1. Rappels : effectifs, fréquences et moyennes

Ex. 1 ★☆☆ Automatismes : fréquences et angles

(a) $18 \div 40 = 0{,}45$.

(b) $45 \div 125 = 0{,}36$, et $0{,}36 \times 100 = 36$: la fréquence est de 36 %.

(c) $0{,}15 \times 360 = 54$: le secteur mesure 54°.

(d) $90 \div 360 = 0{,}25$, soit 25 % de l'effectif total.

(e) $126 \div 360 = 0{,}35$.

(f) Les fréquences font 1 en tout : $1 - 0{,}38 - 0{,}41 = 0{,}21$.

(g) On divise par l'effectif total, pas par le nombre de valeurs différentes : $6 \div 30 = 0{,}2$ (et non $6 \div 4$).

Ex. 2 ★☆☆ Automatismes : moyennes

(a) Somme : 60, et $60 \div 6 = 10$. Remarque : 10 n'est pas une valeur de la série.

(b) Somme = moyenne $\times$ N : $8{,}4 \times 5 = 42$ min.

(c) Somme des quatre nombres : $12{,}5 \times 4 = 50$. Quatrième nombre : $50 - (9 + 15 + 11) = 50 - 35 = 15$.

(d) $(2 \times 3 + 5 \times 7) \div 10 = 41 \div 10 = 4{,}1$ (et non $(2 + 5) \div 2 = 3{,}5$).

(e) Somme : 26,8, et $26{,}8 \div 7 \approx 3{,}83$ kg.

(f) Ancienne somme : $13 \times 5 = 65$. Nouvelle somme : $65 + 19 = 84$. Nouvelle moyenne : $84 \div 6 = 14$ tartes par jour.

(g) Non : une moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur, donc entre 6 et 14. Elle ne peut pas valoir 15.

Ex. 3 ★★☆ Les buts d'une équipe de football

(a) $N = 3 + 8 + 7 + 5 + 2 = 25$ matchs. Fréquences : $3 \div 25 = 0{,}12$; $8 \div 25 = 0{,}32$; $7 \div 25 = 0{,}28$; $5 \div 25 = 0{,}2$; $2 \div 25 = 0{,}08$. Contrôle : $0{,}12 + 0{,}32 + 0{,}28 + 0{,}2 + 0{,}08 = 1$ ✓

(b) « Au moins 3 buts », c'est 3 ou 4 buts : $5 + 2 = 7$ matchs. $7 \div 25 = 0{,}28$, soit 28 % des matchs.

(c) $0{,}32 \times 360 = 115{,}2$: le secteur « 1 but » mesure $115{,}2^\circ$.

Ex. 3 (suite)

(d) Non : Nina divise par le nombre de valeurs différentes (5) et oublie les effectifs. Moyenne pondérée : $(0 \times 3 + 1 \times 8 + 2 \times 7 + 3 \times 5 + 4 \times 2) \div 25 = 45 \div 25 = 1{,}8$. L'équipe a marqué en moyenne 1,8 but par match.

Ex. 4 ★★☆ Les notes de SVT de Sacha

(a) Somme des coefficients : $1 + 2 + 1 + 3 = 7$. Somme des produits : $12 + 30 + 9 + 42 = 93$. Moyenne : $93 \div 7 \approx 13{,}29$. La moyenne de Sacha est d'environ 13,29 sur 20.

(b) Il divise par le nombre de notes (4) au lieu de la somme des coefficients (7). Il trouve $93 \div 4 = 23{,}25$: c'est impossible, car une moyenne reste comprise entre la plus petite note (9) et la plus grande (15).

(c) Nouvelle somme des coefficients : $7 + 1 = 8$. Somme nécessaire : $14 \times 8 = 112$. Note à obtenir : $112 - 93 = 19$. Sacha doit avoir 19 sur 20.

Ex. 5 ★★★ Comment vient-on au collège ?

(a) Le secteur mesure 108° sur 360° : sa fréquence est $108 \div 360 = 0{,}3$, soit 30 %. Nombre d'élèves en voiture : $0{,}3 \times 240 = 72$.
Donc 72 élèves viennent en voiture.

(b) $240 - (54 + 96 + 72) = 240 - 222 = 18$.
Donc 18 élèves viennent à vélo.

(c) À pied : $54 \div 240 = 0{,}225$, soit 22,5 %. Vélo : $18 \div 240 = 0{,}075$, soit 7,5 %. Bus : $96 \div 240 = 0{,}4$, soit 40 %. Voiture : $72 \div 240 = 0{,}3$, soit 30 %. Contrôle : $22{,}5 + 7{,}5 + 40 + 30 = 100$ % ✓

(d) À pied : $0{,}225 \times 360 = 81^\circ$. Vélo : $0{,}075 \times 360 = 27^\circ$. Bus : $0{,}4 \times 360 = 144^\circ$. Contrôle : $81 + 27 + 144 + 108 = 360^\circ$ ✓

(e) Non. Elle divise par $240 - 72 = 168$ et trouve $18 \div 168 \approx 0{,}11$, soit environ 11 %. Mais une fréquence se calcule toujours en divisant par l'effectif total. La bonne fréquence est $18 \div 240 = 0{,}075$, soit 7,5 % des élèves.

Ex. 6 ★★★ Le concours de pâtisserie

(a) Note finale : $(14 \times 5 + 17 \times 3 + 12 \times 2) \div (5 + 3 + 2) = (70 + 51 + 24) \div 10 = 145 \div 10 = 14{,}5$. On divise par la somme des coefficients (10), pas par le nombre de critères (3). Malo a 14,5 sur 20.

Ex. 6 **(suite)**

(b) Pour une note finale de 15, il faut $15 \times 10 = 150$ points. Inès a déjà $16 \times 5 + 13 \times 3 = 80 + 39 = 119$ points. Il lui manque $150 - 119 = 31$ points, avec un coefficient 2 : $31 \div 2 = 15{,}5$. Il lui faut au moins 15,5 sur 20 en hygiène.

(c) $(13 \times 5 + 18 \times 3 + 19 \times 2) \div 10 = (65 + 54 + 38) \div 10 = 157 \div 10 = 15{,}7$. Sans coefficient, on trouverait $50 \div 3 \approx 16{,}67$. Sa note la plus basse (13, en goût) a le plus gros coefficient : elle compte 5 fois et fait baisser la note finale.

(d) La somme des coefficients devient $5 + 3 + 4 = 12$. Malo : $(70 + 51 + 12 \times 4) \div 12 = 169 \div 12 \approx 14{,}08$, contre 14,5 avant : il y perd. Jade : $(65 + 54 + 19 \times 4) \div 12 = 195 \div 12 = 16{,}25$, contre 15,7 avant : elle y gagne.

Ex. 7 ★★★ **Les salaires d'une petite entreprise**

(a) $N = 6 + 9 + 5 + 3 + 1 = 24$ employés. Moins de 2 000 € : $6 + 9 = 15$ employés. $15 \div 24 = 0{,}625$, soit 62,5 % des employés.

(b) Il a calculé $(1\,600 + 1\,900 + 2\,300 + 3\,100 + 5\,800) \div 5 = 14\,700 \div 5 = 2\,940$. Il a divisé par le nombre de salaires différents (5), sans tenir compte des effectifs. Il faut multiplier chaque salaire par son effectif, puis diviser par 24.

(c) Somme des salaires : $1\,600 \times 6 + 1\,900 \times 9 + 2\,300 \times 5 + 3\,100 \times 3 + 5\,800 \times 1 = 9\,600 + 17\,100 + 11\,500 + 9\,300 + 5\,800 = 53\,300$ €. Moyenne : $53\,300 \div 24 \approx 2\,220{,}83$ €. Aucun employé ne gagne ce salaire : la moyenne n'est pas forcément une valeur de la série. Elle reste comprise entre 1 600 € et 5 800 €.

(d) Nouvelle somme : $53\,300 + 1\,600 = 54\,900$ €, pour 25 employés. Nouvelle moyenne : $54\,900 \div 25 = 2\,196$ €. On ne fait pas la moyenne de 2 220,83 et 1 600 : on recalcule la somme.

(e) Sans le directeur : $54\,900 - 5\,800 = 49\,100$ € pour 24 employés. $49\,100 \div 24 \approx 2\,045{,}83$ €. C'est environ $2\,196 - 2\,045{,}83 \approx 150{,}17$ € de moins : à lui seul, un salaire très élevé fait nettement monter la moyenne.

2. *Médiane et étendue d'une série*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : rang, médiane, étendue**

(a) $N = 21$ est impair : $(21 + 1) \div 2 = 11$. La médiane est la 11^{e} valeur.

(b) $N = 30$ est pair : $30 \div 2 = 15$ et $15 + 1 = 16$. Ce sont les 15^{e} et 16^{e} valeurs.

(c) $N = 7$, rang $(7 + 1) \div 2 = 4$. La médiane est la 4^{e} valeur : 8
(et non 4, qui est son rang).

(d) $N = 6$ est pair : 3^{e} et 4^{e} valeurs, 7 et 10. Médiane : $(7 + 10) \div 2 = 8{,}5$, qui n'est pas une valeur de la série.

(e) Max 21, min 6 : étendue $= 21 - 6 = 15$
(et non 21).

(f) Série rangée : $-6; -2; 3; 4; 7$. Médiane (3^{e} valeur) : 3 abonnés. Étendue : $7 - (-6) = 13$ abonnés.

(g) Max − min = 0, donc max = min : toutes les valeurs sont égales à 12. La médiane vaut 12.

Ex. 9 ★☆☆ **Je range d'abord : la vente de crêpes**

(a) 9; 9; 9; 11; 12; 14; 14; 17; 20. Il y a bien $N = 9$ valeurs.

(b) $N = 9$ est impair, rang $(9 + 1) \div 2 = 5$. La 5^{e} valeur de la série rangée est 12 : la médiane est 12 crêpes. Si on ne range pas, la 5^{e} valeur est 20 : c'est faux.

(c) Étendue $= 20 - 9 = 11$ crêpes.

(d) Au moins la moitié des élèves ont vendu 12 crêpes ou moins : 5 élèves sur 9
(9; 9; 9; 11; 12).

(e) Série rangée : 9; 9; 9; 11; 12; 14; 14; 15; 17; 20. $N = 10$ est pair : 5^{e} et 6^{e} valeurs. Médiane : $(12 + 14) \div 2 = 13$ crêpes.

Ex. 10 ★★☆ **Tirs au but : effectifs cumulés**

(a) Effectifs cumulés : 2; 5; 12; 17; 22; 24.

(b) $N = 24$ est pair : $24 \div 2 = 12$. Les valeurs centrales sont les 12^{e} et 13^{e} valeurs.

(c) Les rangs 6 à 12 valent 3, les rangs 13 à 17 valent 4. Médiane : $(3 + 4) \div 2 = 3{,}5$ tirs. Ce n'est pas une valeur de la série.

(d) Vrai : $5 + 5 + 2 = 12$ joueurs ont réussi 4 tirs ou plus, et 12 est la moitié de 24.

(e) Étendue $= 6 - 1 = 5$ tirs.

Ex. 11 ★★☆ **Trajets à vélo : erreurs et valeur à trouver**

(a) 0,8; 1,2; 1,2; 2,4; 2,9; 3,5; 4,0; 5,1, soit $N = 8$ valeurs.

(b) Non. $N = 8$ est pair : la médiane est la demi-somme des 4^{e} et 5^{e} valeurs, et 4,5 n'est qu'une position. Médiane : $(2{,}4 + 2{,}9) \div 2 = 2{,}65$ km. Au moins la moitié des élèves font 2,65 km ou moins.

(c) Non : 5,1 km est la plus grande valeur. L'étendue est une différence : $5{,}1 - 0{,}8 = 4{,}3$ km.

(d) Avec $N = 9$, la médiane est la 5^{e} valeur, car $(9 + 1) \div 2 = 5$. 2,6 n'est pas une valeur de la série : c'est donc la nouvelle distance, placée entre 2,4 et 2,9. Il doit parcourir 2,6 km.

Ex. 12 ★★★ **Deux villes en janvier**

(a) Série A rangée : $-4; -2; -1; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 7$. On garde bien les deux -1 : $N = 11$.

(b) Léa a oublié l'un des deux -1 : elle a 10 valeurs au lieu de 11, et sa médiane $(1 + 2) \div 2 = 1{,}5$ est donc fausse. Avec $N = 11$, impair, le rang est $(11 + 1) \div 2 = 6$. La 6^{e} valeur de la série rangée est 1 : la médiane de A est 1 °C.

(c) Hugo a oublié le signe : la plus petite valeur est -4, et non 4. Étendue $= 7 - (-4) = 7 + 4 = 11$ °C, et non 3 °C.

(d) Série B rangée : $1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4$. $N = 10$ est pair, donc on prend les valeurs de rangs 5 et 6, qui sont 2 et 3. Médiane : $(2 + 3) \div 2 = 2{,}5$ °C, qui n'est pas une valeur de la série. Étendue : $4 - 1 = 3$ °C.

(e) L'étendue de B (3 °C) est bien plus petite que celle de A (11 °C) : les températures de la ville B sont plus régulières. Sa médiane est aussi plus haute (2,5 °C contre 1 °C). Interprétation : au moins la moitié des jours, la ville B a eu une température minimale inférieure ou égale à 2,5 °C, et au moins la moitié des jours, une température supérieure ou égale à 2,5 °C.

Ex. 13 ★★★ **Quiz noté sur 10 : la feuille de tableur**

(a) En B9 : `=SOMME(B2:B8)`. Effectif total : $2 + 4 + 5 + 6 + 5 + 3 + 2 = 27$ élèves.

(b) En C3 : `=C2+B3`. Colonne C : 2; 6; 11; 17; 22; 25; 27.

(c) $N = 27$ est impair, donc le rang de la médiane est $(27 + 1) \div 2 = 14$. D'après les effectifs cumulés, les rangs 12 à 17 correspondent à la note 7. La médiane est donc 7 : au moins la moitié des élèves ont eu 7 ou moins.

Ex. 13 (suite)

(d) Faux. L'étendue se calcule avec les notes obtenues, pas avec la note maximale possible. Personne n'a eu moins de 3 : étendue $= 10 - 3 = 7$.

(e) Ce n'est pas possible. Avec $N = 28$, la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 14 et 15. Si Ilyès a 6 ou moins, la note 7 occupe les rangs 13 à 18. S'il a 7, elle occupe les rangs 12 à 18. S'il a 8 ou plus, elle occupe les rangs 12 à 17. Dans tous les cas, les 14^{e} et 15^{e} valeurs valent 7, et la médiane reste $(7 + 7) \div 2 = 7$.

Ex. 14 ★★★ **Lancer du poids : deux athlètes**

(a) Lancers rangés : 6,8; 6,8; 7,0; 7,2; 7,5; 8,1. $N = 6$ est pair, donc on prend les rangs 3 et 4. Médiane : $(7{,}0 + 7{,}2) \div 2 = 7{,}1$ m, qui n'est pas un lancer d'Inès. Étendue : $8{,}1 - 6{,}8 = 1{,}3$ m.

(b) Ajouter 0,3 à chaque lancer ne change pas l'ordre. Les deux valeurs centrales augmentent de 0,3 : médiane $(7{,}3 + 7{,}5) \div 2 = 7{,}4$ m, soit $7{,}1 + 0{,}3$. Le max et le min augmentent tous deux de 0,3 : l'étendue reste $8{,}4 - 7{,}1 = 1{,}3$ m.

(c) Les cinq lancers connus, rangés : 6,5; 6,9; 7,3; 7,8; 8,4. Avec $N = 6$, la médiane est la demi-somme des rangs 3 et 4. Si le lancer manquant vaut 6,9 ou moins, la médiane est $(6{,}9 + 7{,}3) \div 2 = 7{,}1$: impossible. S'il vaut 7,3 ou plus, la médiane vaut au moins 7,3 : impossible aussi. Il est donc compris entre 6,9 et 7,3, et il doit vérifier (lancer manquant $+7{,}3) \div 2 = 7{,}2$. Le lancer manquant vaut donc $2 \times 7{,}2 - 7{,}3 = 7{,}1$ m.

(d) Sacha, lancers rangés : 6,5; 6,9; 7,1; 7,3; 7,8; 8,4. Sa médiane est 7,2 m et son étendue $8{,}4 - 6{,}5 = 1{,}9$ m. La médiane de Sacha (7,2 m) est un peu plus haute que celle d'Inès (7,1 m). En revanche, l'étendue d'Inès (1,3 m) est plus petite : Inès est plus régulière.

(e) Nouvelle série rangée : 3,0; 6,8; 6,8; 7,0; 7,2; 7,5; 8,1. $N = 7$ est impair, donc le rang de la médiane est $(7 + 1) \div 2 = 4$. Médiane : 7,0 m (avant : 7,1 m). Étendue : $8{,}1 - 3{,}0 = 5{,}1$ m (avant : 1,3 m). L'étendue change beaucoup à cause de cette valeur extrême, alors que la médiane bouge à peine.

3. *Effectifs cumulés : la médiane dans un tableau*

Ex. 15 ★☆☆ **Buts marqués : compléter les effectifs cumulés**

(a) 5 ; $5+9=14$; $14+8=22$; $22+3=25$; $25+2=27$.

(b) $5+9+8+3+2=27$ matchs : on retrouve bien la dernière case, 27.

(c) Il suffit de lire l'effectif cumulé de 2 : 22 matchs.

(d) $27-22=5$ matchs (ou $3+2=5$).

(e) Les rangs 1 à 5 valent 0. Les matchs à 1 but occupent donc les rangs 6 à 14.

(f) Les rangs 15 à 22 valent 2 et les rangs 23 à 25 valent 3 : la valeur de rang 23 est 3 buts.

Ex. 16 ★☆☆ **Personnes par foyer : la médiane avec les cumulés**

(a) C'est la dernière case des effectifs cumulés : $N=30$.

(b) $N=30$ est pair : rangs $30\div 2=15$ et $15+1=16$.

(c) Les rangs 8 à 15 valent 2 : la valeur de rang 15 est 2. Les rangs 16 à 20 valent 3 : la valeur de rang 16 est 3.

(d) Médiane : $(2+3)\div 2=2{,}5$ personnes. Au moins la moitié des foyers comptent 2,5 personnes ou moins.

(e) Étendue : $6-1=5$ personnes.

(f) Non. La colonne du milieu du tableau n'est pas la valeur du milieu de la série. La médiane se lit aux rangs 15 et 16 : elle vaut 2,5.

(g) Non. 6 est un effectif (un nombre de foyers), pas un nombre de personnes. On cherche la médiane des valeurs, pas celle des effectifs : elle vaut 2,5 personnes.

Ex. 17 ★★☆ **Magasin de chaussures : 120 paires vendues**

(a) 12 ; $12+18=30$; $30+30=60$; $60+33=93$; $93+21=114$; $114+6=120$. La dernière case vaut bien $N=120$.

(b) $N=120$ est pair : rangs 60 et 61. Le rang 60 vaut 40 (effectif cumulé 60) et le rang 61 vaut 41. Médiane : $(40+41)\div 2=40{,}5$.

(c) Vrai. L'effectif cumulé de la pointure 40 est 60, et $60=120\div 2$: exactement la moitié des paires ont une pointure de 40 ou moins, donc « au moins la moitié ».

(d) Étendue : $43-38=5$ pointures.

(e) $120-93=27$ paires (ou $21+6$) et $27\div 120=0{,}225$: 22,5 % des paires vendues.

Ex. 18 ★★☆ **Trajets domicile–collège : fréquences cumulées**

(a) 15 ; $15+30=45$; $45+25=70$; $70+20=90$; $90+10=100$
(contrôle : on finit bien à 100 %).

(b) 45 % des élèves ont un trajet de 10 min ou moins, et 70 % un trajet de 15 min ou moins. La position 50 % tombe donc dans la valeur 15 : la médiane est 15 min.

(c) $5\times 0{,}15+10\times 0{,}3+15\times 0{,}25+20\times 0{,}2+60\times 0{,}1=17{,}5$. La durée moyenne est 17,5 min.

(d) La valeur extrême 60 min, très éloignée des autres, tire la moyenne vers le haut. La médiane, elle, ne dépend que de la position du milieu.

(e) Toutes les durées augmentent de 2 min et les fréquences ne changent pas. La médiane devient $15+2=17$ min et la moyenne $17{,}5+2=19{,}5$ min.

Ex. 19 ★★★ **Entreprise : salaire médian ou salaire moyen ?**

(a) Effectifs cumulés : 6 ; $6+4=10$; $10+5=15$; $15+3=18$; 19 ; 20. Contrôle : la dernière case vaut bien $N=20$. L'effectif cumulé 15 signifie que 15 salariés gagnent 2 100 € ou moins (inférieur ou égal).

(b) $N=20$ est pair : la médiane est la demi-somme des 10^{e} et 11^{e} valeurs. Les rangs 7 à 10 valent 1 800 € et les rangs 11 à 15 valent 2 100 €. Médiane : $(1\,800+2\,100)\div 2=1\,950$ €, qui n'est pas un salaire de la série. Au moins la moitié des salariés gagnent 1 950 € ou moins. Étendue : $9\,000-1\,600=7\,400$ €.

(c) Moyenne : $(1\,600\times 6+1\,800\times 4+2\,100\times 5+2\,500\times 3+3\,200+9\,000)\div 20=47\,000\div 20=2\,350$ €. Le salaire moyen est 2 350 €.

(d) Faux. Seuls les salariés à 2 500 €, 3 200 € et 9 000 € gagnent au moins 2 350 € : $3+1+1=5$ salariés sur 20, soit un quart. Le salaire du directeur tire la moyenne vers le haut, bien au-dessus de la médiane (1 950 €).

(e) Nouvelle somme : $47\,000-9\,000+3\,200=41\,200$ € ; nouvelle moyenne : $41\,200\div 20=2\,060$ €, elle baisse de 290 €. La médiane ne change pas : le salaire remplacé et le nouveau sont tous deux au-dessus de 2 100 €, donc les 10^{e} et 11^{e} valeurs restent 1 800 € et 2 100 € : médiane 1 950 €. Étendue : $3\,200-1\,600=1\,600$ €, elle diminue beaucoup.

Ex. 20 ★★★ **Temps d'écran : la médiane au tableur**

(a) En C3 : `=B3+C2` (cumulé précédent + effectif de la colonne). Ligne 3 : 2 ; 6 ; 11 ; 21 ; 27. Contrôle : F3 vaut bien $N = 27$.

(b) D3 affiche 11 : 11 élèves passent 3 h ou moins (inférieur ou égal) par jour devant un écran.

(c) $N = 27$ est impair : il n'y a qu'un rang central, $(27 + 1) \div 2 = 14$. De plus, D3 vaut 11 : les rangs 12 à 21 valent 4 h, donc même les rangs 13 et 14 valent 4 h. La médiane est 4 h. Au moins la moitié des élèves passent 4 h ou plus devant un écran.

(d) Par exemple `=SOMMEPROD(B1:F1;B2:F2)/F3`. À la main : $(1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 10 + 6 \times 6) \div 27 = 101 \div 27 \approx 3{,}74$ h.

(e) Faux. Strictement plus de 4 h, c'est seulement 6 h : $27 - 21 = 6$ élèves. Un tiers de 27 vaut $27 \div 3 = 9$ et $6 < 9$ ($6 \div 27 \approx 22$ %). Les 10 élèves à 4 h exactement ne comptent pas.

Ex. 21 ★★★ **Deux villes en été : quelle chaleur, quelle régularité ?**

(a) Effectifs cumulés : 3 ; 8 ; 14 ; 22 ; 27 ; 31. Contrôle : la dernière case vaut bien $N = 31$.

(b) $N = 31$ est impair : rang $(31 + 1) \div 2 = 16$. Les rangs 15 à 22 valent 27 °C : la médiane est 27 °C. Au moins la moitié des jours de juillet, il a fait 27 °C ou moins.

(c) 48 % des jours ont eu 27 °C ou moins : c'est moins de la moitié, donc la médiane n'est pas 27 °C. Il faut la première valeur dont la fréquence cumulée atteint 50 % : 30 °C. Avec les rangs : $0{,}48 \times 50 = 24$ jours à 27 °C ou moins et $0{,}70 \times 50 = 35$ à 30 °C ou moins ; $N = 50$ est pair, les 25^{e} et 26^{e} valeurs valent 30 °C. Médiane : 30 °C.

(d) 70 % des jours ont eu 30 °C ou moins, donc $100 - 70 =$ 30 % ont eu strictement plus de 30 °C : $0{,}30 \times 50 = 15$ jours.

(e) Vrai. Indicateur de position : médiane de B (30 °C) supérieure à celle de A (27 °C), B a été plus chaude. Indicateur de dispersion : étendue de A $29 - 24 = 5$ °C, de B $35 - 21 = 14$ °C : les températures de A sont moins étalées, plus régulières.

4. *Regrouper en classes : histogramme et moyenne estimée*

Ex. 22 ★★☆ **Automatismes : bornes, amplitude, centre**

(a) $16 - 12 = 4$: l'amplitude est 4.

(b) $(12 + 16) \div 2 = 14$: le centre est 14.

(c) $(1{,}5 + 2) \div 2 = 1{,}75$: le centre est 1,75.

(d) 25 est la borne de gauche de $[25; 30[$ et la borne exclue de $[20; 25[$: il va dans $[25; 30[$.

(e) Faux : la borne de droite est exclue, $[40; 50[$ contient les valeurs au moins égales à 40 et strictement inférieures à 50.

(f) $0{,}35 \times 60 = 21$: 0,35 h = 21 min (et non 35 min).

(g) Les classes se suivent : $[10; 15[$, $[15; 20[$, puis $[20; 25[$.

Ex. 23 ★★☆ **Lire un histogramme : trajets**

(a) On lit la hauteur du rectangle $[20; 30[$: 11 élèves.

(b) Il faut deux classes : $7 + 13 = 20$ élèves mettent moins de 20 min.

(c) $6 + 3 = 9$ élèves, et $9 \div 40 = 0{,}225$: 22,5 % des élèves.

(d) « Au moins 10 min », ce sont toutes les classes sauf $[0; 10[$: $40 - 7 = 33$ élèves (ou $13 + 11 + 6 + 3 = 33$).

(e) 13 élèves mettent au moins 10 min et moins de 20 min. Un élève qui met 20 min est dans $[20; 30[$; on ne connaît pas les valeurs exactes.

Ex. 24 ★★☆ **Natation : répartir en classes**

(a) $[30; 32[$: 31,2 ; 30,6 ; 31,8, soit 3. $[32; 34[$: 33,4 ; 32,0 ; 33,9 ; 32,7 ; 33,1, soit 5. $[34; 36[$: 35,0 ; 34,5 ; 34,0 ; 35,6, soit 4. $[36; 38[$: 36,8 ; 36,0, soit 2. Contrôle : $3 + 5 + 4 + 2 = 14$ ✓.

(b) Une valeur égale à une borne va dans la classe dont elle est la borne de gauche : 34,0 va dans $[34; 36[$ et 36,0 dans $[36; 38[$.

(c) Sur l'axe horizontal, on place 30 ; 32 ; 34 ; 36 ; 38, régulièrement espacés. Les hauteurs sont 3, 5, 4 et 2. Les rectangles sont accolés, car les classes se suivent sans trou.

Ex. 24 (suite)

(d) $N = 14$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $14 \div 2 = 7$ et 8. Les effectifs cumulés sont 3 ; 8 ; 12 ; 14. Les rangs 4 à 8 sont dans $[32; 34[$, donc les deux valeurs centrales y sont : la médiane est comprise entre 32 s et 34 s.

Ex. 25 ★★☆ Temps d'écran : moyenne estimée

(a) Les centres sont 0,5 ; 1,5 ; 2,5 ; 3,5 ; 4,5. $(0{,}5 \times 2 + 1{,}5 \times 6 + 2{,}5 \times 8 + 3{,}5 \times 6 + 4{,}5 \times 3) \div 25 = 64{,}5 \div 25 = 2{,}58$ h. Elle est estimée, car chaque valeur a été remplacée par le centre de sa classe : c'est une valeur approchée.

(b) $0{,}58 \times 60 = 34{,}8$ min, donc la moyenne vaut environ 2 h 35 min
(et non 2 h 58 min).

(c) $N = 25$: la médiane est la valeur de rang $(25 + 1) \div 2 = 13$. Les effectifs cumulés sont 2 ; 8 ; 16 ; 22 ; 25. Les rangs 9 à 16 sont dans $[2; 3[$: la médiane est comprise entre 2 h et 3 h. On ne peut pas donner sa valeur exacte, car on ne connaît pas les valeurs de la série.

(d) Toutes les durées augmentent de 30 min = 0,5 h (et non 0,3 h), donc les centres et la moyenne estimée aussi : $2{,}58 + 0{,}5 = 3{,}08$ h. $0{,}08 \times 60 = 4{,}8$ min : la nouvelle moyenne estimée vaut environ 3 h 5 min.

Ex. 26 ★★★ Randonnées : lire un histogramme et estimer

(a) Faux. La classe $[3; 4[$ ne contient pas 4, car la borne de droite est exclue. Une durée de 4 h va dans la classe $[4; 5[$, dont 4 est la borne de gauche : elle est comptée dans le rectangle de hauteur 5.

(b) $N = 4 + 9 + 11 + 5 + 3 = 32$. « Moins de 3 h », ce sont les classes $[1; 2[$ et $[2; 3[$: $4 + 9 = 13$ sorties.
$13 \div 32 = 0{,}40625$, donc 40,625 % des sorties, soit environ 40,6 %, ont duré moins de 3 h.

(c) Centres : 1,5 ; 2,5 ; 3,5 ; 4,5 ; 5,5. $(1{,}5 \times 4 + 2{,}5 \times 9 + 3{,}5 \times 11 + 4{,}5 \times 5 + 5{,}5 \times 3) \div 32 = (6 + 22{,}5 + 38{,}5 + 22{,}5 + 16{,}5) \div 32 = 106 \div 32 = 3{,}3125$ h. 0,3125 h $= 0{,}3125 \times 60$ min $= 18{,}75$ min (et pas 31 min). Une sortie dure donc en moyenne environ 3 h 19 min. C'est une valeur approchée, car chaque classe a été remplacée par son centre.

Ex. 26 (suite)

(d) $N = 32$ est pair : on cherche les valeurs de rangs $32 \div 2 = 16$ et 17. Effectifs cumulés : 4 ; 13 ; 24 ; 29 ; 32. Les rangs 14 à 24 sont dans la classe $[3; 4[$: la médiane est comprise entre 3 h et 4 h. On ne peut pas donner sa valeur exacte.

(e) Non. On ne connaît pas les durées exactes : la plus courte est dans $[1; 2[$ et la plus longue dans $[5; 6[$, donc elle est strictement inférieure à 6 h. L'étendue est plus grande que $5 - 2 = 3$ h et plus petite que $6 - 1 = 5$ h : on peut seulement dire qu'elle est comprise entre 3 h et 5 h.

Ex. 27 ★★★ Températures : des classes à la valeur exacte

(a) Une valeur égale à une borne va dans la classe dont elle est la borne de gauche : 16 va dans $[16; 18[$, 20 dans $[20; 22[$ et 22 dans $[22; 24[$. $[14; 16[$: 14 ; 14,5 ; 15, effectif 3. $[16; 18[$: 16 ; 16,5 ; 17 ; 17,5, effectif 4. $[18; 20[$: 18 ; 18,5 ; 19 ; 19,5, effectif 4. $[20; 22[$: 20 ; 20,5 ; 21, effectif 3. $[22; 24[$: 22, effectif 1. Contrôle : $3 + 4 + 4 + 3 + 1 = 15$ ✓

(b) Les classes se suivent sans trou, donc les rectangles d'un histogramme sont accolés. Sur l'axe horizontal, on place les bornes 14 ; 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; 24, régulièrement espacées. Les classes ont la même amplitude (2 °C), donc chaque hauteur est égale à l'effectif : 3 ; 4 ; 4 ; 3 ; 1.

(c) Centres : 15 ; 17 ; 19 ; 21 ; 23. $(15 \times 3 + 17 \times 4 + 19 \times 4 + 21 \times 3 + 23 \times 1) \div 15 = (45 + 68 + 76 + 63 + 23) \div 15 = 275 \div 15 \approx 18{,}3$ °C.

(d) La somme des 15 valeurs vaut 269. $269 \div 15 \approx 17{,}9$ °C. La moyenne estimée remplace chaque température par le centre de sa classe : par exemple, 14 ; 14,5 et 15 sont toutes remplacées par 15. C'est donc seulement une valeur approchée de la moyenne exacte.

(e) $N = 15$ est impair : la médiane est la valeur de rang $(15 + 1) \div 2 = 8$. Effectifs cumulés : 3 ; 7 ; 11 ; … Le rang 8 est dans la classe $[18; 20[$. Série rangée : 14 ; 14,5 ; 15 ; 16 ; 16,5 ; 17 ; 17,5 ; 18 ; 18,5 ; 19 ; 19,5 ; 20 ; 20,5 ; 21 ; 22. La médiane exacte est 18 °C : elle est bien dans $[18; 20[$. Au moins la moitié des jours, il a fait au plus 18 °C.

Ex. 28 ★★★ **Salaires : tableur et moyenne estimée**

(a) Amplitude : $1\,800 - 1\,500 = 300$ €. Le centre est le milieu des bornes : en B2, on saisit `=(1500+1800)/2`, qui affiche 1 650.

(b) C7 affiche l'effectif total : $N = 6 + 10 + 8 + 4 + 2 = 30$ salariés. En C8, on saisit `=SOMMEPROD(B2:B6;C2:C6)/C7` (ou `=(B2*C2+B3*C3+B4*C4+B5*C5+B6*C6)/C7`). À la main : $(1\,650 \times 6 + 1\,950 \times 10 + 2\,250 \times 8 + 2\,550 \times 4 + 2\,850 \times 2) \div 30 = (9\,900 + 19\,500 + 18\,000 + 10\,200 + 5\,700) \div 30 = 63\,300 \div 30 = 2\,110$. Le salaire moyen est d'environ 2 110 €. C'est une valeur approchée, calculée avec les centres.

(c) « Au moins 2 400 € » : 2 400 est la borne de gauche de $[2\,400; 2\,700[$, donc on compte cette classe et la suivante : $4 + 2 = 6$ salariés. $6 \div 30 = 0{,}2$, soit 20 % des salariés.

(d) $N = 30$ est pair : on cherche les valeurs de rangs $30 \div 2 = 15$ et 16. Effectifs cumulés : 6 ; 16 ; 24 ; 28 ; 30. Les rangs 7 à 16 sont dans $[1\,800; 2\,100[$, donc la médiane est comprise entre 1 800 € et 2 100 €. On ne connaît pas les salaires exacts : on ne peut pas donner sa valeur exacte, seulement sa classe.

(e) Soit x le nombre de salariés embauchés, chacun compté avec le centre 2 550. $(63\,300 + 2\,550x) \div (30 + x) = 2\,220$, donc $63\,300 + 2\,550x = 66\,600 + 2\,220x$, d'où $330x = 3\,300$ et $x = 10$. Vérification : $(63\,300 + 25\,500) \div 40 = 88\,800 \div 40 = 2\,220$ ✓. L'entreprise a embauché 10 salariés.

5. *Comparer deux séries, choisir un indicateur*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : effet d'une transformation**

(a) La moyenne augmente aussi de 3 : $12 + 3 = 15$.

(b) L'étendue ne change pas : tout est décalé de 3 min, donc l'écart entre le maximum et le minimum reste le même. Elle vaut toujours 8 min.

(c) Passer sur 20 revient à multiplier par 2 : $5{,}5 \times 2 = 11$.

(d) Non. Passer sur 20 revient à multiplier chaque note par 2 : l'écart entre la plus grande et la plus petite note double aussi. Nouvelle étendue : $4{,}5 \times 2 = 9$ points.

(e) $-1{,}5 + 4 = 2{,}5$: la nouvelle moyenne est 2,5 °C.

Ex. 29 (suite)

(f) La médiane a été multipliée par 1,1, donc on divise : $26{,}4 \div 1{,}1 = 24$. La médiane était de 24 €.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux express**

(a) Faux. Avec 3 ; 5 ; 7, la moyenne vaut $15 \div 3 = 5$ et la médiane 5. Avec 3 ; 5 ; 13, la moyenne vaut $21 \div 3 = 7$, mais la médiane reste 5 : la moyenne a augmenté, pas la médiane.

(b) Faux. Les deux moyennes valent bien $24 \div 3 = 8$. Mais les étendues sont $12 - 4 = 8$ et $9 - 7 = 2$: la deuxième série est beaucoup plus regroupée.

(c) Faux. Série rangée : 180 ; 195 ; 205 ; 210 ; 1 450. Moyenne : $2\,240 \div 5 = 448$ €. Médiane : 205 € (3e valeur). 4 vélos sur 5 coûtent beaucoup moins que la moyenne, tirée par la valeur extrême : c'est la médiane qui décrit le prix habituel.

(d) Vrai. $N = 6$: la médiane est la demi-somme des 3e et 4e valeurs, $(10 + 13) \div 2 = 11{,}5$. Les valeurs 6 ; 9 ; 10, soit 3 valeurs sur 6, sont inférieures ou égales à 11,5.

(e) Faux. La médiane ne change pas : $(14 + 14) \div 2 = 14$ dans les deux cas. Mais l'étendue passe de $17 - 11 = 6$ à $25 - 11 = 14$.

Ex. 31 ★★☆ **Même moyenne, même course ?**

(a) Inès : $70 \div 7 = 10$ km. Tom : $80 \div 8 = 10$ km. Les deux moyennes sont égales.

(b) Inès : 8 ; 9 ; 10 ; 10 ; 10 ; 11 ; 12. $N = 7$ est impair, la médiane est la valeur de rang $(7 + 1) \div 2 = 4$, soit 10 km. Tom : 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 11 ; 13 ; 14 ; 15. $N = 8$ est pair, la médiane est $(9 + 11) \div 2 = 10$ km.

(c) Inès : $12 - 8 = 4$ km. Tom : $15 - 4 = 11$ km.

(d) Non. Ils ont le même niveau moyen (10 km de moyenne comme de médiane). Mais l'étendue est de 4 km pour Inès et de 11 km pour Tom : Inès est bien plus régulière, alors que les sorties de Tom varient beaucoup.

Ex. 32 ★★☆ **Temps d'écran dans deux classes**

(a) Non. Les effectifs totaux sont différents : $3 + 5 + 6 + 7 + 4 = 25$ élèves en 3e A et $2 + 3 + 5 + 6 + 4 = 20$ en 3e B. Fréquences : $11 \div 25 = 44$ % en 3e A et $10 \div 20 = 50$ % en 3e B. C'est la 3e B qui est proportionnellement la plus concernée.

Ex. 32 **(suite)**

(b) 3e A : effectifs cumulés 3 ; 8 ; 14 ; 21 ; 25. $N = 25$ est impair, rang $(25 + 1) \div 2 = 13$. Comme $8 < 13 \leq 14$, la médiane est 3 h. 3e B : effectifs cumulés 2 ; 5 ; 10 ; 16 ; 20. $N = 20$ est pair, rangs 10 et 11 : la 10e valeur est 3 et la 11e est 4, donc la médiane est $(3 + 4) \div 2 = 3{,}5$ h.

(c) 3e A : $(1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 6 + 4 \times 7 + 5 \times 4) \div 25 = 79 \div 25 = 3{,}16$ h. 3e B : $(1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 4) \div 20 = 67 \div 20 = 3{,}35$ h.

(d) Dans les deux classes, l'étendue vaut $5 - 1 = 4$ h. Les deux classes sont aussi étalées l'une que l'autre, mais la 3e B passe un peu plus de temps devant un écran : sa moyenne (3,35 h contre 3,16 h) et sa médiane (3,5 h contre 3 h) sont plus élevées.

Ex. 33 ★★★ **Les salaires d'une entreprise de paysagisme**

(a) Formule : `=MOYENNE(B2:B11)`. Somme : $1\,900 + 6\,480 + 1\,720 + 2\,100 + 1\,650 + 1\,950 + 2\,250 + 1\,800 + 2\,000 + 1\,850 = 23\,700$. Moyenne : $23\,700 \div 10 = 2\,370$. Le salaire moyen est de 2 370 €.

(b) Série rangée : 1 650 ; 1 720 ; 1 800 ; 1 850 ; 1 900 ; 1 950 ; 2 000 ; 2 100 ; 2 250 ; 6 480. $N = 10$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 5 et 6, soit $(1\,900 + 1\,950) \div 2 = 1\,925$ €. Étendue : $6\,480 - 1\,650 = 4\,830$ €.

(c) Un seul salarié sur 10 (le directeur) gagne plus que 2 370 € : la moyenne est tirée vers le haut par cette valeur extrême. La médiane (1 925 €) décrit mieux un salaire habituel : au moins la moitié des salariés gagnent 1 925 € ou moins, et au moins la moitié gagnent 1 925 € ou plus.

(d) Quand on ajoute 80 € à chaque valeur, la moyenne et la médiane augmentent de 80 € et l'étendue ne change pas. Nouvelle moyenne : $2\,370 + 80 = 2\,450$ €. Nouvelle médiane : $1\,925 + 80 = 2\,005$ €. Étendue : $(6\,480 + 80) - (1\,650 + 80) = 4\,830$ €, inchangée.

(e) Vrai. Nouvelle somme : $23\,700 - 6\,480 + 2\,200 = 19\,420$, donc la nouvelle moyenne vaut $19\,420 \div 10 = 1\,942$ €. Elle baisse de $2\,370 - 1\,942 = 428$ €, soit environ 430 €. Nouvelle série rangée : 1 650 ; 1 720 ; 1 800 ; 1 850 ; 1 900 ; 1 950 ; 2 000 ; 2 100 ; 2 200 ; 2 250. Les valeurs de rangs 5 et 6 sont toujours 1 900 et 1 950, donc la médiane reste 1 925 €. L'étendue, elle, tombe à $2\,250 - 1\,650 = 600$ € : la valeur extrême tirait la moyenne et l'étendue, mais pas la médiane.

Ex. 34 ★★★ **Lions contre Aigles : quelle équipe est la plus régulière ?**

(a) Lions : 2 ; 5 ; 9 ; 12 ; 14 ; 15. $N = 15$ est impair : la médiane est la valeur de rang $(15 + 1) \div 2 = 8$. L'effectif cumulé passe de 5 à 9 pour 2 buts, donc la médiane vaut 2 buts. Aigles : 0 ; 3 ; 13 ; 20 ; 20 ; 20. $N = 20$ est pair : on prend les valeurs de rangs 10 et 11. Elles valent toutes les deux 2 (l'effectif cumulé passe de 3 à 13), donc la médiane vaut 2 buts.

(b) Lions : $(0 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 1) \div 15 = 33 \div 15 = 2{,}2$ buts par match. Aigles : $(1 \times 3 + 2 \times 10 + 3 \times 7) \div 20 = 44 \div 20 = 2{,}2$ buts par match.

(c) Étendue des Lions : $5 - 0 = 5$ buts. Pour les Aigles, attention : 0, 4 et 5 buts ont un effectif nul, donc le minimum est 1 et le maximum 3. Étendue des Aigles : $3 - 1 = 2$ buts. Les deux équipes ont la même moyenne (2,2 buts) et la même médiane (2 buts), mais l'étendue des Aigles est bien plus petite : les Aigles sont plus réguliers. Les Lions alternent les gros scores et les matchs sans but.

(d) Non. Les effectifs totaux sont différents, il faut donc comparer des fréquences. Lions : $(3 + 2 + 1) \div 15 = 6 \div 15 = 0{,}4$, soit 40 % des matchs. Aigles : $7 \div 20 = 0{,}35$, soit 35 % des matchs. Proportionnellement, ce sont les Lions qui marquent le plus souvent au moins 3 buts.

(e) Il faut $2{,}5 \times 16 = 40$ buts au total, donc $40 - 33 = 7$ buts lors du 16e match. Avec $N = 16$, la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 8 et 9. Les effectifs cumulés sont toujours 2 ; 5 ; 9 jusqu'à 2 buts, donc ces deux valeurs valent 2 : la médiane reste 2 buts. L'étendue devient $7 - 0 = 7$ buts. Cette valeur extrême tire la moyenne et l'étendue, mais pas la médiane.

Ex. 35 ★★★ **Le stand de jus de fruits de Léna**

(a) Série rangée : 38 ; 38 ; 41 ; 44 ; 46 ; 49 ; 52 ; 60. Moyenne : $368 \div 8 = 46$ gobelets par jour. $N = 8$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 4 et 5, soit $(44 + 46) \div 2 = 45$ gobelets. Étendue : $60 - 38 = 22$ gobelets.

(b) Toutes les valeurs sont multipliées par 2,5, donc les trois indicateurs aussi. Recette moyenne : $2{,}5 \times 46 = 115$ €. Recette médiane : $2{,}5 \times 45 = 112{,}50$ €. Étendue : $2{,}5 \times 22 = 55$ €.

Ex. 35 **(suite)**

(c) Faux. Avec 5 gobelets de plus chaque jour, la moyenne passe à $46 + 5 = 51$ gobelets. La recette moyenne devient $2{,}5 \times 51 = 127{,}50$ € au lieu de 115 € : elle augmente de $127{,}50 - 115 = 12{,}50$ €, et non de 5 €, car chaque gobelet en plus rapporte 2,50 €.

(d) Vrai. Avec $N = 9$, la médiane est la valeur de rang $(9 + 1) \div 2 = 5$. Si elle vend au moins 46 gobelets, la série rangée commence par 38 ; 38 ; 41 ; 44 ; 46 : la 5^{e} valeur est 46. Si elle en vend moins de 46, la 5^{e} valeur est inférieure à 46 (par exemple 44 si elle en vend 40). La médiane vaut donc 46 exactement quand elle vend au moins 46 gobelets.

6. *Statistiques au tableur*

Ex. 36 ★☆☆ **Lire et écrire une formule**

(a) De C3 à C17 : $17 - 3 + 1 = 15$ cellules (et pas 14).

(b) `=MOYENNE(C2:C25)` (la formule commence par « = » et la plage s'écrit avec « : »).

(c) `=MAX(B2:B19)-MIN(B2:B19)`.

(d) En recopiant vers la droite, B devient C puis D : `=MEDIANE(D2:D30)`.

(e) La plage B2:B13 contient $13 - 2 + 1 = 12$ nombres : $156 \div 12 = 13$.

(f) De E2 à E40, il y a $40 - 2 + 1 = 39$ valeurs. 39 est impair : la médiane est la valeur de rang $(39 + 1) \div 2 = 20$. La 20^{e} valeur est en E21 (la 1^{re} est en E2), donc la cellule E21.

(g) De B2 à B11, il y a $11 - 2 + 1 = 10$ cellules, dont une vide : le tableur ne compte que 9 nombres. Il affiche $126 \div 9 = 14$ (et pas $126 \div 10 = 12{,}6$).

Ex. 37 ★☆☆ **Retrouver à la main ce qu'affiche le tableur**

(a) `=NB` compte les cellules qui contiennent un nombre. Le texte « absent » n'est pas compté : $7 - 1 = 6$.

(b) $12 + 25 + 8 + 17 + 32 + 14 = 108$ (le texte est ignoré).

(c) Le tableur divise par le nombre de valeurs, soit 6 (et pas 7) : $108 \div 6 = 18$ min.

Ex. 37 **(suite)**

(d) Série rangée : 8 ; 12 ; 14 ; 17 ; 25 ; 32. $N = 6$ est pair : demi-somme des valeurs de rangs 3 et 4, soit $(14 + 17) \div 2 = 15{,}5$ min.

(e) $32 - 8 = 24$ min.

Ex. 38 ★★☆ **Buts par match : fréquences et moyenne pondérée**

(a) `=SOMME(B2:B6)`, qui affiche $3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$: l'équipe a joué 20 matchs.

(b) `=B3/B7` (ou `=B3/SOMME(B2:B6)`) affiche $6 \div 20 = 0{,}3$. C7 affiche 1 : la somme des fréquences vaut toujours 1.

(c) Non : `=MOYENNE(A2:A6)` donne $(0 + 1 + 2 + 3 + 4) \div 5 = 2$, sans tenir compte des effectifs. Formule correcte : `=SOMMEPROD(A2:A6;B2:B6)/B7`, soit $(0 \times 3 + 1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 4 + 4 \times 2) \div 20 = 36 \div 20 = 1{,}8$. L'équipe marque en moyenne 1,8 but par match.

(d) Matchs avec au moins 3 buts : $4 + 2 = 6$ sur 20, soit $6 \div 20 = 0{,}3 = 30$ %. L'équipe a marqué au moins 3 buts dans 30 % de ses matchs.

Ex. 39 ★★☆ **Deux stations météo : une erreur de plage**

(a) De B2 à B9 : $9 - 2 + 1 = 8$ valeurs. $(14 + 16 + 15 + 13 + 17 + 15 + 16 + 14) \div 8 = 120 \div 8 = 15$ °C.

(b) La plage C2:C8 oublie la cellule C9 (jour J8) : elle ne prend que 7 valeurs, $108 \div 7 \approx 15{,}43$. Formule correcte : `=MOYENNE(C2:C9)`, soit $(9 + 21 + 12 + 18 + 23 + 10 + 15 + 20) \div 8 = 128 \div 8 = 16$ °C.

(c) `=MAX(B2:B9)-MIN(B2:B9)`. Nord : $17 - 13 = 4$ °C. Sud : $23 - 9 = 14$ °C.

(d) Position : la moyenne vaut 15 °C au Nord et 16 °C au Sud, il fait donc en moyenne un peu plus chaud au Sud. Dispersion : l'étendue vaut 4 °C au Nord et 14 °C au Sud. Les températures du Nord sont bien plus régulières, celles du Sud varient beaucoup d'un jour à l'autre.

Ex. 40 ★★★ **Deux stands de crêpes : même niveau, même régularité ?**

(a) La plage se décale d'une colonne : C11 contient `=MOYENNE(C2:C9)`. Lina : $42 + 38 + 45 + 40 + 44 + 39 + 41 + 43 = 332$, donc B11 affiche $332 \div 8 = 41{,}5$. Yanis : $25 + 60 + 33 + 48 + 70 + 30 + 36 + 30 = 332$, donc C11 affiche $332 \div 8 = 41{,}5$. Les deux stands vendent en moyenne 41,5 crêpes par jour.

Ex. 40 (suite)

(b) B12 : `=MAX(B2:B9)-MIN(B2:B9)`. Lina : $45 - 38 = 7$ crêpes. Yanis : $70 - 25 = 45$ crêpes.

(c) Lina, série rangée : 38 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42 ; 43 ; 44 ; 45. $N = 8$ est pair : on prend les valeurs de rangs 4 et 5, donc médiane $= (41 + 42) \div 2 = 41{,}5$ crêpes. Yanis, série rangée : 25 ; 30 ; 30 ; 33 ; 36 ; 48 ; 60 ; 70, donc médiane $= (33 + 36) \div 2 = 34{,}5$ crêpes. B13 affiche 41,5 et C13 affiche 34,5.

(d) Faux. Les deux stands ont la même moyenne (41,5 crêpes), mais l'étendue vaut 7 crêpes pour Lina et 45 crêpes pour Yanis. Les ventes de Lina sont très régulières, celles de Yanis varient beaucoup d'un jour à l'autre. En plus, la moitié des jours, Yanis vend au plus 34,5 crêpes.

(e) Nouvelle somme : $332 - 70 + 40 = 302$, donc moyenne $= 302 \div 8 = 37{,}75$ crêpes. Série rangée : 25 ; 30 ; 30 ; 33 ; 36 ; 40 ; 48 ; 60, donc médiane $= (33 + 36) \div 2 = 34{,}5$ crêpes : elle ne change pas. Étendue : $60 - 25 = 35$ crêpes. La valeur extrême tirait la moyenne et l'étendue vers le haut, mais pas la médiane.

Ex. 41 ★★★ Moyenne trimestrielle d'Inès : la bonne formule

(a) B5 affiche $(12 + 15 + 9{,}5 + 16 + 11) \div 5 = 63{,}5 \div 5 = 12{,}7$. Cette formule donne le même poids à chaque note : elle ne tient pas compte des coefficients. Le brevet blanc, par exemple, devrait compter 3 fois.

(b) B6 : `=SOMMEPROD(B2:F2;B3:F3)/SOMME(B3:F3)`. Somme des produits : $12 \times 2 + 15 \times 1 + 9{,}5 \times 2 + 16 \times 1 + 11 \times 3 = 107$. Somme des coefficients : $2 + 1 + 2 + 1 + 3 = 9$. Moyenne : $107 \div 9 \approx 11{,}89$ sur 20.

(c) Il faut étendre les deux plages jusqu'à la colonne G : `=SOMMEPROD(B2:G2;B3:G3)/SOMME(B3:G3)`. Sinon, le tableur oublie le dernier devoir.

(d) Somme des coefficients : $9 + 2 = 11$. Pour une moyenne de 12, la somme des produits doit valoir $12 \times 11 = 132$. Il manque $132 - 107 = 25$ points, donc la note vaut $25 \div 2 = 12{,}5$. Inès doit avoir 12,5 sur 20.

(e) Vrai. Chaque produit augmente de son coefficient, donc la somme des produits augmente de 9 : $107 + 9 = 116$. Nouvelle moyenne : $116 \div 9 \approx 12{,}89$, soit exactement 1 point de plus que $107 \div 9$. Ajouter un même nombre à toutes les notes ajoute ce nombre à la moyenne.

Ex. 42 ★★★ Lancers francs : un tableur à réparer

(a) `=NB` compte les cellules qui contiennent un nombre : il y en a 6 (de B2 à B7), donc 6 s'affiche, et non 25. Formule correcte : `=SOMME(B2:B7)`, qui affiche $2 + 5 + 7 + 6 + 3 + 2 = 25$ joueurs.

(b) En recopiant vers le bas, les deux cellules descendent d'une ligne : C3 contient `=B3/B9`. Or B9 est vide, ce qui donne une division par 0, donc une erreur. Il fallait bloquer la ligne du total : `=B2/B$8` (ou `=B2/25`).

(c) C4 contient `=B4/B$8</code> : elle affiche <span style="white-space:nowrap">$7 \div 25 = 0{,}28$,</span> soit $28$ %.`

(d) Colonne D : $2 ; $2 + 5 = 7$; $7 + 7 = 14$; $14 + 6 = 20$; $20 + 3 = 23$; $23 + 2 = 25$. $N = 25$ est impair : la médiane est la valeur de rang $(25 + 1) \div 2 = 13$. L'effectif cumulé passe de 7 à 14 sur la ligne « 5 », donc la valeur de rang 13 est 5. Médiane : 5 lancers réussis. Au moins la moitié des joueurs ont réussi 5 lancers ou moins, et au moins la moitié en ont réussi 5 ou plus.

(e) Vrai. Moyenne $= (3 \times 2 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 6 + 7 \times 3 + 8 \times 2) \div 25 = 134 \div 25 = 5{,}36$ lancers réussis sur 10. Comme $5{,}36 > 5$, les joueurs réussissent en moyenne plus de la moitié de leurs lancers.

7. Exercices type brevet

Ex. 43 ★☆☆ Automatismes du brevet

(a) $8 \div 32 = 0{,}25$, soit 25 %.

(b) Somme = moyenne × N = $23{,}5 \times 6 = 141$ m.

(c) Étendue = max − min = $8{,}4 - 3{,}6 = 4{,}8$ kg.

(d) $N = 13$ est impair : rang $(13 + 1) \div 2 = 7$. La médiane est la 7^{e} valeur.

(e) $54 \div 360 = 0{,}15$, soit 15 %.

(f) $N = 10$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 5 et 6, soit $(6 + 8) \div 2 = 7$.

Ex. 44 ★☆☆ Le stand de crêpes de Lou

(a) Il y a 7 valeurs, de B2 à B8 : la formule affiche 7.

(b) $34 + 41 + 28 + 45 + 52 + 67 + 39 = 306$ crêpes.

(c) $306 \div 7 \approx 43{,}7$ crêpes par jour en moyenne.

(d) Série rangée : $28 ; $34 ; $39 ; $41 ; $45 ; $52 ; $67. $N = 7$, rang $(7 + 1) \div 2 = 4$: la médiane est $41 crêpes.

Ex. 44 **(suite)**

(e) =MAX(B2:B8)−MIN(B2:B8) ; résultat : $67 − 28 = 39$ crêpes.

Ex. 45 ★★☆ **Trajets des élèves de 3e B**

(a) $N = 5 + 7 + 6 + 4 + 2 + 1 = 25$. Plus de 10 km : $2 + 1 = 3$ élèves. $3 \div 25 = 0{,}12$, soit 12 % des élèves.

(b) $(2 \times 5 + 4 \times 7 + 6 \times 6 + 8 \times 4 + 12 \times 2 + 15 \times 1) \div 25 = 145 \div 25 = 5{,}8$. Un élève habite en moyenne à $5{,}8$ km du collège.

(c) Effectifs cumulés : 5 ; 12 ; 18 ; 22 ; 24 ; 25. $N = 25$ est impair, rang $(25 + 1) \div 2 = 13$. Les valeurs de rangs 13 à 18 valent 6 : la médiane est 6 km. Au moins la moitié des élèves habitent à 6 km ou moins.

(d) Vrai. Avec $N = 26$, la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $26 \div 2 = 13$ et 14. Ces deux valeurs valent 6 km (les rangs 13 à 18 valent 6), donc la médiane reste $(6 + 6) \div 2 = 6$ km. Ici, la valeur extrême 20 km ne modifie pas la médiane.

Ex. 46 ★★☆ **La moyenne de Yanis**

(a) $(11 + 9{,}5 + 14 + 12 + 10{,}5) \div 5 = 57 \div 5 = 11{,}4$. La moyenne de Yanis est $11{,}4$ sur 20.

(b) Somme corrigée : $11 + 13{,}5 + 14 + 12 + 10{,}5 = 61$. Moyenne : $61 \div 5 = 12{,}2$. Oui, la moyenne corrigée dépasse 12.

(c) La somme des six notes doit valoir $12{,}5 \times 6 = 75$. Note nécessaire : $75 − 61 = 14$ sur 20.

(d) Non : $(12{,}2 + 15) \div 2 = 13{,}6$ donne autant de poids à la note 15 qu'aux cinq autres notes réunies. Vraie moyenne : $(61 + 15) \div 6 = 76 \div 6 \approx 12{,}67$ sur 20.

Ex. 47 ★★★ **Les salaires de l'atelier Maréchal**

(a) Il faut saisir =SOMME(B2:E2), qui affiche $7 + 6 + 5 + 1 = 19$: l'atelier compte 19 salariés.

(b) Elle calcule le salaire moyen (moyenne pondérée par les effectifs). $1\,600 \times 7 + 1\,800 \times 6 + 2\,300 \times 5 + 5\,000 \times 1 = 11\,200 + 10\,800 + 11\,500 + 5\,000 = 38\,500$, puis $38\,500 \div 19 \approx 2\,026$. Le salaire moyen est d'environ $2\,026$ €.

(c) $N = 19$ est impair, donc la médiane est la valeur de rang $(19 + 1) \div 2 = 10$. Effectifs cumulés : 7 ; 13 ; 18 ; 19. Les rangs 8 à 13 correspondent à $1\,800$ €, donc le 10^{e} salaire vaut $1\,800$ €. Le salaire médian est $1\,800$ € : au moins la moitié des salariés gagnent $1\,800$ € ou moins.

(d) Faux. Seuls les salaires de $2\,300$ € et de $5\,000$ € dépassent la moyenne d'environ $2\,026$ €, soit $5 + 1 = 6$ salariés sur 19, ce qui est moins de la moitié. Le salaire du gérant, une valeur extrême, fait monter la moyenne.

Ex. 47 **(suite)**

(e) La médiane ne change pas : le 10^{e} salaire vaut toujours $1\,800$ €. Nouvelle moyenne : $(38\,500 + 1\,500) \div 19 = 40\,000 \div 19 \approx 2\,105$ €. Étendue : elle passe de $5\,000 − 1\,600 = 3\,400$ € à $6\,500 − 1\,600 = 4\,900$ €. La moyenne et l'étendue changent, mais pas la médiane.

Ex. 48 ★★★ **Valfleury ou Montroc ?**

(a) Série rangée : 11 ; 12 ; $12{,}5$; $13{,}5$; 14 ; $14{,}5$; 15 ; 16 ; $17{,}5$; 18. $N = 10$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs 5 et 6, soit $(14 + 14{,}5) \div 2 = 14{,}25$. La médiane vaut $14{,}25$ °C.

(b) Somme : 144, donc moyenne $= 144 \div 10 = 14{,}4$ °C. Étendue : $18 − 11 = 7$ °C.

(c) Position : la moyenne de Montroc ($15{,}1$ °C) est plus élevée que celle de Valfleury ($14{,}4$ °C), et sa médiane aussi (15 °C contre $14{,}25$ °C) : il a fait plus chaud à Montroc. Dispersion : l'étendue de Montroc (13 °C) est bien plus grande que celle de Valfleury (7 °C). Conclusion : Montroc a été plus chaud, mais Valfleury a eu des températures plus régulières.

(d) Somme des 11 relevés : $14{,}5 \times 11 = 159{,}5$. 11^{e} relevé : $159{,}5 − 144 = 15{,}5$. Ce jour-là, il a fait $15{,}5$ °C.

(e) Nouvelle série rangée : 11 ; 12 ; $12{,}5$; $13{,}5$; 14 ; $14{,}5$; 15 ; $15{,}5$; 16 ; $17{,}5$; 18. $N = 11$ est impair : la médiane est la valeur de rang $(11 + 1) \div 2 = 6$, soit $14{,}5$ °C.

Ex. 49 ★★★ **Le temps d'écran au collège Jean-Moulin**

(a) $36 − (3 + 8 + 11 + 5) = 36 − 27 = 9$. Le rectangle effacé a une hauteur de 9 élèves.

(b) Noé a divisé par le nombre de classes (5) sans tenir compte des effectifs : il faut pondérer chaque centre par son effectif et diviser par $N = 36$. $(0{,}5 \times 3 + 1{,}5 \times 8 + 2{,}5 \times 11 + 3{,}5 \times 9 + 4{,}5 \times 5) \div 36 = (1{,}5 + 12 + 27{,}5 + 31{,}5 + 22{,}5) \div 36 = 95 \div 36 \approx 2{,}64$ h.

(c) Moyenne estimée en minutes : $95 \div 36 \times 60 \approx 158$ min, soit environ 2 h 38 min. Le seuil est 2 h 30 min $= 2 \times 60 + 30 = 150$ min. Comme $158 > 150$, la campagne de prévention sera lancée.

(d) $N = 36$ est pair : la médiane est la demi-somme des valeurs de rangs $36 \div 2 = 18$ et 19. Effectifs cumulés : 3 ; 11 ; 22 ; 31 ; 36. Les rangs 12 à 22 sont dans la classe $[2 ; 3[$, donc la médiane est dans la classe $[2 ; 3[$.

(e) Au moins 3 h correspond aux classes $[3 ; 4[$ et $[4 ; 5[$: $9 + 5 = 14$ élèves. $14 \div 36 \times 100 \approx 38{,}9$. Environ $38{,}9$ % des élèves passent au moins 3 h par jour devant un écran.