Cinquième / Symétrie axiale et centrale

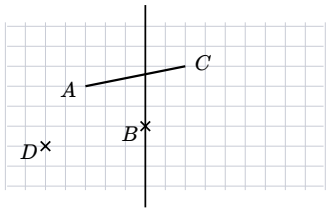
benprof particulier.fr

49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 6e : symétrie axiale*

À retenir : (d) est la médiatrice de [MM′] : je compte jusqu'à (d) perpendiculairement (en biais si (d) suit les diagonales), puis autant derrière : M à 3 carreaux de (d) → $MM' = 6$ carreaux. Un point de (d) est sa propre image. Rectangle : 2 axes ; parallélogramme : aucun.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : symétrique d'un point sur quadrillage** — L'axe (d) est la ligne verticale du quadrillage tracée ci-dessous. Construis les symétriques par rapport à (d).



(a) Compte les carreaux qui séparent A de l'axe (d), perpendiculairement à (d), puis place A′, le symétrique de A.

(b) Place B′, le symétrique de B. Que remarques-tu ?

(c) Sacha dit : « D est collé au bord du quadrillage, donc D′ est aussi collé au bord. » Corrige son erreur, puis place D′.

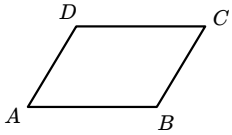
(d) Le segment [AC] est à cheval sur l'axe (d). Construis son symétrique.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : axes de symétrie des figures usuelles** — Réponds en pliant la figure dans ta tête.

(a) Combien d'axes de symétrie a un rectangle non carré ? Décris-les.

(b) Léna trace une diagonale d'un rectangle non carré et affirme que c'est un axe de symétrie. A-t-elle raison ? Justifie.

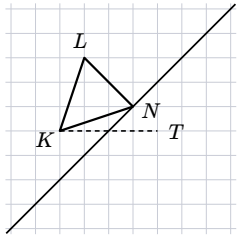
(c) Le parallélogramme ABCD n'est ni un rectangle ni un losange. Combien d'axes de symétrie a-t-il ? Justifie.



(d) Cite la figure usuelle qui a exactement 4 axes de symétrie et décris ces 4 axes.

(e) Complète : un losange non carré a … axes de symétrie, portés par … ; un cercle en a …

Ex. 3 ★★☆ **Axe en diagonale : corriger Tom puis construire** — L'axe (d) suit les diagonales des carreaux. Tom veut construire l'image du triangle KLN par la symétrie d'axe (d).

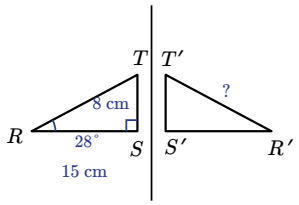


(a) Tom part de K, compte 2 carreaux vers la droite jusqu'à (d), puis encore 2 : il obtient le point T. Explique pourquoi T n'est pas le symétrique de K.

(b) Place correctement K′ en comptant en biais, perpendiculairement à (d).

(c) Construis L′ et N′, puis le triangle K′L′N′. Décris chaque construction.

Ex. 4 ★★☆ **Le logo du club de voile** — Pour le logo d'un club de voile de Lorient, Kenza dessine le triangle RST rectangle en S, avec RS = 15 cm, ST = 8 cm, RT = 17 cm et $\widehat{SRT} = 28°$. Le triangle R′S′T′ est son symétrique par rapport à l'axe (d).



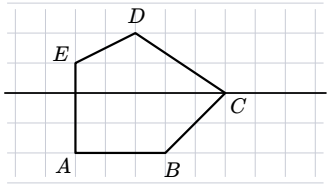
(a) Donne R′S′, S′T′ et R′T′. Cite la propriété utilisée.

(b) Calcule $\widehat{R'T'S'}$ en justifiant chaque étape.

(c) Calcule le périmètre et l'aire du triangle R′S′T′.

(d) Kenza peint la lettre F dans le triangle RST. Son frère dit qu'on lira aussi un F dans le triangle R′S′T′. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 5 ★★★ **Un panneau à cheval sur l'axe** — Pour la kermesse de son collège à Annecy, Maëlys dessine le panneau ABCDE. L'axe (d) est la ligne horizontale tracée. Elle veut construire le symétrique de son panneau par rapport à (d).



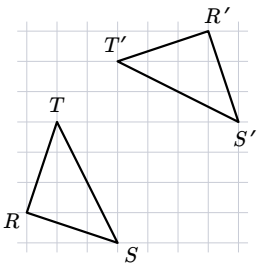
(a) Place les images A′, B′, D′ et E′ en comptant les carreaux jusqu'à (d). Pour chaque sommet, indique sa position par rapport à (d) et celle de son image.

(b) Maëlys affirme : « C n'a pas d'image, puisqu'il est sur l'axe. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Trace le pentagone A′B′C′D′E′. Combien de carreaux mesure AA′ ? Explique pourquoi (d) est la médiatrice de [AA′].

(d) Le côté [AE] coupe (d) en un point K. Quelle est l'image de K ? Justifie, puis indique la partie commune aux segments [AE] et [A′E′].

Ex. 6 ★★★ **Retrouver l'axe effacé d'une frise** — Pour une frise de papillons, Noah a dessiné le triangle RST et son symétrique R′S′T′ par rapport à un axe (d). Puis il a effacé l'axe.



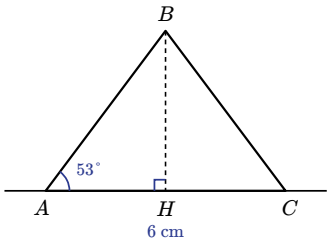
(a) Noah affirme : « L'axe est vertical, puisque l'image est à droite. » Utilise R et R′ pour montrer qu'il a tort.

(b) Trouve le milieu de [RR′], puis celui de [SS′], en comptant les carreaux. Trace l'axe (d) et justifie ta construction.

(c) Combien de carreaux traverses-tu en biais pour aller de S jusqu'à (d), perpendiculairement à (d) ? Combien de S à S′ ?

(d) Lu dans l'ordre R → S → T, le triangle tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Dans quel sens tourne R′ → S′ → T′ ? Que montre ce résultat ?

Ex. 7 ★★★ **Le vitrail d'Ilyès** — Pour un vitrail de Chartres, Ilyès trace sur papier blanc le triangle ABC, avec AB = BC = 5 cm, AC = 6 cm, $\widehat{BAC} = 53°$ et la hauteur [BH] qui mesure 4 cm. Il construit B′, le symétrique de B par rapport à la droite (AC).



(a) Décris en étapes la construction de B′, à l'équerre et à la règle graduée. Quelles sont les images de A et de C ? Pourquoi ?

(b) Calcule AB′, CB′ et la mesure de $\widehat{B'AC}$. Cite la propriété. Déduis-en la mesure de $\widehat{BAB'}$.

(c) Quelle est la nature du quadrilatère ABCB′ ? Justifie, puis calcule son périmètre.

(d) Calcule l'aire du triangle ABC, puis celle du quadrilatère ABCB′. Cite la propriété utilisée.

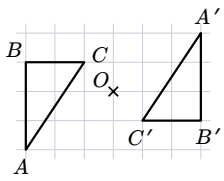
(e) Léo dit : « ABCB′ a 4 axes de symétrie, comme un carré. » Jade dit : « Un parallélogramme quelconque en a 2 : ses diagonales. » Corrige-les.

2. *Symétrie axiale ou centrale ? Le demi-tour*

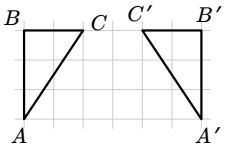
À retenir : Symétrie axiale = pliage : l'image est retournée (miroir). Symétrie centrale = demi-tour (180°, pas un quart de tour) autour de O : tête en bas, sans miroir ; O milieu de [MM′] ($OM = 3$ cm donne $MM' = 6$ cm).

Ex. 8 ★★★ **Pliage ou demi-tour ?** — Sur chaque dessin, le fanion F = ABC (hampe [AB], angle droit en B) a été transformé en F′ = A′B′C′. Observe où se trouve l'angle droit et de quel côté regarde la pointe.

(a) F′ est-il l'image de F par une symétrie axiale ou par la symétrie centrale de centre O ? Justifie.

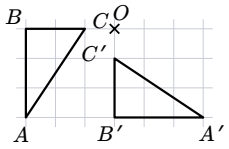


(b) F′ est l'image de F par une symétrie. Est-ce un pliage ou un demi-tour ? Indique, en carreaux, où se trouve l'axe ou le centre.

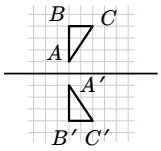


Ex. 8 **(suite)**

(c) Jade affirme : « F′ est l'image de F par le demi-tour autour de O. » A-t-elle raison ? Justifie avec le point A.



(d) Mathis dit : « F′ a la tête en bas, donc c'est un demi-tour. » A-t-il raison ? Justifie avec la droite (d) tracée.



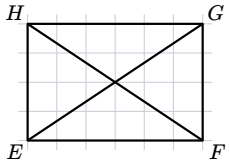
Ex. 9 ★☆☆ **Lettres, mot et rectangle : axe ou centre ?** — Les lettres sont écrites en capitales bâton. Pour chaque cas, pense au demi-tour (centre) et au pliage (axe).

(a) La lettre Z a-t-elle un centre de symétrie ? A-t-elle un axe de symétrie ? Justifie chaque réponse.

(b) Chloé affirme : « La lettre M a un axe de symétrie, donc elle a aussi un centre de symétrie. » A-t-elle raison ? Justifie.

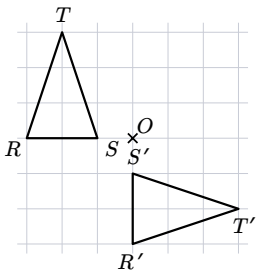
(c) Parmi les lettres H, N, A, X, S et O, cite celles qui ont à la fois un axe et un centre de symétrie.

(d) Le rectangle EFGH a-t-il un centre de symétrie ? Combien a-t-il d'axes ? Ses diagonales en font-elles partie ?



(e) Sur un panneau, le mot SOS est écrit en capitales bâton. Le panneau fait un demi-tour. Que lit-on alors ? Justifie.

Ex. 10 ★★☆ **Le dessin de Noé** — Noé devait construire l'image du triangle RST par la symétrie centrale de centre O. Voici son dessin : le triangle R′S′T′.

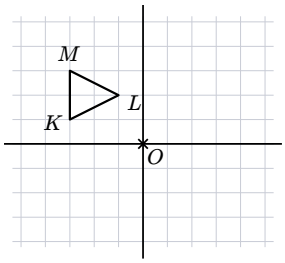


(a) En comptant les carreaux, dis si O est le milieu de [RR′]. Le dessin de Noé est-il juste ?

(b) En réalité, Noé a fait une symétrie axiale. Décris l'axe de ce pliage sur le quadrillage.

(c) Pour chacun des points R, S et T, donne la bonne position de son image par rapport à O, en carreaux, puis construis le bon triangle.

Ex. 11 ★★☆ **Deux pliages pour un demi-tour ?** — Sur le papillon d'Iris, la droite (d) est verticale et la droite (d′) est horizontale ; elles se coupent en O. Iris construit F1 = K1L1M1, image du triangle KLM par la symétrie d'axe (d). Elle construit ensuite F2 = K2L2M2, image de F1 par la symétrie d'axe (d′).



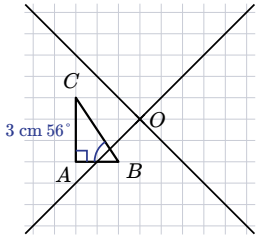
(a) Construis F1. Pour chacun des points K1, L1 et M1, donne sa position en carreaux par rapport à (d) et à (d′).

(b) Construis F2. Pour chacun des points K2, L2 et M2, donne sa position en carreaux par rapport à (d) et à (d′).

(c) Vérifie, en comptant les carreaux, que O est le milieu de [KK2] et de [LL2]. Que peux-tu en déduire pour F2 ?

(d) Iris écrit : « La symétrie centrale, c'est une symétrie d'axe vertical puis une d'axe horizontal. » Pourquoi n'est-ce pas la bonne définition ?

Ex. 12 ★★★ **Le carrelage aux deux diagonales** — Sur le carrelage de Hugo, à Rennes, les droites (d1) et (d2) sont les diagonales du grand carré. (d1) monte vers la droite, (d2) descend vers la droite, et elles se coupent en O. Le motif F est le triangle ABC rectangle en A, avec $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm et $\widehat{ABC} = 56°$.



(a) Construis F1 = $A_1B_1C_1$, l'image de F par la symétrie axiale d'axe (d1). Pour chaque sommet, dis de combien de carreaux il se déplace.

(b) Construis F2 = $A_2B_2C_2$, l'image de F1 par la symétrie axiale d'axe (d2). Donne la position de A_2, B_2 et C_2 en carreaux par rapport à O.

(c) Mia affirme : « On passe directement de F à F2 par un quart de tour autour de O. » Compare les positions de A et de A_2 par rapport à O, puis dis si Mia a raison.

(d) Calcule A_2B_2, $\widehat{A_2C_2B_2}$ et l'aire de F2. Cite les propriétés utilisées.

Ex. 13 ★★★ **Enseigne lumineuse : axe, centre ou les deux ?** — Inès fabrique les lettres lumineuses d'une enseigne à Bordeaux. Les lettres sont en capitales bâton et le O est un ovale. Pour chaque cas, pense au pliage (axe de symétrie) et au demi-tour (centre de symétrie).

(a) Par erreur, Inès accroche la lettre H après lui avoir fait faire un quart de tour. Que voit-on ? Et si elle l'avait accrochée après un demi-tour ? Justifie.

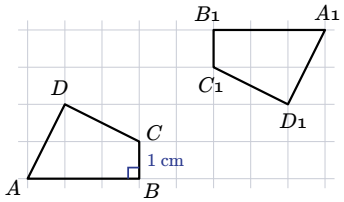
(b) Le mot NON a-t-il un centre de symétrie ? Si oui, où est-il ? A-t-il un axe de symétrie ? Justifie.

(c) Le mot OXO est peint au milieu d'un panneau rectangulaire de 60 cm sur 20 cm. Donne les axes de symétrie et le centre de symétrie de l'ensemble (panneau et mot). Justifie.

(d) Inès fixe une vis à 5 cm du bord gauche et à 4 cm du bord du bas de ce panneau. Où place-t-elle une seconde vis pour que l'ensemble garde son centre de symétrie ? Justifie par un calcul.

(e) Tom dit : « Le panneau triangulaire "Cédez le passage" est un triangle équilatéral. Il a trois axes de symétrie, donc il a un centre de symétrie. » A-t-il raison ? Justifie.

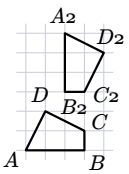
Ex. 14 ★★★ **Retrouver le centre du logo** — Le logo du club de kayak d'Annecy est le drapeau F = ABCD, rectangle en B, avec $AB = 3$ cm et $BC = 1$ cm. Léna a dessiné F1 = $A_1B_1C_1D_1$. Aucun centre n'a été marqué.



(a) En comptant les carreaux, trouve le milieu de $[AA_1]$, puis celui de $[CC_1]$. Que constates-tu ? Appelle O ce point.

(b) Vérifie avec B et D. Explique ensuite pourquoi F1 est l'image de F par la symétrie centrale de centre O, et pas par une symétrie axiale.

(c) Léo a dessiné F2 = $A_2B_2C_2D_2$. Il affirme : « F2 est aussi l'image de F par la symétrie centrale de centre O, car $OA_2 = OA$. » A-t-il raison ? Justifie.

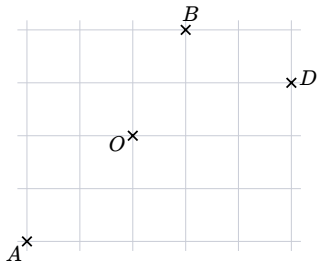


(d) Sans mesurer, donne A_1B_1, B_1C_1 et $\widehat{A_1B_1C_1}$. Cite la propriété utilisée.

3. *Symétrique d'un point par rapport à un point*

À retenir : M′ symétrique de M par rapport à O : O est le milieu de [MM′], donc $OM' = OM$ et $MM' = 2 \times OM$ ($OM = 3$ cm donne $MM' = 6$ cm). Je reporte OM au compas après O. Sur quadrillage, je refais le trajet de M à O. O est sa propre image.

Ex. 15 ★★★ **Automatismes : placer des symétriques en comptant les carreaux** — Sur le quadrillage, on considère la symétrie de centre O.



(a) Compte le trajet de A à O, puis place A′, symétrique de A par rapport à O.

(b) Place B′, symétrique de B par rapport à O, en décrivant le trajet en carreaux.

(c) D est 3 carreaux à droite et 1 carreau en haut de O. Lucas place D′ 3 carreaux à droite et 1 carreau en bas de O. A-t-il raison ? Justifie, puis place D′.

(d) Quel est le symétrique du point O par rapport à O ? Justifie.

Ex. 16 ★★★ **Automatismes : O est le milieu** — Justifie chaque réponse par une propriété de la symétrie centrale.

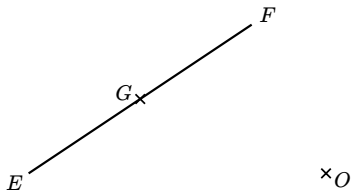
(a) K′ est le symétrique de K par rapport à O et $OK = 3{,}7$ cm. Calcule OK′, puis KK′.

(b) R′ est le symétrique de R par rapport à O et $RR' = 5{,}2$ cm. Nadia écrit « $OR' = 5{,}2$ cm ». A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Sur le quadrillage, T′ est le symétrique de T par rapport à un point C inconnu. Place C et explique comment tu l'as trouvé.



Ex. 17 ★★☆ **Image d'un segment sur papier blanc** — Sur papier blanc, on a tracé un segment [EF] avec $EF = 3{,}6$ cm, son milieu G et un point O. On considère la symétrie de centre O.



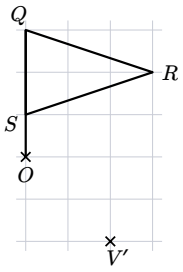
(a) Décris en étapes la construction de E′ à la règle et au compas, puis construis E′ et F′.

(b) Construis l'image de [EF]. Où se trouve G′, l'image de G ? Justifie.

(c) Pour construire F′, Inès a d'abord tracé la perpendiculaire à (OF) passant par F. Explique son erreur.

(d) Sans mesurer, donne E′F′ puis F′G′. Justifie.

Ex. 18 ★★☆ **Le drapeau du camp** — Pour un jeu de piste, Maëlle dessine sur quadrillage un drapeau : le mât [OQ] et le triangle QRS. Elle veut faire un demi-tour autour du pied du mât O. Le point V′ est aussi tracé.



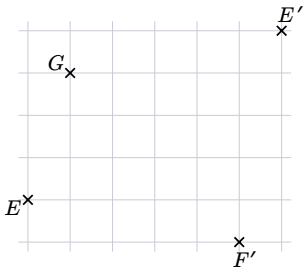
(a) Décris le trajet de R à O en carreaux, puis place R′, symétrique de R par rapport à O.

(b) Construis l'image du drapeau : le mât [OQ] et le triangle QRS.

(c) V′ est l'image d'un point V par cette symétrie de centre O. Place V et explique.

(d) Maëlle aurait pu plier la feuille le long du mât. Le drapeau image serait-il le même ? Justifie.

Ex. 19 ★★★ **Le motif de carrelage de Chloé** — Chloé dessine un motif de carrelage sur quadrillage. Elle a utilisé une symétrie centrale, mais elle a effacé son centre O. On sait que E′ est l'image de E et que F′ est l'image d'un point F effacé lui aussi.



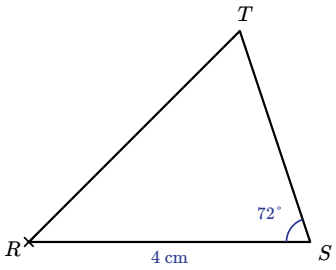
(a) Compte le trajet de E à E′ en carreaux, puis retrouve et place le centre O. Justifie avec le mot « milieu ».

(b) Place le point F dont F′ est l'image, et justifie.

(c) Place G′, l'image de G par cette symétrie, et justifie.

(d) H est le milieu de [EF]. Sans compter, dis où se trouve son image H′ et justifie, puis vérifie en plaçant H et H′.

Ex. 20 ★★★ **Le logo de Nathan** — Nathan dessine un logo sur papier blanc : le triangle RST avec $RS = 4$ cm, $ST = 3{,}2$ cm, $RT = 4{,}2$ cm, $\widehat{TRS} = 45°$ et $\widehat{RST} = 72°$. Il veut le compléter par son image dans la symétrie de centre R.



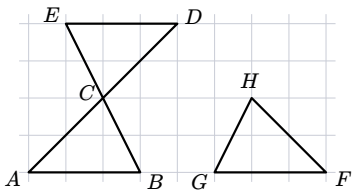
(a) Sans rien construire, donne l'image du point R. Justifie.

(b) Décris en étapes la construction de S′ et T′ à la règle et au compas (pas à l'œil), puis construis l'image du triangle.

(c) Calcule le périmètre de l'image du triangle RST et la mesure de $\widehat{RT'S'}$, en citant les propriétés utilisées.

(d) Nathan écrit : « Pour placer S′, je trace la perpendiculaire à (RS) en R, puis je place S′ dessus avec $SS' = 4$ cm. » Trouve ses deux erreurs et corrige-les.

Ex. 21 ★★★ **Le vitrail de Yanis** — Yanis dessine un vitrail sur quadrillage. L'un des triangles CDE et FGH est l'image du triangle ABC par une symétrie axiale, l'autre par une symétrie centrale. Le centre et l'axe ne sont pas dessinés. Chaque carreau mesure 1 cm.



(a) Quel triangle est obtenu par pliage et lequel par demi-tour ? Justifie en observant leur position.

(b) Retrouve le centre de la symétrie centrale. Justifie avec le mot « milieu » pour deux points et leurs images.

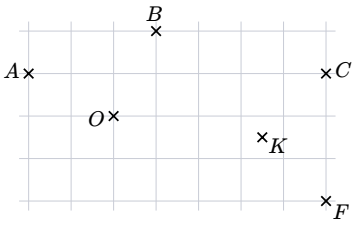
(c) Retrouve l'axe de la symétrie axiale et décris en carreaux où il passe.

(d) Calcule l'aire du triangle ABC, puis déduis l'aire des triangles CDE et FGH en citant la propriété.

4. *Symétrique d'une figure sur quadrillage*

À retenir : Sur quadrillage, je refais après O le même trajet que de M à O : si M est 3 carreaux à gauche et 1 en haut de O, M′ est 3 à droite et 1 en bas. Chaque sommet séparément, je relie dans le même ordre ; l'image est tête en bas, pas retournée.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : image d'un point sur quadrillage** — Sur le quadrillage, le centre O est sur un nœud et le centre K est au milieu d'un carreau.



(a) Construis A′, le symétrique de A par rapport à O.

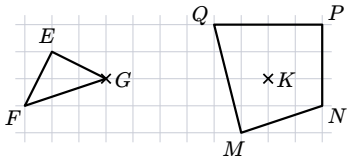
(b) Lucas place B′ 1 carreau à droite et 2 carreaux en dessous de O. A-t-il raison ? Justifie en décrivant le trajet de B jusqu'à O.

(c) Quel est le symétrique du point O par rapport à O ? Justifie.

(d) Construis C′, le symétrique de C par rapport à K.

(e) Le point F est le symétrique d'un point E par rapport à K. Place le point E.

Ex. 23 ★★☆ **Automatismes : centre sur un sommet ou dans la figure** — Le centre G est un sommet du triangle EFG. Le centre K est à l'intérieur du quadrilatère MNPQ.



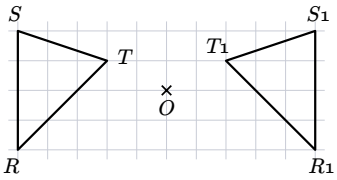
(a) Combien de points images dois-tu construire pour obtenir l'image du triangle EFG par la symétrie de centre G ? Justifie.

(b) Construis l'image du triangle EFG par la symétrie de centre G.

(c) Construis l'image M′N′P′Q′ du quadrilatère MNPQ par la symétrie de centre K.

(d) Quel côté de M′N′P′Q′ est le symétrique du côté [NP] ? Donne sa longueur en carreaux en citant la propriété.

Ex. 24 ★★☆ **La voile de Zoé : pliage ou demi-tour ?** — Pour l'affiche d'un club de voile, Zoé devait construire l'image de la voile RST, de mât [RS], par la symétrie de centre O. Elle a obtenu le triangle R1S1T1 ci-dessous.

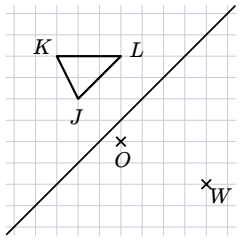


(a) Le point O est-il le milieu de [SS1] ? Justifie avec le quadrillage, puis dis quelle transformation Zoé a faite au lieu du demi-tour.

(b) Construis la bonne image R′S′T′ de la voile par la symétrie de centre O.

(c) Dans la bonne image, le sommet S′ du mât est-il en haut ou en bas ? Explique la différence avec la voile de Zoé.

Ex. 25 ★★☆ **Le logo de Ben : axe en diagonale puis demi-tour** — Ben dessine un logo sur un quadrillage de 8 carreaux sur 8. L'axe (d) suit la diagonale des carreaux. O et W sont deux centres possibles.



(a) Construis le triangle J1K1L1, symétrique du triangle JKL par rapport à l'axe (d).

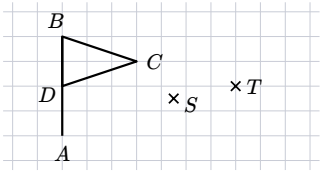
Ex. 25 **(suite)**

(b) Ben veut d'abord prendre W comme centre. Où serait l'image de K1 ? Explique pourquoi W ne convient pas.

(c) Construis le triangle J2K2L2, symétrique de J1K1L1 par rapport au centre O.

(d) Sans compter sur J2K2L2, donne la longueur de [K2L2] en carreaux en citant les propriétés utilisées.

Ex. 26 ★★★ **Le fanion de Lina : choisir le bon centre** — Pour la fête de son école à Rennes, Lina dessine un fanion sur un quadrillage de 12 carreaux sur 6 (1 carreau = 1 cm). Le mât est le segment [AB], de pied A, et le fanion est le triangle BCD. Elle hésite entre deux centres : T, sur un nœud, et S, au milieu d'un carreau.



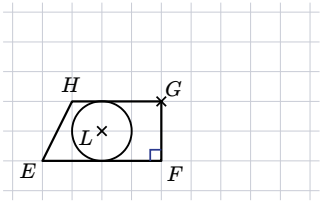
(a) Explique, sans tout construire, pourquoi l'image du fanion par la symétrie de centre T ne tient pas dans le quadrillage.

(b) Construis l'image A′B′C′D′ du mât et du fanion par la symétrie de centre S.

(c) Sur le dessin de Lina, le pied du mât est en bas et le fanion pointe vers la droite. Décris le fanion image, puis justifie.

(d) Calcule la longueur du mât image A′B′ et l'aire du fanion image B′C′D′. Cite la propriété utilisée.

Ex. 27 ★★★ **La carte à jouer de Maël : un centre sur un sommet** — Maël décore une carte à jouer sur un quadrillage de 10 carreaux sur 6 (1 carreau = 1 cm). Il dessine le quadrilatère EFGH, d'angle $\widehat{EFG}$ droit, et un jeton : le cercle de centre L et de rayon 1 cm. Il veut l'image de son dessin par la symétrie de centre G, qui est un sommet.



(a) Construis le quadrilatère E′F′G′H′, image de EFGH par la symétrie de centre G.

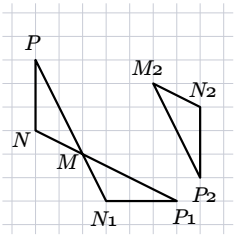
(b) Romain relie les points images dans l'ordre E′, F′, H′, G′. Explique pourquoi sa figure n'est pas l'image de EFGH.

(c) Construis l'image du jeton par la symétrie de centre G. Précise son centre et son rayon.

Ex. 27 **(suite)**

(d) Donne la mesure de $\widehat{E'F'G'}$, puis calcule l'aire de E′F′G′H′. Cite la propriété utilisée.

Ex. 28 ★★★ **Le vitrail de Clara : retrouver le centre et l'axe** — Sur la maquette d'un vitrail, Clara a dessiné le triangle MNP, puis ses images MN1P1 et M2N2P2 : l'une par une symétrie axiale, l'autre par une symétrie centrale. Elle a effacé l'axe et le centre.



(a) Elsa affirme : « MN1P1 est l'image de MNP par la symétrie centrale, puisqu'il a la même forme. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Retrouve le centre W de la symétrie centrale. Justifie avec deux segments.

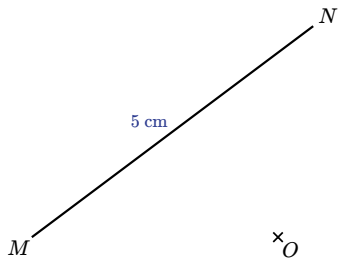
(c) Retrouve l'axe (d) de la symétrie axiale. Justifie.

(d) Construis M3N3P3, image de MN1P1 par la symétrie de centre W. Montre que c'est aussi l'image de MNP par une symétrie axiale et décris son axe.

5. *Symétrique d'une figure sur papier blanc*

À retenir : Symétrique de M par rapport à O : je trace [MO) et je reporte OM au compas après O ($OM = 4$ cm donne $MM' = 8$ cm). L'image d'un segment a la même longueur, celle d'une droite est une droite parallèle, celle d'un cercle a le même rayon et pour centre K′.

Ex. 29 ★☆☆ **Un point et un segment au compas** — Sur papier blanc, on donne le point O et le segment [MN], avec $OM = 3{,}5$ cm et $MN = 5$ cm. Construis les images par la symétrie de centre O.



(a) Décris en deux étapes la construction au compas du symétrique M′ de M par rapport à O, puis construis M′.

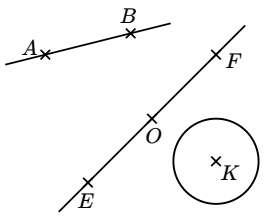
(b) Construis N′, le symétrique de N par rapport à O, en laissant les traits de construction visibles.

Ex. 29 **(suite)**

(c) Inès veut construire le symétrique de chaque point de [MN]. Combien de points faut-il vraiment construire ? Trace [M′N′] et donne sa longueur. Justifie.

(d) Calcule la longueur MM'.

Ex. 30 ★☆☆ **Image d'une droite et d'un cercle** — Sur papier blanc, on donne le point O, la droite (d) qui passe par A et B, la droite (EF) qui passe par O, et le cercle $(\mathcal{C})$ de centre K et de rayon 2 cm.



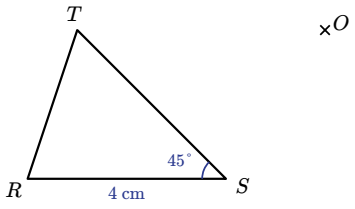
(a) Construis l'image (d′) de la droite (d) par la symétrie de centre O. Combien de points as-tu besoin de construire ?

(b) Que peux-tu dire des droites (d) et (d′) ? Cite la propriété.

(c) Quelle est l'image de la droite (EF) par la symétrie de centre O ? Justifie.

(d) Zoé construit les symétriques de cinq points de $(\mathcal{C})$ pris au hasard. Propose une méthode plus sûre, puis construis l'image $(\mathcal{C}')$ et donne son rayon.

Ex. 31 ★★☆ **Programme de construction d'un triangle image** — Sur papier blanc, le triangle RST est tel que $RS = 4$ cm, $ST = 4{,}2$ cm, $TR = 3{,}2$ cm, $\widehat{SRT} = 72°$ et $\widehat{RST} = 45°$. Le point O est en dehors du triangle.

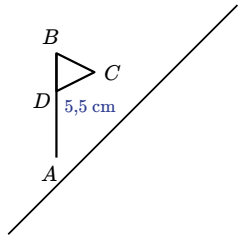


(a) Écris un programme de construction en trois étapes du symétrique R′S′T′ de RST par rapport à O, puis construis-le.

(b) Calcule le périmètre du triangle R′S′T′. Cite la propriété utilisée.

(c) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{R'T'S'}$. Justifie chaque étape.

Ex. 32 ★★☆ **Le drapeau de la régate de Lorient : retour à la symétrie axiale** — Sur papier blanc, Malo doit construire le symétrique du drapeau par rapport à l'axe (d). Le mât [AB] mesure 5,5 cm, et la voile est le triangle BCD.



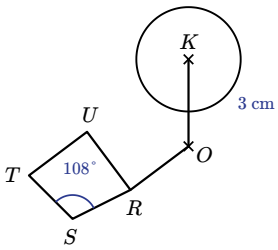
(a) Décris en étapes la construction de B′, le symétrique de B par rapport à (d), à l'équerre et au compas, puis construis B′.

(b) Construis A′, C′ et D′, puis trace l'image du drapeau.

(c) Quelle est la longueur du mât image [A′B′] ? Justifie.

(d) Pour B′, Malo trace la demi-droite [BL), où L est un point de (d), puis il reporte LB après L. Explique son erreur.

Ex. 33 ★★★ **Le vitrail de Lina : quatre erreurs à corriger** — Pour un vitrail, Lina construit sur papier blanc l'image du quadrilatère RSTU et du cercle $(\mathcal{C})$ de centre K et de rayon 1,8 cm par la symétrie de centre O. On sait que $OR = 2{,}5$ cm, $OK = 3$ cm et $\widehat{RST} = 108°$.



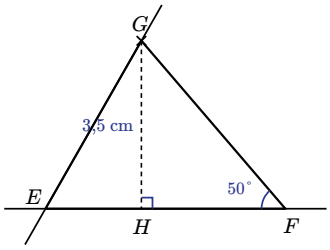
(a) Lina écrit : « O est à 2,5 cm de R, donc je place R′ sur [RO) avec $OR' = 2 \times 2{,}5 = 5$ cm. » A-t-elle raison ? Justifie, puis donne OR′ et RR′.

(b) Lina construit K′, puis trace le cercle de centre K′ qui passe par O. Ce cercle est-il l'image de $(\mathcal{C})$? Justifie et donne la bonne construction.

(c) Lina relie ensuite R′ à T′, T′ à S′, S′ à U′ et U′ à R′. Pourquoi n'obtient-elle pas l'image de RSTU ? Construis la bonne image en laissant tes traits.

(d) Lina pense que $\widehat{R'S'T'}$ ne mesure plus 108°, parce que la figure image a « la tête en bas ». A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 34 ★★★ **Le carreau de faïence de Noé : centre sur un sommet** — Pour un carreau de faïence, Noé trace le triangle EFG avec $EF = 5$ cm, la hauteur [GH] de 3,5 cm, $\widehat{GEF} = 60°$ et $\widehat{EFG} = 50°$, puis les droites (EF) et (EG). Il construit l'image du motif par la symétrie de centre G.



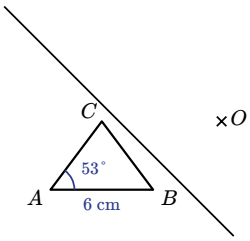
(a) Quelle est l'image du point G ? Construis E′ et F′ en laissant tes traits de construction.

(b) Noé dit : « L'image de la droite (EG) est une autre droite, parallèle à (EG). » A-t-il raison ? Justifie, puis donne la position de (E′F′) par rapport à (EF).

(c) Calcule $\widehat{EGF}$, puis $\widehat{E'GF'}$, en citant la propriété utilisée.

(d) Calcule l'aire du triangle EFG, puis l'aire du motif formé par EFG et son image E′F′G.

Ex. 35 ★★★ **Le logo du club d'échecs : deux symétries à la suite** — Sur papier blanc, Yanis dessine le triangle ABC du logo de son club d'échecs, avec $AB = 6$ cm et $\widehat{BAC} = 53°$, ainsi que l'axe (d) et le point O. Il construit A1B1C1, symétrique de ABC par rapport à l'axe (d), puis A2B2C2, symétrique de A1B1C1 par rapport au point O.



(a) Construis A1B1C1 à l'équerre et au compas, en laissant tes traits. Quelle droite est la médiatrice de [AA1] ?

(b) Pour placer A2, Yanis a tracé la demi-droite [AO) et reporté la longueur OA. Explique son erreur, puis construis correctement A2B2C2.

(c) Calcule A2B2 et $\widehat{B_2A_2C_2}$ en citant la propriété utilisée à chaque étape.

(d) La hauteur issue de C dans le triangle ABC mesure 4 cm. Calcule l'aire de ABC, puis celle de A2B2C2, en justifiant.

6. *Centre de symétrie d'une figure*

À retenir : O est centre de symétrie d'une figure si un demi-tour autour de O la laisse inchangée : cercle → son centre ; parallélogramme, rectangle, losange → croisement des diagonales. Aucun triangle n'en a. Axe ≠ centre : X a les deux, V un axe seulement.

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes · Lettres et chiffres** — Les lettres et les chiffres sont écrits en capitales bâton. Pour chercher un axe, imagine un pliage ; pour chercher un centre, fais tourner la feuille d'un demi-tour dans ta tête.

(a) Parmi les lettres N, S, H, T et A, lesquelles ont un centre de symétrie ? Combien en trouves-tu ?

(b) Le chiffre 3 a un axe de symétrie horizontal. A-t-il aussi un centre de symétrie ? Justifie.

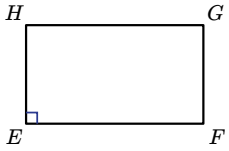
(c) Léa affirme : « Le E a un axe de symétrie, donc il a aussi un centre de symétrie. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) La lettre Z a-t-elle un axe de symétrie ? Un centre de symétrie ? Justifie.

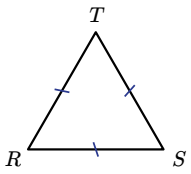
(e) Le nombre 808 a-t-il un centre de symétrie ? Justifie, puis indique où se trouve ce centre s'il existe.

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes · Centre des figures usuelles** — Pour chaque figure, dis si elle a un centre de symétrie. Si oui, dis où il se trouve.

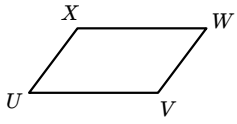
(a) EFGH est un rectangle.



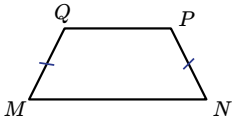
(b) Le triangle RST est équilatéral et a trois axes de symétrie. A-t-il un centre de symétrie ? Justifie.



(c) UVWX est un parallélogramme (ses côtés opposés sont parallèles). A-t-il un axe de symétrie ? Un centre de symétrie ?

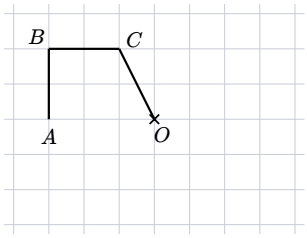


(d) MNPQ est un trapèze isocèle : il a un axe de symétrie. A-t-il un centre de symétrie ? Justifie.



(e) Un cercle a pour centre K et pour rayon 3,5 cm. A-t-il un centre de symétrie ? Si oui, lequel ?

Ex. 38 ★★☆ **Compléter un logo** — Malik dessine la moitié d'un logo pour son club de roller : la ligne brisée A-B-C-O. Il veut compléter le dessin pour que le logo ait le point O pour centre de symétrie.

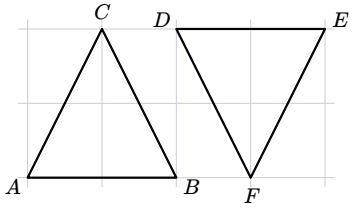


(a) Place A′, B′ et C′, les symétriques de A, B et C par rapport à O. Décris la position de chacun en carreaux.

(b) Trace [A′B′], [B′C′] et [C′O]. Quel est le symétrique de O ? Explique pourquoi le logo complet a O pour centre de symétrie.

(c) Son frère propose : « Il suffit de plier la feuille le long de la verticale qui passe par O. » Où arriverait alors B ? Ce pliage convient-il ? Justifie.

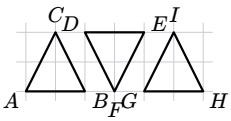
Ex. 39 ★★☆ **L'atelier de vitrail** — Dans un atelier de vitrail à Reims, Inès dessine des rosaces (pétales identiques répartis régulièrement autour du centre) et des frises. Voici le début d'une frise faite de deux triangles.



(a) Une rosace a 6 pétales et une autre en a 5. Laquelle a un centre de symétrie ? Justifie.

(b) Tom dit : « Un triangle n'a jamais de centre de symétrie, donc cette frise non plus. » A-t-il raison ? Si non, place le centre K de la frise.

(c) Inès ajoute un triangle GHI, pointe en haut. La nouvelle frise a-t-elle un centre de symétrie ? Justifie.



Ex. 40 ★★★ **Les numéros de chambre** — À l'hôtel du Lac, à Annecy, Yanis visse sur les portes des numéros de chambre écrits en chiffres bâton, et des lettres en capitales bâton pour les couloirs. Un numéro ou une lettre a un centre de symétrie si, une fois retourné tête en bas par un demi-tour, il se lit exactement pareil.

(a) Les couloirs s'appellent H, K, N et Y. Lesquelles de ces lettres ont un centre de symétrie ? Justifie pour K et pour N.

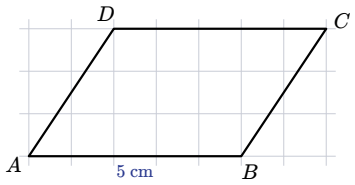
(b) Léna dit : « Ni le 6 ni le 9 n'ont de centre de symétrie, donc le numéro 69 n'en a pas non plus. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 40 (suite)

(c) Les numéros 6009 et 8338 ont-ils un centre de symétrie ? Si oui, dis où il se trouve.

(d) Avec les chiffres 0, 6, 8 et 9, écris le plus grand numéro à trois chiffres qui a un centre de symétrie. Explique ton choix.

Ex. 41 ★★★ **Le carreau de la salle de bains** — À Nantes, Nora pose dans sa salle de bains des carreaux en forme de parallélogramme ABCD (quadrillage de 1 cm, $AB = 5$ cm).



(a) Trace les diagonales [AC] et [BD], qui se coupent en O. Compte les carreaux pour vérifier que O est le milieu de [AC] et de [BD].

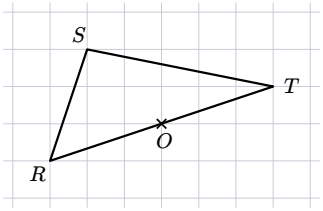
(b) Donne le symétrique de A, B, C et D par rapport à O, puis explique pourquoi O est le centre de symétrie du carreau.

(c) Nora plie le carreau le long de la droite verticale qui passe par O. Elle affirme : « C'est un axe de symétrie. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Calcule l'aire du carreau ABCD. Puis, à l'aide de la symétrie de centre O, déduis l'aire du triangle ABC en citant la propriété utilisée.

(e) Ben trace le cercle de centre O qui passe par A. Il dit que la figure « carreau + cercle » a encore O pour centre de symétrie. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Le fanion du club de voile** — À Brest, Elsa dessine un fanion pour son club de voile. Elle part du triangle RST et veut compléter le dessin pour que la figure ait le point O pour centre de symétrie (quadrillage de 1 cm).



(a) Elsa dit : « Pour compléter, il me faut trois nouveaux points : R′, S′ et T′. » Compte les carreaux depuis O pour trouver R′ et T′, puis corrige Elsa.

(b) Place S′, le symétrique de S par rapport à O. Explique ta construction avec les carreaux.

(c) Trace le quadrilatère RSTS′. Explique pourquoi il a O pour centre de symétrie.

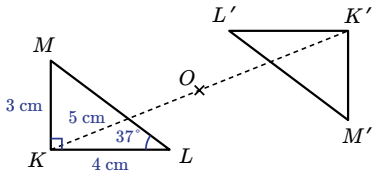
Ex. 42 **(suite)**

(d) Si Elsa avait pris le sommet T comme centre de symétrie, combien de nouveaux points aurait-elle dû placer ? Justifie.

7. *Propriétés conservées et calculs*

À retenir : La symétrie centrale conserve longueurs, angles, aires, alignement et milieux : j'écris « Or, la symétrie centrale conserve… ». Si $\widehat{ABC} = 48°$, alors $\widehat{A'B'C'} = 48°$ (et pas 132°). Une droite et son image sont parallèles.

Ex. 43 ★☆☆ **Lire les mesures de l'image** — Le triangle K′L′M′ est le symétrique du triangle KLM par rapport au point O. On donne KL = 4 cm, LM = 5 cm, KM = 3 cm, $\widehat{KLM} = 37°$, et l'angle en K est droit. Réponds sans mesurer et cite la propriété utilisée.



(a) Donne la longueur M′K′.

(b) Donne la longueur L′M′.

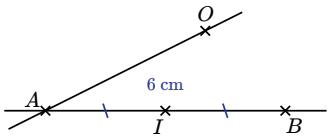
(c) Donne la mesure de l'angle $\widehat{K'L'M'}$.

(d) Quelle est la nature de l'angle $\widehat{L'K'M'}$?

(e) Calcule le périmètre du triangle K′L′M′.

(f) Calcule l'aire du triangle K′L′M′.

Ex. 44 ★☆☆ **Vrai ou faux : droites, milieu, alignement** — I est le milieu de [AB] et AB = 6 cm. A′, B′ et I′ sont les symétriques de A, B et I par rapport au point O. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie.



(a) « L'image de la droite (AB) est une droite perpendiculaire à (AB). »

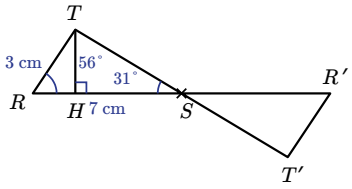
(b) « L'image de la droite (OA) est la droite (OA) elle-même. »

(c) « I′ est le milieu de [A′B′]. »

(d) « Le point O n'a pas de symétrique, car c'est le centre. »

(e) « A′I′ = 3 cm. »

Ex. 45 ★★☆ **Deux triangles autour d'un sommet** — Le triangle R′ST′ est le symétrique du triangle RST par rapport à son sommet S. H est le pied de la hauteur issue de T. On donne RS = 7 cm, TH = 3 cm, $\widehat{SRT} = 56°$ et $\widehat{RST} = 31°$. Ne mesure pas sur la figure.



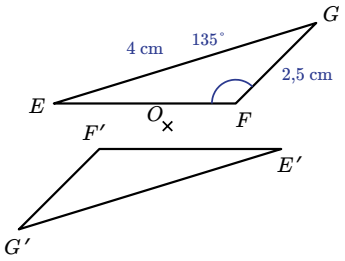
(a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{R'T'S}$.

(b) Calcule l'aire du triangle R′ST′.

(c) Les deux triangles ne se recouvrent pas. Calcule l'aire de la figure formée par les deux triangles.

(d) Les points R, S et R′ sont alignés. Calcule la longueur RR′.

Ex. 46 ★★☆ **Les erreurs de Tom** — Le triangle E′F′G′ est le symétrique du triangle EFG par rapport au point O. On donne EF = 4 cm, FG = 2,5 cm et $\widehat{EFG} = 135°$. Voici trois réponses de Tom. Pour chacune, explique son erreur, puis corrige-la.

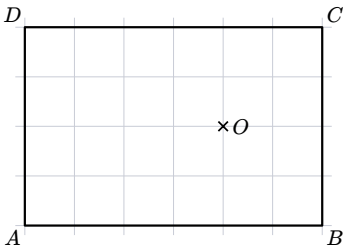


(a) Tom écrit : « F′G′ = EF = 4 cm. »

(b) Tom écrit : « La figure a la tête en bas, donc $\widehat{E'F'G'} = 180° - 135° = 45°$. »

(c) Tom écrit : « La droite (E′F′) est la droite (EF) elle-même. »

Ex. 47 ★★★ **Le vitrail de Lina** — Lina dessine un vitrail sur un quadrillage de 1 cm. Elle part du rectangle ABCD (AB = 6 cm, AD = 4 cm). Elle ajoute ensuite son symétrique A′B′C′D′ par rapport au point O. La partie commune aux deux rectangles sera en verre rouge.



(a) Construis A′, B′, C′ et D′ sur le quadrillage, puis explique en carreaux comment tu as placé A′.

Ex. 47 **(suite)**

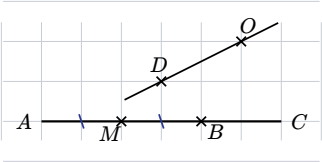
(b) Sans mesurer, justifie que A′B′C′D′ est un rectangle, puis donne sa longueur et sa largeur.

(c) Quelle est la forme de la partie rouge ? Calcule son aire.

(d) Mila dit : « Le vitrail entier a une aire de $24 + 24 = 48$ cm². » Corrige son erreur, puis calcule l'aire du vitrail entier.

(e) Calcule le périmètre du contour du vitrail entier.

Ex. 48 ★★★ **Les piquets du jardin d'Ayoub** — Ayoub plante quatre piquets alignés A, M, B et C. Le jardin est dessiné sur un quadrillage de 1 cm. M est le milieu de [AB] et AC = 6 cm. La droite (d) passe par les points D et O. Les symétriques sont pris par rapport au point O.



(a) Construis A′, M′, B′ et C′, les symétriques de A, M, B et C par rapport à O. Explique en carreaux comment tu places C′.

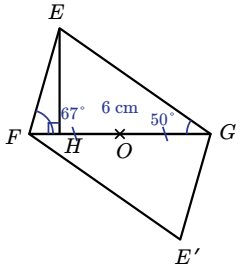
(b) Sans mesurer, justifie que M′ est le milieu de [A′B′], puis donne la longueur A′C′.

(c) Ayoub lit les points images de gauche à droite : C′, B′, M′, A′. Il dit : « L'ordre des points n'est pas conservé. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Quelle est la position de la droite (A′C′) par rapport à la droite (AC) ? Justifie.

(e) Construis D′, le symétrique de D par rapport à O, puis donne l'image de la droite (d). Justifie.

Ex. 49 ★★★ **La carte à jouer d'Inès** — Sur une carte à jouer, Inès dessine à main levée le triangle EFG. Elle ajoute son symétrique par rapport au point O, milieu de [FG]. Le symétrique de E est E′. On donne EF = 5,2 cm, FG = 6 cm, $\widehat{EFG} = 67°$ et $\widehat{FGE} = 50°$. H est le pied de la hauteur issue de E, et EH = 4,8 cm.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi le symétrique de F par rapport à O est le point G, et pourquoi celui de G est F.

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FE'G}$. Justifie.

(c) Inès écrit : « $\widehat{FGE'} = 180° - 67° = 113°$. » Corrige son erreur.

Ex. 49 **(suite)**

(d) Noé mesure le segment [GE′] sur le dessin et trouve 4 cm. Pourquoi ne faut-il pas mesurer ? Donne GE′ en justifiant.

(e) Calcule l'aire du quadrilatère EFE′G formé par les deux triangles.