Corrigé – Tableaux croisés et fréquences conditionnelles

Mathématiques – Seconde

Croisement de deux variables qualitatives · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – La séance du samedi ★

	Comédie	**Action**	**Total**
Moins de 18 ans	40	30	70
18 ans et plus	80	50	130
Total	120	80	200

1. Chaque case manquante est un total moins ce qu'on connaît déjà.
   Moins de 18 ans et comédie : ligne de 70, dont 30 en action : $70 - 30 = 40$.
   18 ans et plus : $200 - 70 = 130$.
   Action : $200 - 120 = 80$.
   18 ans et plus et action : $80 - 30 = 50$.
   18 ans et plus et comédie : $120 - 40 = 80$.
   Contrôle sur la ligne des 18 ans et plus : $80 + 50 = 130$.

2. On lit la case intérieure « 18 ans et plus » **et** « Comédie » : 80 spectateurs (et non le total 120 de la colonne).

3. Pas de « parmi » : on divise par l'effectif total, 200.
   Spectateurs du film d'action : total de la colonne, 80.
   $\dfrac{80}{200} = 0{,}4$, soit 40 % des spectateurs.

Exercice 2 – Marginale ou conditionnelle ? ★

Le tableau donne la répartition des 400 élèves d'un lycée. Calcule chaque fréquence, arrondie au millième. *Repère d'abord la population de référence.*

a) Pas de « parmi » : fréquence marginale, on divise par l'effectif total 400.
Les secondes : total de la ligne Seconde, 150.
$f = \dfrac{150}{400} = 0{,}375$, soit 37,5 %.

b) Fréquence marginale : on divise par l'effectif total 400.
Les premières : total de la ligne Première, $78 + 52 = 130$.
$f = \dfrac{130}{400} = 0{,}325$, soit 32,5 %.

c) « Parmi les terminales » : on divise par le total de la ligne Terminale, $72 + 48 = 120$.
Terminales demi-pensionnaires : case 72.
$f = \dfrac{72}{120} = 0{,}6$, soit 60 %.

d) « Parmi les demi-pensionnaires » : on divise par le total de la colonne, $105 + 78 + 72 = 255$.
Même case 72, mais pas le même dénominateur.
$f = \dfrac{72}{255} \approx 0{,}282$, soit environ 28,2 %.

e) « Et », sans « parmi » : on lit la case intérieure, 52, et on divise par l'effectif total 400.
$f = \dfrac{52}{400} = 0{,}13$, soit $13\,\%$.

f) « Parmi les externes » : on divise par le total de la colonne Externe, $45 + 52 + 48 = 145$.
Premières externes : case 52.
$f = \dfrac{52}{145} \approx 0{,}359$, soit environ $35{,}9\,\%$.

g) « Parmi les secondes » : on divise par le total de la ligne Seconde, 150.
Secondes externes : case 45.
$f = \dfrac{45}{150} = 0{,}3$, soit $30\,\%$.

Exercice 3 – Les billets du concert ★

	Tarif réduit	**Plein tarif**	**Total**
En ligne	104	416	520
Au guichet	112	168	280
Total	216	584	800

1. En ligne : $65\,\%$ de 800, soit $800 \times 0{,}65 = 520$ billets.
   Au guichet : $800 - 520 = 280$ billets.
   Les $20\,\%$ portent sur les billets en ligne : $520 \times 0{,}2 = 104$ réduits en ligne, et $520 - 104 = 416$ plein tarif.
   Les $40\,\%$ portent sur les billets du guichet : $280 \times 0{,}4 = 112$ réduits au guichet (et non $800 \times 0{,}4$), et $280 - 112 = 168$ plein tarif.
   Totaux des colonnes : $104 + 112 = 216$ réduits et $416 + 168 = 584$ plein tarif.

2. Pas de « parmi » : on divise par les 800 billets.
   $\dfrac{216}{800} = 0{,}27$, soit $27\,\%$.
   Ce n'est pas $30\,\%$ (moyenne de $20\,\%$ et $40\,\%$) : il y a plus de billets en ligne qu'au guichet, et leur taux pèse davantage.

3. « Parmi les billets à tarif réduit » : on divise par le total de la colonne Tarif réduit, 216.
   $\dfrac{104}{216} \approx 0{,}481$, soit environ $48{,}1\,\%$ des billets réduits vendus en ligne.

Exercice 4 – Les écrans du soir ★★

	Moins de 1 h	**1 h à 2 h**	**Plus de 2 h**	**Total**
Collège	$36{,}4\,\%$	$40{,}9\,\%$	$22{,}7\,\%$	$100\,\%$
Lycée	$20{,}0\,\%$	$40{,}0\,\%$	$40{,}0\,\%$	$100\,\%$

1. « Parmi les collégiens » : on divise chaque case par le total de la ligne Collège, $40 + 45 + 25 = 110$.
   $\dfrac{40}{110} \approx 36{,}4\,\%$; $\dfrac{45}{110} \approx 40{,}9\,\%$; $\dfrac{25}{110} \approx 22{,}7\,\%$.
   « Parmi les lycéens » : on divise par le total de la ligne Lycée, $28 + 56 + 56 = 140$.
   $\dfrac{28}{140} = 20\,\%$; $\dfrac{56}{140} = 40\,\%$; $\dfrac{56}{140} = 40\,\%$.
   Ces fréquences sont reprises dans le tableau en tête du corrigé.

2. Oui : $40\,\%$ des lycéens passent plus de 2 h devant un écran, contre environ $22{,}7\,\%$ des collégiens.
   Les fréquences conditionnelles sont nettement différentes.

3. « Parmi les élèves qui passent plus de 2 h » : on divise par le total de la colonne, $25 + 56 = 81$.
   Lycéens de cette colonne : 56.
   $\dfrac{56}{81} \approx 0{,}691$, soit environ $69{,}1\,\%$.
   Ce n'est pas $40\,\%$: la population de référence a changé.

Exercice 5 – Les deux lycées ★★

1. On compare des taux de réussite (reçus ÷ candidats), pas des effectifs.
   Arago : $\dfrac{288}{320} = 0{,}9$, soit $90\,\%$.
   Brassens : $\dfrac{138}{150} = 0{,}92$, soit $92\,\%$.
   $92\,\% > 90\,\%$: Brassens réussit mieux, le parent a tort.

2. On réunit les effectifs : $288 + 138 = 426$ reçus sur $320 + 150 = 470$ candidats.
   $\dfrac{426}{470} \approx 0{,}906$, soit environ $90{,}6\,\%$.
   La moyenne des deux taux vaudrait $\dfrac{90\,\% + 92\,\%}{2} = 91\,\%$: ce n'est pas le résultat, car Arago, plus grand, pèse davantage.

Exercice 6 – Le petit-déjeuner ★★

1. « Parmi les sportifs » : on divise par le total de la ligne Sport en club, $96 + 24 = 120$.
   $f_{\text{sportifs}}(\text{PD}) = \dfrac{96}{120} = 0{,}8$, soit $80\,\%$.
   « Parmi les autres » : total de la ligne Pas de club, $108 + 72 = 180$.
   $f_{\text{autres}}(\text{PD}) = \dfrac{108}{180} = 0{,}6$, soit $60\,\%$.
   Les deux fréquences sont nettement différentes : les caractères semblent liés (mais un lien n'est pas une preuve de cause).

2. « Parmi ceux qui prennent un petit-déjeuner » : on divise par le total de la colonne, $96 + 108 = 204$.
   $f_{\text{PD}}(\text{sportifs}) = \dfrac{96}{204} \approx 0{,}471$, soit environ $47{,}1\,\%$.
   Ce n'est pas $80\,\%$: même case 96, mais un autre dénominateur.

3. Sportifs : 120 ; élèves qui prennent un petit-déjeuner : 204.
   Les 96 élèves qui sont les deux sont comptés deux fois : on les retire une fois.
   $n = 120 + 204 - 96 = 228$, puis $\dfrac{228}{300} = 0{,}76$, soit $76\,\%$.

Exercice 7 – Le tableau en fréquences ★★

	Lit la presse	**Ne lit pas**	**Total**
Abonné	0,18	0,27	0,45
Non abonné	0,15	0,4	0,55
Total	0,33	0,67	1

1. Les fréquences se complètent comme des effectifs : le total général vaut 1.
   Abonnés qui ne lisent pas : $0{,}45 - 0{,}18 = 0{,}27$.
   Non abonnés : $1 - 0{,}45 = 0{,}55$, dont $0{,}55 - 0{,}4 = 0{,}15$ lecteurs.
   Lecteurs : $0{,}18 + 0{,}15 = 0{,}33$; non-lecteurs : $1 - 0{,}33 = 0{,}67$.

2. « Parmi les abonnés » : on divise par le total de la ligne Abonné, $0{,}45$.
   $f_{\text{abonnés}}(\text{presse}) = \dfrac{0{,}18}{0{,}45} = 0{,}4$, soit $40\,\%$.
   « Parmi les non-abonnés » : on divise par $0{,}55$.
   $f_{\text{non abonnés}}(\text{presse}) = \dfrac{0{,}15}{0{,}55} \approx 0{,}273$, soit environ $27{,}3\,\%$.
   Les abonnés lisent nettement plus souvent la presse.

3. « Parmi les lecteurs de presse » : on divise par le total de la colonne Lit la presse, $0{,}33$.
   $\dfrac{0{,}18}{0{,}33} = \dfrac{6}{11} \approx 0{,}545$, soit environ $54{,}5\,\%$ des lecteurs.

Exercice 8 – Les deux livreurs ★★★

1. Taux = livraisons à l'heure ÷ livraisons.
   A : $\dfrac{72 + 12}{100} = \dfrac{84}{100} = 0{,}84$, soit $84\,\%$.
   B : $\dfrac{28 + 46}{100} = \dfrac{74}{100} = 0{,}74$, soit $74\,\%$.
   A semble meilleur.

2. Dans chaque zone, on divise par le nombre de livraisons du livreur dans cette zone.
   Ville : A $\dfrac{72}{80} = 90\,\%$; B $\dfrac{28}{30} \approx 93{,}3\,\%$.
   Campagne : A $\dfrac{12}{20} = 60\,\%$; B $\dfrac{46}{70} \approx 65{,}7\,\%$.
   B est meilleur dans chaque zone !

3. Les livraisons à la campagne sont plus souvent en retard pour les deux livreurs, et B en fait 70 sur 100 contre 20 pour A.
   Le taux global mélange des groupes de tailles très différentes : il faut comparer zone par zone.

Exercice 9 – Le tableau à reconstituer ★★★

	Association	**Pas d'association**	**Total**
Filles	91	169	260
Garçons	49	191	240
Total	140	360	500

1. Filles : $52\,\%$ de 500, soit $500 \times 0{,}52 = 260$.
   Les $35\,\%$ portent sur les filles : $260 \times 0{,}35 = 91$ filles en association.
   Les $65\,\%$ portent sur les membres : ces 91 filles forment $65\,\%$ des T membres.
   $0{,}65 \times T = 91$, donc $T = \dfrac{91}{0{,}65} = 140$ membres d'une association.

2. Garçons : $500 - 260 = 240$.
   Garçons en association : $140 - 91 = 49$; garçons sans association : $240 - 49 = 191$.
   Filles sans association : $260 - 91 = 169$.
   Sans association en tout : $500 - 140 = 360$ (contrôle : $169 + 191 = 360$).

3. On compare les fréquences conditionnelles, sur la ligne de chaque sexe.
   $f_{\text{filles}}(\text{asso}) = 35\,\%$ (donné).
   « Parmi les garçons » : on divise par 240, $f_{\text{garçons}}(\text{asso}) = \dfrac{49}{240} \approx 0{,}204$, soit environ $20{,}4\,\%$.
   Les filles participent nettement plus : les deux caractères semblent liés.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

On reprend le lycée de l'exercice 2. Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) *« Parmi les secondes » : on divise par l'effectif des secondes.*

Total de la ligne Seconde : 150.
$\dfrac{105}{150} = 0{,}7$, soit $70\,\%$.

b) $f_A(B) \neq f_B(A)$ *: le dénominateur change.*

On divise par le total de la colonne des demi-pensionnaires, 255.
$\dfrac{105}{255} \approx 0{,}412$.

c) *Les* 105 *secondes demi-pensionnaires sont comptées deux fois.*

On les retire une fois : $150 + 255 - 105 = 300$ élèves.

d) *On compare des fréquences, pas des effectifs.*

Parmi les premières : $\dfrac{52}{130} = 0{,}4$.
Parmi les terminales : $\dfrac{48}{120} = 0{,}4$.
C'est la même fréquence, $40\,\%$.

e) *Les niveaux n'ont pas le même effectif.*

On repasse par les effectifs : 255 demi-pensionnaires sur 400 élèves.
$\dfrac{255}{400} = 0{,}6375$, soit $63{,}75\,\%$.

f) *Les* $40\,\%$ *portent sur les billets du guichet.*

$0{,}4 \times 400 = 160$ billets.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Sur 200 élèves, 80 sont internes, dont 50 filles. Parmi les internes, la fréquence des filles est :

   Réponse B : $0{,}625$
   $\dfrac{50}{80} = 0{,}625$: on divise par l'effectif des internes.

2. Même lycée. La fréquence des élèves internes **et** filles est :

   Réponse D : $0{,}25$
   $\dfrac{50}{200} = 0{,}25$: sans « parmi », on divise par N.

3. $f_A(B)$ se calcule par :

Réponse A : $\dfrac{n(A \text{ et } B)}{n(A)}$

La population de référence est A.

4. Club A : 36 présents sur 48 licenciés. Club B : 45 présents sur 72. Le plus assidu est :

Réponse C : le club A, avec $75\,\%$

$\dfrac{36}{48} = 0{,}75$ et $\dfrac{45}{72} = 0{,}625$.

5. $N = 500$, $n(A) = 200$, $n(B) = 150$ et $n(A \text{ et } B) = 60$. Alors $n(A \text{ ou } B)$ vaut :

Réponse D : 290

$200 + 150 - 60 = 290$.

6. Parmi les garçons d'un lycée, $30\,\%$ font du théâtre ; parmi les filles, $30\,\%$ aussi. Alors :

Réponse A : le sexe et le théâtre ne semblent pas liés

Les fréquences conditionnelles sont égales ; les effectifs, eux, dépendent du nombre de garçons et de filles.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).