# Développer avec des racines, dénominateur sans racine – exercices

Mathématiques – Seconde

Racines carrées · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

***Durée : environ 1 h.*** *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

**Les pièges de cette fiche**

- $(a+\sqrt{b})^2 = a^2 + 2a\sqrt{b} + b$ : n'oublie pas le double produit.
- $(\sqrt{a})^2 = a$ et $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times 2 = 18$.
- $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a - b$ : il ne reste aucune racine.
- Pour enlever la racine du dénominateur, on multiplie le numérateur **et** le dénominateur.
- Le conjugué de $\sqrt{5}-1$ est $\sqrt{5}+1$ : on change le signe entre les deux termes.
- Un signe $-$ devant un produit développé change tous les signes.

## Exercice 1 – Distributivité ★

Développe et réduis.

a) $\sqrt{2}\left(3+\sqrt{2}\right)$

b) $3\left(2-\sqrt{5}\right)$

c) $-2\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)$

d) $\sqrt{5}\left(\sqrt{20}+1\right)$

e) $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$

f) $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(1+2\sqrt{3}\right)$

g) $\left(4-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}+2\right)$

## Exercice 2 – Identités remarquables ★

Développe avec la bonne identité remarquable, puis réduis.

a) $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$

b) $\left(\sqrt{3}-2\right)^2$

c) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

d) $\left(2\sqrt{3}+1\right)^2$

e) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$

f) $\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)$

g) $\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)^2$

## Exercice 3 – Dénominateur sans racine ★

Écris sans racine au dénominateur : multiplie le numérateur et le dénominateur par la racine du dénominateur.

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

c) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$

d) $\dfrac{10}{\sqrt{8}}$

e) $\dfrac{-4}{3\sqrt{2}}$

f) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

**Exercice 4** – Expressions longues ★★

Développe et réduis. *Garde les parenthèses après un signe moins.*

a) $\left(2+\sqrt{3}\right)^2 - \left(2-\sqrt{3}\right)^2$

b) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2 - \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+2\right)$

c) $\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right) - \left(\sqrt{5}-1\right)^2$

d) $2\left(\sqrt{5}-1\right)^2 + 4\sqrt{5}$

e) $\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$

**Exercice 5** – Avec la quantité conjuguée ★★

Écris sans racine au dénominateur : multiplie en haut et en bas par la quantité conjuguée du dénominateur.

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

b) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

c) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

e) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

**Exercice 6** – Vérifier qu'un nombre est solution ★★

Remplace $x$ par le nombre, calcule, puis conclus.

a) $1+\sqrt{2}$ est-il solution de $x^2 - 2x - 1 = 0$ ?

b) $\sqrt{3}-1$ est-il solution de $x^2 + 2x = 2$ ?

c) $2-\sqrt{5}$ est-il solution de $x^2 - 4x + 1 = 0$ ?

**Exercice 7** – Calculs longs ★★★

Calcule et donne le résultat le plus simple.

a) $\left(1+\sqrt{3}\right)^3$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

### **Exercice 8** – Longueurs et aires exactes ★★★

Rédige. Donne des valeurs exactes, sans racine au dénominateur.

a) Un carré a pour côté $3+\sqrt{2}$ cm. Calcule son aire, puis la longueur de sa diagonale.

b) Un rectangle mesure $\sqrt{5}+1$ cm sur $\sqrt{5}-1$ cm. Calcule son aire, puis la longueur de sa diagonale.

c) Un triangle rectangle a une aire de 1 cm² ; un côté de l'angle droit mesure $\sqrt{2}+1$ cm. Calcule l'autre côté de l'angle droit.

### **Exercice 9** – Trouve l'erreur ★★

Chaque calcul contient une erreur. Trouve-la, puis écris le bon résultat.

a) $\left(1+\sqrt{3}\right)^2=4$

b) $\left(3\sqrt{2}\right)^2=6$

c) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)=10$

d) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

e) $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

f) $3-\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)=1-\sqrt{2}$

### **QCM** – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $(\sqrt{2}-3)^2$ est égal à :
   **A** $11$ **B** $-7$ **C** $11-6\sqrt{2}$ **D** $11+6\sqrt{2}$

2. $\dfrac{6}{\sqrt{2}}$ est égal à :
   **A** $3\sqrt{2}$ **B** $3$ **C** $6\sqrt{2}$ **D** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

3. $(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)$ est égal à :
   **A** $10$ **B** $-2$ **C** $\sqrt{2}$ **D** $2$

4. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ s'écrit :
   **A** $\sqrt{3}-1$ **B** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ **C** $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ **D** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$

5. $\sqrt{5}\,(\sqrt{5}-2)$ est égal à :
   **A** $3$ **B** $25-2\sqrt{5}$ **C** $-\sqrt{5}$ **D** $5-2\sqrt{5}$

6. $1-\sqrt{2}$ est solution de :
   **A** $x^2-2x-1=0$ **B** $x^2+2x-1=0$ **C** $x^2-2x+1=0$ **D** $x^2-1=0$

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*