1. Rappels de 5e : effectifs, fréquences, diagramme circulaire

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : fréquences dans tous les sens**

(a) $9 \div 25 = 0{,}36$, soit 36 % des élèves font du judo.

(b) $5 \div 8 = 0{,}625$, soit 62,5 %.

(c) effectif = fréquence × effectif total : $0{,}65 \times 80 = 52$. 52 clients paient par carte.

(d) effectif total = effectif ÷ fréquence : $14 \div 0{,}35 = 40$. Le club compte 40 adhérents.

(e) La somme des fréquences vaut 1 : $1 - (0{,}25 + 0{,}4 + 0{,}2) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$.

(f) $0{,}08 = 8\,\% = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : angles d'un diagramme circulaire**

(a) $\frac{13}{60} \times 360 = 78$: le secteur « Handball » mesure 78°.

(b) $0{,}45 \times 360 = 162$: le secteur mesure 162°.

(c) $72 \div 360 = 0{,}2$ et $0{,}2 \times 200 = 40$: le secteur représente 40 réponses.

(d) Les angles font 360° : $360 - (95 + 130) = 135$. Le troisième secteur mesure 135°.

(e) Le demi-disque représente 40 élèves : $\frac{12}{40} \times 180 = 54$. Le secteur mesure 54°.

(f) Un angle n'est pas un effectif. $90 \div 360 = 0{,}25$ et $0{,}25 \times 300 = 75$: 75 personnes ont choisi cette réponse.

Ex. 3 ★★☆ **Les glaces du stand de la plage**

(a) Le caractère est le parfum de la glace. Il est qualitatif, car ce n'est pas un nombre. On ne peut donc pas calculer de moyenne.

(b) $75 - (21 + 27 + 6 + 9) = 75 - 63 = 12$. Le stand a vendu 12 glaces à la fraise.

(c) Noé a divisé par l'effectif de la vanille au lieu de l'effectif total (une fréquence ne dépasse jamais 1). $27 \div 75 = 0{,}36$: 36 % des glaces vendues sont au chocolat.

Ex. 3 (suite)

(d) Vanille : $21 \div 75 = 0{,}28$, soit 28 % ; chocolat : 36 % ; fraise : $12 \div 75 = 0{,}16$, soit 16 % ; citron : $6 \div 75 = 0{,}08$, soit 8 % ; pistache : $9 \div 75 = 0{,}12$, soit 12 %. Contrôle : $28 + 36 + 16 + 8 + 12 = 100$, ça fait bien 100 % des glaces vendues.

Ex. 4 ★★☆ **La météo d'un mois de juin**

(a) Un jour compte pour $360 \div 30 = 12°$. Soleil : $14 \times 12 = 168°$; nuageux : $9 \times 12 = 108°$; pluie : $5 \times 12 = 60°$; orage : $2 \times 12 = 24°$. Contrôle : $168 + 108 + 60 + 24 = 360$, les angles font bien 360°.

(b) Soleil : $14 \div 30 \approx 0{,}4667$, soit environ 47 % ; nuageux : $9 \div 30 = 0{,}3$, soit 30 % ; pluie : $5 \div 30 \approx 0{,}1667$, soit environ 17 % ; orage : $2 \div 30 \approx 0{,}0667$, soit environ 7 %.

(c) Non, elle ne s'est pas trompée. Les valeurs exactes font 100 %, mais trois pourcentages ont été arrondis au-dessus ($46{,}67 \to 47$, $16{,}67 \to 17$, $6{,}67 \to 7$) : $47 + 30 + 17 + 7 = 101$. L'écart vient seulement des arrondis.

(d) $96 \div 360 \times 30 = 8$ (ou $96 \div 12 = 8$). Il y a eu 8 jours de pluie ce mois-là.

Ex. 5 ★★★ **Le club de jeux de Ben**

(a) Les angles du disque entier font 360° au total : $360 - (45 + 105 + 120) = 360 - 270 = 90$. Le secteur « Jeux vidéo » mesure 90°.

(b) Non. Un angle n'est pas un effectif : 105° ne veut pas dire 105 élèves. Pour trouver l'effectif, il faut connaître l'effectif total et calculer $\frac{105}{360}\times$ effectif total. Léa a tort.

(c) $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$: le secteur « Échecs » représente un huitième du disque, donc 12 élèves forment un huitième des membres. Effectif total $= 12 \div \frac{1}{8} = 12 \times 8 = 96$. Ben a interrogé 96 membres.

(d) Cartes : $\frac{105}{360} \times 96 = 28$; plateau : $\frac{120}{360} \times 96 = 32$; jeux vidéo : $\frac{90}{360} \times 96 = 24$. Contrôle : $12 + 28 + 32 + 24 = 96$ ✓. 28 membres préfèrent les cartes, 32 les jeux de plateau et 24 les jeux vidéo.

(e) $24 \div 96 = 0{,}25$, soit 25 % (et aussi $90 \div 360 = 0{,}25$). 25 % des membres du club préfèrent les jeux vidéo.

Ex. 6 ★★★ **Le petit-déjeuner d'une classe de 4e**

(a) Effectif total : $10+7+4+3=24$ élèves. Fréquence des « Fruits » : $\frac{3}{24}=\frac{1}{8}=0{,}125=12{,}5\,\%$. 12,5 % des élèves mangent surtout des fruits.

(b) Tom a divisé par 10, l'effectif des « Tartines », au lieu de diviser par l'effectif total. Il faut calculer $4\div 24\approx 0{,}1667$, soit environ 16,7 %. Environ 16,7 % des élèves ne mangent rien.

(c) Nouvel effectif total : $24+3=27$ élèves ; Céréales : $7+3=10$. Fréquence : $\frac{10}{27}\approx 0{,}37$, et $\frac{1}{3}\approx 0{,}33$ (un tiers de 27 fait $27\div 3=9$, et $10>9$). Oui, les « Céréales » représentent maintenant plus d'un tiers de la classe.

(d) Non. L'effectif des Tartines reste 10, mais l'effectif total passe de 24 à 27. Avant : $\frac{10}{24}\approx 0{,}417$; après : $\frac{10}{27}\approx 0{,}370$. Zoé a tort : la fréquence des Tartines a diminué, car on divise par le nouvel effectif total.

(e) Effectif total = effectif ÷ fréquence $=5\div 0{,}2=25$. Contrôle : $0{,}2\times 25=5$ ✓. Cette classe compte 25 élèves.

Ex. 7 ★★★ **L'élection au conseil du collège**

(a) Amina : 0,35 = 35 % ; Hugo : 25 % ; Jade : $\frac{3}{10}=0{,}3=30\,\%$. Comme $35>30>25$, c'est Amina qui a remporté l'élection, devant Jade puis Hugo.

(b) La somme des fréquences vaut 1 : $1-(0{,}35+0{,}25+0{,}3)=1-0{,}9=0{,}1$. La fréquence des bulletins blancs est 0,1, soit 10 %.

(c) Effectif = fréquence × effectif total. Amina : $0{,}35\times 320=112$; Hugo : $0{,}25\times 320=80$; Jade : $0{,}3\times 320=96$; blancs : $0{,}1\times 320=32$. Contrôle : $112+80+96+32=320$ ✓. Amina a eu 112 voix, Hugo 80, Jade 96, et il y a 32 bulletins blancs.

(d) Le demi-disque fait 180° : angle = fréquence × 180°. Amina : $0{,}35\times 180=63°$; Hugo : $0{,}25\times 180=45°$; Jade : $0{,}3\times 180=54°$; blancs : $0{,}1\times 180=18°$. Contrôle : $63+45+54+18=180$ ✓. Les secteurs mesurent 63°, 45°, 54° et 18°.

2. *Rappels de 5e : moyenne et valeur manquante*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : calculer une moyenne**

(a) Il y a 5 valeurs, les deux 0 comptent : $(14+0+11+0+15)\div 5=40\div 5=8$. Inès a marqué en moyenne 8 points par partie.

Ex. 8 (suite)

(b) $(7{,}5+12+9{,}5+13)\div 4=42\div 4=10{,}5$. La moyenne de Jules est 10,5.

(c) $(23+18+27+20+25+19)\div 6=132\div 6=22$. En moyenne, 22 passagers par trajet. La valeur 22 n'apparaît pas dans la série : une moyenne n'est pas forcément une valeur de la série.

(d) Somme : 1 105 ; $1\,105\div 7=157{,}857\ldots$ donc la taille moyenne est ≈ 157,9 cm. C'est bien entre 149 cm et 167 cm.

(e) Il y a 8 valeurs, en comptant les trois 0 : $(3+0+2+1+0+4+0+2)\div 8=12\div 8=1{,}5$. L'équipe marque en moyenne 1,5 but par match.

(f) $(12{,}4+9{,}8+15{,}1)\div 3=37{,}3\div 3=12{,}433\ldots$ donc la masse moyenne d'un sac est ≈ 12,4 kg.

Ex. 9 ★★☆ **Automatismes : raisonner avec la somme**

(a) La calculatrice divise seulement 18 : $13+8+6=27$. Il fallait taper $(13+8+18)\div 3=39\div 3=13$. La moyenne est 13.

(b) Somme = moyenne × nombre de notes : $11{,}5\times 6=69$. Ses notes totalisent 69 points.

(c) $42{,}5\times 8=340$. Il a parcouru 340 km en tout.

(d) Nombre de valeurs = somme ÷ moyenne : $36\div 7{,}2=5$. La série a 5 valeurs.

(e) La plus grande valeur est 18 : une moyenne est toujours entre le minimum et le maximum, donc elle ne peut pas valoir 21. Bonne moyenne : $(6+15+9+18+12)\div 5=60\div 5=12$.

Ex. 10 ★★☆ **La note à obtenir**

(a) $(14+11{,}5+9+16)\div 4=50{,}5\div 4=12{,}625$. La moyenne actuelle de Nora est ≈ 12,6.

(b) Somme visée : $13\times 5=65$. Somme connue : 50,5. Note à obtenir : $65-50{,}5=14{,}5$. Nora doit obtenir 14,5.

(c) Non. Avec 13, la nouvelle somme est $50{,}5+13=63{,}5$, à diviser par le nouvel effectif 5 : $63{,}5\div 5=12{,}7$. Elle n'aurait que 12,7 de moyenne : la note manquante n'est pas la moyenne visée.

(d) Somme visée : $15\times 5=75$. Note nécessaire : $75-50{,}5=24{,}5$, supérieure à 20. C'est impossible : Nora ne peut plus atteindre 15 de moyenne.

Ex. 11 ★★☆ **La température effacée**

(a) Non. $118 \div 6 \approx 19{,}7$ °C : c'est la moyenne des six températures connues, pas la valeur effacée. Avec 19,7 °C, la moyenne des 7 jours serait $(118 + 19{,}7) \div 7 = 137{,}7 \div 7 \approx 19{,}7$ °C, et non 19,5 °C. Lucas se trompe.

(b) Somme visée : $19{,}5 \times 7 = 136{,}5$. Somme connue : $18 + 21 + 17 + 23 + 20 + 19 = 118$. Valeur effacée : $136{,}5 - 118 = 18{,}5$. Il a fait 18,5 °C ce jour-là.

(c) Nouvelle somme : $136{,}5 + 25 = 161{,}5$, nouvel effectif 8 : $161{,}5 \div 8 = 20{,}1875$. La moyenne des huit jours est $\approx 20{,}2$ °C.

(d) Faux. Les températures sont 18 ; 21 ; 18,5 ; 17 ; 23 ; 20 ; 19 et aucune ne vaut 19,5 °C : une moyenne n'est pas forcément une valeur de la série.

Ex. 12 ★★★ **Le trimestre d'Élise**

(a) Élise a oublié le 0 : c'est une note, il y a donc 6 valeurs et pas 5. La somme vaut bien $8 + 12{,}5 + 0 + 15 + 9{,}5 + 11 = 56$, mais il faut calculer $56 \div 6 \approx 9{,}3$. La moyenne actuelle d'Élise est d'environ 9,3 sur 20.

(b) Somme visée : $12{,}5 \times 8 = 100$. Somme des notes connues : 56. Les deux dernières notes doivent donc faire $100 - 56 = 44$ points. Or deux notes valent au plus $20 + 20 = 40$, et $44 > 40$. Élise ne peut pas atteindre 12,5 de moyenne.

(c) La meilleure moyenne est obtenue avec 20 et 20 : $(56 + 20 + 20) \div 8 = 96 \div 8 = 12$. Élise peut au mieux finir avec 12 de moyenne.

(d) Nouvelle somme : $56 + 14 + 17 = 87$, pour 8 notes. $87 \div 8 = 10{,}875 \approx 10{,}9$. La moyenne finale d'Élise est d'environ 10,9 sur 20.

(e) Vrai. Sans le 0, il reste 7 notes, de somme $8 + 12{,}5 + 15 + 9{,}5 + 11 + 14 + 17 = 87$: $87 \div 7 \approx 12{,}4$, ce qui dépasse 12. Le devoir non rendu fait perdre à Élise plus d'un point et demi de moyenne.

Ex. 13 ★★★ **Le jour de la panne de bus**

(a) Somme : $14 + 17 + 12 + 15 + 41 + 13 + 16 + 14 + 15 = 157$ min, pour 9 trajets. $157 \div 9 \approx 17{,}4$. Un trajet de Rayan dure en moyenne environ 17,4 min.

(b) 8 trajets sur 9 durent moins de 17,4 min : seul celui de 41 min dure plus. Sans le jour de panne : $(157 - 41) \div 8 = 116 \div 8 = 14{,}5$ min. La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes : à lui seul, le trajet de 41 min fait monter la moyenne d'environ 3 min.

Ex. 13 **(suite)**

(c) Rayan calcule $(17{,}4 + 20) \div 2 = 18{,}7$: il fait la moyenne entre une moyenne et une seule valeur, comme si les 9 premiers jours ne comptaient que pour un. Il faut repartir de la somme : $(157 + 20) \div 10 = 177 \div 10 = 17{,}7$. Sur 10 jours, le trajet moyen dure 17,7 min (et non 18,7 min).

(d) Somme visée : $16 \times 10 = 160$ min. Durée du 10e trajet : $160 - 157 = 3$ min. Ce n'est pas réaliste : le trajet le plus court a duré 12 min. Même avec 12 min, la moyenne serait $(157 + 12) \div 10 = 16{,}9$ min. À cause de la panne, la moyenne ne peut pas descendre à 16 min en 10 jours.

Ex. 14 ★★★ **Combien de joueurs au bowling ?**

(a) Avec 4 joueurs : somme $124 \times 4 = 496$ points, puis $(496 + 160) \div 5 = 656 \div 5 = 131{,}2$ points. Avec 6 joueurs : somme $124 \times 6 = 744$ points, puis $(744 + 160) \div 7 = 904 \div 7 \approx 129{,}1$ points. Aucun des deux cas ne donne 130 : le groupe n'avait ni 4 ni 6 joueurs.

(b) Avec 5 joueurs : somme $124 \times 5 = 620$, puis $(620 + 160) \div 6 = 780 \div 6 = 130$. On retrouve bien 130 points : le groupe comptait 5 joueurs avant l'arrivée de Nathan.

(c) Somme des 5 scores : $124 \times 5 = 620$. Scores connus : $98 + 141 + 117 + 135 = 491$. Score effacé : $620 - 491 = 129$ points. Ce n'est pas la moyenne (124) : le score effacé est 129 points.

(d) Somme à 6 joueurs : 780 points. Sans le joueur à 98 points : $780 - 98 = 682$ points pour 5 joueurs. $682 \div 5 = 136{,}4$. La moyenne des joueurs qui restent est 136,4 points.

3. *Moyenne pondérée : tableau d'effectifs et coefficients*

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : calculer une moyenne pondérée**

(a) Tableau : 0 but → effectif 2 ; 1 → 5 ; 2 → 4 ; 3 → 1. Effectif total : $2 + 5 + 4 + 1 = 12$ matchs. Total des buts : $0 \times 2 + 1 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 1 = 0 + 5 + 8 + 3 = 16$. Moyenne : $16 \div 12 \approx 1{,}33$ but par match.

(b) Effectif total : $3 + 5 + 2 = 10$ élèves. On divise par 10, et non par 3 : $\frac{8\times3+12\times5+15\times2}{10} = \frac{24+60+30}{10} = \frac{114}{10} = 11{,}4$. La note moyenne est 11,4.

Ex. 15 **(suite)**

(c) La hauteur d'une barre est un effectif ; la valeur est sous la barre. Effectif total : $6 + 7 + 5 + 2 = 20$ voitures. Total des personnes : $1 \times 6 + 2 \times 7 + 3 \times 5 + 4 \times 2 = 6 + 14 + 15 + 8 = 43$. Moyenne : $43 \div 20 = 2{,}15$ personnes par voiture. Ce n'est pas un nombre de personnes possible, mais c'est bien une moyenne.

(d) Somme des coefficients : $2 + 3 + 1 = 6$. $\frac{14\times2+9{,}5\times3+17\times1}{6} = \frac{28+28{,}5+17}{6} = \frac{73{,}5}{6} = 12{,}25$. Lina a 12,25 de moyenne.

(e) Effectif total : $4 + 10 + 6 = 20$ cahiers. $\frac{1{,}20\times4+1{,}50\times10+2{,}10\times6}{20} = \frac{4{,}8+15+12{,}6}{20} = \frac{32{,}4}{20} = 1{,}62$. Le prix moyen d'un cahier est 1,62 €.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux sur la moyenne pondérée**

(a) Faux. Chaque temps compte autant de fois que son effectif, et on divise par l'effectif total 10 : $\frac{10\times6+15\times3+20\times1}{10} = \frac{60+45+20}{10} = \frac{125}{10} = 12{,}5$. Le temps moyen est 12,5 min.

(b) Faux. Contre-exemple : les valeurs 2 et 3, d'effectif 1 chacune, ont pour moyenne $\frac{2\times1+3\times1}{2} = 2{,}5$, qui n'est pas un entier.

(c) Faux. On divise par la somme des coefficients, $1 + 3 = 4$, et non par 2 : $\frac{10+48}{4} = \frac{58}{4} = 14{,}5$. La moyenne est 14,5.

(d) Vrai. Avec coefficients : $\frac{12\times2+8\times2}{4} = \frac{40}{4} = 10$. Sans coefficients : $\frac{12+8}{2} = 10$. Quand tous les coefficients sont égaux, ils ne changent pas la moyenne.

(e) Faux. Les deux groupes n'ont pas le même effectif. Total des notes : $10 \times 12 + 30 \times 16 = 120 + 480 = 600$. Moyenne : $600 \div 40 = 15$. La moyenne des 40 élèves est 15, et non 14.

Ex. 17 ★★☆ **Le bulletin de Yanis**

(a) $\frac{13{,}5+10+14+8}{4} = \frac{45{,}5}{4} = 11{,}375 \approx 11{,}4$. Sans coefficients, Yanis a environ 11,4 de moyenne.

(b) Somme pondérée : $13{,}5 \times 4 + 10 \times 3 + 14 \times 2 + 8 \times 1 = 54 + 30 + 28 + 8 = 120$. Somme des coefficients : $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. Moyenne : $120 \div 10 = 12$. Avec les coefficients, Yanis a 12 de moyenne.

(c) Les matières à gros coefficient sont plutôt ses bonnes notes : 13,5 en maths compte 4 fois. Sa note la plus faible (8 en anglais) ne compte qu'une fois. Les bonnes notes pèsent donc plus lourd, et la moyenne monte d'environ 11,4 à 12.

Ex. 17 **(suite)**

(d) Somme pondérée : $120 + 9 \times 2 = 138$. Somme des coefficients : $10 + 2 = 12$. Moyenne : $138 \div 12 = 11{,}5$. La note 9 est inférieure à l'ancienne moyenne 12, donc elle la fait baisser. Avec la physique-chimie, Yanis a 11,5 de moyenne.

Ex. 18 ★★☆ **Le club d'escalade**

(a) $25 - (4 + 6 + 9 + 2) = 25 - 21 = 4$. 4 grimpeurs ont réussi 5 voies.

(b) Non. Thomas divise par 5, le nombre de valeurs différentes, sans tenir compte des effectifs. Total des voies : $2 \times 4 + 3 \times 6 + 4 \times 9 + 5 \times 4 + 6 \times 2 = 8 + 18 + 36 + 20 + 12 = 94$. Moyenne : $94 \div 25 = 3{,}76$. En moyenne, un grimpeur a réussi 3,76 voies.

(c) La moyenne partage le total des voies (94) également entre les 25 grimpeurs. Ce n'est pas le résultat d'un grimpeur : une moyenne n'est pas forcément une valeur de la série. 3,76 voies, c'est un peu moins de 4 voies par grimpeur.

(d) La moyenne est 3,76 voies. Ont réussi plus de voies que la moyenne ceux qui en ont réussi 4, 5 ou 6 : $9 + 4 + 2 = 15$ grimpeurs. Fréquence : $\frac{15}{25} = 0{,}6 = 60\,\%$. 60 % des grimpeurs ont réussi plus de voies que la moyenne.

Ex. 19 ★★★ **Les deux groupes du club de natation**

(a) Dauphins : $15 \times 42{,}4 = 636$ longueurs. Requins : $25 \times 51{,}2 = 1\,280$ longueurs.

(b) Total : $636 + 1\,280 = 1\,916$ longueurs pour $15 + 25 = 40$ nageurs. Moyenne : $1\,916 \div 40 = 47{,}9$. Les nageurs du club ont nagé en moyenne 47,9 longueurs.

(c) Non. Inès fait la moyenne des deux moyennes comme si les groupes avaient le même effectif. Or il y a 25 Requins pour 15 Dauphins : la moyenne la plus haute (51,2) doit compter davantage. La bonne moyenne est 47,9 longueurs, et non 46,8.

(d) Pour 50 nageurs avec une moyenne de 46 : $50 \times 46 = 2\,300$ longueurs. Les Tortues doivent nager $2\,300 - 1\,916 = 384$ longueurs, soit $384 \div 10 = 38{,}4$. Les Tortues doivent nager en moyenne 38,4 longueurs.

Ex. 20 ★★★ **Le concours de pâtisserie**

(a) $(15 + 12 + 18 + 14) \div 4 = 59 \div 4 = 14{,}75$. Sans coefficients, Zoé aurait 14,75 sur 20.

Ex. 20 (suite)

(b) Avec le coefficient 1 : $(60+12+18+28)\div 8 = 118\div 8 = 14{,}75$. Avec 2 : $130\div 9 \approx 14{,}44$. Avec 3 : $(15\times 4+12\times 3+18\times 1+14\times 2)\div(4+3+1+2) = 142\div 10 = 14{,}2$. On divise bien par la somme des coefficients, 10, et non par 4. Le coefficient de la présentation est 3.

(c) Oui. Sa meilleure note (18 en originalité) n'a que le coefficient 1, alors que sa moins bonne (12 en présentation) a le coefficient 3. Sa moyenne baisse de 14,75 à 14,2 sur 20.

(d) Pour une moyenne de 14,2 avec une somme des coefficients de 10, il faut $14{,}2\times 10 = 142$ points. Hugo a déjà $16\times 3+11\times 1+15\times 2 = 48+11+30 = 89$ points. Il lui manque $142-89 = 53$ points, soit $53\div 4 = 13{,}25$. Hugo doit obtenir 13,25 sur 20 en goût.

Ex. 21 ★★★ L'enquête du quartier

(a) Familles : $2+8+x+7+2+1 = 20+x$. Enfants : $0\times 2+1\times 8+2\times x+3\times 7+4\times 2+5\times 1 = 42+2x$.

(b) $(42+2x)\div(20+x) = 2{,}05$, donc $42+2x = 2{,}05\times(20+x) = 41+2{,}05x$, d'où $0{,}05x = 1$ et $x = 20$. Vérification : $(42+40)\div 40 = 82\div 40 = 2{,}05$. Il y a 20 familles de 2 enfants.

(c) Non. Les familles sans enfant n'ajoutent pas d'enfants, mais elles comptent dans l'effectif total. Sans elles : 82 enfants pour $40-2 = 38$ familles, soit $82\div 38 \approx 2{,}16$. La moyenne passe de 2,05 à environ 2,16 enfants par famille : Maëlle a tort.

(d) 41 familles et $82+8 = 90$ enfants : $90\div 41 \approx 2{,}20$. Une seule famille avec une valeur extrême fait passer la moyenne de 2,05 à environ 2,20 enfants par famille : la moyenne est sensible aux valeurs extrêmes.

4. *Médiane d'une série (effectif pair ou impair, tableau)*

Ex. 22 ★☆☆ Automatismes : rang et médiane

(a) Je range : 9 ; 11 ; 14 ; 15 ; 17. $N = 5$ est impair, $(5+1)\div 2 = 3$: la médiane est la 3^{e} valeur, 14.

(b) Je range : 1,5 ; 2,5 ; 3 ; 3,5 ; 4 ; 6. $N = 6$ est pair : les valeurs centrales sont la 3^{e} et la 4^{e}, 3 et 3,5. Médiane : $(3+3{,}5)\div 2 = 3{,}25$. Ce n'est pas une valeur de la série.

(c) $N = 15$ est impair : $(15+1)\div 2 = 8$. La médiane est la 8^{e} valeur.

Ex. 22 (suite)

(d) $N = 24$ est pair : $24\div 2 = 12$ et $12+1 = 13$. Les valeurs centrales sont la 12^{e} et la 13^{e}.

(e) $N = 8$ est pair : il faut la demi-somme des valeurs de rangs 4 et 5, 8 et 9. Médiane : $(8+9)\div 2 = 8{,}5$, pas 8.

Ex. 23 ★☆☆ Automatismes : médiane avec les effectifs cumulés

(a) Effectifs cumulés : 6 ; $6+9 = 15$; $15+5 = 20$; $20+3 = 23$; $23+2 = 25$.

(b) L'effectif cumulé de la valeur 2 est 20 : 20 élèves ont au plus 2 frères et sœurs.

(c) $N = 25$ est impair : $(25+1)\div 2 = 13$. La médiane est la 13^{e} valeur.

(d) Non. Les rangs 1 à 6 sont des 0, les rangs 7 à 15 des 1 : la 13^{e} valeur est 1. La médiane est 1 frère ou sœur : elle dépend des effectifs, pas de la place de la colonne.

Ex. 24 ★★☆ Températures d'une station météo

(a) Série rangée : 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 17 ; 17 ; 18 ; 19
(11 valeurs, les doublons sont répétés).

(b) $N = 11$ est impair : $(11+1)\div 2 = 6$. La 6^{e} valeur est 16. La médiane est 16 °C : au moins la moitié des jours, la température maximale a été de 16 °C ou moins.

(c) 17 °C est la valeur la plus fréquente (3 fois), mais ce n'est pas la valeur du milieu de la série rangée. La médiane est la 6^{e} valeur, 16 °C.

(d) Maintenant $N = 12$ est pair : rangs $12\div 2 = 6$ et 7, soit 16 et 17. Nouvelle médiane : $(16+17)\div 2 = 16{,}5$ °C. Ajouter une valeur a changé le rang de la médiane.

Ex. 25 ★★☆ Durées de sommeil

(a) Effectifs cumulés : 4 ; $4+6 = 10$; $10+5 = 15$; $15+3 = 18$; $18+1 = 19$; $19+1 = 20$.

(b) $N = 20$ est pair : il faut les valeurs de rangs $20\div 2 = 10$ et 11. Le rang 10 est un 7,5 (rangs 5 à 10), le rang 11 un 8 (rangs 11 à 15). Médiane : $(7{,}5+8)\div 2 = 7{,}75$ h.

(c) Inès a pris la place des colonnes au lieu des effectifs. Les 10^{e} et 11^{e} valeurs sont 7,5 et 8 : la médiane est 7,75 h, pas 8,25 h.

(d) Vrai. Les adolescents qui dorment 8 h ou plus sont $5+3+1+1 = 10$, soit la moitié des 20 : au moins la moitié dorment 7,75 h ou plus.

Ex. 26 ★★★ **Entraînement de saut en longueur**

(a) Série rangée : 3,40 ; 3,62 ; 3,70 ; 3,85 ; 3,85 ; 3,85 ; 3,95 ; 4,02 ; 4,10 ; 4,10 ; 4,25 ; 4,48. On compte bien $N = 12$ valeurs, les valeurs égales sont répétées.

(b) Non. $N = 12$ est pair, donc la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $12 \div 2 = 6$ et $6 + 1 = 7$, c'est-à-dire 3,85 et 3,95. Médiane : $(3{,}85 + 3{,}95) \div 2 = 3{,}90$. La valeur la plus fréquente (3,85 m) n'est pas la médiane. La médiane des sauts de Yanis est 3,90 m.

(c) Non, aucun saut ne mesure 3,90 m. Quand N est pair, la médiane est la demi-somme de deux valeurs différentes : ce n'est donc pas forcément une valeur de la série. La médiane, 3,90 m, n'est pas une longueur sautée par Yanis.

(d) Vrai. Les sauts de 3,90 m ou moins sont 3,40 ; 3,62 ; 3,70 ; 3,85 ; 3,85 ; 3,85, soit 6 sauts sur 12, donc la moitié. Au moins la moitié des sauts de Yanis mesurent 3,90 m ou moins.

(e) Avec $N = 13$ sauts, la médiane est la valeur de rang $(13 + 1) \div 2 = 7$. Si le 13^{e} saut mesure 3,95 m ou plus, les 6 premières valeurs ne changent pas et la 7^{e} est 3,95 : la médiane vaut 3,95 m. S'il mesure moins de 3,95 m, la 7^{e} valeur est ce saut ou 3,85, donc moins de 3,95. Yanis doit sauter au minimum 3,95 m.

Ex. 27 ★★★ **Combien de personnes par voiture ?**

(a) $N = 23 + 9 + 5 + 4 + 3 = 44$. N est pair, donc les deux valeurs centrales sont de rangs $44 \div 2 = 22$ et $22 + 1 = 23$. Ben a compté 44 voitures, et les rangs centraux sont le 22^{e} et le 23^{e}.

(b) Non. Moyenne : $(1 \times 23 + 2 \times 9 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 3) \div 44 = 87 \div 44 \approx 1{,}98$ personne. Effectifs cumulés : 23 ; 32 ; 37 ; 41 ; 44. Les rangs 1 à 23 correspondent à des voitures avec 1 personne : la 22^{e} et la 23^{e} valeur valent 1. Médiane : $(1 + 1) \div 2 = 1$. Les voitures très remplies tirent la moyenne vers le haut, mais pas la médiane. La médiane est 1 personne, pas 2.

(c) Au moins la moitié des voitures comptées ce matin-là n'avaient qu'une personne à bord, le conducteur seul.

(d) Avec 1 voiture de plus, $N = 45$ est impair : la médiane est de rang $(45 + 1) \div 2 = 23$. La 23^{e} valeur vaut encore 1. Avec 2 voitures de plus, $N = 46$: les rangs centraux sont 23 et 24, et ces valeurs sont 1 et 2. Médiane : $(1 + 2) \div 2 = 1{,}5$. Il faut au minimum 2 voitures de plus. La médiane vaut alors 1,5 personne, ce qui n'est pas une valeur de la série.

Ex. 28 ★★★ **Défi des pas quotidiens**

(a) Série rangée : 5,9 ; 6,2 ; 6,8 ; 7,1 ; 7,1 ; 7,6 ; 8,4 ; 8,4 ; 9,0 ; 12,5. $N = 10$ est pair : les valeurs centrales sont de rangs 5 et 6, soit 7,1 et 7,6. Médiane : $(7{,}1 + 7{,}6) \div 2 = 7{,}35$. La médiane de Noah est 7,35 milliers de pas.

(b) Non. Seulement 4 jours sur 10 sont à 7,9 milliers de pas ou plus (8,4 ; 8,4 ; 9,0 ; 12,5). La valeur qui partage la série en deux est la médiane, 7,35, et non la moyenne. La moyenne est tirée vers le haut par la valeur extrême 12,5. Noah a donc tort.

(c) Les 8 valeurs rangées : 5,2 ; 6,4 ; 7,5 ; 7,8 ; 8,1 ; 8,6 ; 9,3 ; 10,6. Avec 9 valeurs, la médiane est de rang $(9 + 1) \div 2 = 5$: elle a 4 valeurs avant elle et 4 après. 8,0 ne fait pas partie des 8 valeurs notées, donc la médiane ne peut être que la valeur oubliée. Elle se place entre 7,8 et 8,1, au 5^{e} rang. Le 9^{e} jour, Sarah a fait 8,0 milliers de pas.

(d) Étendue de Noah : $12{,}5 - 5{,}9 = 6{,}6$. Étendue de Sarah : $10{,}6 - 5{,}2 = 5{,}4$. La médiane de Sarah (8,0) est plus élevée que celle de Noah (7,35), et son étendue est plus petite. Sarah marche donc davantage en général, et ses nombres de pas sont moins dispersés que ceux de Noah.

5. *Étendue et dispersion*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : calculer une étendue**

(a) Plus grande valeur 19, plus petite 6 : étendue $= 19 - 6 = 13$ pompes.

(b) Plus grande valeur 21,5, plus petite 9,5 : étendue $= 21{,}5 - 9{,}5 = 12$ min.

(c) Plus grande valeur 5, plus petite -4 : étendue $= 5 - (-4) = 9$ points.

(d) Étendue $= 2{,}4 - 2{,}4 = 0$ kg. Une étendue nulle veut dire que toutes les valeurs sont égales : les quatre colis ont la même masse.

(e) On ne garde que les valeurs dont l'effectif n'est pas nul : la plus petite est 2, la plus grande est 5 (pas 6, d'effectif 0, et pas 11, qui est un effectif). Étendue $= 5 - 2 = 3$ livres.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux sur l'étendue**

(a) Faux. 20 est la plus grande valeur, pas l'étendue : étendue $= 20 - 6 = 14$.

(b) Faux. L'étendue ne compte pas les valeurs : étendue $= 13 - 5 = 8$.

Ex. 30 (suite)

(c) Faux. Contre-exemple : les séries 2 ; 10 et 15 ; 23 ont la même étendue ($10-2=8$ et $23-15=8$), mais leurs plus grandes valeurs sont 10 et 23. L'étendue mesure un écart, pas une position.

(d) Vrai. Avant : $13-10=3$. Après : $43-10=33$. Une seule valeur extrême suffit à changer complètement l'étendue.

(e) Faux. La nouvelle série est 7 ; 12 ; 18 : étendue $=18-7=11$, comme avant ($15-4=11$). L'étendue ne change pas.

Ex. 31 ★★☆ Deux archères, une même moyenne

(a) Inès : $\frac{42+45+44+43+46+44}{6}=\frac{264}{6}=44$ points. Chloé : $\frac{50+38+47+39+48+42}{6}=\frac{264}{6}=44$ points. Les deux moyennes valent 44 points.

(b) Inès : $46-42=4$ points. Chloé : $50-38=12$ points. Les scores de Chloé sont trois fois plus étalés que ceux d'Inès.

(c) Non. Les moyennes sont égales, mais l'étendue de Chloé (12 points) est trois fois celle d'Inès (4 points) : les scores de Chloé sont beaucoup plus dispersés. Inès est plus régulière.

(d) Il faut choisir Inès : ses scores ne descendent jamais sous 42 points, alors que Chloé peut tomber à 38 points. La plus faible étendue d'Inès montre qu'elle est plus régulière.

Ex. 32 ★★☆ Le glacier et le jour manquant

(a) Plus grande valeur 45, plus petite 29 : étendue $=45-29=16$ glaces.

(b) $16<22$: le 6e jour est donc soit le nouveau maximum, soit le nouveau minimum. S'il est le maximum : $29+22=51$ glaces. S'il est le minimum : $45-22=23$ glaces. Le glacier a vendu 51 ou 23 glaces le 6e jour.

(c) Le 6e jour vaut 51. Série rangée : 29 ; 34 ; 37 ; 41 ; 45 ; 51. $N=6$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 3 et 4, soit $\frac{37+41}{2}=39$ glaces.

(d) Série rangée : 29 ; 34 ; 37 ; 41 ; 45 ; 51 ; 120. Étendue $=120-29=91$ glaces. $N=7$: rang $\frac{7+1}{2}=4$, médiane $=41$ glaces. La médiane passe seulement de 39 à 41 glaces, alors que l'étendue passe de 22 à 91 glaces : c'est l'étendue qui change le plus, à cause d'une seule valeur extrême.

Ex. 33 ★★★ Covoiturage au péage

(a) Moyenne : $\frac{1\times14+2\times9+3\times5+4\times2+5\times0}{30}=\frac{55}{30}\approx1{,}83$. Effectifs cumulés : 14 ; 23 ; 28 ; 30 ; 30. $N=30$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $30\div2=15$ et 16. Ces deux rangs sont entre 15 et 23, donc les deux valeurs valent 2 : médiane $=\frac{2+2}{2}=2$. Il y a en moyenne environ 1,83 personne par voiture, et au moins la moitié des voitures transportent 2 personnes au plus.

(b) Léo a fait la différence de deux effectifs. Or l'étendue se calcule sur les valeurs, pas sur les effectifs. Noa a pris 5 comme maximum, mais aucune voiture ne transporte 5 personnes (effectif 0). La plus grande valeur d'effectif non nul est 4. Étendue $=4-1=3$. Entre la voiture la moins remplie et la plus remplie, il y a 3 personnes d'écart.

(c) Si la nouvelle voiture est le nouveau maximum : $1+6=7$ personnes. Si elle est le nouveau minimum : $4-6=-2$, c'est impossible. La 31e voiture transporte donc 7 personnes. C'est vraisemblable pour un monospace 7 places.

(d) Moyenne : $\frac{55+7}{31}=\frac{62}{31}=2$. $N=31$ est impair, donc rang $\frac{31+1}{2}=16$. Avec les effectifs cumulés 14 ; 23, la 16e valeur est 2 : la médiane vaut 2. Avec cette voiture, il y a en moyenne 2 personnes par voiture, et la médiane reste 2 personnes.

Ex. 34 ★★★ Bord de mer ou montagne ?

(a) Ville A : $\frac{14{,}5+15+13{,}5+14+15{,}5+14+15}{7}=\frac{101{,}5}{7}=14{,}5$. Ville B : $\frac{8+21{,}5+12+19+10{,}5+17+13{,}5}{7}=\frac{101{,}5}{7}=14{,}5$. Les deux villes ont une température moyenne de 14,5 °C.

(b) A rangée : 13,5 ; 14 ; 14 ; 14,5 ; 15 ; 15 ; 15,5. B rangée : 8 ; 10,5 ; 12 ; 13,5 ; 17 ; 19 ; 21,5. $N=7$: rang $\frac{7+1}{2}=4$. La médiane vaut 14,5 °C pour A et 13,5 °C pour B.

(c) A : $15{,}5-13{,}5=2$ °C. B : $21{,}5-8=13{,}5$ °C. Les températures de B sont beaucoup plus dispersées que celles de A.

(d) La phrase est fiable pour A : l'étendue n'est que de 2 °C, tous les matins sont entre 13,5 °C et 15,5 °C, tout près de 14,5 °C. Elle ne l'est pas pour B : la moyenne est la même, mais l'étendue vaut 13,5 °C et les matins vont de 8 °C à 21,5 °C, loin de 14,5 °C. La moyenne seule ne dit rien de la dispersion.

Ex. 34 **(suite)**

(e) Somme des 7 températures : $15 \times 7 = 105$. Somme des six premières : $14{,}5 + 15 + 13{,}5 + 14 + 15{,}5 + 14 = 86{,}5$. 7e température : $105 - 86{,}5 = 18{,}5$ °C. Plus grande valeur 18,5, plus petite 13,5 : étendue $= 18{,}5 - 13{,}5 = 5$ °C. Un seul matin plus chaud fait passer l'étendue de 2 °C à 5 °C, alors que la moyenne ne monte que de 0,5 °C.

Ex. 35 ★★★ **Pouls au repos**

(a) Moyenne : $\frac{72+68+75+70+66+74+71+69+112}{9} = \frac{677}{9} \approx 75{,}2$. Série rangée : 66 ; 68 ; 69 ; 70 ; 71 ; 72 ; 74 ; 75 ; 112. Rang $\frac{9+1}{2} = 5$: médiane 71. Étendue : $112 - 66 = 46$. Le pouls moyen vaut environ 75,2 battements par minute, le pouls médian 71 battements par minute, et l'étendue 46 battements par minute.

(b) Moyenne : $\frac{677-112}{8} = \frac{565}{8} = 70{,}625 \approx 70{,}6$. Série rangée : 66 ; 68 ; 69 ; 70 ; 71 ; 72 ; 74 ; 75. $N = 8$ est pair : rangs 4 et 5, médiane $\frac{70+71}{2} = 70{,}5$. Étendue : $75 - 66 = 9$. Sans Zoé, la moyenne vaut environ 70,6 battements par minute, la médiane 70,5 et l'étendue 9.

(c) L'étendue a le plus changé : elle passe de 46 à 9, soit 37 battements par minute de moins, car elle dépend directement du maximum 112. La moyenne baisse d'environ 4,6, car 112 comptait dans le total. La médiane a le moins changé (de 71 à 70,5, soit 0,5), car elle ne dépend que du rang des valeurs. La médiane décrit donc mieux le pouls habituel au repos quand il y a une valeur extrême.

(d) Lina a donné la plus grande valeur, pas une différence. Nouvelle série rangée : 64 ; 66 ; 68 ; 69 ; 70 ; 71 ; 72 ; 74 ; 75. Étendue $= 75 - 64 = 11$ battements par minute. Rang $\frac{9+1}{2} = 5$: la médiane vaut 70 battements par minute.

6. *Choisir et interpréter un indicateur*

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : calculer et lire une étendue**

(a) La plus grande valeur est 6 et la plus petite est 0 : étendue $= 6 - 0 = 6$. L'écart entre le meilleur et le moins bon match est de 6 buts.

(b) Le maximum est 7 et le minimum est -2 : étendue $= 7 - (-2) = 9$. L'écart de température sur ces 5 jours est de 9 °C.

(c) Non. L'étendue est une différence et non la plus grande valeur : $1{,}70 - 1{,}48 = 0{,}22$. L'étendue vaut 0,22 m.

Ex. 36 **(suite)**

(d) On a max − min = étendue, donc max $= 14 + 9 = 23$. La plus grande valeur est 23 kg.

(e) Les nouveaux scores sont 8 ; 12 ; 15 ; 11, d'où une étendue de $15 - 8 = 7$ points. C'est la même que l'étendue de départ ($12 - 5 = 7$ points) : quand on ajoute le même nombre à toutes les valeurs, l'étendue ne change pas.

(f) Dans la série A, car son étendue (2 kg) est plus petite. Ses valeurs sont donc moins dispersées que celles de B.

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : une valeur extrême tire la moyenne**

(a) Série rangée : 1 600 ; 1 650 ; 1 750 ; 1 800 ; 5 900. Il y a $N = 5$ valeurs (nombre impair), donc la médiane est la valeur de rang $(5 + 1) \div 2 = 3$: elle vaut 1 750 €.

(b) Moyenne $= \frac{1\,600+1\,750+5\,900+1\,800+1\,650}{5} = \frac{12\,700}{5} = 2\,540$ €.

(c) Il faut choisir la médiane. Le salaire de 5 900 € est une valeur extrême qui tire la moyenne vers le haut : 4 salariés sur 5 gagnent moins que 2 540 €. La médiane (1 750 €) décrit mieux le salaire habituel.

(d) Série rangée : 1 600 ; 1 650 ; 1 700 ; 1 750 ; 1 800 ; 5 900. $N = 6$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 3 et 4, soit $\frac{1\,700+1\,750}{2} = 1\,725$ €.

(e) Nouvelle somme : $12\,700 + 1\,700 = 14\,400$ €. Nouvelle moyenne : $14\,400 \div 6 = 2\,400$ €. Elle reste bien au-dessus de la médiane (1 725 €), à cause du salaire de 5 900 €.

Ex. 38 ★★☆ **Deux lignes de bus à comparer**

(a) Ligne A rangée : 18 ; 19 ; 20 ; 20 ; 20 ; 21 ; 22. Ligne B rangée : 15 ; 16 ; 17 ; 20 ; 20 ; 28 ; 35. Avec $N = 7$, la médiane est la valeur de rang $(7 + 1) \div 2 = 4$. Les deux lignes ont la même médiane : 20 min.

(b) Ligne A : $\frac{18+22+20+19+21+20+20}{7} = \frac{140}{7} = 20$ min. Ligne B : $\frac{15+35+20+16+28+20+17}{7} = \frac{151}{7} \approx 21{,}6$ min.

(c) Ligne A : $22 - 18 = 4$ min. Ligne B : $35 - 15 = 20$ min.

(d) Noé se trompe. Les deux lignes ont la même médiane (20 min), et pourtant elles ne se valent pas. La moyenne de B est plus élevée (21,6 min contre 20 min) et son étendue est 5 fois plus grande : ses durées sont très dispersées (jusqu'à 35 min). Je conseille la ligne A : le trajet y dure toujours entre 18 et 22 min.

Ex. 39 ★★☆ **« La moitié reçoit plus que la moyenne » ?**

(a) Effectifs cumulés : 4 ; $4+6=10$; $10+5=15$; $15+3=18$; $18+2=20$.

(b) Moyenne $=\frac{10\times4+15\times6+20\times5+30\times3+100\times2}{20}=\frac{520}{20}=26$ €. En moyenne, un élève reçoit 26 € par mois.

(c) $N=20$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 10 et 11. D'après les effectifs cumulés, la valeur de rang 10 est 15 € et celle de rang 11 est 20 €. Médiane $=\frac{15+20}{2}=17{,}5$ €.

(d) Faux. Seuls les élèves qui reçoivent 30 € ou 100 € ont plus que 26 €, soit $3+2=5$ élèves sur 20 : $\frac{5}{20}=0{,}25=25\,\%$. Ce n'est pas la moitié. C'est la médiane, pas la moyenne, qui coupe la série en deux moitiés.

(e) Je choisirais la médiane (17,5 €). Les deux élèves à 100 € sont des valeurs extrêmes qui tirent la moyenne vers le haut. La moitié des élèves reçoit 15 € ou moins, ce qui est loin de 26 €.

Ex. 40 ★★★ **Quelle lanceuse choisir ?**

(a) Inès : $9{,}8+10{,}4+10{,}3+9{,}9+10{,}2+10{,}0=60{,}6$ et $60{,}6\div6=10{,}1$ m. Chloé : $8{,}9+11{,}2+9{,}4+11{,}0+9{,}1+11{,}0=60{,}6$ et $60{,}6\div6=10{,}1$ m. Les deux athlètes ont la même moyenne : 10,1 m.

(b) Inès : 9,8 ; 9,9 ; 10,0 ; 10,2 ; 10,3 ; 10,4. $N=6$ est pair, donc la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 3 et 4 : $(10{,}0+10{,}2)\div2=10{,}1$ m. Chloé : 8,9 ; 9,1 ; 9,4 ; 11,0 ; 11,0 ; 11,2. Médiane : $(9{,}4+11{,}0)\div2=10{,}2$ m. Les médianes sont très proches.

(c) Hugo a soustrait la première valeur de la dernière dans la série non rangée. L'étendue est la plus grande valeur moins la plus petite. Chloé : $11{,}2-8{,}9=2{,}3$ m. Inès : $10{,}4-9{,}8=0{,}6$ m. Les lancers de Chloé sont beaucoup plus dispersés.

(d) Le plus petit lancer d'Inès est 9,8 m, au-dessus de 9,5 m : ses 6 lancers dépassent 9,5 m. Chez Chloé, 3 lancers sur 6 (8,9 ; 9,1 ; 9,4) sont en dessous. Les moyennes sont égales, mais Inès est plus régulière (étendue de 0,6 m contre 2,3 m). L'entraîneur doit choisir Inès.

(e) Inès n'a jamais dépassé 10,4 m. Chloé a atteint au moins 11 m sur 3 lancers sur 6 (11,0 ; 11,0 ; 11,2). C'est Chloé qui a le plus de chances de battre le record : ses lancers sont dispersés, elle peut faire le pire comme le meilleur.

Ex. 41 ★★★ **L'attente chez le médecin**

(a) Somme : $12+8+15+10+79+9+14+11+13=171$, donc moyenne : $171\div9=19$ min. Série rangée : 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 79. $N=9$ est impair, rang $(9+1)\div2=5$: la médiane est 12 min.

(b) Lucas s'appuie sur la moyenne (19 min), tirée vers le haut par la valeur extrême 79. Pourtant, 8 patients sur 9 ont attendu 15 min ou moins, et la moitié a attendu 12 min ou moins (médiane). Une attente habituelle est plutôt d'environ 12 min : la phrase de Lucas est fausse.

(c) Il reste 8 valeurs, de somme $171-79=92$: moyenne $92\div8=11{,}5$ min. Série rangée : 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15, médiane $(11+12)\div2=11{,}5$ min. La moyenne baisse de 7,5 min et la médiane de 0,5 min seulement : c'est la moyenne qui a le plus changé.

(d) La somme des 9 attentes est $12\times9=108$ min. Valeurs connues : $10+12+7+16+12+14+9+11=91$. Durée effacée : $108-91=17$ min.

(e) Mardi rangé : 7 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 12 ; 14 ; 16 ; 17, médiane (rang 5) : 12 min, étendue : $17-7=10$ min. Lundi : médiane 12 min, moyenne 19 min, étendue $79-8=71$ min. Même médiane, mais moyennes différentes (19 min contre 12 min) à cause de l'urgence du lundi. Une attente habituelle est d'environ 12 min les deux jours, mais les attentes du mardi sont bien plus regroupées.

Ex. 42 ★★★ **Le camion à crêpes de Samir**

(a) Total : $40\times3+45\times5+50\times6+55\times4+60\times1+120\times1=1\,045$ crêpes. Moyenne : $1\,045\div20=52{,}25$. Samir a vendu en moyenne 52,25 crêpes par jour en mai.

(b) Effectifs cumulés : 3 ; 8 ; 14 ; 18 ; 19 ; 20. $N=20$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 10 et 11. Les rangs 9 à 14 correspondent à 50, donc la médiane vaut $(50+50)\div2=50$ crêpes. La moitié des jours, Samir a vendu 50 crêpes ou moins.

(c) Avec le festival : $120-40=80$ crêpes. Sans : $60-40=20$ crêpes. Ce seul jour multiplie l'étendue par 4 : c'est une valeur extrême. Il tire aussi la moyenne (52,25 crêpes) au-dessus de la médiane (50 crêpes), alors que Samir a vendu 50 crêpes ou moins 14 jours sur 20. Pour un jour ordinaire, Samir doit utiliser la médiane et prévoir environ 50 crêpes.

Ex. 42 **(suite)**

(d) Samir calcule $(52{,}25 + 56) \div 2 = 54{,}125$: c'est faux, car les deux mois n'ont pas le même nombre de jours. Juin : $56 \times 10 = 560$ crêpes. Total : $1\,045 + 560 = 1\,605$ crêpes en 30 jours, donc $1\,605 \div 30 = 53{,}5$. Sur les deux mois, Samir a vendu en moyenne 53,5 crêpes par jour.

7. *Problèmes*

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : calculs directs**

(a) Somme : $12{,}5 + 9 + 14 + 11{,}5 + 8 = 55$. Moyenne : $55 \div 5 = 11$. La température moyenne est 11 °C.

(b) Série rangée : 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 14 ; 16 ; 19. $N = 7$ est impair, rang $(7 + 1) \div 2 = 4$. La médiane est 11 min.

(c) Série rangée : 18 ; 22 ; 25 ; 31 ; 35 ; 40. $N = 6$ est pair : valeurs de rangs 3 et 4. Médiane : $(25 + 31) \div 2 = 28$ points.

(d) Étendue : $5 - 1{,}8 = 3{,}2$. L'étendue est 3,2 kg.

(e) Effectif : $\frac{72}{360} \times 180 = 36$. 36 adhérents préfèrent les romans.

(f) Effectif : $0{,}12 \times 250 = 30$. 30 spectateurs sont venus en train.

(g) Distance totale : $13 \times 4 = 52$ km. 4e jour : $52 - (12 + 15 + 10) = 15$. Yanis a parcouru 15 km le 4e jour.

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : compléter un tableau de fréquences et d'angles**

(a) $40 - (14 + 8 + 12) = 6$. 6 élèves viennent en voiture.

(b) $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$. La fréquence des élèves à vélo est $\frac{1}{5}$.

(c) Bus : $\frac{14}{40} = 0{,}35 = 35\,\%$; vélo : $\frac{8}{40} = 20\,\%$; à pied : $\frac{12}{40} = 30\,\%$; voiture : $\frac{6}{40} = 15\,\%$.

(d) Bus : $0{,}35 \times 360 = 126°$; vélo : $0{,}2 \times 360 = 72°$; à pied : $0{,}3 \times 360 = 108°$; voiture : $0{,}15 \times 360 = 54°$.

(e) $35 + 20 + 30 + 15 = 100$: la somme des fréquences fait bien 100 %. $126 + 72 + 108 + 54 = 360$: la somme des angles fait bien 360°.

Ex. 45 ★★☆ **Deux classes réunies**

(a) 4eA : $11{,}5 \times 24 = 276$. 4eB : $13 \times 26 = 338$. Les sommes des notes sont 276 points et 338 points.

(b) Moyenne des 50 élèves : $(276 + 338) \div 50 = 614 \div 50 = 12{,}28$. Léna a tort : elle a fait la moyenne des moyennes, alors que la 4eB a plus d'élèves et compte davantage. La moyenne des deux classes est 12,28.

Ex. 45 **(suite)**

(c) Avec Hugo, la 4eA compte 25 notes. Somme : $276 + 14 = 290$. Moyenne : $290 \div 25 = 11{,}6$. Avec la note de Hugo, la moyenne de la 4eA passe de 11,5 à 11,6.

(d) Somme : $276 + 14 + 338 = 628$. Moyenne : $628 \div 51 \approx 12{,}31$. Oui : la moyenne des 51 élèves, environ 12,31, dépasse 12,3.

Ex. 46 ★★☆ **Club de randonnée : plusieurs indicateurs**

(a) $N = 4 + 6 + 9 + 5 + 3 + 2 = 29$. Effectifs cumulés : 4 ; 10 ; 19 ; 24 ; 27 ; 29.

(b) Somme : $1 \times 4 + 2 \times 6 + 3 \times 9 + 4 \times 5 + 5 \times 3 + 6 \times 2 = 90$. Moyenne : $90 \div 29 \approx 3{,}1$. Un membre fait en moyenne environ 3,1 sorties.

(c) $N = 29$ est impair, rang $(29 + 1) \div 2 = 15$. Les rangs 11 à 19 valent 3 : la médiane est 3 sorties. Étendue : $6 - 1 = 5$ sorties.

(d) Au moins 4 sorties : $5 + 3 + 2 = 10$ membres. Fréquence : $\frac{10}{29} \approx 0{,}345$, soit environ 34,5 %, et $\frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$. Vrai : plus d'un tiers des membres ont fait au moins 4 sorties.

(e) Il reste $29 - 2 = 27$ membres et $90 - 2 \times 1 = 88$ sorties. Moyenne : $88 \div 27 \approx 3{,}3$. Nouveaux effectifs cumulés : 2 ; 8 ; 17 ; 22 ; 25 ; 27. $N = 27$ est impair, rang $(27 + 1) \div 2 = 14$; les rangs 9 à 17 valent 3. La moyenne passe d'environ 3,1 à environ 3,3 sorties, mais la médiane ne change pas : elle reste de 3 sorties.

Ex. 47 ★★★ **Bulletin de Noé : viser une moyenne**

(a) Noé a oublié les coefficients : il a divisé la somme des notes par 4, comme si toutes les notes comptaient autant. Les coefficients font $1 + 2 + 1 + 2 = 6$. Somme pondérée : $11{,}5 \times 1 + 9 \times 2 + 14{,}5 \times 1 + 11 \times 2 = 11{,}5 + 18 + 14{,}5 + 22 = 66$. Moyenne : $66 \div 6 = 11$. Sur ses quatre premiers contrôles, la moyenne de Noé est de 11, pas de 11,5.

(b) Les coefficients des cinq contrôles font $6 + 3 = 9$. Pour avoir 12 de moyenne, il faut une somme pondérée de $12 \times 9 = 108$. Il manque $108 - 66 = 42$, et le C5 compte coefficient 3 : $42 \div 3 = 14$. Noé doit obtenir au moins 14 au C5.

(c) Avec 20 au C5 : $(66 + 20 \times 3) \div 9 = 126 \div 9 = 14$. Comme $14 < 15$, c'est vrai : même avec la note maximale, Noé ne dépassera pas 14 de moyenne.

Ex. 47 **(suite)**

(d) $(66 + 16 \times 3) \div 9 = 114 \div 9 \approx 12{,}7$. La moyenne du trimestre de Noé est d'environ 12,7 : il a atteint son objectif de 12.

Ex. 48 ★★★ **Basket : moyenne ET médiane visées**

(a) Somme : $14 + 8 + 21 + 11 + 17 + 9 + 15 + 12 + 19 = 126$, donc la moyenne vaut $126 \div 9 = 14$ points. Série rangée : 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 14 ; 15 ; 17 ; 19 ; 21. $N = 9$ est impair, rang $(9 + 1) \div 2 = 5$: la médiane est la 5^{e} valeur, 14 points. Étendue : $21 - 8 = 13$ points.

(b) Il faut un total de $15 \times 10 = 150$ points. Inès en a déjà 126, et $150 - 126 = 24$. Elle doit marquer au moins 24 points au 10^{e} match.

(c) Avec 10 valeurs, la médiane est la demi-somme de la 5^{e} et de la 6^{e} valeur. Même si Inès marque beaucoup de points, la série rangée commence par 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 14 ; 15 : la 5^{e} valeur vaut au plus 14 et la 6^{e} au plus 15. La médiane vaut donc au plus $(14 + 15) \div 2 = 14{,}5$. Ce n'est pas possible : la médiane ne peut pas atteindre 15 points.

(d) Moyenne : $(126 + 26) \div 10 = 152 \div 10 = 15{,}2$ points. Série rangée : 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 14 ; 15 ; 17 ; 19 ; 21 ; 26. Rangs $10 \div 2 = 5$ et 6 : médiane $(14 + 15) \div 2 = 14{,}5$ points. Étendue : $26 - 8 = 18$ points.

(e) La moyenne passe de 14 à 15,2 (soit +1,2 point), et la médiane seulement de 14 à 14,5 (+0,5 point). C'est la moyenne qui a le plus changé : elle utilise toutes les valeurs, donc elle est sensible à la valeur extrême 26, alors que la médiane ne dépend que des valeurs du milieu.

Ex. 49 ★★★ **Le glacier du marché**

(a) Un angle de $90°$ correspond à $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$ des cornets. Ces 36 cornets représentent donc un quart du total : $36 \times 4 = 144$. Le glacier a vendu 144 cornets ce samedi.

(b) 1 boule : $\frac{105}{360} \times 144 = 42$ cornets. 4 boules : $144 - 42 - 54 - 36 = 12$ cornets. Angles : 2 boules : $\frac{54}{144} \times 360 = 135°$; 4 boules : $\frac{12}{144} \times 360 = 30°$. Vérification : $105 + 135 + 90 + 30 = 360°$.

(c) $(1 \times 42 + 2 \times 54 + 3 \times 36 + 4 \times 12) \div 144 = (42 + 108 + 108 + 48) \div 144 = 306 \div 144 \approx 2{,}1$. On divise bien par 144, l'effectif total, et pas par 4. En moyenne, un cornet contient environ 2,1 boules.

Ex. 49 **(suite)**

(d) Effectifs cumulés : 42 ; 96 ; 132 ; 144. $N = 144$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $144 \div 2 = 72$ et 73. Les rangs 43 à 96 correspondent à 2 boules, donc les deux valeurs valent 2. La médiane est de 2 boules : au moins la moitié des cornets avaient 2 boules ou moins.

(e) Cornets d'au moins 3 boules : $36 + 12 = 48$, soit $\frac{48}{144} = \frac{1}{3}$ des cornets seulement. Les $42 + 54 = 96$ autres, soit les deux tiers, avaient 1 ou 2 boules, ce que confirme la médiane de 2 boules. C'est faux : la moyenne d'environ 2,1 boules est tirée vers le haut par les cornets de 3 et 4 boules, mais la plupart des cornets avaient au plus 2 boules.