Suites géométriques – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Suites géométriques · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Géométrique : $u_{n+1} = q \times u_n$ pour tout n, avec q qui ne dépend pas de n ; deux quotients égaux ne prouvent rien.
- Si la suite commence au rang 1 : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$, et non $u_1 \times q^n$.
- Raison négative : parenthèses obligatoires, $(-5)^2 = 25$ mais $-5^2 = -25$.
- Hausse de t % : $q = 1 + \dfrac{t}{100}$; baisse de t % : $q = 1 - \dfrac{t}{100}$. Les pourcentages successifs ne s'additionnent pas.
- Sens de variation : le signe de $u_{n+1} - u_n = u_0\, q^n (q-1)$ dépend de q **et** du signe de u_0 ; si $q < 0$, la suite n'est pas monotone.
- Si q^2 vaut un nombre strictement positif, deux raisons opposées sont possibles : il faut une information sur le signe pour choisir.

Exercice 1 – Terme général ★

(u_n) est une suite géométrique de raison q.

a) $u_0 = 3$ et $q = 2$: exprime u_n, puis calcule u_5.

b) $u_0 = 64$ et $q = 0{,}5$: exprime u_n, puis calcule u_6.

c) $u_0 = -2$ et $q = 3$: exprime u_n, puis calcule u_4.

d) La suite commence au rang 1 : $u_1 = 5$ et $q = 2$. Exprime u_n, puis calcule u_6.

e) $u_0 = 3$ et $q = -2$: exprime u_n, puis calcule u_4.

f) $u_0 = 1000$ et $q = 0{,}9$: exprime u_n, puis calcule u_3.

g) $u_0 = 0{,}25$ et $q = 4$: exprime u_n, puis calcule u_5.

h) La suite commence au rang 1 : $u_1 = -1$ et $q = -3$. Exprime u_n, puis calcule u_5.

Exercice 2 – Retrouver la raison ★

(u_n) est une suite géométrique. Calcule sa raison q (et u_0 quand c'est demandé).

a) $u_0 = 5$ et $u_1 = 15$

b) $u_3 = 24$ et $u_4 = 6$

c) $u_2 = 12$ et $u_5 = 96$; calcule aussi u_0.

d) $u_1 = 2$ et $u_4 = -54$; calcule aussi u_0.

e) $u_0 = 7$ et $u_2 = 63$, tous les termes sont positifs.

f) $u_4 = 80$ et $u_6 = 20$, la raison est négative.

g) $u_{10} = 3$ et $u_{11} = 3{,}6$

h) $u_5 = \dfrac{1}{2}$ et $u_8 = \dfrac{1}{16}$

Exercice 3 – Coefficient multiplicateur ★

Donne le coefficient multiplicateur q, ou l'évolution en pourcentage qui lui correspond.

a) Hausse de $3\ \%$

b) Baisse de $15\ \%$

c) Hausse de $120\ \%$

d) Baisse de $0{,}5\ \%$

e) $q = 1{,}07$

f) $q = 0{,}6$

g) Deux hausses successives de $10\ \%$: coefficient global et évolution globale.

h) Trois baisses successives de $20\ \%$: coefficient global et évolution globale.

Exercice 4 – Géométrique ou pas ? ★★

Démontre que la suite (u_n), définie pour $n \geqslant 0$, est géométrique (raison et premier terme), ou qu'elle ne l'est pas.

a) $u_n = 5 \times 3^{n+1}$

b) $u_n = \dfrac{2^n}{3^{n+1}}$

c) $u_n = n \times 2^n$

d) $u_n = 3^{2n}$

e) $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n + 1$

f) $u_n = (-1)^n \times 5^{n-1}$

Exercice 5 – Sens de variation ★★

Calcule $u_{n+1} - u_n$ en factorisant par $u_0\,q^n$, puis donne le sens de variation de (u_n).

a) $u_n = 2 \times 1{,}5^n$

b) $u_n = -4 \times 3^n$

c) $u_n = 7 \times 0{,}2^n$

d) $u_n = -3 \times 0{,}5^n$

e) $u_n = 2 \times (-3)^n$

Exercice 6 – Avec $u_n = u_p \times q^{n-p}$ ★★

(u_n) est une suite géométrique de raison q.

a) $u_3 = 40$ et $q = 2$: calcule u_7.

b) $u_6 = 729$ et $q = 3$: calcule u_2.

c) $u_1 = 3$ et $u_3 = 48$, avec $q > 0$: exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_5.

d) $u_0 = 5$ et $q = 2$: quel est le plus petit entier n tel que $u_n > 1\,000$?

e) $u_0 = 800$ et $q = 0{,}5$: quel est le plus petit entier n tel que $u_n < 1$?

Exercice 7 – La ville qui grandit ★★★

En 2025, une ville compte 12 000 habitants, et sa population augmente de $3\ \%$ par an. On note P_n la population en l'année $2025 + n$. Donne les populations arrondies à l'unité et les pourcentages arrondis au centième.

Calculatrice autorisée.

1. Justifie que (P_n) est géométrique et exprime P_n en fonction de n.
2. Estime la population en 2035.
3. Quelle est l'évolution globale de la population entre 2025 et 2035 ?
4. À partir de quelle année la population dépassera-t-elle 20 000 habitants ? Complète et utilise le programme.

```
p = 12000
n = 0
while ............:
    p = p * 1.03
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 8 – La suite auxiliaire ★★★

On définit (u_n) par $u_0 = 1$ et, pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 3$. Pour tout n, on pose $v_n = u_n - 6$.

1. Calcule u_1 et u_2. La suite (u_n) est-elle géométrique ?
2. Démontre que (v_n) est géométrique ; précise sa raison et son premier terme.
3. Exprime v_n, puis u_n, en fonction de n. Contrôle avec u_2.
4. Étudie le sens de variation de (u_n).

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $u_0 = 5$ et $q = -2$, donc $u_4 = 5 \times -2^4 = -80$.

b) La suite commence au rang 1, $u_1 = 3$ et $q = 2$, donc $u_6 = 3 \times 2^6 = 192$.

c) « Trois hausses successives de 10 % font une hausse de 30 %. »

d) $u_n = -2 \times 1{,}2^n$: la raison 1,2 est supérieure à 1, donc la suite est croissante.

e) $u_2 = 3$ et $u_4 = 12$, donc $q^2 = 4$ et $q = 2$.

f) « Le prix baisse de 25 % par an, donc la raison est $q = 0{,}25$. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. (u_n) est géométrique, avec $u_0 = 2$ et $q = 5$. Alors u_3 vaut :

   A 1 000 **B** 50 **C** 17 **D** 250

2. Une quantité baisse de 8 % par an. Le coefficient multiplicateur annuel est :

   A 0,08 **B** 0,92 **C** 1,08 **D** $-0{,}08$

3. (u_n) est géométrique, avec $u_0 = -1$ et $q = 2$. La suite est :

   A strictement décroissante **B** strictement croissante **C** ni croissante ni décroissante **D** constante

4. (u_n) est géométrique, à termes positifs, avec $u_1 = 2$ et $u_3 = 50$. Sa raison est :

   A 25 **B** 24 **C** 5 **D** -5

5. Deux hausses successives de 5 % correspondent à une hausse globale de :

   A 10,25 % **B** 10 % **C** 5 % **D** 25 %

6. (v_n) est géométrique de raison 0,5 et $v_0 = 2$, avec $v_n = u_n - 4$. Pour tout n :

   A $u_n = 2 \times 0{,}5^n$ **B** $u_n = 4 + 2 \times 0{,}5^n$ **C** $u_n = 6 \times 0{,}5^n$ **D** $u_n = 4 - 2 \times 0{,}5^n$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).