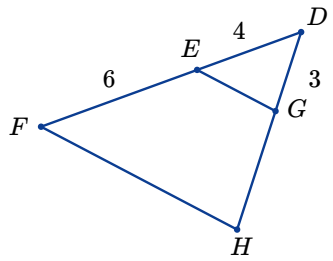
h) $\dfrac{2{,}5}{7} = \dfrac{x}{2{,}8}$

Exercice 3 – Calculer une longueur ★

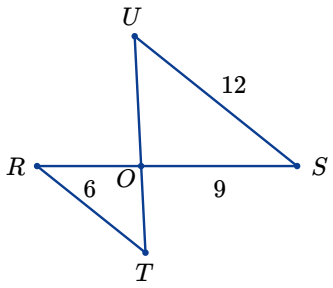
Sur chaque figure, les longueurs sont en cm et les points marqués sur une même droite sont alignés. Donne la valeur exacte si le résultat n'est pas décimal.

a) 

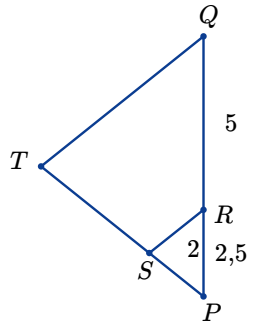
$(MN) \parallel (BC)$. Calcule MN.

b) 

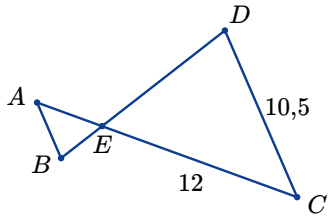
$(EG) \parallel (FH)$. Calcule DH.

c) 

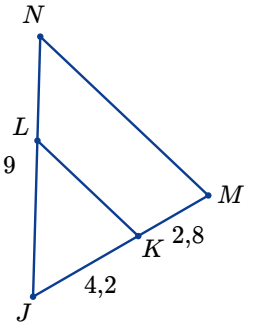
$(RT) \parallel (SU)$. Calcule RT.

d) 

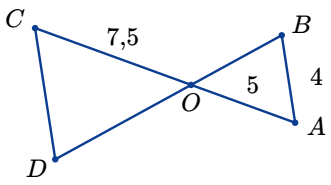
$(RS) \parallel (QT)$. Calcule QT.

e) 

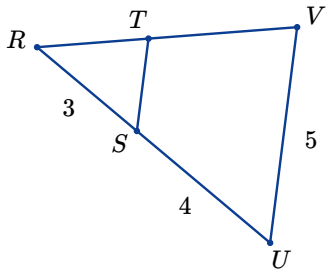
$(AB) \parallel (CD)$, $EA = 4$ cm. Calcule AB.

f) 

$(KL) \parallel (MN)$. Calcule JL.

g) 

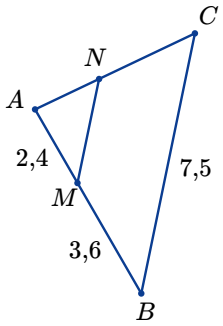
$(AB) \parallel (CD)$. Calcule CD.

h) 

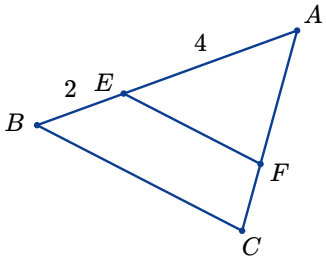
$(ST) \parallel (UV)$. Calcule ST.

Exercice 4 – On donne MB au lieu de AM ★★

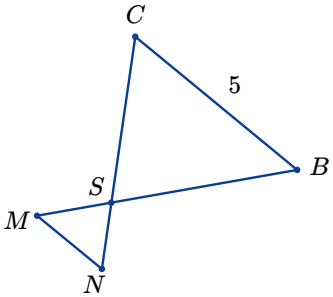
Les longueurs sont en cm. Calcule d'abord la longueur entière du côté, puis utilise le théorème de Thalès.

a) 

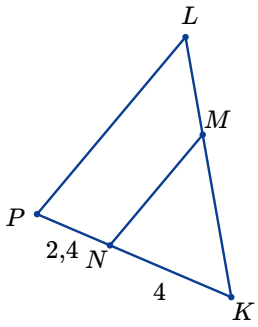
$(MN) \parallel (BC)$. Calcule AB, puis MN.

b) 

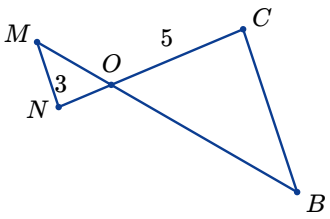
$(EF) \parallel (BC)$ et $AC = 4{,}5$ cm. Calcule AF, puis FC.

c) 

$(MN) \parallel (BC)$, $SM = 1{,}8$ cm et $MB = 6{,}3$ cm. Calcule SB, puis MN.

d) 

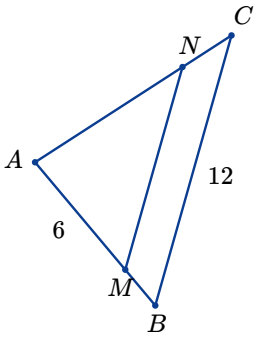
$(MN) \parallel (LP)$ et $KM = 5$ cm. Calcule KL, puis ML.

e) 

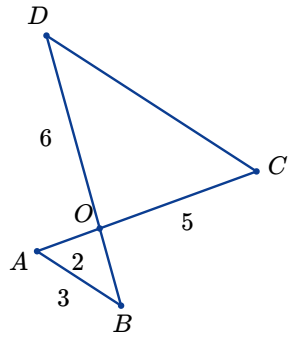
$(MN) \parallel (BC)$ et $ON = 2$ cm. Calcule OB, puis la longueur MB.

Exercice 5 – Deux longueurs à calculer ★★

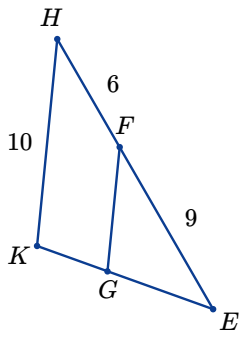
Les longueurs sont en cm. Écris une seule fois l'égalité des rapports, puis fais deux produits en croix.

a) 

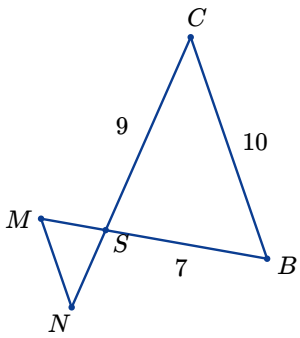
$(MN) \parallel (BC)$, $MB = 2$ cm et $AC = 10$ cm. Calcule AN et MN.

b) 

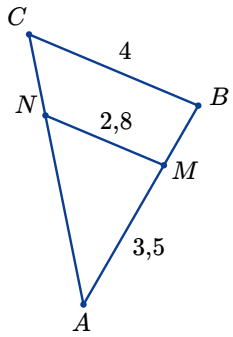
$(AB) \parallel (CD)$. Calcule OB et CD.

c) 

$(FG) \parallel (HK)$ et $EK = 9$ cm. Calcule EG et FG.

d) 

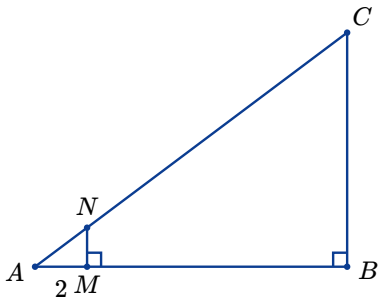
$(MN) \parallel (BC)$ et $SM = 2{,}8$ cm. Calcule SN et MN, puis le périmètre du triangle SMN.

e) 

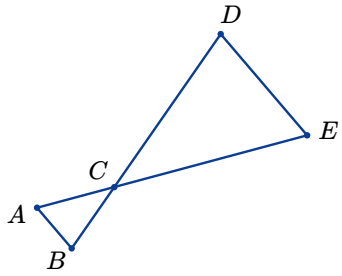
$(MN) \parallel (BC)$. Calcule AB, puis MB.

Exercice 6 – Longueurs inaccessibles ★★

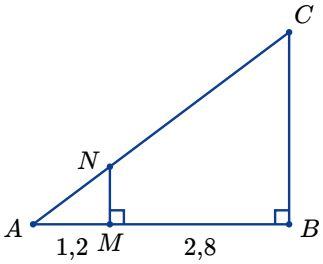
Justifie le parallélisme, écris l'égalité des rapports, puis conclus par une phrase.

a) 

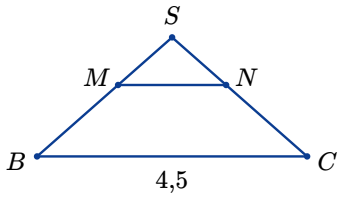
Au même moment, un bâton vertical $[MN]$ de 1,5 m a une ombre AM de 2 m, et un arbre $[BC]$ a une ombre AB de 12 m. Calcule la hauteur de l'arbre.

b) 

Pour mesurer la largeur ED d'un lac, on a placé des piquets A, B, C avec $(AB) \parallel (ED)$. On mesure $CA = 60$ m, $CE = 150$ m et $AB = 40$ m. Calcule ED.

c) 

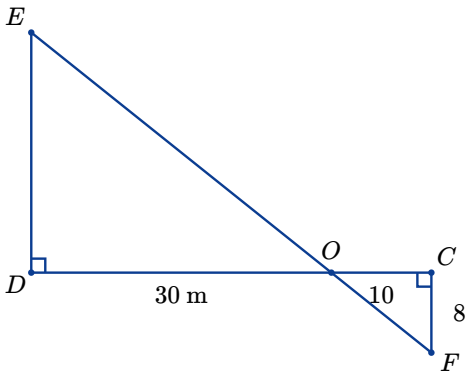
Une rampe $[AC]$ est tenue par deux poteaux verticaux : $[MN]$, haut de 0,9 m, et $[BC]$. Les distances au sol sont en m. Calcule la hauteur BC.

d) 

Le toit d'une cabane a deux pans $[SB]$ et $[SC]$ de 3 m. Une barre horizontale $[MN]$ est fixée à 1,2 m de S sur chaque pan ($SM = SN = 1{,}2$ m). Le bas $[BC]$ est horizontal et mesure 4,5 m. Calcule la longueur de la barre.

Exercice 7 – La largeur de la rivière ★★★

Pour mesurer la largeur DE d'une rivière sans la traverser, Hugo vise un arbre E sur l'autre rive. Il marche le long de la rive de D à O (30 m), puis jusqu'à C (10 m de plus). Il part alors perpendiculairement à la rive et s'arrête en F quand F, O et E sont alignés : $CF = 8$ m. Les droites (DE) et (CF) sont perpendiculaires à la rive (DC).



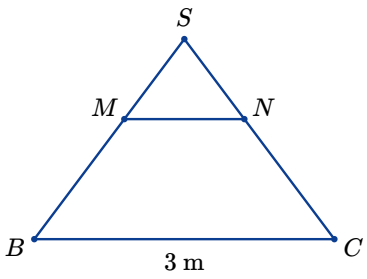
1. Explique pourquoi les droites (DE) et (CF) sont parallèles, et pourquoi on peut utiliser le théorème de Thalès.
2. Calcule la largeur DE de la rivière.
3. Le lendemain, Hugo s'arrête à 12 m de O au lieu de 10 m. Quelle longueur doit-il alors parcourir perpendiculairement à la rive ?

Exercice 8 – La tente ★★★

Une tente a la forme ci-contre : $SB = SC = 2{,}5$ m et $BC = 3$ m. Une barre $[MN]$, parallèle au sol (BC), relie les deux pans, avec $M \in [SB]$ et $N \in [SC]$.

1. La barre est fixée à 1,5 m du bas de chaque pan : $MB = NC = 1{,}5$ m. Calcule SM, puis la longueur MN de la barre.

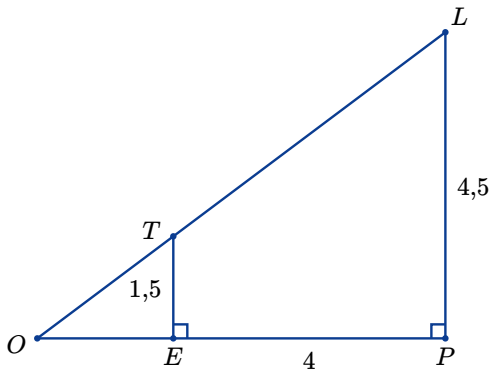
2. Calcule le périmètre du trapèze $MNCB$ (la toile du bas).
3. On veut une barre de 1,8 m. À quelle distance de S faut-il fixer M ?



Exercice 9 – L'ombre du lampadaire ★★★

La nuit, Léo, haut de 1,5 m, se tient à 4 m d'un lampadaire de 4,5 m. Son ombre va de ses pieds E jusqu'au point O. Les points O, E, P sont alignés, ainsi que O, T, L ; Léo et le lampadaire sont verticaux. On note x la longueur OE de l'ombre, en m.

1. Explique pourquoi $\dfrac{x}{x+4} = \dfrac{1{,}5}{4{,}5}$.
2. Calcule la longueur de l'ombre.
3. Léo s'éloigne : son ombre mesure maintenant 3 m. À quelle distance d du lampadaire est-il ?



Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Dans chaque cas, $(MN) \parallel (BC)$ et la configuration est correcte. Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) Emboîtés : $AM = 2$, $MB = 3$, $BC = 6$. « $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{MN}{BC}$, donc $MN = \dfrac{2 \times 6}{3} = 4$. »

b) Emboîtés : $AM = 3$, $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$. « $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{AC}$, donc $MN = \dfrac{3 \times 8}{6} = 4$. »

c) Papillon de sommet A : $AM = 2$ et $AB = 5$. « $MB = AB - AM = 5 - 2 = 3$. »

d) « $\dfrac{6}{15} = \dfrac{x}{4}$, donc $x = \dfrac{6 \times 15}{4} = 22{,}5$. »

e) Emboîtés : $AM = 2$, $AB = 8$, $BC = 6$. « $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{MN}{BC}$, donc $MN = \dfrac{8 \times 6}{2} = 24$. »

f) Emboîtés : $AM = 30$ cm, $AB = 1{,}2$ m, $BC = 80$ cm. « $MN = \dfrac{30 \times 80}{1{,}2} = 2\,000$ cm. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$. Le théorème de Thalès donne :
   A $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{AN}{NC} = \dfrac{MN}{BC}$ **B** $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{AC}$ **C** $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$
   D $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{BC}{MN}$
2. Si $\dfrac{5}{8} = \dfrac{x}{12}$, alors x vaut :
   A 7,5 **B** 19,2 **C** 9 **D** 6

3. Papillon de sommet S : $SM = 3$ cm et $MB = 7{,}5$ cm. Alors SB vaut :

   A 10,5 cm **B** 2,5 cm **C** 7,5 cm **D** 4,5 cm

4. Emboîtés : $AM = 2$, $MB = 6$, $BC = 10$ et $(MN) \parallel (BC)$. Alors MN vaut :

   A $\dfrac{10}{3}$ **B** 2,5 **C** 40 **D** 5

5. Pour calculer MN avec le théorème de Thalès, il faut savoir que :

   A (MN) et (BC) sont parallèles **B** ABC est rectangle **C** M est le milieu de $[AB]$
   D $AM = AN$

6. Emboîtés : $AM = 3$, $AB = 9$, $BC = 7$ et $(MN) \parallel (BC)$. La valeur exacte de MN est :

   A 21 **B** $\dfrac{3}{7}$ **C** $\dfrac{1}{3}$ **D** $\dfrac{7}{3}$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).