Corrigé – Simplifier des racines carrées

Mathématiques – Seconde

Racines carrées · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Calculer une racine carrée ★

Calcule sans calculatrice.

a) $\sqrt{0{,}49}$
$= 0{,}7$

b) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$
$= \dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$
$= \dfrac{4}{5}$

c) $-\sqrt{64}$
$= -8$

d) $\sqrt{36+64}$
$= \sqrt{100}$
$= 10$

e) $\sqrt{36}-\sqrt{100}$
$= 6-10$
$= -4$

f) $\left(\sqrt{7}\right)^2$
$= 7$

Exercice 2 – Produit et quotient de racines ★

Calcule en regroupant sous une seule racine. Donne un entier ou une fraction.

a) $\sqrt{2}\times\sqrt{18}$
$= \sqrt{2\times 18}$
$= \sqrt{36}$
$= 6$

b) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$
$= \sqrt{\dfrac{50}{2}}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

c) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}}$
$= \sqrt{\dfrac{12}{75}}$
$= \sqrt{\dfrac{4}{25}}$
$= \dfrac{2}{5}$

d) $\sqrt{0{,}2} \times \sqrt{0{,}8}$
$= \sqrt{0{,}2 \times 0{,}8}$
$= \sqrt{0{,}16}$
$= 0{,}4$

e) $\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{8}}$
$= \sqrt{\dfrac{98}{8}}$
$= \sqrt{\dfrac{49}{4}}$
$= \dfrac{7}{2}$

f) $\left(3\sqrt{2}\right)^2$
$= 3^2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2$
$= 9 \times 2$
$= 18$

g) $\sqrt{\dfrac{2}{3}} \times \sqrt{\dfrac{3}{8}}$
$= \sqrt{\dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{8}}$
$= \sqrt{\dfrac{6}{24}}$
$= \sqrt{\dfrac{1}{4}}$
$= \dfrac{1}{2}$

Exercice 3 – Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ ★

Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier le plus petit possible.

a) $\sqrt{12}$
$= \sqrt{4 \times 3}$
$= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$
$= 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{72}$
$= \sqrt{36 \times 2}$
$= \sqrt{36} \times \sqrt{2}$
$= 6\sqrt{2}$

c) $\sqrt{300}$
$= \sqrt{100 \times 3}$
$= \sqrt{100} \times \sqrt{3}$
$= 10\sqrt{3}$

d) $\sqrt{180}$
$= \sqrt{36 \times 5}$
$= \sqrt{36} \times \sqrt{5}$
$= 6\sqrt{5}$

e) $3\sqrt{28}$
$= 3 \times \sqrt{4 \times 7}$
$= 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{7}$
$= 3 \times 2\sqrt{7}$
$= 6\sqrt{7}$

f) $-2\sqrt{45}$
$= -2 \times \sqrt{9 \times 5}$
$= -2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}$
$= -2 \times 3\sqrt{5}$
$= -6\sqrt{5}$

g) $\sqrt{\dfrac{18}{49}}$
$= \dfrac{\sqrt{9 \times 2}}{\sqrt{49}}$
$= \dfrac{\sqrt{9} \times \sqrt{2}}{7}$
$= \dfrac{3\sqrt{2}}{7}$

Exercice 4 – Sommes et différences de racines ★★

Écris le plus simplement possible : simplifie chaque racine, puis regroupe les racines identiques.

a) $\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18}$
$= \sqrt{25 \times 2} - 3\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2}$
$= 5\sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
$= 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
$= (5 - 6 + 3)\sqrt{2}$
$= 2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$
$= \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{25 \times 3}$
$= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$
$= (2 + 3 - 5)\sqrt{3}$
$= 0$

c) $2\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{5}$
$= 2\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{5}$
$= 2 \times 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$
$= 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$
$= (6 - 2 + 1)\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$

d) $3\sqrt{48} - 2\sqrt{12} + \sqrt{3}$
$= 3\sqrt{16 \times 3} - 2\sqrt{4 \times 3} + \sqrt{3}$
$= 3 \times 4\sqrt{3} - 2 \times 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$
$= 12\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3}$
$= (12 - 4 + 1)\sqrt{3}$
$= 9\sqrt{3}$

e) $\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{50}$
$= \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{25 \times 2}$
$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$
$= (2 - 5)\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
$= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

Exercice 5 – Racine d'un carré ★★

Écris sans racine. Cherche d'abord le signe du nombre élevé au carré.

a) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49}$ et $-7 < 0$, donc $\sqrt{(-7)^2} = 7$.

b) $\sqrt{2} > 1$, donc $1 - \sqrt{2} < 0$ et $|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2})$, donc $\sqrt{\left(1 - \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2} - 1$.

c) $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$, donc $\sqrt{5} - 2 > 0$, donc $\sqrt{\left(\sqrt{5} - 2\right)^2} = \sqrt{5} - 2$.

d) $\pi \approx 3{,}14 < 4$, donc $\pi - 4 < 0$ et $|\pi - 4| = 4 - \pi$, donc $\sqrt{(\pi - 4)^2} = 4 - \pi$.

Exercice 6 – Comparer et encadrer ★★

Sans calculatrice. Pour comparer deux nombres positifs, compare leurs carrés.

a) $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$ et $(2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$.
$18 < 20$ et les deux nombres sont positifs : $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$.

b) $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$, donc $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$.
$11 < 12$, donc $\sqrt{11} < \sqrt{12}$.
Les opposés sont rangés dans l'ordre inverse : $-\sqrt{11} > -2\sqrt{3}$.

c) $(\sqrt{0{,}5})^2 = 0{,}5$ et $0{,}5^2 = 0{,}25$.
$0{,}5 > 0{,}25$: $\sqrt{0{,}5} > 0{,}5$ (entre 0 et 1, la racine est plus grande que le nombre).

d) $5{,}4^2 = 29{,}16$ et $5{,}5^2 = 30{,}25$.
$29{,}16 < 30 < 30{,}25$, donc $5{,}4 < \sqrt{30} < 5{,}5$.

Exercice 7 – Calculs longs ★★★

Écris sous la forme la plus simple (entier, ou $a\sqrt{b}+c$).

a) $\dfrac{\sqrt{48}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{16\times 3}-\sqrt{4\times 3}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{4\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= 2$

b) $2\sqrt{18}-\dfrac{\sqrt{72}}{3}+\sqrt{\dfrac{1}{2}}\times\sqrt{8}$

$= 2\sqrt{9\times 2}-\dfrac{\sqrt{36\times 2}}{3}+\sqrt{\dfrac{1}{2}\times 8}$

$= 6\sqrt{2}-\dfrac{6\sqrt{2}}{3}+\sqrt{4}$

$= 6\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2$

$= 4\sqrt{2}+2$

Exercice 8 – Problèmes ★★★

Rédige. Donne des valeurs exactes.

a) On simplifie d'abord les deux longueurs.
$\sqrt{72}=\sqrt{36\times 2}=6\sqrt{2}$ et $\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}=3\sqrt{2}$.
Périmètre $=2\times$ (longueur + largeur) : $2(6\sqrt{2}+3\sqrt{2})=2\times 9\sqrt{2}=18\sqrt{2}$ cm.
Aire = longueur $\times$ largeur : $6\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6\times 3\times(\sqrt{2})^2=18\times 2=36$ cm².
Le rectangle a un périmètre de $18\sqrt{2}$ cm et une aire de 36 cm².

b) On utilise $\sqrt{X^2}=|X|$: il faut le signe de chaque nombre élevé au carré.
$\sqrt{3}>1$, donc $1-\sqrt{3}<0$ et $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=-(1-\sqrt{3})=\sqrt{3}-1$.
$1+\sqrt{3}>0$, donc $\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=1+\sqrt{3}$.
$A=\sqrt{3}-1-(1+\sqrt{3})=\sqrt{3}-1-1-\sqrt{3}=-2$.
Donc $A=-2$ est un entier.

c) Carrés : $(4\sqrt{3})^2=48$; $7^2=49$; $(3\sqrt{5})^2=45$; $(5\sqrt{2})^2=50$.
On range les carrés : $45<48<49<50$.
Les quatre nombres sont positifs : ils sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.
$3\sqrt{5}<4\sqrt{3}<7<5\sqrt{2}$.

d) Le triangle est rectangle en A : on applique le théorème de Pythagore, $[BC]$ est l'hypoténuse.
$BC^2=AB^2+AC^2=(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2=4\times 3+6=12+6=18$.
$BC>0$, donc $BC=\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}=3\sqrt{2}$.
$BC=3\sqrt{2}$.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque calcul contient une erreur. Trouve-la, puis écris le bon résultat.

a) $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ *: on calcule d'abord sous la racine.*

$\sqrt{16+9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

b) *Le* 2 *est aussi élevé au carré :* $2^2 \times (\sqrt{3})^2 = 4 \times 3$.

$\left(2\sqrt{3}\right)^2$
$= 4 \times 3$
$= 12$

c) *On sort la racine du carré :* $\sqrt{16} = 4$*, pas* 16.

$\sqrt{48}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
$= 4\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3}$ *et* $\sqrt{2}$ *sont différentes : on ne peut pas regrouper, le calcul s'arrête là.*

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$
$= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

e) $2 - \sqrt{7} < 0$ *(car* $\sqrt{7} > 2$*) :* $\sqrt{A^2} = -A$.

Une racine n'est jamais négative.

$\sqrt{\left(2 - \sqrt{7}\right)^2}$
$= \sqrt{7} - 2$

f) *On n'additionne pas sous la racine : on simplifie chaque racine, puis on regroupe.*

$\sqrt{50} + \sqrt{18}$
$= 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
$= 8\sqrt{2}$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. $\sqrt{50} - \sqrt{8}$ est égal à :

Réponse C : $3\sqrt{2}$
$\sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

2. $\sqrt{(3-\pi)^2}$ est égal à :

Réponse A : $\pi - 3$
$3 - \pi < 0$, donc $\sqrt{(3-\pi)^2} = -(3-\pi) = \pi - 3$.

3. $\sqrt{108}$ s'écrit :

Réponse D : $6\sqrt{3}$
$108 = 36 \times 3$, donc $\sqrt{108} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

4. $\dfrac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ est égal à :

Réponse B : 3

$\dfrac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\dfrac{63}{7}} = \sqrt{9} = 3.$

5. Le plus grand de ces nombres est :

Réponse D : $2\sqrt{7}$

Carrés : 28, 27, 25 et 26 ; le plus grand carré est 28.

6. $\sqrt{0{,}09}$ est égal à :

Réponse A : 0,3

$0{,}3^2 = 0{,}09$ et $0{,}3 \geqslant 0$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).