Sommes de termes d'une suite – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Suites arithmétiques et géométriques · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- De u_p à u_n, il y a $n-p+1$ termes, pas $n-p$.
- $1+2+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$: cette formule ne vaut que pour une somme d'entiers qui **commence à 1**.
- Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique : nombre de termes $\times\dfrac{\text{premier}+\text{dernier}}{2}$.
- $1+q+\cdots+q^n=\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour $q\neq 1$: l'exposant $n+1$ est le nombre de termes.
- Somme géométrique : premier terme $\times\dfrac{1-q^{\text{nombre de termes}}}{1-q}$; le premier terme n'est pas toujours u_0.
- Rebonds : chaque rebond est parcouru deux fois (montée puis descente), la chute de départ une seule fois.

Exercice 1 – Compter les termes, sommer des entiers ★

Calcule le nombre de termes ou la somme demandée.

a) Nombre de termes de u_4 à u_{19}

b) Nombre de termes de u_1 à u_{50}

c) $1+2+\cdots+100$

d) $1+2+\cdots+24$

e) $1+2+\cdots+(n+1)$, en fonction de n

f) $11+12+\cdots+40$

g) $2+4+6+\cdots+100$

h) $1+3+5+\cdots+99$

Exercice 2 – Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ★

Calcule la somme : premier terme, dernier terme, nombre de termes, puis la formule.

a) (u_n) arithmétique, $u_0=3$ et $r=2$: $u_0+u_1+\cdots+u_{19}$

b) $u_n=5n-1$: $u_1+u_2+\cdots+u_{10}$

c) (u_n) arithmétique, $u_0=100$ et $r=-4$: $u_0+u_1+\cdots+u_{25}$

d) $u_n=2+0{,}5n$: $u_4+u_5+\cdots+u_{15}$

e) $7+10+13+\cdots+100$

f) $-5-3-1+1+\cdots+25$

g) La suite commence au rang 1 : $u_1=1$ et $r=\dfrac{1}{2}$. Calcule $u_1+u_2+\cdots+u_9$.

h) $u_n=3n+1$: $u_0+u_1+\cdots+u_n$, en fonction de n

Exercice 3 – Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique ★

Calcule la somme avec la formule (valeur exacte).

a) $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10}$

b) $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^6$

c) $1 + 0{,}5 + 0{,}5^2 + \cdots + 0{,}5^9$

d) (u_n) géométrique, $u_0 = 5$ et $q = 4$: $u_0 + u_1 + \cdots + u_4$

e) $u_n = 3 \times (-2)^n$: $u_0 + u_1 + \cdots + u_5$

f) $u_n = 2^n$: $u_3 + u_4 + \cdots + u_{10}$

g) $1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{3^4}$

h) $1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^5$

Exercice 4 – Sommes à transformer ★★

Calcule ou exprime la somme en fonction de n.

a) Trouve l'entier n tel que $1 + 2 + \cdots + n = 210$.

b) Exprime $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$ en fonction de n ($n \geqslant 1$).

c) Exprime $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n$ en fonction de n.

d) $3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \times 2^6$

e) $101 + 102 + \cdots + 200$

f) $2 + 2^2 + \cdots + 2^9$

Exercice 5 – Petits problèmes ★★

Modélise par une suite, puis calcule la somme. Arrondis à l'euro près quand c'est utile. Calculatrice autorisée pour la question e.

a) Des gradins comptent 15 rangées. La première a 20 places, chaque rangée a 3 places de plus que la précédente. Combien de places au total ?

b) Sacha épargne 50 € le premier mois, puis chaque mois 10 € de plus que le mois précédent. Combien a-t-il épargné en un an ?

c) Au jour 0, une personne connaît une nouvelle. Chaque jour, chaque personne qui vient de l'apprendre la raconte à 4 nouvelles personnes. Combien de personnes la connaissent à la fin du jour 5 ?

d) Une balle tombe de 10 m. À chaque rebond, elle remonte aux $\dfrac{3}{5}$ de la hauteur précédente. Quelle distance a-t-elle parcourue quand elle touche le sol pour la 4^e fois ?

e) Un salaire annuel vaut 24 000 € la première année et augmente de 2 % par an. Quelle somme totale est perçue en 10 ans ?

Exercice 6 – Les gradins du stade ★★★

Dans une tribune, la première rangée compte 40 places et chaque rangée compte 4 places de plus que la précédente. On note p_n le nombre de places de la rangée n ($n \geqslant 1$) et $S_n = p_1 + p_2 + \cdots + p_n$. Calculatrice autorisée à la dernière question.

1. Calcule p_{10}, puis S_{10}.
2. Démontre que $S_n = 2n^2 + 38n$ pour tout $n \geqslant 1$.
3. On veut au moins 5 000 places. Montre que cela revient à $n^2 + 19n - 2\,500 \geqslant 0$.
4. Combien de rangées faut-il au minimum ?

Exercice 7 – La balle qui rebondit ★★★

On lâche une balle d'une hauteur de 8 m. À chaque rebond, elle remonte aux trois quarts de la hauteur précédente. On note h_n la hauteur, en mètres, atteinte après le n-ième rebond ($h_0 = 8$). Arrondis au centième. Calculatrice autorisée.

1. Calcule h_1 et h_2, puis exprime h_n en fonction de n.
2. Calcule $h_1 + h_2 + \cdots + h_5$.
3. Quelle distance la balle a-t-elle parcourue quand elle touche le sol pour la 6^e fois ?
4. Le programme ci-dessous affiche 16. Que représente ce nombre ?

```
h = 8
n = 0
while h >= 0.1:
    h = 0.75 * h
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 8 – Découper une somme ★★★

Sépare la somme en sommes connues, puis calcule.

a) $u_n = n + 2^n$: $u_0 + u_1 + \cdots + u_9$

b) $u_n = 4 \times 3^n - 2n$: $u_0 + u_1 + \cdots + u_5$

c) Exprime $(n+1) + (n+2) + \cdots + 2n$ en fonction de n ($n \geqslant 1$).

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) De u_5 à u_{20}, il y a $20 - 5 = 15$ termes.

b) $1 + 2 + \cdots + 40 = 40 \times 41 = 1\,640$

c) $5 + 6 + \cdots + 30 = \dfrac{30 \times 31}{2} = 465$

d) $1 + 4 + 4^2 + 4^3 = \dfrac{1 - 4^3}{1 - 4} = 21$

e) $u_n = 2 \times 5^n$: $u_0 + \cdots + u_3 = \dfrac{1 - 5^4}{1 - 5} = 156$

f) Une balle lâchée de 5 m remonte à la moitié de sa hauteur. Quand elle touche le sol pour la 3^e fois, elle a parcouru $5 + 2{,}5 + 1{,}25 = 8{,}75$ m.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $1 + 2 + \cdots + 60$ vaut :

   A 1 830 **B** 3 660 **C** 3 600 **D** 1 800

2. De u_7 à u_{31}, il y a :

   A 24 termes **B** 31 termes **C** 25 termes **D** 38 termes

3. $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^5$ vaut :

   A 31 **B** 63 **C** 64 **D** 127

4. $3 + 7 + 11 + \cdots + 43$ vaut :

   A 230 **B** 506 **C** 276 **D** 253

5. $1 + 0{,}1 + 0{,}1^2 + 0{,}1^3 + 0{,}1^4$ vaut :

A 1,111 **B** 0,1111 **C** 1,1111 **D** 1,11111

6. Pour tout n, $1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^n$ est égal à :

A $\dfrac{3^n - 1}{2}$ **B** $\dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$ **C** $\dfrac{1 - 3^{n+1}}{2}$ **D** $3^{n+1} - 1$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).