Corrigé – Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Mathématiques – Seconde

Information chiffrée · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Du taux au coefficient, et retour ★

Donne le coefficient multiplicateur CM de chaque évolution (a à e), puis l'évolution qui correspond à chaque CM (f à j).

a) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ avec $t = 12$:
$CM = 1 + \dfrac{12}{100} = 1 + 0{,}12 = 1{,}12$.

b) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ avec $t = -8$:
$CM = 1 - \dfrac{8}{100} = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$.

c) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ avec $t = 150$:
$CM = 1 + \dfrac{150}{100} = 1 + 1{,}5 = 2{,}5$.

d) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ avec $t = -2{,}5$:
$CM = 1 - \dfrac{2{,}5}{100} = 1 - 0{,}025 = 0{,}975$.

e) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ avec $t = 0{,}4$:
$CM = 1 + \dfrac{0{,}4}{100} = 1 + 0{,}004 = 1{,}004$.

f) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, donc $\dfrac{t}{100} = CM - 1 = 1{,}07 - 1 = 0{,}07$, soit $t = 7$.
$CM > 1$: hausse de $7\,\%$.

g) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, donc $\dfrac{t}{100} = CM - 1 = 0{,}7 - 1 = -0{,}3$, soit $t = -30$.
$CM < 1$: baisse de $30\,\%$.

h) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, donc $\dfrac{t}{100} = CM - 1 = 2 - 1 = 1$, soit $t = 100$.
$CM > 1$: hausse de $100\,\%$.

i) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, donc $\dfrac{t}{100} = CM - 1 = 0{,}995 - 1 = -0{,}005$, soit $t = -0{,}5$.
$CM < 1$: baisse de $0{,}5\,\%$.

j) $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$, donc $\dfrac{t}{100} = CM - 1 = 1{,}3 - 1 = 0{,}3$, soit $t = 30$.
$CM > 1$: hausse de $30\,\%$.

Exercice 2 – Appliquer une évolution ★

Calcule la valeur après l'évolution, en une seule multiplication.

a) Hausse de $15\,\%$: $CM = 1 + 0{,}15 = 1{,}15$.
On multiplie par CM : $80 \times 1{,}15 = 92$.

b) Baisse de $12\,\%$: $CM = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$.
On multiplie par CM : $250 \times 0{,}88 = 220$.

c) Hausse de $5\,\%$: $CM = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$.
On multiplie par CM : $36 \times 1{,}05 = 37{,}8$.

d) Baisse de $40\,\%$: $CM = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.
On multiplie par CM : $65 \times 0{,}6 = 39$.

e) Hausse de $200\,\%$: $CM = 1 + 2 = 3$.
On multiplie par CM : $14 \times 3 = 42$.

f) Baisse de $0{,}5\,\%$: $CM = 1 - 0{,}005 = 0{,}995$.
On multiplie par CM : $1\,600 \times 0{,}995 = 1\,592$.

g) Baisse de $100\,\%$: $CM = 1 - 1 = 0$.
On multiplie par CM : $48 \times 0 = 0$.

Exercice 3 – Calculer un taux d'évolution ★

Calcule le taux d'évolution, en pourcentage. Arrondis au dixième de pourcentage si besoin.

a) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 40$.
$t = \dfrac{46 - 40}{40} = \dfrac{6}{40} = 0{,}15$.
Soit $+15\,\%$: hausse.

b) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 250$.
$t = \dfrac{200 - 250}{250} = \dfrac{-50}{250} = -0{,}2$.
Soit $-20\,\%$: baisse.

c) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 1{,}6$.
$t = \dfrac{2 - 1{,}6}{1{,}6} = \dfrac{0{,}4}{1{,}6} = 0{,}25$.
Soit $+25\,\%$: hausse.

d) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 75$.
$t = \dfrac{57 - 75}{75} = \dfrac{-18}{75} = -0{,}24$.
Soit $-24\,\%$: baisse.

e) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 12$.
$t = \dfrac{30 - 12}{12} = \dfrac{18}{12} = 1{,}5$.
Soit $+150\,\%$: hausse.

f) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 32$.
$t = \dfrac{24 - 32}{32} = \dfrac{-8}{32} = -0{,}25$.
Soit $-25\,\%$: baisse.

g) $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1}$: on divise par la valeur de départ, $V_1 = 24$.
$t = \dfrac{32 - 24}{24} = \dfrac{8}{24} \approx 0{,}333$.
Soit $+33{,}3\,\%$ environ : hausse.

Exercice 4 – Retrouver la valeur de départ ★★

Calcule la valeur de départ V_1. *Vérifie ta réponse en appliquant l'évolution.*

a) Hausse de $25\,\%$: $CM = 1 + 0{,}25 = 1{,}25$.
On passe de V_1 à 750 en multipliant par CM : $V_1 \times 1{,}25 = 750$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{750}{1{,}25} = 600\,€$ (et non $750 - 25\,\%$ de 750).
Vérification : $600 \times 1{,}25 = 750$.

b) Baisse de $20\,\%$: $CM = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.
On passe de V_1 à 68 en multipliant par CM : $V_1 \times 0{,}8 = 68$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{68}{0{,}8} = 85\,€$.
Vérification : $85 \times 0{,}8 = 68$.

c) Baisse de $30\,\%$: $CM = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.
On passe de V_1 à 49 en multipliant par CM : $V_1 \times 0{,}7 = 49$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{49}{0{,}7} = 70\,€$ (et non $49 + 30\,\%$ de 49).
Vérification : $70 \times 0{,}7 = 49$.

d) Hausse de $8\,\%$: $CM = 1 + 0{,}08 = 1{,}08$.
On passe de V_1 à 5 400 en multipliant par CM : $V_1 \times 1{,}08 = 5\,400$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{5\,400}{1{,}08} = 5\,000$ habitants.
Vérification : $5\,000 \times 1{,}08 = 5\,400$.

e) Baisse de $35\,\%$: $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$.
On passe de V_1 à 26 en multipliant par CM : $V_1 \times 0{,}65 = 26$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{26}{0{,}65} = 40\,€$.
Vérification : $40 \times 0{,}65 = 26$.

f) Hausse de $20\,\%$: $CM = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$.
On passe de V_1 à 246 en multipliant par CM : $V_1 \times 1{,}2 = 246$.
On divise par CM : $V_1 = \dfrac{246}{1{,}2} = 205\,€$.
Vérification : $205 \times 1{,}2 = 246$.

Exercice 5 – Évolutions successives ★★

Calcule le taux d'évolution global. Arrondis au dixième de pourcentage si besoin.

a) $+20\,\%$: $CM = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$.
$-20\,\%$: $CM = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.
On multiplie les coefficients : $CM = 1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$.
$t = 0{,}96 - 1 = -0{,}04$: baisse globale de $4\,\%$.

b) $+10\,\%$: $CM = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$.
On multiplie les coefficients : $CM = 1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$.
$t = 1{,}21 - 1 = 0{,}21$: hausse globale de $21\,\%$.

c) $-30\,\%$: $CM = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.
$+50\,\%$: $CM = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$.
On multiplie les coefficients : $CM = 0{,}7 \times 1{,}5 = 1{,}05$.
$t = 1{,}05 - 1 = 0{,}05$: hausse globale de $5\,\%$.

d) $-50\,\%$: $CM = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.
$+100\,\%$: $CM = 1 + 1 = 2$.
On multiplie les coefficients : $CM = 0{,}5 \times 2 = 1$.
$t = 0$: on revient à la valeur de départ.

e) $+10\,\%$: $CM = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$.
$-20\,\%$: $CM = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.
$+5\,\%$: $CM = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$.
On multiplie les coefficients : $CM = 1{,}1 \times 0{,}8 \times 1{,}05 = 0{,}924$.
Pas à pas : $1{,}1 \times 0{,}8 = 0{,}88$, puis $0{,}88 \times 1{,}05 = 0{,}924$.
$t = 0{,}924 - 1 = -0{,}076$: baisse globale de $7{,}6\,\%$.

f) $+4\,\%$: $CM = 1 + 0{,}04 = 1{,}04$.
On multiplie les coefficients : $CM = 1{,}04 \times 1{,}04 \times 1{,}04 = 1{,}124864$.
Pas à pas : $1{,}04 \times 1{,}04 = 1{,}0816$, puis $1{,}0816 \times 1{,}04 = 1{,}124864$.
$t = 1{,}124864 - 1 = 0{,}124864$: hausse globale d'environ $12{,}5\,\%$.

Exercice 6 – Évolution réciproque ★★

Quelle évolution ramène à la valeur de départ ? Arrondis au dixième de pourcentage si besoin.

a) Hausse de $25\,\%$: $CM = 1 + 0{,}25 = 1{,}25$.
Pour revenir au départ, il faut $CM \times CM' = 1$, donc $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
$CM' = \dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$.
$t' = CM' - 1 = 0{,}8 - 1 = -0{,}2$: baisse de $20\,\%$.

b) Baisse de $10\,\%$: $CM = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.
Pour revenir au départ, il faut $CM \times CM' = 1$, donc $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
$CM' = \dfrac{1}{0{,}9} = \dfrac{10}{9} \approx 1{,}1111$.
$t' = CM' - 1 \approx 1{,}1111 - 1 = 0{,}1111$: hausse d'environ $11{,}1\,\%$.

c) Hausse de $50\,\%$: $CM = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$.
Pour revenir au départ, il faut $CM \times CM' = 1$, donc $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
$CM' = \dfrac{1}{1{,}5} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}6667$.
$t' = CM' - 1 \approx 0{,}6667 - 1 = -0{,}3333$: baisse d'environ $33{,}3\,\%$.

d) Baisse de $60\,\%$: $CM = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
Pour revenir au départ, il faut $CM \times CM' = 1$, donc $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
$CM' = \dfrac{1}{0{,}4} = 2{,}5$.
$t' = CM' - 1 = 2{,}5 - 1 = 1{,}5$: hausse de $150\,\%$.

e) Hausse de $10\,\%$: $CM = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$.
Pour revenir au départ, il faut $CM \times CM' = 1$, donc $CM' = \dfrac{1}{CM}$.
$CM' = \dfrac{1}{1{,}1} = \dfrac{10}{11} \approx 0{,}9091$.
$t' = CM' - 1 \approx 0{,}9091 - 1 = -0{,}0909$: baisse d'environ $9{,}1\,\%$.

Exercice 7 – Points ou pourcentage ? ★★

Donne l'évolution en points, puis le taux d'évolution. Arrondis au dixième si besoin.

a) En points : on soustrait les pourcentages, $7 - 8 = -1$ point.
Taux d'évolution : $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{7 - 8}{8} = \dfrac{-1}{8} = -0{,}125$, soit $-12{,}5\,\%$.

b) En points : on soustrait les pourcentages, $50 - 40 = +10$ points.
Taux d'évolution : $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{50 - 40}{40} = \dfrac{10}{40} = 0{,}25$, soit $+25\,\%$.

c) En points : on soustrait les pourcentages, $10 - 5{,}5 = +4{,}5$ points.
Taux d'évolution : $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{10 - 5{,}5}{5{,}5} = \dfrac{4{,}5}{5{,}5} \approx 0{,}818$, soit $+81{,}8\,\%$.

d) En points : on soustrait les pourcentages, $3 - 2 = +1$ point.
Taux d'évolution : $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{3 - 2}{2} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$, soit $+50\,\%$.

Exercice 8 – Le prix du vélo ★★★

1. Mars : hausse de $15\,\%$, $CM = 1 + 0{,}15 = 1{,}15$.
   $800 \times 1{,}15 = 920$: le vélo coûte 920 € en mars.
   Juin : baisse de $20\,\%$, $CM = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.
   $920 \times 0{,}8 = 736$: il coûte 736 € en juin.

2. Deux évolutions successives : on multiplie les coefficients.
   $CM = 1{,}15 \times 0{,}8 = 0{,}92$.
   $t = CM - 1 = 0{,}92 - 1 = -0{,}08$: baisse de $8\,\%$.
   Le vendeur a tort : ce n'est pas $5\,\%$ $(15 - 20)$, les taux ne s'additionnent pas.
   Vérification : $800 \times 0{,}92 = 736$ €.

3. Valeur de départ : le prix de juin, 736 € ; valeur d'arrivée : 800 €.
   $t = \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{800 - 736}{736} = \dfrac{64}{736} \approx 0{,}0870$.
   Hausse d'environ $8{,}7\,\%$.
   C'est aussi $\dfrac{1}{0{,}92} - 1$ (évolution réciproque).

4. Valeur de départ : le prix de juin, 736 € ; valeur d'arrivée : 662,40 €.
   $t = \dfrac{662{,}4 - 736}{736} = \dfrac{-73{,}6}{736} = -0{,}1$.
   Le client a obtenu une remise de $10\,\%$.

Exercice 9 – Les abonnés ★★★

1. $+30\,\% : CM = 1 + 0{,}3 = 1{,}3$.
   $-10\,\% : CM = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.
   On multiplie : $CM = 1{,}3 \times 0{,}9 = 1{,}17$.
   $t = 1{,}17 - 1 = 0{,}17$: hausse globale de $17\,\%$ (et non de $30\,\% - 10\,\% = 20\,\%$).

2. On multiplie par le coefficient global : $12\,000 \times 1{,}17 = 14\,040$.
   Pas à pas : $12\,000 \times 1{,}3 = 15\,600$, puis $15\,600 \times 0{,}9 = 14\,040$.
   La chaîne a 14 040 abonnés au bout de deux ans.

3. Hausse de $52{,}1\,\%$ sur trois ans : coefficient global $1 + 0{,}521 = 1{,}521$.
   On note t le taux de la 3e année (en proportion) : son coefficient est $1 + t$, et les coefficients se multiplient.
   $$\begin{aligned} & 1{,}17 \times (1 + t) = 1{,}521 \\ \iff\ & 1 + t = \frac{1{,}521}{1{,}17} \quad \text{(on divise par 1,17)} \\ \iff\ & 1 + t = 1{,}3 \\ \iff\ & t = 0{,}3 \quad \text{(on retranche 1)} \end{aligned}$$

   Il faut une hausse de $30\,\%$ la troisième année.

4. Pour annuler la hausse ($CM = 1{,}3$), il faut $CM \times CM' = 1$.
   $CM' = \dfrac{1}{1{,}3} \approx 0{,}7692$.
   $t' \approx 0{,}7692 - 1 = -0{,}2308$: baisse d'environ $23{,}1\,\%$, moins que $30\,\%$.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) *On divise par la valeur de départ,* 50.
$t = \dfrac{40 - 50}{50} = -0{,}2$, soit $-20\,\%$.

b) *Il reste* $85\,\%$ *de la valeur.*
$CM = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.

c) $t = CM - 1$.
$t = 1{,}4 - 1 = 0{,}4$: hausse de $40\,\%$.

d) *On multiplie les coefficients.*
$+30\,\% : CM = 1{,}3$; $-30\,\% : CM = 0{,}7$.
$1{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}91$ et $0{,}91 - 1 = -0{,}09$: baisse globale de $9\,\%$.

e) *On divise par CM.*
$CM = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$ et $V_1 \times 1{,}2 = 90$.
$V_1 = \dfrac{90}{1{,}2} = 75$ €.
Vérification : $75 \times 1{,}2 = 90$.

f) *On multiplie les coefficients : la hausse se calcule sur un prix déjà divisé par deux.*
Avec $+50\,\%$: $0{,}5 \times 1{,}5 = 0{,}75$, on reste à $-25\,\%$.
Pour revenir au départ : $CM' = \dfrac{1}{0{,}5} = 2$, et $2 - 1 = 1$: il faut une hausse de $100\,\%$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Une hausse de $40\,\%$ suivie d'une baisse de $40\,\%$ correspond à :

Réponse C : une baisse de $16\,\%$
$1{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}84$ et $0{,}84 - 1 = -0{,}16$.

2. Un prix passe de 64 € à 80 €. Le taux d'évolution est :

Réponse A : $+25\,\%$
$\dfrac{80 - 64}{64} = \dfrac{16}{64} = 0{,}25$: on divise par la valeur de départ.

3. Le coefficient multiplicateur d'une baisse de $7\,\%$ est :

Réponse D : $0{,}93$
$1 - 0{,}07 = 0{,}93$.

4. Après une hausse de $40\,\%$, un prix vaut 105 €. Le prix de départ est :

Réponse B : 75 €
$\dfrac{105}{1{,}4} = 75$; $105 - 0{,}4 \times 105 = 63$ est l'erreur classique.

5. Pour compenser une hausse de $60\,\%$, il faut une baisse de :

Réponse D : $37{,}5\,\%$
$\dfrac{1}{1{,}6} = 0{,}625$ et $0{,}625 - 1 = -0{,}375$: baisse de $37{,}5\,\%$.

6. Un taux de réussite passe de $12\,\%$ à $15\,\%$. Il a augmenté de :

Réponse A : 3 points, soit $25\,\%$
$15 - 12 = 3$ points ; $\dfrac{3}{12} = 0{,}25$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).