42 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Suites arithmétiques : récurrence, reconnaître, terme de rang n

À retenir : (u_n) est arithmétique si $u_{n+1} - u_n$, calculé avec la lettre n, est constant : c'est la raison r. Deux écarts différents prouvent qu'elle ne l'est pas. $u_n = u_0 + nr = u_1 + (n-1)r$; si on connaît u_2 et u_9 : $r = \frac{u_9 - u_2}{7}$.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : calculer des termes** — Calcule sans calculatrice.

(a) $u_0 = 15$ et $u_{n+1} = u_n - 4$. Calcule u_1, u_2 puis u_3.

(b) $v_n = 3n + 7$. Exprime v_{n+1} en fonction de n et simplifie.

(c) $w_n = 5n - 2$. Calcule $w_4 + 1$, puis w_5.

(d) $t_0 = 40$ et $t_{n+1} = t_n + 2{,}5$. Calcule t_4.

(e) $a_n = n^2 - n$. Calcule a_0, a_1, a_2 et a_3.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : terme de rang n** — Dans chaque cas, (u_n) est une suite arithmétique de raison r.

(a) $u_0 = 12$ et $r = 6$. Calcule u_{15}.

(b) $u_1 = 8$ et $r = 3$. Calcule u_{20}.

(c) $u_0 = 50$ et $r = -4$. Exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_{12}.

(d) $u_3 = 17$ et $u_8 = 42$. Calcule la raison r, puis u_0.

(e) $u_5 = 20$ et $r = 1{,}5$. Calcule u_{13}.

Ex. 3 ★★☆ **Arithmétique ou pas ?**

(a) $u_n = 4n - 9$. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifie avec la lettre n, et donne la raison si c'est le cas.

(b) $v_n = n^2 + 3$. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifie.

(c) $w_n = \frac{6 - 5n}{2}$. Montre que (w_n) est arithmétique. Donne sa raison et son premier terme.

(d) $z_0 = 3$ et $z_{n+1} = z_n + n$. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **Trouve l'erreur** — Trois élèves ont fait des erreurs dans leur devoir.

(a) Inès étudie $u_n = n^3 - 3n^2 + 4n + 1$. Elle calcule u_0, u_1, u_2 et conclut que (u_n) est arithmétique. Calcule ces trois termes et les deux écarts.

(b) Calcule u_3. Inès a-t-elle raison ? Justifie.

(c) Hugo étudie $v_n = 7 - 3n$. Il écrit $v_{n+1} = 7 - 3n + 1$, donc $v_{n+1} - v_n = 1$. Corrige son calcul et conclus.

Ex. 4 (suite)

(d) Lucie sait que (t_n) est arithmétique, avec $t_1 = 20$ et $r = 6$. Elle écrit $t_n = 20 + 6n$, donc $t_{10} = 80$. Corrige son erreur.

Ex. 5 ★★☆ **Le livret de Malik** — Le 1er janvier 2026, Malik a 350 € sur son livret. Ensuite, chaque 1er janvier, il y ajoute 120 € (on ne compte pas les intérêts). On note u_n la somme le 1er janvier de l'année $2026 + n$. Au tableur, les rangs n sont en colonne A et les sommes en colonne B, avec u_0 en B2.

(a) Justifie que (u_n) est arithmétique. Donne u_0 et la raison.

(b) Quelle formule faut-il saisir en B3 avant de la recopier vers le bas ? Quel terme est affiché en B6, et pour quelle année ?

(c) Exprime u_n en fonction de n. Quelle somme Malik aura-t-il le 1er janvier 2035 ?

(d) Malik affirme qu'un 1er janvier, il aura exactement 2\,000 €. Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 6 ★★★ **L'étang en été** — Pendant l'été, un étang perd chaque semaine la même hauteur d'eau. On note h_n la hauteur d'eau (en cm) à la fin de la semaine n, pour $n \geqslant 1$. On a mesuré $h_3 = 175$ et $h_8 = 140$.

(a) Justifie que (h_n) est une suite arithmétique. Calcule sa raison r, puis donne son sens de variation.

(b) Calcule h_1, puis exprime h_n en fonction de n.

(c) Nora affirme : « À la fin d'une certaine semaine, la hauteur sera exactement de 150 cm. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) À la fin de quelle semaine la hauteur passe-t-elle pour la première fois sous 100 cm ? Justifie par un calcul.

Ex. 7 ★★★ **Vélos en libre-service : deux modèles** — Une ville lance des vélos en libre-service. Pour prévoir le nombre de vélos en service n mois après le lancement, Zoé propose le modèle $a_n = 15n + 120$. Samir propose le modèle $b_n = n^2 + 6n + 120$.

(a) Montre, par un calcul avec la lettre n, que (a_n) est arithmétique. Donne sa raison et a_0, puis interprète la raison.

(b) La suite (b_n) est-elle arithmétique ? Justifie.

(c) Au tableur, a_0 est en B2. Quelle formule saisis-tu en B3 pour la recopier vers le bas ? Quelle cellule affiche a_6, et quelle valeur ?

Ex. 7 **(suite)**

(d) Vérifie que les deux modèles prévoient le même nombre de vélos au mois 9. Lequel en prévoit le plus au mois 10 ?

2. *Croissance linéaire : sens de variation et représentation graphique*

À retenir : Sens de variation : seul le signe de r compte ($r > 0$ croissante, $r < 0$ décroissante, $r = 0$ constante), jamais u_0. Les points $(n\,;u_n)$ sont alignés sur la droite $y = rx + u_0$, sans les relier : $u_n = 4 - 2n$ donne $y = -2x + 4$, décroissante.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : le sens de variation en un coup d'œil** — Chaque suite est arithmétique. Donne sa raison, puis son sens de variation.

(a) $u_n = -12 + 3n$

(b) $v_n = 40 - 0{,}5n$

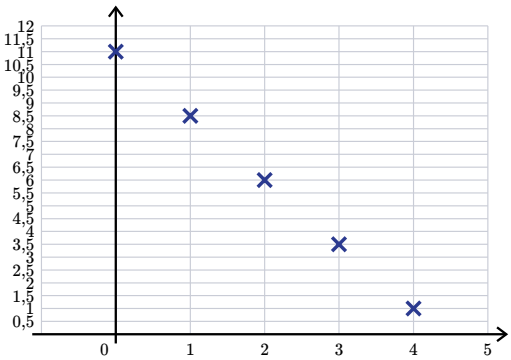
(c) $w_0 = -7$ et $w_{n+1} = w_n + 2$

(d) $a_0 = 100$ et $a_{n+1} = a_n - 4$

(e) $b_0 = 9$ et $b_{n+1} = b_n$

(f) $c_n = 5(n - 2)$

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : lire un nuage de points** — Les points ci-dessous représentent une suite arithmétique (u_n) pour n allant de 0 à 4.



(a) Lis u_0 sur le graphique.

(b) Lis de combien on descend d'un point au suivant, puis donne la raison r.

(c) Vérifie ta raison en calculant $\frac{u_4 - u_0}{4}$.

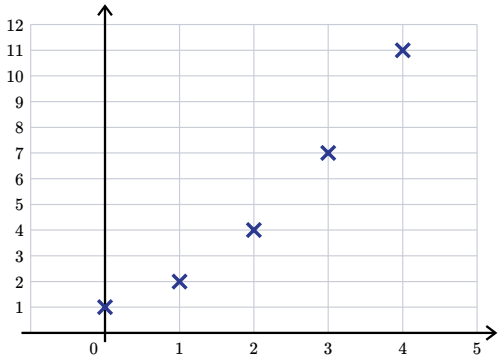
(d) Donne l'équation de la droite sur laquelle les points sont alignés.

(e) Donne le sens de variation de (u_n), puis calcule u_{10}.

Ex. 10 ★★☆ **Vrai ou faux sur les graphiques** — Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifie.

(a) « La suite définie par $u_0 = -50$ et $u_{n+1} = u_n + 0{,}2$ est croissante, même si elle part d'un nombre négatif. »

(b) « La suite représentée ci-dessous est arithmétique. »



(c) « Pour représenter $u_n = 2n + 1$, on place les points $(n\,;u_n)$ puis on les relie pour tracer la droite $y = 2x + 1$. »

(d) « Les points $(n\,;v_n)$, avec $v_n = 3 - 0{,}8n$, sont sur une droite de coefficient directeur 3. »

Ex. 11 ★★☆ **Intérêts simples relevés tous les deux ans** — Inès place un capital à intérêts simples. Elle note son capital C_n (en €) au bout de n années, mais seulement tous les deux ans.

n	0	2	4	6
C_n	2400	2544	2688	2832

(a) De combien le capital augmente-t-il chaque année ?

(b) Déduis-en le taux d'intérêt annuel t (en %).

(c) Exprime C_n en fonction de n, puis donne le sens de variation de (C_n).

(d) Calcule le capital d'Inès au bout de 15 ans.

Ex. 12 ★★☆ **Deux salles d'escalade** — Malik hésite entre deux salles d'escalade. Salle A : 30 € d'inscription, puis 8 € par séance. Salle B : 120 € d'inscription, puis 5 € par séance. On note a_n et b_n le prix payé (en €) pour n séances.

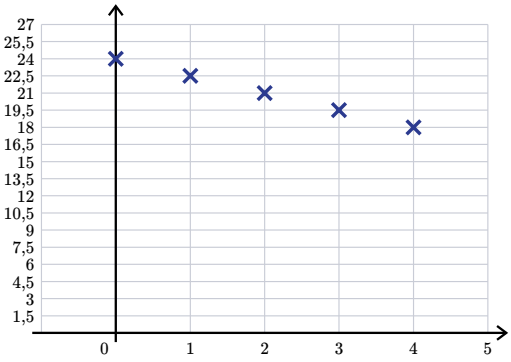
(a) Exprime a_n et b_n en fonction de n, puis montre que ces deux suites sont arithmétiques.

(b) Les points $(n\,;a_n)$ et $(n\,;b_n)$ sont alignés sur deux droites. Laquelle monte le plus vite ? Justifie.

(c) À partir de combien de séances la salle B devient-elle strictement moins chère ?

(d) Malik prévoit 2 séances par semaine pendant 20 semaines. Quelle salle doit-il choisir ?

Ex. 13 ★★★ **Sécheresse au lac de barrage** — Pendant une sécheresse, un technicien relève chaque semaine le niveau d'eau d'un lac de barrage. On note h_n ce niveau (en m) au bout de n semaines. Voici le nuage des points $(n\,;h_n)$:



(a) Explique pourquoi la suite (h_n) est arithmétique. Lis h_0, puis calcule la raison r avec h_0 et h_4.

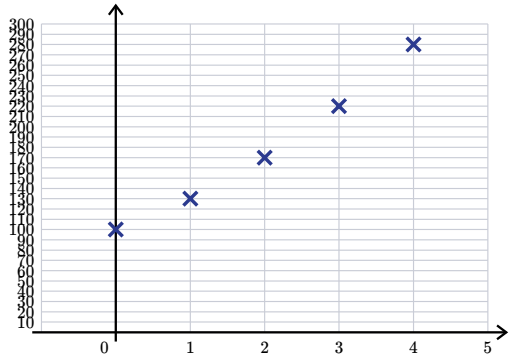
(b) Exprime h_n en fonction de n. Donne l'équation de la droite qui passe par les points. Explique pourquoi on ne relie pas les points.

(c) Le technicien affirme : « Le niveau baisse parce qu'au départ, il est très haut. » Corrige son raisonnement.

(d) Dès que le niveau passe sous 10 m, on n'a plus le droit de pomper l'eau pour l'irrigation. À partir de quelle semaine le pompage sera-t-il interdit si la baisse continue au même rythme ?

(e) Dans un autre lac, le niveau k_n (en m) vaut 15 m chaque semaine. Donne la nature et le sens de variation de (k_n), puis décris son nuage de points.

Ex. 14 ★★★ **Deux associations qui reboisent** — Deux associations plantent des arbres. On note a_n et b_n le nombre total d'arbres plantés par chacune au bout de n années. Pour l'association A, $a_n = f(n)$ avec $f(x) = 35x + 120$. Pour l'association B, voici le nuage des points $(n\,;b_n)$:



(a) Léo dit : « B plante de plus en plus d'arbres, donc (b_n) est arithmétique. » A-t-il raison ? Justifie avec des calculs.

(b) Montre que la suite (a_n) est arithmétique. Donne sa raison et son premier terme.

(c) Quel lien y a-t-il entre la raison de (a_n) et la fonction f ? Où se trouvent les points $(n\,;a_n)$ sur un graphique ?

Ex. 14 **(suite)**

(d) Donne le sens de variation de (a_n) et justifie-le.

(e) L'association A vise 1 000 arbres plantés. Au bout de combien d'années atteindra-t-elle cet objectif ?

3. *Suites géométriques : récurrence, reconnaître, terme de rang n*

À retenir : Géométrique : $u_{n+1} = q \times u_n$. Pour le prouver, on calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ en gardant n : le résultat doit être constant. $u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1}$, et la puissance porte sur q seul : $5 \times 2^n \neq 10^n$. $\frac{u_7}{u_4} = q^3$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : calculer des termes** — Dans chaque cas, (u_n) est une suite géométrique à termes strictement positifs. Calcule sans calculatrice.

(a) $u_0 = 7$ et $q = 3$. Calcule u_1 et u_2.

(b) $u_n = 4 \times 3^n$. Calcule u_2.

(c) $u_1 = 2$ et $q = 4$. Calcule u_4.

(d) $u_0 = 96$ et $u_{n+1} = 0{,}5 \times u_n$. Calcule u_3.

(e) $u_2 = 50$ et $q = 5$. Calcule u_0.

(f) $u_3 = 11$ et $q = 2$. Calcule u_5.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : on multiplie ou on ajoute ?** — La suite est-elle arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre ? Justifie et donne la raison s'il y en a une.

(a) La liste 400 ; 100 ; 25 ; 6,25.

(b) La liste 4 ; 8 ; 12 ; 16.

(c) L'épargne d'Elsa, qui ajoute 30 € sur son livret chaque mois.

(d) Le nombre de bactéries d'une culture qui double chaque heure.

(e) La fréquentation d'un musée, qui baisse de 20 % par an.

(f) La suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = u_n + 3$.

Ex. 17 ★★☆ **Prouver avec la lettre n** — Pour chaque suite, calcule le quotient $\frac{\text{terme suivant}}{\text{terme}}$ en gardant n, ou bien utilise des quotients sur des termes calculés. Conclus.

(a) $u_n = 3 \times 4^n$. La suite (u_n) est-elle géométrique ? Si oui, donne sa raison et son premier terme.

(b) $v_n = n^2 + 2$. Calcule v_0, v_1 et v_2. La suite (v_n) est-elle géométrique ?

(c) $w_n = 2^{n+3}$. Montre que la suite (w_n) est géométrique, puis donne sa raison et w_0.

Ex. 18 ★★☆ **Deux termes connus** — (u_n) est une suite géométrique à termes strictement positifs, avec $u_2 = 12$ et $u_5 = 96$.

(a) Détermine la raison q de la suite. Justifie.

(b) Calcule u_0.

Ex. 18 (suite)

(c) Exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_8.

(d) Zoé affirme : « $u_{10} = 2 \times u_5$, car $10 = 2 \times 5$. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 19 ★★☆ **Abonnés et tableur** — Nora lance une chaîne de recettes avec 240 abonnés. Ce nombre augmente de 50 % chaque mois. On note a_n le nombre d'abonnés après n mois. Elle utilise un tableur :

	A	B
1	n	a_n
2	0	240
3	1	360
4	2	…
5	3	…
6	4	…

(a) Quelle formule Nora doit-elle saisir en B3 pour la recopier vers le bas ?

(b) Complète les cellules B4, B5 et B6.

(c) Exprime a_n en fonction de n. Combien d'abonnés Nora aura-t-elle après 8 mois ? Arrondis à l'unité.

(d) Ben affirme : « Cela revient à gagner 120 abonnés par mois. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 20 ★★★ **Vrai ou faux : un médicament dans le sang** — Malik reçoit une dose de 80 mg d'un médicament. Chaque heure, la quantité de médicament dans son sang baisse de 25 %. On note m_n la quantité (en mg) après n heures, avec $m_0 = 80$. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie.

(a) « Après 4 heures, il ne reste plus de médicament, car $4 \times 25\,\% = 100\,\%$. » Vrai ou faux ? Justifie.

(b) « Avec une dose de 160 mg, il resterait $2 \times m_n$ mg après n heures, pour tout n. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) « Hugo prend le même médicament. Après 2 heures, il en a 117 mg dans le sang : il avait reçu 208 mg. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Une algue dans le bassin** — Un bassin de jardin a une surface de 200 m². Le jour 1, une algue en couvre 5 m². Selon un premier modèle, la surface couverte double chaque jour. On note a_n la surface couverte (en m²) le jour n, pour $n \geqslant 1$.

(a) Justifie que, dans ce modèle, la suite (a_n) est géométrique. Donne sa raison et son premier terme.

(b) Exprime a_n en fonction de n, puis calcule la surface couverte le jour 5.

(c) Selon ce modèle, à partir de quel jour l'algue couvre-t-elle tout le bassin ? Justifie.

(d) En réalité, les relevés des jours 1 à 5 donnent 5 ; 10 ; 20 ; 35 ; 60 (en m²). Ces relevés suivent-ils une suite géométrique ? Justifie.

4. Évolutions à taux constant et intérêts composés

À retenir : Hausse de t % : $q = 1 + \frac{t}{100}$; baisse : $q = 1 - \frac{t}{100}$ (-8 % donne 0,92). Après n périodes : coefficient global q^n, taux global $(q^n - 1) \times 100$ %. Les taux ne s'additionnent pas. On arrondit à la fin du calcul.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : de la raison au taux** — Réponds sans calculatrice.

(a) Une population augmente de 6 % par an. Quelle est la raison q de la suite géométrique associée ?

(b) Un prix diminue de 12 % par mois. Quelle est la raison q ?

(c) Une suite géométrique modélise une évolution et a pour raison 0,97. Quel est le taux d'évolution par période ?

(d) Le nombre de panneaux solaires installés dans une région est multiplié par 1,125 chaque année. De quel pourcentage augmente-t-il chaque année ?

(e) Une forêt couvre 300 hectares. Elle perd 10 % de sa surface en un an. Quelle surface reste-t-il ?

(f) Un village passe de 2 000 à 2 100 habitants en un an. Donne le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : évolutions successives** — Réponds sans calculatrice.

(a) Le nombre de bornes de recharge d'une ville augmente de 30 % deux années de suite. Par quel nombre est-il multiplié en deux ans ?

(b) Une ville gagne 10 % d'habitants par an pendant 3 ans. Mila annonce « +30 % au total ». A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Le prix d'un vélo augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Revient-il à son prix de départ ? Justifie.

(d) (u_n) est géométrique, avec $u_0 = 500$ et $q = 0{,}9$. Calcule u_2.

(e) On place 1 000 € à intérêts composés à 2 % par an. Quel est le capital au bout de 2 ans ?

(f) Un stock diminue de moitié chaque mois. Quel pourcentage du stock initial reste-t-il après 3 mois ?

Ex. 24 ★★☆ **Corriger une erreur : la consommation d'électricité** — En 2026, un foyer consomme 4 500 kWh d'électricité. Après des travaux d'isolation, sa consommation baisse de 7 % par an. On note u_n sa consommation l'année $2026 + n$, avec $u_0 = 4\,500$. Inès a fait l'exercice, mais elle a commis des erreurs.

(a) Inès écrit $u_{n+1} = 0{,}07 \times u_n$. Corrige son erreur et donne la raison de (u_n).

(b) Exprime u_n en fonction de n.

(c) Pour 2029, Inès calcule u_{2029}. Quel rang faut-il utiliser ? Calcule la consommation en 2029, arrondie au kWh.

Ex. 24 **(suite)**

(d) Inès affirme : « La consommation baisse de 315 kWh chaque année. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 25 ★★☆ **Intérêts simples ou intérêts composés ?** — Sacha place 5 000 € à 3 % par an. Deux offres sont possibles. Offre A : intérêts simples. Offre B : intérêts composés. On note A_n et B_n le capital au bout de n années. Arrondis les résultats au centime.

(a) Pour l'offre A, quelle somme est ajoutée chaque année ? Exprime A_n en fonction de n.

(b) Exprime B_n en fonction de n, puis calcule B_8.

(c) Au bout de 8 ans, quelle offre rapporte le plus, et de combien ?

(d) Rémi arrondit d'abord $1{,}03^8$ à 1,27, puis multiplie par 5 000. Quel résultat obtient-il ? Explique son erreur.

Ex. 26 ★★☆ **Les abonnés d'un podcast au tableur** — Un podcast compte 2 400 abonnés au lancement (mois 0). Le nombre d'abonnés augmente de 5 % par mois. On note u_n le nombre d'abonnés au mois n, et on utilise un tableur.

	A	B
1	n	u_n
2	0	2400
3	1	…
4	2	…
5	3	…

(a) Quelle formule faut-il écrire en B3 pour la recopier vers le bas ?

(b) Complète les cellules B3, B4 et B5 (arrondis à l'unité).

(c) Lina écrit =B2+120 en B3, puis recopie vers le bas. Obtient-elle les mêmes valeurs que toi ? Justifie.

(d) Combien d'abonnés le podcast aura-t-il au bout de 12 mois, d'après ce modèle ? Arrondis à l'unité.

Ex. 27 ★★★ **Un médicament éliminé heure par heure** — À 8 h, on injecte à un patient 400 mg d'un médicament. Chaque heure, son corps en élimine 15 %. On note u_n la quantité (en mg) qui reste dans le sang n heures après l'injection : $u_0 = 400$. Le médicament n'agit plus en dessous de 100 mg. Arrondis au centième.

(a) Exprime u_{n+1} en fonction de u_n. Justifie le coefficient choisi, puis donne la nature de la suite (u_n).

(b) Exprime u_n en fonction de n, puis calcule la quantité de médicament qui reste dans le sang à 11 h.

(c) Lucas affirme : « En 3 heures, le corps élimine $3 \times 15 = 45$ % du médicament. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 27 **(suite)**

(d) Complète la ligne 4 de ce programme. Que représente la valeur affichée ? Donne-la, puis l'heure à partir de laquelle le médicament n'agit plus.

```
u = 400
n = 0
while u >= 100:
    u = ......
    n = n + 1
print(n)
```

Ex. 28 ★★★ **Le prix d'une trottinette électrique** — Un magasin modélise le prix (en euros) d'un modèle de trottinette électrique l'année $2026 + n$ par $P_n = 640 \times 0{,}96^n$. Arrondis au centime, à la fin du calcul seulement.

(a) Calcule $\frac{P_{n+1}}{P_n}$ avec la lettre n. Quelle est la nature de la suite (P_n) ? Traduis sa raison par un pourcentage d'évolution annuel.

(b) Calcule le prix de la trottinette en 2030.

(c) Voici quelques puissances de 0,96 arrondies au dix-millième. Utilise-les pour trouver en quelle année le prix passe sous 500 €. Vérifie avec la formule de P_n.

n	5	6	7	8
0{,}96^n	0{,}8154	0{,}7828	0{,}7514	0{,}7214

(d) Un autre magasin vend la même trottinette 640 € en 2026 et baisse son prix de 25 € chaque année. En 2036, quel magasin est le moins cher, et de combien ?

5. *Croissance exponentielle : sens de variation, représentation graphique*

À retenir : Si $u_0 > 0$: avec $q > 1$, suite strictement croissante ; avec $0 < q < 1$, strictement décroissante (termes jamais nuls) ; avec $q = 1$, constante. Ex. : $40 \times 0{,}7^n$ décroît. Si $q \neq 1$, les points ne sont pas alignés ; on ne les relie jamais. $q = \frac{u_1}{u_0}$.

Ex. 29 ★☆☆ **Croissante, décroissante ou constante ?** — Pour chaque suite géométrique, donne son sens de variation en justifiant avec son premier terme et sa raison.

(a) $u_n = 12 \times 1{,}2^n$

(b) (v_n) définie par $v_0 = 300$ et $v_{n+1} = 0{,}95 \times v_n$

(c) $w_n = 0{,}3 \times 3^n$

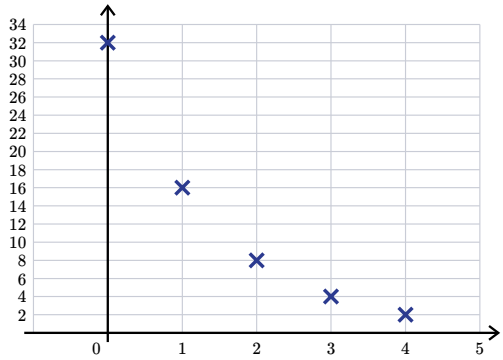
(d) (a_n) définie par $a_0 = 7$ et $a_{n+1} = a_n$

(e) (b_n) géométrique, avec $b_0 = 9\,000$ et $b_1 = 8\,910$

(f) (ℓ_n) : un loyer, avec $\ell_0 = 600$ €, qui augmente de 2 % par an

(g) (p_n) : un lac de 2\,000 poissons au départ, dont le nombre baisse de 10 % par an

Ex. 30 ★☆☆ **Lire la raison sur un nuage de points** — Le nuage ci-dessous représente les premiers termes d'une suite géométrique (u_n).



(a) Lis u_0 et u_1 sur le graphique.

(b) Calcule la raison q de la suite.

(c) Donne le sens de variation de (u_n).

(d) Calcule $u_1 - u_0$ et $u_2 - u_1$. Les points sont-ils alignés ?

(e) Nora relie les points par une ligne. A-t-elle raison ? Justifie.

(f) Exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_6.

(g) Sans calculer, compare u_{10} et u_{11}. Justifie.

Ex. 31 ★★☆ **Deux podcasts : croissance linéaire ou exponentielle ?** — Le tableau donne le nombre d'abonnés, en centaines, de deux podcasts A et B, n mois après leur lancement.

n	0	1	2	3	4
a_n	25	40	55	70	85
b_n	5	10	20	40	80

(a) Calcule les écarts entre deux termes consécutifs de (a_n). Quelle est la nature de (a_n) ? Exprime a_n en fonction de n.

(b) Calcule les quotients entre deux termes consécutifs de (b_n). Quelle est la nature de (b_n) ? Exprime b_n en fonction de n.

(c) Calcule les écarts entre termes consécutifs de (b_n). Quels points sont alignés : les $(n\,;a_n)$ ou les $(n\,;b_n)$? Justifie.

(d) Calcule a_6 et b_6. Quel podcast a le plus d'abonnés au bout de 6 mois ?

Ex. 32 ★★☆ **Un médicament qui s'élimine** — Après une injection, la concentration d'un médicament dans le sang est de 50 mg/L. Elle baisse de 20 % chaque heure. On note c_n la concentration, en mg/L, au bout de n heures, avec $c_0 = 50$.

(a) Justifie que $c_{n+1} = 0{,}8 \times c_n$, puis calcule c_1, c_2 et c_3.

(b) Exprime c_n en fonction de n, puis calcule c_4.

(c) Donne le sens de variation de (c_n) en justifiant.

Ex. 32 (suite)

(d) Inès affirme : « La concentration baisse de 10 mg/L par heure, donc elle sera nulle au bout de 5 heures. » Corrige son erreur.

Ex. 33 ★★☆ **Des nénuphars au tableur** — Un étang compte 400 nénuphars, et leur nombre augmente de 25 % par an. Ben modélise ce nombre par une suite (u_n) dans un tableur :

ligne	A	B
1	n	u_n
2	0	400
3	1	500
4	2	…
5	3	…

(a) Quelle formule faut-il saisir en B3 pour la recopier vers le bas ?

(b) Calcule les valeurs affichées en B4 et en B5.

(c) Donne le sens de variation de (u_n) en justifiant.

(d) Calcule les hausses d'une année à la suivante, du rang 0 au rang 3. Les points $(n\,;u_n)$ sont-ils alignés ?

(e) Exprime u_n en fonction de n, puis calcule le nombre de nénuphars au bout de 6 ans, arrondi à l'unité.

Ex. 34 ★★★ **Une usine réduit ses émissions de CO(2)** — En 2026, une usine émet 800 tonnes de CO_2. Elle s'engage à baisser ses émissions de 15 % chaque année. On note e_n les émissions, en tonnes, de l'année $2026 + n$: ainsi $e_0 = 800$. Arrondis au centième si besoin.

(a) Justifie que (e_n) est une suite géométrique. Donne sa raison, puis exprime e_n en fonction de n.

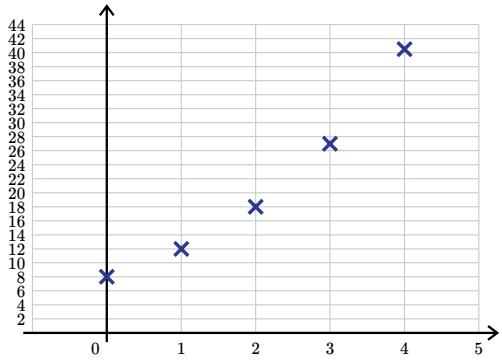
(b) Montre que $e_{n+1} - e_n = -0{,}15 \times e_n$. Déduis-en le sens de variation de (e_n).

(c) Calcule e_1, e_2 et e_3, puis les baisses $e_0 - e_1$, $e_1 - e_2$ et $e_2 - e_3$. Les points $(n\,;e_n)$ sont-ils alignés ? Justifie.

(d) La direction annonce : « En 2030, nos émissions auront baissé de $4 \times 15\,\% = 60\,\%$. » Calcule e_4. A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Une seconde usine émet 650 tonnes chaque année, sans changement. À partir de quelle année la première usine émettra-t-elle moins qu'elle ? Justifie.

Ex. 35 ★★★ **Deux applis de covoiturage : qui passera devant ?** — Le nuage représente le nombre a_n d'utilisateurs, en milliers, de l'appli A, n mois après son lancement ; (a_n) est géométrique. L'appli B compte 30 milliers d'utilisateurs à son lancement et en gagne 4 milliers chaque mois. On note b_n ce nombre, en milliers, après n mois.



(a) Lis a_0 et a_1 sur le graphique. Déduis-en la raison q de (a_n), puis exprime a_n en fonction de n.

(b) Lis a_2, puis compare les montées de a_0 à a_1 et de a_1 à a_2. Les points sont-ils alignés ? Donne le sens de variation de (a_n) en justifiant.

(c) Exprime b_n en fonction de n. Quelle est la nature de (b_n) ? Comment seraient placés ses points $(n\,;b_n)$?

(d) Recopie et complète le tableau, en arrondissant au dixième si besoin.

n	0	1	2	3	4	5
a_n						
b_n						

(e) Le directeur de B affirme : « A part de bien plus bas et ne gagne pas plus d'utilisateurs le premier mois : nous resterons toujours devant. » A-t-il raison ? Justifie.

6. *Problèmes de seuil (calcul, tableau, programme Python)*

À retenir : Je traduis l'énoncé (« dépasse » : $>$; « atteint » : $\geqslant$), je prends le premier rang qui convient et je vérifie le rang précédent. Exemple : $20+6n>100 \iff n>13{,}3$, donc $n=14$. En exponentiel : $q^n>\frac{A}{u_0}$; $1{,}999<2$ ne suffit pas.

Ex. 36 ★☆☆ **Seuils d'une croissance linéaire** — Pour chaque suite, résous une inéquation pour trouver le plus petit entier n qui convient.

(a) $u_n=150+8n$ et $u_n>400$.

(b) $u_n=900-35n$ et $u_n<200$.

(c) $u_n=60+12n$ et $u_n\geqslant 300$.

(d) $u_n=48-2{,}5n$ et $u_n<0$.

(e) $u_0=1\,200$, $u_{n+1}=u_n-40$ et $u_n\leqslant 500$.

Ex. 37 ★☆☆ **Seuils de proche en proche** — Sans calculatrice, calcule les termes de proche en proche et donne le plus petit rang n qui convient.

(a) $u_0=5$ et $u_{n+1}=3\times u_n$: $u_n>1\,000$.

(b) $u_n=800\times 0{,}5^n$: $u_n<30$.

(c) $u_n=64\times 1{,}5^n$: $u_n\geqslant 324$.

(d) $u_0=2$ et $u_{n+1}=2\times u_n$: $u_n>256$.

(e) Un prix est multiplié par 1,2 chaque année. Au bout de combien d'années a-t-il au moins doublé ?

(f) $u_n=2\,000\times 0{,}1^n$: $u_n<1$.

Ex. 38 ★★☆ **Population et tableau de puissances** — En 2026, une commune compte 24 000 habitants. Sa population augmente de 3 % par an. On note u_n le nombre d'habitants en $2026+n$. On donne ce tableau :

n	5	6	7	8	9
1{,}03^n	1{,}1593	1{,}1941	1{,}2299	1{,}2668	1{,}3048

(a) Justifie que $u_n=24\,000\times 1{,}03^n$.

(b) Montre que $u_n>30\,000$ équivaut à $1{,}03^n>1{,}25$.

(c) À l'aide du tableau, donne le plus petit n tel que $u_n>30\,000$. Vérifie ensuite avec u_n au rang trouvé et au rang précédent (arrondis à l'unité).

(d) En quelle année la population dépassera-t-elle 30 000 habitants pour la première fois ?

Ex. 39 ★★☆ **Corriger un programme de seuil** — Une chaîne vidéo compte 1 500 abonnés, et ce nombre augmente de 6 % par mois. Pour savoir au bout de combien de mois elle aura au moins 3 000 abonnés, Maël écrit ce programme :

```
def seuil():
    n = 0
    u = 1500
    while u >= 3000:
        u = u + 1.06
    return n
```

(a) Qu'affiche `print(seuil())` avec le programme de Maël tel qu'il est écrit ? Explique.

(b) Quelle condition faut-il écrire après `while` ? Justifie.

(c) Repère les deux autres erreurs dans la boucle et corrige-les.

(d) On donne $1{,}06^{11}\approx 1{,}898$ et $1{,}06^{12}\approx 2{,}012$. Que renvoie le programme corrigé ? Interprète ce résultat.

Ex. 40 ★★☆ **Doubler son épargne : composé ou simple ?** — Noé place 2 000 € à intérêts composés à 3,5 % par an. Inès place 2 000 € à intérêts simples : elle reçoit 90 € d'intérêts chaque année. On donne $1{,}035^{20}\approx 1{,}990$ et $1{,}035^{21}\approx 2{,}059$.

(a) Exprime le capital u_n de Noé et le capital v_n d'Inès en fonction de n, après n années.

Ex. 40 **(suite)**

(b) Noé dit : « $1{,}035^{20} \approx 1{,}99$, donc mon capital double en 20 ans. » A-t-il raison ? Justifie, puis donne son temps de doublement.

(c) Par le calcul, trouve le plus petit n tel que $v_n \geqslant 4\,000$.

(d) Lequel des deux double son capital en premier ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **Deux plans pour réduire les émissions** — En 2026, une usine émet 8 400 tonnes de CO_2. Elle hésite entre deux plans. Plan A : baisser ses émissions de 260 tonnes chaque année. Plan B : les baisser de 4 % par an. On note a_n et b_n les émissions (en tonnes) en $2026 + n$ avec chaque plan. On donne :

n	10	11	12	13	14
0{,}96^n	0{,}6648	0{,}6382	0{,}6127	0{,}5882	0{,}5647

(a) Justifie que (a_n) est arithmétique et que (b_n) est géométrique, puis exprime a_n et b_n en fonction de n.

(b) Avec le plan A, résous une inéquation pour trouver en quelle année les émissions passent sous 5 000 tonnes.

(c) Avec le tableau, trouve en quelle année le plan B fait passer les émissions sous 5 000 tonnes. Quel plan y arrive en premier ?

(d) Vrai ou faux : « Avec le plan B, les émissions finiront par être nulles. » Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Bornes de recharge : seuil et doublement** — En 2026, une région compte 1 800 bornes de recharge pour voitures électriques. Ce nombre augmente de 12 % par an. On note u_n le nombre de bornes en $2026 + n$. Zoé écrit ce programme :

```
def seuil(A):
    n = 0
    u = 1800
    while u < A:
        u = u * 1.12
        n = n + 1
    return n
```

(a) Justifie que (u_n) est géométrique, puis exprime u_n en fonction de n.

(b) Le programme cherche-t-il le premier rang où $u_n \geqslant A$ ou celui où $u_n > A$? Justifie, puis écris la condition du `while` qui correspond à l'autre cas.

(c) Que renvoie `seuil(5000)` ? Justifie avec la calculatrice, puis donne l'année correspondante.

(d) Zoé veut savoir en quelle année le nombre de bornes aura doublé par rapport à 2026. Quelle valeur de A doit-elle choisir ? Que renvoie alors le programme ? Conclus.