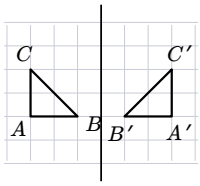
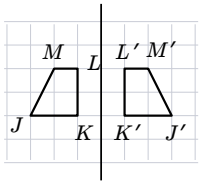
1. Reconnaître des figures symétriques

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : symétrique ou pas ?**

(a) Non. A est à 3 carreaux à gauche de (d), donc son symétrique doit être sur la même ligne, à 3 carreaux à droite de (d). Or D est seulement à 1 carreau de (d). Le triangle a juste glissé, il n'est pas retourné. Le vrai symétrique est A′B′C′ :



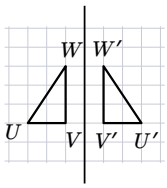
(b) K est à 1 carreau à gauche de (d) : K′ est sur la même ligne, à 1 carreau à droite de (d). Or R est à 3 carreaux de (d). NRST a la même forme et il est bien retourné, mais il est trop loin de (d) : si on plie, il ne se superpose pas à JKLM. Ce n'est donc pas son symétrique. Le vrai symétrique :



(c) E est à 2 carreaux à gauche de (d) : il vient se poser sur K, à 2 carreaux à droite, sur la même ligne. De la même façon, G vient sur L. F est sur (d), donc il ne bouge pas : c'est son propre symétrique. Oui : les deux triangles se superposent exactement par pliage, donc ils sont symétriques par rapport à (d).

Ex. 1 (suite)

(d) Non. U est à 3 carreaux de (d), sur la ligne du bas. Son symétrique doit donc être sur la ligne du bas, à 3 carreaux à droite de (d). Or X est sur la ligne du haut. XYZ a été tourné (il a la tête en bas) : il ne se superpose pas à UVW par pliage. Le vrai symétrique :



Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : le reflet dans le lac**

(a) Non. A est à 3 carreaux au-dessus de (d), donc son reflet est à 3 carreaux en dessous, sur la même verticale. G n'est qu'à 2 carreaux en dessous : il est trop près de (d). Le reflet de A est F.

(b) B est à 2 carreaux au-dessus de (d). Son reflet est sur la même verticale, à 2 carreaux en dessous de (d) : c'est le point E.

(c) C est sur l'axe (d), donc son symétrique est lui-même. Le reflet de C est donc C.

(d) Oui. F est le reflet de A et E est le reflet de B. Pour avoir le symétrique d'un segment, on prend les symétriques de ses extrémités : le reflet de [AB] est donc [FE].

Ex. 3 ★★☆ **Un axe qui suit la diagonale des carreaux**

(a) Non. EG mesure 1 carreau. UW avance de 2 carreaux vers la droite et monte de 1 carreau : il est plus long que 2 carreaux, donc plus long que EG. Or la symétrie axiale conserve les longueurs : UVW n'est donc pas le symétrique de EFG. L'erreur : [EU] est horizontal, il n'est pas perpendiculaire à (d). Avec un axe oblique, on ne reporte pas les points « en face ».

(b) De E, on suit 2 diagonales de carreaux vers le bas à droite pour arriver à K. Ce chemin est perpendiculaire à (d). Après 1 diagonale, on traverse (d) : (d) coupe donc [EK] en son milieu. Oui : K est le symétrique de E par rapport à (d).

Ex. 3 **(suite)**

(c) F vient se poser sur L : [FL] suit 2 diagonales de carreaux, il est perpendiculaire à (d), et (d) le coupe en son milieu. G vient se poser sur M : [GM] suit 3 diagonales, et (d) le coupe au centre d'un carreau, donc à 1,5 diagonale de chaque côté. Comme E vient aussi sur K, le triangle KLM est le symétrique de EFG par rapport à
(d).

Ex. 4 ★★☆ **Les drapeaux de la fête de l'école**

(a) A, B et D sont à 4 carreaux à gauche de (d1) : ils viennent se poser sur E, F et H, à 4 carreaux à droite, sur les mêmes lignes. C est à 1 carreau à gauche de (d1) : il vient se poser sur G, à 1 carreau à droite. Les deux drapeaux se superposent exactement par pliage : ils sont symétriques par rapport à (d1). Le drapeau de droite est bien retourné.

(b) Non. Le segment [AE] est horizontal : il n'est pas perpendiculaire à (d2), donc E n'est pas le symétrique de A par rapport à (d2). Le symétrique de A par rapport à (d2) se trouve en suivant la diagonale du carreau perpendiculaire à (d2) : c'est le nœud situé 1 carreau à droite et 1 carreau en dessous de A. Ce point est loin de E. Deux figures peuvent être symétriques par rapport à une droite sans l'être par rapport à une autre.

(c) D'après la première question, F est le symétrique de B et G est le symétrique de C par rapport à (d1). La symétrie axiale conserve les longueurs, donc FG = BC.

Ex. 5 ★★★ **Les quatre essais de Malik pour son logo**

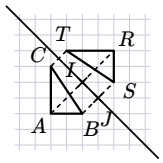
(a) A est à 3 carreaux à gauche de (d), donc il se pose à 3 carreaux à droite, sur E. B est à 1 carreau à gauche, donc il se pose sur D. C est à 3 carreaux à gauche, donc il se pose à 3 carreaux à droite de (d), 3 carreaux au-dessus de E, et non sur F. Les deux triangles ne se superposent pas : DEF n'est pas le symétrique de ABC. On a seulement fait glisser le triangle, sans le retourner : son angle droit est en bas à gauche, comme dans ABC.

(b) Non. A est à 1 carreau au-dessus de (d), donc son symétrique doit être à 1 carreau en dessous. Or G est à 2 carreaux en dessous. De même, C est à 4 carreaux au-dessus de (d), mais K est à 5 carreaux en dessous. GHK a la bonne forme et il est bien retourné, mais il est trop loin de (d) : si on plie, il ne se superpose pas à ABC.

Ex. 5 **(suite)**

(c) A est sur (d) : c'est son propre symétrique. Si on plie, B se pose sur M : [BM] suit l'autre diagonale des carreaux, donc il est perpendiculaire à (d), et son milieu est sur (d). Mais C se pose sur le nœud situé 3 carreaux à droite de A, alors que N est 3 carreaux à gauche de A. AMN ne se superpose pas à ABC, donc ce n'est pas son symétrique. Il a été tourné d'un quart de tour autour de A, mais pas retourné.

(d) L'angle droit A correspond à l'angle droit R. Le côté de 2 carreaux [AB] correspond à [RS], et le côté de 3 carreaux [AC] correspond à [RT]. Donc A′ = R, B′ = S et C′ = T. L'axe passe par le milieu I de [AR] (2 carreaux à droite et 2 au-dessus de A) et par le milieu J de [BS] (1 carreau à droite et 1 au-dessus de B). C'est une droite qui suit la diagonale des carreaux, et non une droite verticale placée entre les deux triangles. Vérification : le milieu de [CT] est aussi sur cette droite, et [AR], [BS] et [CT] sont perpendiculaires à l'axe.



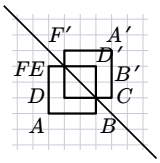
Ex. 6 ★★★ **La pièce en escalier du vitrail d'Inès**

(a) L'axe est oblique : il faut compter perpendiculairement à (d), donc en suivant les diagonales des carreaux, et pas horizontalement. [DK] n'est pas perpendiculaire à (d), donc K n'est pas le symétrique de D. En partant de D sur la diagonale perpendiculaire à (d), on atteint (d) après 1 diagonale de carreau (1 carreau à droite et 1 au-dessus). On reporte la même distance de l'autre côté : D′ est à 2 carreaux à droite et 2 carreaux au-dessus de D.

(b) C et E sont sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique : C′ = C et E′ = E.

Ex. 6 **(suite)**

(c) Je compte perpendiculairement à (d), le long des diagonales des carreaux. $C' = C$ et $E' = E$. D' est à 2 carreaux à droite et 2 au-dessus de D. A' est à 4 carreaux à droite et 4 au-dessus de A. B' est à 1 carreau à droite et 1 au-dessus de B. F' est à 1 carreau à droite et 1 au-dessus de F. Je relie les points dans le même ordre.

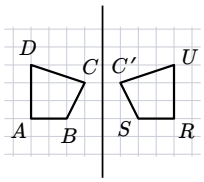


(d) Non. A est à 2 carreaux en dessous de (d2). Son symétrique par rapport à (d2) serait donc à 2 carreaux au-dessus de (d2), c'est-à-dire 4 carreaux au-dessus de A. Or aucun sommet de la nouvelle pièce n'est à cet endroit (A' est à 4 carreaux à droite et 4 au-dessus de A). Si on plie le long de (d2), les deux pièces ne se superposent pas. Elles sont symétriques par rapport à (d), mais pas par rapport à (d2).

(e) Périmètre : $AB + BC + CD + DE + EF + FA = 3 + 1 + 2 + 2 + 1 + 3 = 12$ cm. Aire : 3 carreaux dans la rangée du bas et 2 carreaux au-dessus, donc $3 + 2 = 5$ cm². La symétrie axiale conserve les périmètres et les aires : la pièce construite a donc un périmètre de 12 cm et une aire de 5 cm².

Ex. 7 ★★★ **Le miroir de la salle de danse**

(a) A est à 4 carreaux à gauche de (d) et R à 4 carreaux à droite : R est bien placé. B est à 2 carreaux et S à 2 carreaux : S est bien placé. D est à 4 carreaux et U à 4 carreaux : U est bien placé. C est à 1 carreau à gauche de (d), mais T est à 2 carreaux à droite : T est mal placé, trop loin du miroir. Le bon reflet C' est sur la même ligne que C, à 1 carreau à droite de (d).



Ex. 7 **(suite)**

(b) Non. Le reflet dans un miroir est le symétrique par rapport au miroir : si on plie le long de (d), les deux figures doivent se superposer exactement. Ici, C ne se pose pas sur T. D'ailleurs, la forme n'est pas la même : [BC] monte en biais (1 carreau sur le côté pour 2 vers le haut), alors que [ST] est vertical. Or la symétrie axiale conserve les longueurs et les angles. RSTU n'est donc pas le reflet de ABCD.

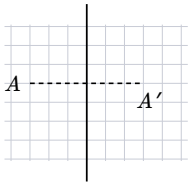
(c) En comptant les carreaux, AB = 2 cm et AD = 3 cm, et l'angle DAB est droit. La symétrie axiale conserve les longueurs et les angles, donc $A'B' = 2$ cm, $A'D' = 3$ cm et l'angle $D'A'B'$ mesure 90°.

(d) A était à 4 carreaux du miroir. Il est maintenant à $4 - 2 = 2$ carreaux. Son reflet A' est aussi à 2 carreaux du miroir, de l'autre côté : le reflet se rapproche lui aussi. Avant, $AA' = 4 + 4 = 8$ cm. Maintenant, $AA' = 2 + 2 = 4$ cm. La longueur AA' a donc diminué de $8 - 4 = 4$ cm.

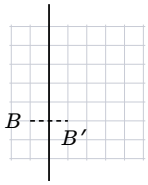
2. *Construire le symétrique d'un point*

Ex. 8 ★☆☆ **Symétrique d'un point avec un axe vertical**

(a) A est à 3 carreaux à gauche de (d). Attention, 1 carreau, c'est la distance jusqu'au bord, pas jusqu'à l'axe. A' est sur la même ligne, à 3 carreaux à droite de (d).



(b) B est à 1 carreau à gauche de (d) : on compte depuis l'axe, pas depuis le bord, qui est à 3 carreaux. B' est sur la même ligne, à 1 carreau à droite de (d).

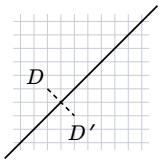


(c) C est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc $C' = C$: 0 carreau les sépare.

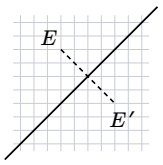
(d) Non. Le symétrique de A est A', donc le symétrique de A' est A. En repliant la feuille le long de (d), A' revient exactement sur A.

Ex. 9 ★☆☆ **Symétrique d'un point avec un axe en diagonale**

(a) En partant de D et en suivant la diagonale d'un carreau, perpendiculairement à (d), on arrive sur l'axe : D est à 1 diagonale de (d). Je reporte 1 diagonale de l'autre côté.



(b) E est à 2 diagonales de carreaux de (d). Je reporte 2 diagonales de l'autre côté, perpendiculairement à (d).

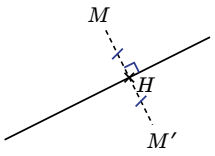


(c) Non. Tom s'est arrêté sur l'axe. Seul un point de (d) est son propre symétrique, et E n'est pas sur (d). (d) doit passer par le milieu de [EE′] : il faut encore faire autant de diagonales de l'autre côté de (d), soit 2 de plus, donc $2 + 2 = 4$ diagonales en tout depuis E.

(d) Oui. F est sur l'axe, donc il est son propre symétrique. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc FD′ = FD : l'arc de centre F passe par D′. C'est une façon de vérifier sa construction.

Ex. 10 ★★☆ **Symétrique d'un point sur papier blanc**

(a) 1. Avec l'équerre, je trace la perpendiculaire à (d) qui passe par M. Elle coupe (d) en H. 2. Avec la règle graduée, je reporte HM′ = HM = 2,4 cm de l'autre côté de (d), sur cette perpendiculaire.

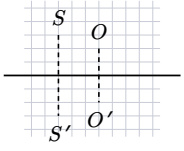


(b) M et M′ sont chacun à 2,4 cm de (d), de part et d'autre, donc $MM' = 2{,}4 + 2{,}4 = 4{,}8$ cm.

(c) Non. Il faut deux conditions : (d) passe par le milieu de [MK] et (d) est perpendiculaire à [MK]. Ici, [MK] n'est pas perpendiculaire à (d), donc K n'est pas le symétrique de M.

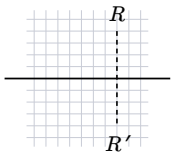
Ex. 11 ★★☆ **Reflets dans un lac**

(a) S est à 3 carreaux au-dessus de (d), donc S′ est sur la même colonne, à 3 carreaux en dessous. O est à 2 carreaux au-dessus de (d), donc O′ est à 2 carreaux en dessous.



Ex. 11 (suite)

(b) R′ est le symétrique de R, donc R est le symétrique de R′. R′ est à 4 carreaux en dessous de (d), donc R est sur la même colonne, à 4 carreaux au-dessus de (d).

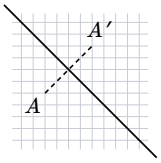


(c) S et S′ sont chacun à 3 cm de (d), de part et d'autre, donc $SS' = 3 + 3 = 6$ cm.

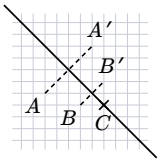
Ex. 12 ★★★ **Axe en diagonale : l'erreur de Lina**

(a) Non. [AL] est horizontal, alors que (d) est en diagonale : [AL] n'est pas perpendiculaire à (d). Or le segment [AA′] doit être perpendiculaire à l'axe.
Donc L n'est pas le symétrique de A. Lina a fait un report horizontal alors que l'axe est oblique.

(b) Je pars de A et je suis la diagonale des carreaux qui est perpendiculaire à (d). J'atteins (d) après 2 diagonales, au nœud situé 2 carreaux à droite et 2 carreaux en haut de A. Je fais encore 2 diagonales dans le même sens : j'obtiens A′, 4 carreaux à droite et 4 carreaux en haut de A.



(c) Depuis B, j'atteins (d) après 1 diagonale. J'en fais encore 1 de l'autre côté : B′ est 2 carreaux à droite et 2 carreaux en haut de B. Le point C est sur (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc C′ = C.



(d) Non. A′ est le symétrique de A, donc le symétrique de A′ est A : en pliant le long de (d), A′ vient se superposer à A. Le symétrique de A′ n'est donc pas L, qui n'est d'ailleurs pas sur la diagonale perpendiculaire à (d) qui passe par A′.

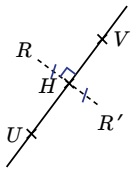
Ex. 13 ★★★ **Vérifier au compas**

(a) HR = 2,5 cm et HS = 2 cm. [RS] est bien perpendiculaire à (UV), mais H n'est pas le milieu de [RS], car HR ≠ HS. Pour que S soit le symétrique de R, il faut les deux conditions.
Donc S n'est pas le symétrique de R.

Ex. 13 **(suite)**

(b) U est sur l'axe, donc U est son propre symétrique. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc $UR' = UR$: l'arc passe par R′. Pour S, on trouve $US \approx 4{,}5$ cm alors que $UR \approx 4{,}7$ cm. L'arc ne passe pas par S : c'est une autre preuve que S n'est pas le symétrique de R.

(c) Les deux arcs se recoupent de l'autre côté de (UV) : ce point est R′. H est le milieu de [RR′], donc $HR' = HR = 2{,}5$ cm et $RR\prime = 2{,}5 + 2{,}5 = 5$ cm.

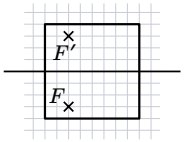


(d) La distance qu'il faut reporter, c'est la distance de R jusqu'à l'axe (UV), mesurée perpendiculairement à l'axe. Le bord de la feuille ne compte pas. Il faut reporter $HR = 2{,}5$ cm à partir de H, de l'autre côté de (UV).

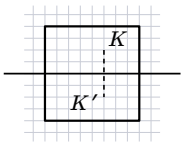
(e) Le point V est sur l'axe (UV). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc $V' = V$.

Ex. 14 ★★★ **Le plan d'un jardin symétrique**

(a) (d) doit être perpendiculaire à [FF′] et passer par son milieu. [FF′] est vertical et son milieu est à 3 carreaux au-dessus de F.
Donc (d) est la droite horizontale qui passe 3 carreaux au-dessus de F, et donc 4 carreaux au-dessus du bord du bas.



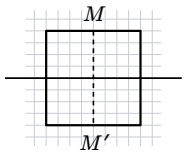
(b) K est 2 carreaux au-dessus de (d). Je compte verticalement, perpendiculairement à (d) : K′ est sur la même verticale, 2 carreaux sous (d). Les deux bancs sont séparés de $2 + 2 = 4$ carreaux, c'est-à-dire 4 m.



(c) L est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc $L' = L$. Le tilleul symétrique est donc le même arbre : Clara n'a pas à en planter un autre.

Ex. 14 **(suite)**

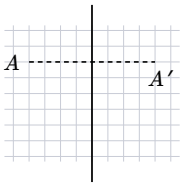
(d) Yanis a compté jusqu'au bord du plan alors qu'il fallait compter jusqu'à l'axe. M est 4 carreaux au-dessus de (d), donc M′ est sur la même verticale, 4 carreaux sous (d) : M′ est sur le bord du bas du plan.



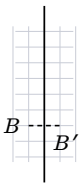
3. *Symétrique d'une figure sur quadrillage*

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : symétriques de points, axe vertical**

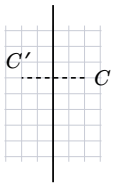
(a) A est à 4 carreaux à gauche de (d). A′ est sur la même ligne, à 4 carreaux à droite de (d).



(b) B est à 1 carreau à gauche de (d), donc B′ est sur la même ligne, à 1 carreau à droite de (d). (d) est perpendiculaire à [BB′] en son milieu : le milieu de [BB′] est le point de (d) situé sur la ligne de B.



(c) C est à 2 carreaux à droite de (d), donc C′ est à gauche de (d), sur la même ligne, à 2 carreaux de (d).

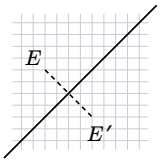


(d) D est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc $D' = D$: le point ne bouge pas.

(e) A et A′ sont chacun à 4 carreaux de (d), de part et d'autre : $4 + 4 = 8$ carreaux, donc $AA' = 8$ cm.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : axe en diagonale des carreaux**

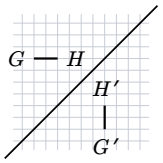
(a) De E, je descends en diagonale vers (d) : il y a 2 diagonales de carreaux. Je reporte 2 diagonales de l'autre côté de (d).



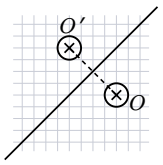
(b) Non. Il faut compter perpendiculairement à l'axe. (d) suit une diagonale, donc la perpendiculaire est l'autre diagonale des carreaux. Une ligne horizontale n'est pas perpendiculaire à (d). Le point de Léo est faux.

Ex. 16 **(suite)**

(c) G est à 3 diagonales de (d), H est à 2 diagonales de (d). Je reporte ces distances, puis je relie G′ et H′. [G′H′] est vertical : avec un axe en diagonale, l'image d'un segment horizontal est verticale. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc G′H′ = GH = 2 cm.



(d) Le centre O′ est le symétrique de O : O est à 2 diagonales de (d), et O′ est à 2 diagonales de l'autre côté. La symétrie conserve les longueurs, donc le rayon reste 1 cm.

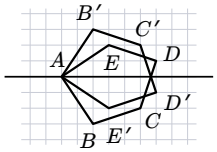


Ex. 17 ★★☆ **Un vitrail qui chevauche l'axe**

(a) A est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc A′ = A.

(b) C est sous (d), à 2 carreaux, donc C′ est au-dessus de (d), à 2 carreaux. D est au-dessus de (d), à 1 carreau, donc D′ est au-dessous de (d), à 1 carreau. Chaque point change de côté.

(c) Je compte verticalement jusqu'à (d) : B est à 3 carreaux, C à 2, D à 1 et E à 2. Je reporte ces distances de l'autre côté, sans oublier aucun sommet. Puis je relie A, B′, C′, D′, E′ et je reviens en A.



(d) La symétrie axiale conserve les longueurs, donc elle conserve aussi le périmètre. Le périmètre de A′B′C′D′E′ est donc d'environ 16,7 cm.

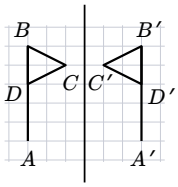
Ex. 18 ★★☆ **Le drapeau glissé**

(a) C est à 1 carreau à gauche de (d) et T est à 5 carreaux à droite de (d). Pour un symétrique, les distances à l'axe sont égales. Comme $1 \neq 5$, RSTU n'est pas le symétrique de ABCD.

(b) Le drapeau a été seulement glissé de 6 carreaux vers la droite, sans être retourné. Le fanion de ABCD pointe vers (d) : celui de l'image doit aussi pointer vers (d), donc vers la gauche.

Ex. 18 **(suite)**

(c) A, B et D sont à 3 carreaux à gauche de (d) : A′, B′ et D′ sont à 3 carreaux à droite. C est à 1 carreau à gauche : C′ est à 1 carreau à droite. Attention, il ne faut pas oublier D.

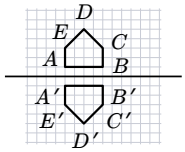


(d) R, S et U sont bien placés : R = A′, S = B′ et U = D′. Ces points sont à 3 carreaux de (d). Les glisser de 6 carreaux revient à reporter 3 + 3 carreaux, ce qui donne juste. Mais C est à 1 carreau de (d) : il fallait le déplacer de 1 + 1 = 2 carreaux, pas de 6.

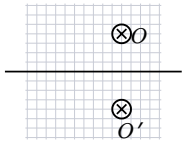
Ex. 19 ★★★ **Le reflet du chalet dans le lac**

(a) D est 5 carreaux au-dessus de (d), sur la ligne verticale qui passe par D. Je descends de 5 carreaux de l'autre côté de (d) : D′ est sur cette même ligne, 5 carreaux sous (d).
Donc DD′ = 5 + 5 = 10 cm.

(b) A et B sont à 1 carreau au-dessus de (d), donc A′ et B′ sont à 1 carreau en dessous. C et E sont à 3 carreaux au-dessus, donc C′ et E′ sont à 3 carreaux en dessous. Je relie A′, B′, C′, D′, E′ dans cet ordre.



(c) O est 4 carreaux au-dessus de (d), donc O′ est 4 carreaux en dessous, sur la même verticale. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc le reflet de la lune est le cercle de centre O′ et de même rayon, 1 cm.



(d) Non. Le reflet est le symétrique du chalet, et un symétrique est retourné. D est le point le plus haut du chalet, donc D′ est le point le plus bas du reflet : dans le reflet, la pointe du toit est en bas.

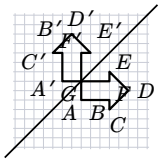
(e) Le rectangle ABCE fait 4 carreaux sur 2, donc 8 carreaux. Le toit CDE contient 2 carreaux entiers et 4 demi-carreaux, donc 4 carreaux. L'aire du chalet est 8 + 4 = 12 cm². La symétrie axiale conserve les aires, donc l'aire du reflet est aussi 12 cm².

Ex. 20 ★★★ **La flèche du parc et l'axe en diagonale**

(a) G est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc G′ = G : ce point ne bouge pas.

(b) Le segment [EN] est horizontal, il n'est pas perpendiculaire à (d). N n'est donc pas le symétrique de E. Ici, l'axe suit la diagonale des carreaux : il faut compter en diagonale, perpendiculairement à (d). E est à 1 diagonale de carreau de (d). Je reporte 1 diagonale de l'autre côté : E′ est 2 carreaux à gauche de E et 2 carreaux plus haut.

(c) Je compte en diagonale, perpendiculairement à (d) : A est à 1 diagonale de (d), B à 2,5 diagonales, C à 3 diagonales, D à 3 diagonales, F à 1,5 diagonale. Je reporte chaque distance de l'autre côté. G′ = G. Je relie dans l'ordre. La flèche image pointe vers le haut : elle est retournée.



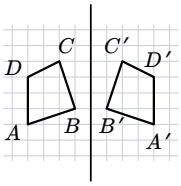
(d) La symétrie axiale conserve les angles. G′ = G, donc l'image de l'angle GAB est l'angle GA′B′. Il est droit lui aussi : il mesure 90°.

Ex. 21 ★★★ **Le logo de voile : retrouver l'axe effacé**

(a) [AA′] est horizontal et mesure 8 carreaux : son milieu est à 4 carreaux de A. [BB′] mesure 2 carreaux : son milieu est à 1 carreau de B. Ces deux milieux sont sur la même ligne verticale du quadrillage. L'axe est perpendiculaire à [AA′] et passe par son milieu, donc (d) est cette ligne verticale.

(b) C est 2 carreaux à gauche de (d), et C′ est sur la même ligne horizontale, 2 carreaux à droite de (d). Donc [CC′] est perpendiculaire à (d) et (d) passe par son milieu : C′ est bien le symétrique de C.

(c) Inès a oublié le sommet D : elle a tracé un triangle au lieu d'un quadrilatère. D est à 4 carreaux à gauche de (d), donc D′ est sur la même ligne horizontale, à 4 carreaux à droite de (d). Je relie A′, B′, C′, D′ dans cet ordre.



Ex. 21 (suite)

(d) On tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. La figure symétrique a la même forme, mais elle est retournée, comme dans un miroir : le sens de parcours s'inverse.

4. *Symétrique d'une figure sur papier blanc*

Ex. 22 ★★☆ **Automatismes : les étapes du symétrique d'un point**

(a) Avec l'équerre : un côté de l'angle droit le long de (d), l'autre côté passe par A.

(b) Sur la perpendiculaire (AH), de l'autre côté de (d), à 2,6 cm de H : HA′ = HA = 2,6 cm. On reporte la longueur à la règle graduée, ou au compas pointé en H.

(c) H est le milieu de [AA′], donc $AA' = 2{,}6 + 2{,}6 = 5{,}2$ cm.

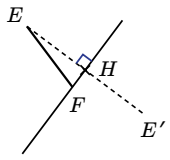
(d) L'ordre est Ⓒ, Ⓓ, Ⓐ, Ⓑ : la perpendiculaire, puis H, puis le report de la longueur, puis le nom A′.

(e) À l'œil, rien ne garantit que [AA′] est perpendiculaire à (d), ni que A′ est à la même distance de (d) que A. Il faut l'équerre et la règle, ou bien deux arcs de cercle centrés sur deux points de (d) et passant par A : ils se recoupent en A′.

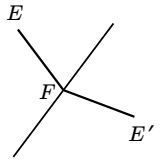
Ex. 23 ★★☆ **Automatismes : symétrique d'un segment**

(a) F est sur l'axe (d), donc il est son propre symétrique : F′ = F.

(b) Je trace à l'équerre la perpendiculaire à (d) par E, qui coupe (d) en H. Je reporte HE′ = HE de l'autre côté de (d).



(c) Je relie E′ et F (car F′ = F) à la règle. J'obtiens le segment [E′F] : le symétrique d'un segment est un segment.

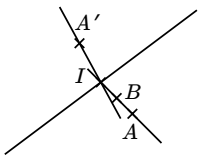


(d) La symétrie axiale conserve les longueurs, donc E′F′ = EF = 4,5 cm.

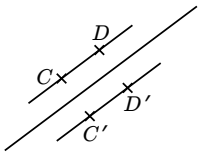
(e) Le symétrique d'un segment est un segment. Il suffit donc de construire les symétriques des deux extrémités, puis de les relier à la règle.

Ex. 24 ★★☆ **Symétrique de deux droites**

(a) I est sur l'axe, donc son symétrique est I lui-même. Je construis seulement A′ (perpendiculaire à l'équerre, puis report à la règle) et je trace la droite (A′I). Le symétrique de (AB) coupe donc (d) au même point I, sur l'axe.



(b) Non. Tous les points de (CD) sont à 1,5 cm de (d). Leurs symétriques sont donc aussi à 1,5 cm de (d), de l'autre côté. Ainsi (C′D′) est parallèle à (d) et ne la coupe pas.

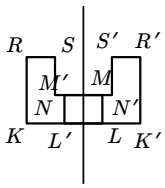


(c) (CD) est à 1,5 cm d'un côté de (d) et (C′D′) à 1,5 cm de l'autre côté, donc l'écart est $1{,}5 + 1{,}5 = 3$ cm.

Ex. 25 ★★☆ **Le logo en escalier coupé par l'axe**

(a) Non. Seuls les points situés sur l'axe sont leur propre symétrique. La partie à droite de (d) passe à gauche, et la partie à gauche passe à droite.

(b) Je construis seulement les symétriques des six sommets (perpendiculaire à (d) à l'équerre, puis report de la même distance à la règle). Ensuite je les relie dans le même ordre.



(c) Le rectangle du bas mesure 4 cm sur 1,5 cm. Celui du haut mesure 1,5 cm (SR) sur $3{,}5 - 1{,}5 = 2$ cm. L'aire vaut donc $4 \times 1{,}5 + 1{,}5 \times 2 = 6 + 3 = 9$ cm².

(d) La symétrie axiale conserve les longueurs et les aires. Le périmètre est donc $4 + 1{,}5 + 2{,}5 + 2 + 1{,}5 + 3{,}5 = 15$ cm, comme celui de KLMNSR, et l'aire vaut 9 cm².

Ex. 26 ★★★ **L'erreur de Théo : un report « horizontal »**

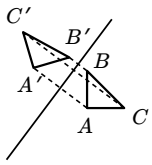
(a) Non. Pour que R soit le symétrique de A, il faut deux conditions : (d) coupe [AR] en son milieu ET [AR] est perpendiculaire à (d). Ici, [AR] est horizontal : avec l'équerre, on voit qu'il n'est pas perpendiculaire à (d). Donc R n'est pas le symétrique de A.

Ex. 26 (suite)

(b) La symétrie axiale conserve les longueurs : le symétrique de [AB] doit mesurer 2 cm. Or RS ≈ 3,6 cm, ce qui est différent de 2 cm.
Donc RST n'est pas le symétrique de ABC.

(c) 1. Je place l'équerre le long de (d) et je trace la perpendiculaire à (d) qui passe par A. Elle coupe (d) en H. 2. Je mesure HA à la règle : HA = 1,8 cm. 3. Sur cette perpendiculaire, de l'autre côté de (d), je place A′ tel que HA′ = HA = 1,8 cm. Je mesure, je ne place jamais « à l'œil ».

(d) Je fais la même chose pour B (à 0,6 cm de (d)) et pour C (à 3,4 cm de (d)) : perpendiculaire à l'équerre, puis report de la même distance à la règle. Ensuite, je relie A′, B′ et C′ dans le même ordre.



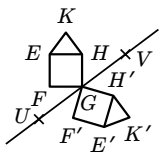
(e) La symétrie axiale conserve les angles. L'angle BAC est droit, donc l'angle B′A′C′ mesure 90°.

Ex. 27 ★★★ **Le reflet de la maison, au compas seulement**

(a) U est sur l'axe (UV), donc son symétrique est U lui-même. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc UE′ = UE : E′ est sur l'arc de centre U qui passe par E. De même, VE′ = VE, donc E′ est aussi sur l'arc de centre V. E′ est le point où les deux arcs se recoupent de l'autre côté de (UV).

(b) Pour construire le symétrique d'un polygone, on construit seulement les symétriques de ses sommets, puis on les relie. La maison a 5 sommets : E, F, G, H et K. Mais G est sur (UV), donc il est son propre symétrique. Mila doit construire seulement $5 - 1 = 4$ points : E′, F′, H′ et K′.

(c) Pour E, F, H et K, je trace deux arcs (un de centre U, un de centre V) qui passent par le point ; ils se recoupent de l'autre côté de (UV). Je relie ensuite E′, F′, G, H′ et K′ dans le même ordre, puis je trace [E′H′].



Ex. 27 **(suite)**

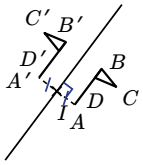
(d) La symétrie axiale conserve les longueurs, donc elle conserve aussi le périmètre. Le périmètre du reflet est le même que celui de la maison : $3 + 3 + 3 + 2{,}5 + 2{,}5 = 14$ cm.

(e) V est sur l'axe (UV), donc son symétrique est V lui-même. La symétrie axiale conserve l'alignement : E, H et V sont alignés, donc E′, H′ et V sont alignés. La droite (E′H′) passe par V.

Ex. 28 ★★★ **Le drapeau dont l'axe a été effacé**

(a) A′ est le symétrique de A par rapport à (d).
Donc (d) est perpendiculaire à [AA′] et coupe [AA′] en son milieu. C'est la définition de la médiatrice de [AA′].

(b) 1. Je pique le compas en A, avec une ouverture plus grande que la moitié de AA′, et je trace un arc de chaque côté de [AA′]. 2. Sans changer l'ouverture, je pique en A′ et je trace deux arcs qui coupent les premiers. 3. Je relie à la règle les deux points d'intersection : c'est la droite (d).



(c) A est sur le mât, donc A est à 2 cm de (d). Son symétrique A′ est aussi à 2 cm de (d), de l'autre côté. Donc $AA' = 2 + 2 = 4$ cm.

(d) Non. Chaque point de (AB) est à 2 cm de (d). Son symétrique est aussi à 2 cm de (d), mais de l'autre côté. Donc (A′B′) est une autre droite, parallèle à (d), à 2 cm de l'autre côté. D'ailleurs AA′ = 4 cm : A′ n'est pas sur (AB).

(e) La droite (CD) coupe (d) en un point. Ce point est sur l'axe, donc il est son propre symétrique. Il est sur (CD), donc il est aussi sur le symétrique de (CD), qui est (C′D′). Il est sur les deux droites, donc c'est K.
Donc K est sur (d). Cela permet de vérifier la construction de (d).

5. *Axes de symétrie d'une figure*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : les axes des figures usuelles**

(a) 1 axe : la droite qui passe par le sommet principal E et par le milieu de la base [FG].

(b) 3 axes : chacun passe par un sommet et par le milieu du côté opposé. Par exemple, la droite qui passe par R et par le milieu de [ST].

(c) 0 axe : les trois côtés ont des longueurs différentes. Aucun pliage ne superpose les deux moitiés, c'est un triangle quelconque.

(d) 2 axes : ses diagonales (KM) et (LN). Si on plie le long de (KM), L vient sur N ; si on plie le long de (LN), K vient sur M.

(e) Une infinité d'axes : toutes les droites qui passent par le centre O.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : les lettres d'une enseigne**

(a) 1 axe, vertical : si on plie le A en son milieu, de haut en bas, les deux jambes se superposent.

(b) 2 axes : un axe vertical, qui passe par le milieu de la barre, et un axe horizontal, qui coupe les deux jambes en leur milieu.

(c) Non. Si on plie le N verticalement, la barre oblique retombe penchée dans l'autre sens. Avec un pliage horizontal, c'est la même chose. Les moitiés ne se superposent jamais : le N a 0 axe.

(d) Non : son O est un ovale, pas un cercle. Il a 2 axes, l'axe vertical et l'axe horizontal qui passent par son centre. Si on plie en biais, les deux moitiés ne se superposent pas.

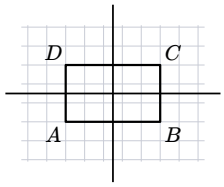
(e) H, O et E. Le A n'a qu'un axe vertical, et le N n'a aucun axe.

Ex. 31 ★★☆ **Le carrelage de Malo**

(a) Non. Si on plie le long de (AC), le sommet B ne retombe pas sur D : il sort du rectangle, au-dessus du côté [DC]. Les deux moitiés ne se superposent pas. Les diagonales d'un rectangle non carré ne sont pas des axes de symétrie.

Ex. 31 **(suite)**

(b) Il y a 2 axes, les médiatrices des côtés : la médiatrice de [AB], verticale, à $5 \div 2 = 2{,}5$ cm de A, et la médiatrice de [AD], horizontale, à $3 \div 2 = 1{,}5$ cm de A.

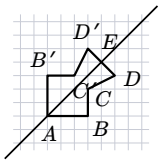


(c) 0 axe. Si on plie EFGH verticalement en son milieu, les côtés [EH] et [FG] sont penchés dans le même sens : ils ne se recouvrent pas. Avec un pliage le long d'une diagonale, les sommets ne retombent pas les uns sur les autres. Aucun pliage ne superpose les deux moitiés.

(d) Un carré a 4 axes : les 2 médiatrices de ses côtés et ses 2 diagonales. Il en a donc $4 - 2 = 2$ de plus que ABCD : ses deux diagonales.

Ex. 32 ★★☆ **Le logo de Sacha**

(a) B est à $4 - 1 = 3$ carreaux à droite de A. Comme (d) suit la diagonale des carreaux, B′ est à 3 carreaux au-dessus de A. C est à 3 carreaux à droite de A et 2 au-dessus : C′ est donc à 3 carreaux au-dessus de A et 2 à droite. D est à 5 carreaux à droite de A et 3 au-dessus : D′ est à 5 carreaux au-dessus de A et 3 à droite. On relie ensuite E, D′, C′, B′ et A.



(b) Non. Le milieu de son segment [BB′] est bien A, qui est sur (d). Mais ce segment est horizontal : il n'est pas perpendiculaire à (d). Or l'axe doit être perpendiculaire à [BB′] et passer par son milieu. Avec un axe en diagonale, on ne reporte pas les points à l'horizontale.

(c) Non. R et S sont bien symétriques par rapport à (d). Mais T n'est pas sur (d) : il est 1 carreau au-dessus du point de (d) situé juste sous lui. Son symétrique serait 1 carreau à droite de ce point, et ce n'est pas un sommet du triangle. Le triangle a seulement l'air symétrique.

Ex. 33 ★★★ **Le vitrail de Lina**

(a) Non. Un axe du vitrail doit être à la fois un axe du carré et un axe du cercle. Une droite qui passe par O mais pas par un sommet ou par le milieu d'un côté ne superpose pas le carré quand on plie. Le carré a 4 axes : les 2 médiatrices de ses côtés et ses 2 diagonales. Les 4 passent par O, donc ce sont aussi des axes du cercle. Le vitrail a exactement 4 axes.

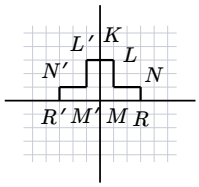
(b) Un axe doit aussi superposer le triangle OBC. Ce triangle est isocèle en O (OB = OC) : son seul axe est la droite qui passe par O et par le milieu de [BC], c'est-à-dire la médiatrice de [BC]. C'est aussi un axe du carré et du cercle. Les 3 autres axes ne marchent pas : la médiatrice de [AB] envoie OBC sur OAD, (AC) envoie B sur D et (BD) envoie C sur A. Le vitrail a 1 axe.

(c) La médiatrice de [BC] superpose encore chacun des deux triangles. La médiatrice de [AB] envoie B sur A et C sur D : le triangle OBC vient sur OAD, et OAD vient sur OBC. Les diagonales ne marchent toujours pas (B irait sur D). Le vitrail a 2 axes : les deux médiatrices des côtés du carré.

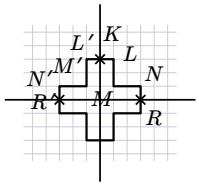
(d) Le triangle OBK n'a l'air symétrique que de loin. Je mesure : BK = 5 cm, OB ≈ 4,2 cm et OK ≈ 3,6 cm. Ses trois côtés sont différents, c'est un triangle quelconque : il n'a aucun axe de symétrie. Le vitrail n'a donc aucun axe
(0).

Ex. 34 ★★★ **La croix du club de Nour**

(a) Je compte les carreaux de part et d'autre de (d_1), sur la même ligne horizontale : L′ est à 1 carreau à gauche de (d_1), M′ aussi, N′ et R′ à 3 carreaux. K est sur (d_1), donc K est son propre symétrique.



(b) Je reporte chaque point verticalement, à la même distance de (d_2) de l'autre côté. R et R′ sont sur (d_2) : un point de l'axe est son propre symétrique. On obtient la croix entière.



Ex. 34 (suite)

(c) Non. La croix a 4 axes. En plus de (d_1) et (d_2), il y a les deux droites qui passent par le point où se coupent (d_1) et (d_2) et qui suivent les diagonales des carreaux : l'une passe par M, l'autre par M′. Si je plie le long de la droite qui passe par M, le bras du haut vient exactement sur le bras de droite : les deux font 2 carreaux de large et dépassent de 2 carreaux le carré central.

(d) $1 + 2 + 2 + 1 = 6$ cm. La symétrie axiale conserve les longueurs, et le contour de la croix est fait de 4 copies de cette ligne, donc le périmètre vaut $4 \times 6 = 24$ cm.

(e) La partie de départ couvre $3 + 2 = 5$ carreaux, soit 5 cm². La symétrie axiale conserve les aires et la croix est faite de 4 parties comme celle-là, donc son aire vaut $4 \times 5 = 20$ cm².

Ex. 35 ★★★ Le losange de Yanis

(a) Vrai. (EG) est perpendiculaire à [FH] et passe par son milieu O (OF = OH = 3 cm) : c'est la médiatrice de [FH].
Donc F et H sont symétriques par rapport à (EG). E et G sont sur l'axe, ce sont leurs propres symétriques. En pliant le long de (EG), le losange se superpose à lui-même.

(b) Faux. Si la médiatrice de [EF] était un axe, E viendrait sur F et H sur G : l'angle HEF viendrait sur l'angle GFE. Or la symétrie axiale conserve les angles, et $74^\circ \neq 106^\circ$.
Donc la médiatrice de [EF] n'est pas un axe. Un losange qui n'est pas un carré a seulement 2 axes : ses diagonales (EG) et (FH).

(c) Faux. EF = EH = 5 cm mais FH = 6 cm : le triangle EFH est isocèle en E, sans être équilatéral. « Presque » ne suffit pas, il faut que les moitiés se superposent exactement. Il a 1 seul axe : la droite qui passe par E et par le milieu O de [FH], c'est-à-dire (EG).

(d) Faux. Si FH = 5 cm, alors EF = EH = FH = 5 cm : le triangle EFH est équilatéral et il a 3 axes de symétrie (chacun passe par un sommet et le milieu du côté opposé).

6. *Médiatrice d'un segment*

Ex. 36 ★☆☆ Automatismes — Est-ce la médiatrice ?

(a) (d) est perpendiculaire à [AB], mais H n'est pas le milieu : AH = 2 cm et HB = 3 cm, alors que le milieu est à $5 \div 2 = 2{,}5$ cm de A.
Donc (d) n'est pas la médiatrice de [AB].

(b) (d) passe par le milieu I de [AB], mais elle n'est pas perpendiculaire à [AB] : l'angle mesure 37° et non 90°.
Donc (d) n'est pas la médiatrice de [AB].

(c) Le codage montre que (d) est perpendiculaire à [AB] et que I est le milieu de [AB] (AI = IB). Les deux conditions sont réunies : (d) est la médiatrice de [AB].

(d) Non. La médiatrice doit passer par le milieu ET être perpendiculaire au segment. Une droite qui passe par le milieu mais coupe le segment en biais n'est pas la médiatrice.

Ex. 37 ★☆☆ Automatismes — Utiliser l'équidistance

(a) I est le milieu de [AB], donc $AI = 5{,}6 \div 2 = 2{,}8$ cm.

(b) M est sur la médiatrice de [AB], donc M est à égale distance de A et de B : MB = MA = 4,3 cm.

(c) N est sur la médiatrice de [AB], donc NA = NB = 3,5 cm. Périmètre : $3{,}5 + 3{,}5 + 5{,}6 = 12{,}6$ cm.

(d) Non. La propriété donne l'égalité des distances aux extrémités A et B : MA = MB. Elle ne dit rien de MI. D'ailleurs, en mesurant, MI = 3,2 cm.

(e) La médiatrice de [AB] est un axe de symétrie du segment : en pliant le long de (d), A vient sur B. Le symétrique de A est donc B.

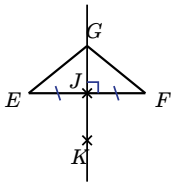
Ex. 38 ★★☆ L'erreur d'Inès au compas

(a) Non. Un point de la médiatrice est à égale distance de E et de F. Or ME = 3 cm et MF = 5 cm : M n'est pas sur la médiatrice. Les arcs n'avaient pas le même rayon : (MN) est perpendiculaire à [EF], mais ne passe pas par son milieu.

(b) Le rayon doit être plus grand que la moitié de EF : $7 \div 2 = 3{,}5$ cm. Avec 3 cm, les deux arcs sont trop petits ($3 + 3 = 6$ cm, moins que 7 cm) et ne se coupent pas.

Ex. 38 **(suite)**

(c) 1. J'écarte le compas de 4,5 cm, plus que 3,5 cm. 2. Je trace un arc de centre E au-dessus et au-dessous de [EF]. 3. Avec le même écartement, je trace un arc de centre F. 4. Les arcs se coupent en G et K. 5. Je trace la droite (GK) : c'est la médiatrice.



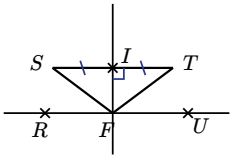
(d) Non. 3,5 cm est exactement la moitié de EF ($7 \div 2 = 3{,}5$ cm). Les deux arcs se touchent en un seul point : le milieu de [EF]. Un seul point ne suffit pas pour tracer une droite. Il faut un rayon plus grand que 3,5 cm.

Ex. 39 ★★☆ **La fontaine entre deux maisons**

(a) On veut FS = FT. Un point équidistant de S et de T est sur la médiatrice de [ST]. La fontaine doit donc être sur la médiatrice de [ST].

(b) $SI = 8 \div 2 = 4$ cm. Je place I à 4 cm de S sur [ST], puis je trace à l'équerre la perpendiculaire à [ST] qui passe par I.

(c) F est le point où la médiatrice coupe la route. On mesure FS = 5 cm. F est sur la médiatrice de [ST], donc FT = FS = 5 cm.



(d) 1 cm représente 20 m, donc $5 \times 20 = 100$ m. La fontaine est à 100 m de chaque maison.

Ex. 40 ★★★ **Le toit de la cabane**

(a) 1. Je trace [AB] de 6,4 cm. 2. Je place I sur [AB] à $6{,}4 \div 2 = 3{,}2$ cm de A : c'est le milieu. 3. À l'équerre, je trace la perpendiculaire à [AB] qui passe par I : c'est (d). 4. J'écarte le compas de 6,8 cm, je pique en A et je trace un arc qui coupe (d) en C. 5. Je trace [AC] et [BC].

(b) C est sur la médiatrice de [AB]. Or tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance de ses extrémités, donc CB = CA = 6,8 cm. Le triangle ABC a deux côtés égaux : il est isocèle en C.

(c) Oui. A et B sont symétriques par rapport à (d), car (d) est la médiatrice de [AB]. C est sur (d), donc C est son propre symétrique. Le symétrique du triangle ABC est donc le triangle BAC, c'est-à-dire lui-même : (d) est un axe de symétrie du triangle.

Ex. 40 **(suite)**

(d) Par la symétrie d'axe (d), A a pour image B. I et C sont sur l'axe : ils sont leurs propres symétriques. Le triangle AIC a donc pour image le triangle BIC. La symétrie axiale conserve les aires, donc l'aire de BIC est 9,6 cm². Aire de ABC : $9{,}6 + 9{,}6 = 19{,}2$ cm².

(e) Par la symétrie d'axe (d), A a pour image B, C a pour image C et B a pour image A, donc l'angle $\widehat{CAB}$ a pour image l'angle $\widehat{CBA}$. La symétrie axiale conserve les angles, donc $\widehat{ABC} = \widehat{CAB} = 62°$.

Ex. 41 ★★★ **Le vitrail de Mila**

(a) RE = RF, donc R est équidistant de E et de F : R est sur la médiatrice de [EF]. De même, SE = SF, donc S est sur la médiatrice de [EF]. Il passe une seule droite par R et S, donc la médiatrice de [EF] est la droite (RS).

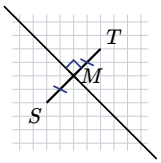
(b) Le point K est sur la droite de Nolan. KE = 5 cm et KF $= 9 - 5 = 4$ cm, donc KE ≠ KF : K n'est pas à égale distance de E et de F. Nolan se trompe : sa droite est perpendiculaire à [EF] mais ne passe pas par le milieu de [EF], qui est à $9 \div 2 = 4{,}5$ cm de E. Ce n'est pas la médiatrice.

(c) (RS) est la médiatrice de [EF], c'est un axe de symétrie du segment : le symétrique de E est F. R et S sont sur l'axe, ils sont leurs propres symétriques. Le symétrique du triangle ERS est donc le triangle FRS.

(d) Périmètre de ERFS = RE + RF + SF + SE = $7{,}5 + 7{,}5 + 5{,}1 + 5{,}1 = 25{,}2$ cm.

Ex. 42 ★★★ **Le banc entre deux arbres**

(a) De S à T, on avance de 4 carreaux vers la droite et de 4 vers le haut, donc M est à 2 carreaux à droite et 2 en haut de S. [ST] suit la diagonale des carreaux : la perpendiculaire en M suit l'autre diagonale.



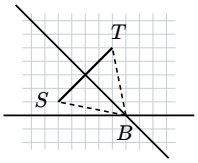
(b) Non. La droite de Zoé passe bien par le milieu M, mais elle n'est pas perpendiculaire à [ST] : [ST] suit la diagonale des carreaux, qui fait un angle de 45° avec la verticale. Ce n'est donc pas la médiatrice.

Ex. 42 **(suite)**

(c) K est à 2 carreaux à droite et 2 en bas de M, et N à 1 carreau à gauche et 1 en haut de M : K et N sont sur la médiatrice (d), donc KS = KT et NS = NT. L est juste au-dessus de M, il n'est pas sur (d). Or un point équidistant de S et T serait sur la médiatrice : L ne convient pas.

(d) De K à S, on compte $5 - 1 = 4$ carreaux sur une ligne, donc KS = 4 cm. De K à T, on compte $6 - 2 = 4$ carreaux sur une colonne, donc KT = 4 cm. On a bien KS = KT.

(e) Le banc doit être sur la médiatrice (d), car il est équidistant de S et de T, et sur l'allée (a). B est donc le point d'intersection de (d) et de (a), à 5 carreaux à droite de S et 1 carreau plus bas.



7. *Propriétés conservées*

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : ce que l'image garde**

(a) La symétrie axiale conserve les longueurs, donc $A'B' = AB = 3$ cm.

(b) La symétrie axiale conserve les angles, donc $\widehat{A'B'C'}$ mesure 56°, comme $\widehat{ABC}$.

(c) Les longueurs sont conservées : $A'B' = 3$ cm, $A'C' = 3{,}2$ cm, $B'C' = 3{,}6$ cm. Périmètre : $3 + 3{,}2 + 3{,}6 = 9{,}8$ cm.

(d) La symétrie axiale conserve l'aire, donc l'aire de A′B′C′ est 4,5 cm².

(e) L'image est retournée, comme dans un miroir : on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?**

(a) Faux. La symétrie axiale conserve l'alignement : R, S et T sont alignés, donc R′, S′ et T′ sont alignés. Pas besoin de les construire.

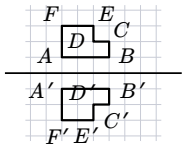
(b) Vrai. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc $E'F' = EF = 4{,}7$ cm et $E'G' = EG = 4{,}7$ cm. Comme $E'F' = E'G'$, E′F′G′ est isocèle en E′.

(c) Vrai. Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon, ici 2,4 cm. Son diamètre est $2 \times 2{,}4 = 4{,}8$ cm.

(d) Faux. La symétrie axiale conserve aussi le périmètre : l'image a une aire de 16 cm² et un périmètre de 16 cm.

Ex. 45 ★★☆ **Un motif de carrelage**

(a) Pour chaque sommet, je compte les carreaux jusqu'à (d), verticalement, et je reporte la même distance de l'autre côté : A est à 1 carreau au-dessus de (d), donc A′ est à 1 carreau en dessous ; E est à 3 carreaux au-dessus, donc E′ est à 3 carreaux en dessous, etc. Puis je relie dans le même ordre.



(b) ABCDEF couvre $2 \times 2 + 1 = 5$ carreaux, et A′B′C′D′E′F′ aussi : 5 carreaux. C'est normal, car la symétrie axiale conserve l'aire.

(c) Périmètre de ABCDEF : $3 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 10$ cm. La symétrie axiale conserve le périmètre, donc A′B′C′D′E′F′ a aussi un périmètre de 10 cm.

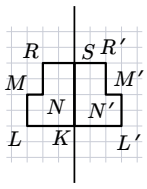
Ex. 46 ★★☆ **Le logo du club de basket**

(a) Périmètre : $3 + 2 + 1 + 2 + 2 + 4 = 14$ cm. Aire : $2 + 8 = 10$ carreaux, soit 10 cm².

(b) K et S sont sur l'axe (d) : chacun est son propre symétrique.
Donc K′ = K et S′ = S.

(c) La symétrie axiale conserve l'aire : l'image a aussi une aire de 10 cm². Logo complet : $2 \times 10 = 20$ cm².

(d) Non. Le côté [KS], qui mesure 4 cm, est sur l'axe : il est à l'intérieur du logo et ne compte pas dans le périmètre. Périmètre du logo : $2 \times (14 - 4) = 20$ cm, et non 28 cm.

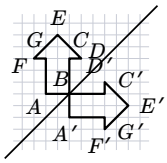


Ex. 47 ★★★ **La flèche du vitrail**

(a) B est sur l'axe (d). Un point de l'axe est son propre symétrique, donc B′ = B : il ne bouge pas.

Ex. 47 **(suite)**

(b) L'axe suit la diagonale des carreaux. Pour chaque sommet, je compte les diagonales de carreaux jusqu'à (d), perpendiculairement à (d), et je reporte la même distance de l'autre côté. Par exemple, A est à 1 diagonale de carreau de (d) : A′ est à 1 diagonale de carreau de l'autre côté. Je ne reporte pas les points à l'horizontale. Je relie ensuite les points dans le même ordre. La flèche de départ pointe vers le haut ; son image pointe vers la droite.



(c) Flèche ABCDEFG : la tige compte $2 \times 3 = 6$ carreaux, la pointe compte 2 carreaux entiers et 4 demi-carreaux, soit 4 carreaux. Aire : $6 + 4 = 10$ carreaux. Image : la tige compte $3 \times 2 = 6$ carreaux, la pointe compte 4 carreaux. Aire : 10 carreaux. Les deux aires sont égales, car la symétrie axiale conserve les aires.

(d) Non. Avoir la même aire ne suffit pas. Le symétrique est retourné, comme dans un miroir : en lisant A, B, C, D… on tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, mais en lisant A′, B′, C′, D′… on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. La copie de Noé n'est pas retournée : on y tourne encore dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Ce n'est donc pas le symétrique
(le vrai symétrique pointe vers la droite).

Ex. 48 ★★★ **Le reflet de la tente dans le lac**

(a) 1. Avec l'équerre, je trace la perpendiculaire à (d) qui passe par L. Elle coupe (d) en H. 2. Avec la règle graduée, je reporte $HL' = HL = 3{,}5$ cm de l'autre côté de (d). L et L′ sont à la même distance de (d), de part et d'autre, donc $LL' = 3{,}5 + 3{,}5 = 7$ cm.

(b) La symétrie axiale conserve les longueurs, donc $K'L' = KL = 2{,}5$ cm et $L'M' = LM = 2{,}5$ cm. Comme $K'L' = L'M'$, le triangle K′L′M′ est isocèle en L′.

(c) La symétrie axiale conserve les angles, donc $\widehat{K'L'M'} = \widehat{KLM} = 106^\circ$.

Ex. 48 **(suite)**

(d) La symétrie axiale conserve l'alignement : K, N et M sont alignés, donc K′, N′ et M′ sont alignés. Elle conserve aussi les longueurs : $K'N' = KN = 2$ cm et $N'M' = NM = 2$ cm. N′ est sur [K′M′], à égale distance de K′ et de M′ : N′ est donc le milieu de [K′M′].

(e) Une mesure sur un dessin n'est jamais parfaitement exacte. Il faut citer la propriété : la symétrie axiale conserve les longueurs, donc $K'M' = KM = 4$ cm.

Ex. 49 ★★★ **Le massif du jardin**

(a) Périmètre de ABCDE : $4 + 3 + 5 + 1 + 7 = 20$ m.

(b) Le côté [AE] est compté une fois dans le périmètre de ABCDE et une fois dans celui de son symétrique. Comme il est à l'intérieur du massif complet, il faut l'enlever deux fois : Jade ne l'enlève qu'une fois. La symétrie axiale conserve les longueurs, donc le bord du massif est formé de deux fois AB, BC, CD et DE : $2 \times (4 + 3 + 5 + 1) = 26$ m, soit aussi $2 \times 20 - 2 \times 7 = 26$ m.

(c) Non. La symétrie axiale conserve l'aire, donc le symétrique de ABCDE a aussi une aire de 22 m². Un côté est une ligne : il n'a pas d'aire. Les deux parties ne se chevauchent pas, donc l'aire du massif complet est $2 \times 22 = 44$ m². Seul le périmètre perd le côté [AE].

(d) Ici, aucun côté n'est sur l'axe : chaque partie a son propre bord. La symétrie axiale conserve les périmètres, donc la longueur de bordure est $2 \times 20 = 40$ m.