Suites arithmétiques – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Suites arithmétiques · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Arithmétique : $u_{n+1} - u_n$ est une constante **qui ne dépend pas de** n ; trois écarts égaux ne prouvent rien.
- Rang de départ : si la suite commence à u_1, alors $u_n = u_1 + (n-1)r$, et non $u_1 + nr$.
- $u_n = u_p + (n-p)r$: on multiplie la raison par l'**écart des rangs**.
- Seul le signe de r décide du sens de variation, pas le signe du premier terme.
- Seuil : on prend le plus petit **entier** qui convient (arrondi par excès), puis on contrôle avec les deux termes qui l'encadrent.
- Une hausse de t % par an n'est pas un accroissement constant : la suite n'est pas arithmétique.

Exercice 1 – Terme général ★

(u_n) est une suite arithmétique de raison r.

a) $u_0 = 3$ et $r = 5$: exprime u_n, puis calcule u_{10}.

b) $u_0 = 12$ et $r = -4$: exprime u_n, puis calcule u_7.

c) $u_0 = -2$ et $r = 0{,}5$: exprime u_n, puis calcule u_{20}.

d) La suite commence au rang 1 : $u_1 = 7$ et $r = 3$. Exprime u_n, puis calcule u_{15}.

e) $u_0 = \dfrac{1}{3}$ et $r = \dfrac{2}{3}$: exprime u_n, puis calcule u_6.

f) La suite commence au rang 1 : $u_1 = -5$ et $r = -2$. Exprime u_n, puis calcule u_{30}.

g) $u_0 = 100$ et $r = -7{,}5$: exprime u_n, puis calcule u_8.

h) $u_0 = 0$ et $r = 1{,}2$: exprime u_n, puis calcule u_{25}.

Exercice 2 – Raison et premier terme ★

(u_n) est une suite arithmétique. Calcule sa raison r et son premier terme u_0. Contrôle ta réponse.

a) $u_2 = 11$ et $u_5 = 20$

b) $u_4 = 7$ et $u_9 = -8$

c) $u_0 = 6$ et $u_{10} = 1$

d) $u_3 = -1$ et $u_7 = 9$

e) $u_{10} = 34$ et $u_{20} = 64$

f) $u_1 = 4$ et $u_6 = 4$

g) $u_5 = 2{,}5$ et $u_8 = 4$

h) $u_{12} = -30$ et $u_2 = 0$

Exercice 3 – Est-elle arithmétique ? ★

Dis si la suite (u_n), définie pour $n \geqslant 0$, est arithmétique. Si oui, donne sa raison et son premier terme ; sinon, justifie avec deux écarts différents.

a) $u_n = 7n - 2$

b) $u_n = 3 - \dfrac{n}{2}$

c) $u_n = n^2 + 1$

d) $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = u_n - 4$

e) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

f) $u_n = (n+2)^2 - n^2$

g) $u_n = \dfrac{4n - 6}{2}$

h) $u_n = 2^n$

Exercice 4 – Modéliser un accroissement constant ★★

Pour chaque situation, définis une suite, dis si elle est arithmétique et réponds à la question.

a) Dans une salle, la première rangée compte 18 sièges et chaque rangée compte 2 sièges de plus que la précédente. Combien de sièges dans la 15e rangée ?

b) Un loyer vaut 650 € en 2026 et augmente de 12 € chaque année. Quel sera le loyer en 2035 ?

c) Une bougie de 24 cm perd 1,5 cm par heure. Quelle est sa hauteur au bout de 10 heures ? Au bout de combien d'heures est-elle consumée ?

d) Un abonnement coûte 30 € la première année, puis son prix augmente de 4 % par an. Le prix suit-il une suite arithmétique ?

e) Léa court 2 000 m le premier jour, puis 500 m de plus chaque jour. Quelle distance court-elle le 12e jour ?

Exercice 5 – Sens de variation et points alignés ★★

(u_n) est une suite définie pour $n \geqslant 0$. Réponds à la question posée.

a) $u_n = 5 - 3n$: sens de variation ?

b) $u_0 = -20$ et $u_{n+1} = u_n + 0{,}1$: sens de variation ?

c) $u_n = \dfrac{2n - 7}{4}$: montre que la suite est arithmétique, donne son sens de variation et la droite qui porte les points $(n\,;\,u_n)$.

d) (u_n) est arithmétique, avec $u_3 = 10$ et $u_8 = 10$: sens de variation ?

e) (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison -2. Donne l'équation de la droite qui porte les points $(n\,;\,u_n)$. Le point $(7\,;\,-10)$ est-il sur cette droite ?

Exercice 6 – À partir de n'importe quel terme ★★

(u_n) est une suite arithmétique de raison r. Utilise $u_n = u_p + (n-p)r$.

a) $u_5 = 17$ et $r = 4$: calcule u_{12}.

b) $u_{20} = -3$ et $r = -0{,}5$: calcule u_8.

c) $u_7 = 2$ et $u_{11} = 14$: exprime u_n en fonction de n, puis calcule u_{100}.

d) $u_0 = 5$ et $r = 3$: quel terme vaut 302 ?

e) $u_0 = 7$ et $r = 4$: 100 est-il un terme de la suite ?

Exercice 7 – La réserve d'eau ★★★

Le 1er juin (jour 0), une réserve contient 15 000 L d'eau. Chaque jour, on y prélève 420 L. On note v_n le volume d'eau, en litres, au bout de n jours. Calculatrice autorisée.

1. Justifie que (v_n) est arithmétique et exprime v_n en fonction de n.
2. Calcule v_{10}.
3. À partir de combien de jours la réserve contient-elle moins de 5 000 L ?
4. Au bout de combien de jours la réserve sera-t-elle vide si rien ne change ?

Exercice 8 – Deux tirelires ★★★

Inès a 2 400 € d'économies et ajoute 150 € chaque mois. Hugo a 600 € et ajoute 240 € chaque mois. On note a_n et b_n leurs économies, en euros, au bout de n mois.

1. Exprime a_n et b_n en fonction de n.
2. Qui a le plus d'économies au bout d'un an ?
3. À partir de combien de mois Hugo a-t-il strictement plus d'économies qu'Inès ?
4. Qu'affiche le programme ci-dessous ? Explique.

```
n = 0
while 600 + 240 * n <= 2400 + 150 * n:
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) La suite commence au rang 1, avec $u_1 = 4$ et $r = 3$: $u_{10} = 4 + 10 \times 3 = 34$.

b) $u_2 = 8$ et $u_6 = 20$, donc $r = \dfrac{20 - 8}{6} = 2$.

c) $u_n = n^3 - 3n^2 + 4n + 1$: $u_0 = 1$, $u_1 = 3$, $u_2 = 5$, donc la suite est arithmétique de raison 2.

d) $u_n = -10 + 2n$: comme $u_0 = -10 < 0$, la suite est décroissante.

e) $u_n = 3 + 7n$. $u_n > 100 \iff n > \dfrac{97}{7} \approx 13{,}86$, donc le seuil est franchi à partir de $n = 13$.

f) « Un salaire de 2 000 € augmente de 5 % par an : c'est une suite arithmétique de raison 100. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. (u_n) est arithmétique, avec $u_0 = 4$ et $r = -3$. Alors u_{10} vaut :

   A -23 **B** -26 **C** 34 **D** -30

2. (u_n) est arithmétique, avec $u_3 = 5$ et $u_8 = 25$. Sa raison vaut :

   A 20 **B** 5 **C** $\dfrac{20}{11}$ **D** 4

3. Laquelle de ces suites est arithmétique ?

   A $u_n = 3 - 2n$ **B** $u_n = n^2 + 1$ **C** $u_n = 3 \times 2^n$ **D** $u_n = \dfrac{1}{n+1}$

4. Une suite arithmétique est strictement décroissante lorsque :

   A son premier terme est négatif **B** ses premiers termes sont négatifs
   C sa raison est strictement négative **D** sa raison est inférieure à 1

5. (u_n) est arithmétique, commence au rang 1, avec $u_1 = 2$ et $r = 5$. Pour tout $n \geqslant 1$:

   A $u_n = 5n - 3$ **B** $u_n = 2 + 5n$ **C** $u_n = 5n - 5$ **D** $u_n = 2n + 5$

6. $u_n = 50 - 6n$. Le plus petit entier n tel que $u_n < 0$ est :

   A 8 **B** 10 **C** 50 **D** 9

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).