1. Rappels de 5e : carrés et carrés parfaits

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : calculer des carrés**

(a) $15^2 = 15 \times 15 = 225$

(b) $(-11)^2 = (-11) \times (-11) = 121$: un carré est positif.

(c) $-9^2 = -(9 \times 9) = -81$: le carré porte sur 9 seulement.

(d) $1{,}3^2 = 1{,}3 \times 1{,}3 = 1{,}69$: $13 \times 13 = 169$, avec 2 chiffres après la virgule.

(e) $0{,}07^2 = 0{,}07 \times 0{,}07 = 0{,}0049$: $7 \times 7 = 49$, avec 4 chiffres après la virgule.

(f) $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$: $5^2 = 25$, suivi de deux zéros.

(g) $0{,}5^2 = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$: c'est plus petit que 0,5.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : la table des carrés**

(a) $4^2 = 16$; $9^2 = 81$; $14^2 = 196$; $13^2 = 169$; $10^2 = 100$.

(b) C'est 8, car $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

(c) $900 = 30^2$, car $30 \times 30 = 900$
($3^2 = 9$, suivi de deux zéros).

(d) C'est $144 = 12^2$, car $13^2 = 169$ dépasse 150.

(e) C'est $256 = 16^2$, car $15^2 = 225$ est inférieur à 230.

Ex. 3 ★★☆ **Carré parfait ou pas ?**

(a) Oui : $19 \times 19 = 361$, donc $361 = 19^2$ est un carré parfait.

(b) Non : $17^2 = 289 < 300 < 324 = 18^2$, et aucun entier n'est compris entre 17 et 18.
Donc 300 n'est pas un carré parfait.

(c) Non : son chiffre des unités est 8, et un carré parfait ne se termine jamais par 2, 3, 7 ou 8.

(d) Faux : $6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2$, donc 41 n'est pas un carré parfait. Finir par 1 ne suffit pas.

(e) $22^2 = 484$ est trop petit et $27^2 = 729$ trop grand. Les carrés parfaits entre 500 et 700 sont donc $529 = 23^2$, $576 = 24^2$, $625 = 25^2$ et $676 = 26^2$.

Ex. 4 ★★☆ **Les erreurs de Léa**

(a) Léa a calculé 20×2. Or $20^2 = 20 \times 20 = 400$.

(b) $5 \times 5 = 25$, et chaque facteur a 2 chiffres après la virgule : il en faut $2 + 2 = 4$.
Donc $0{,}05^2 = 0{,}0025$.

Ex. 4 (suite)

(c) Non : $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$. Le produit de deux nombres de même signe est positif, donc un carré n'est jamais négatif.

(d) $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$, car le carré porte sur 3 seulement ; $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$. Léa a oublié le signe moins dans le premier calcul.

(e) Faux : $0{,}7^2 = 0{,}49$ et $0{,}49 < 0{,}7$. Le carré d'un nombre compris entre 0 et 1 est plus petit que lui.

Ex. 5 ★★☆ **Le carrelage de la salle de bains**

(a) $2{,}4^2 = 2{,}4 \times 2{,}4 = 5{,}76$ ($24 \times 24 = 576$). L'aire du sol est 5,76 m².

(b) $0{,}4^2 = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$ (2 chiffres après la virgule). L'aire d'un carreau est 0,16 m².

(c) $5{,}76 \div 0{,}16 = 36$ (ou bien $2{,}4 \div 0{,}4 = 6$ carreaux par côté, et $6^2 = 36$). Il faut 36 carreaux.

(d) $0{,}3^2 = 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09$ (2 chiffres après la virgule), puis $5{,}76 \div 0{,}09 = 64$ (ou bien $2{,}4 \div 0{,}3 = 8$ carreaux par côté, et $8^2 = 64$). Il faudrait 64 carreaux.

Ex. 6 ★★★ **Vrai ou faux sur les carrés**

(a) Faux. $(-0{,}3)^2 = (-0{,}3) \times (-0{,}3) = 0{,}09$: le produit de deux nombres de même signe est positif, et $3 \times 3 = 9$ avec 2 chiffres après la virgule. Un carré n'est jamais négatif.

(b) Vrai. $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$. Les entiers strictement compris entre eux vont de 122 à 143 : il y en a $143 - 122 + 1 = 22$. Aucun n'est un carré parfait, car il n'y a aucun entier entre 11 et 12.

(c) Faux. Contre-exemple : $4 = 2^2$ et $9 = 3^2$ sont des carrés parfaits, mais $4 + 9 = 13$ et $3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2$.
Donc 13 n'est pas un carré parfait.

(d) Vrai. Le chiffre des unités d'un carré parfait est celui du carré du chiffre des unités de l'entier de départ. Or les carrés de 0 à 9 se terminent par 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1 (par exemple $9^2 = 81$). Aucun ne se termine par 7.

(e) Faux. $0{,}01^2 = 0{,}01 \times 0{,}01 = 0{,}0001$: $1 \times 1 = 1$, avec $2 + 2 = 4$ chiffres après la virgule. Le carré de 0,01 est 0,0001, et non 0,001.

Ex. 7 ★★★ **Le jardin de Malik**

(a) Jade a calculé $1{,}5 \times 2$ au lieu de $1{,}5^2$. Or $1{,}5^2 = 1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$ ($15 \times 15 = 225$, avec 2 chiffres après la virgule). L'aire du bassin est de $2{,}25$ m².

(b) $21^2 = 21 \times 21 = 441$. L'aire du jardin est de 441 m².

(c) $441 - 2{,}25 = 438{,}75$. L'aire du gazon est de $438{,}75$ m².

(d) Le bord extérieur de l'allée forme un carré de $1{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 = 2{,}5$ m de côté (l'allée est des deux côtés du bassin). Son aire est $2{,}5^2 = 6{,}25$ m². L'aire de l'allée est $6{,}25 - 2{,}25 = 4$ m², et la nouvelle aire du gazon est $438{,}75 - 4 = 434{,}75$ m².

Ex. 8 ★★★ **Enquête sur les carrés parfaits**

(a) $40^2 = 1\,600 < 2\,025 < 2\,500 = 50^2$, donc l'entier cherché est compris entre 40 et 50. Parmi les carrés de 0 à 9, seul $5^2 = 25$ se termine par 5 : l'entier se termine donc par 5, c'est 45. Vérification : $45 \times 45 = 2\,025$, donc $2\,025 = 45^2$.

(b) Tom a tort pour 300^2. $300^2 = 300 \times 300 = 90\,000$: on a $3^2 = 9$, suivi de quatre zéros (deux zéros par facteur). Donc $300^2 = 90\,000$, et non $9\,000$.

(c) $31^2 = 961$ a trois chiffres, mais $32^2 = 1\,024$ en a quatre. Les carrés suivants sont encore plus grands. Le plus grand carré parfait à trois chiffres est donc $961 = 31^2$.

(d) $14^2 = 196 < 200 < 225 = 15^2$. Le plus petit carré parfait supérieur à 200 est 225, et $225 - 200 = 25$. Le plus petit entier à ajouter est 25.

2. *Racine carrée d'un nombre positif*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : racines carrées en ligne**

(a) $\sqrt{169} = 13$, car $13^2 = 169$ et 13 est positif.

(b) $\sqrt{0} = 0$, car $0^2 = 0$ et 0 est positif ou nul.

(c) $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$: c'est la définition, on n'a pas besoin de calculer $\sqrt{11}$.

(d) $\sqrt{17^2} = 17$, car 17 est positif et son carré vaut 17^2.

(e) $\sqrt{1} = 1$, car $1^2 = 1$ et 1 est positif.

(f) $-\sqrt{121} = -11$: on calcule $\sqrt{121} = 11$ (car $11^2 = 121$), puis on prend l'opposé. Ce nombre existe bien.

(g) Piège : on calcule d'abord sous la barre. $(-6)^2 = 36$, donc $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$ (et non -6), car une racine carrée est toujours positive.

Ex. 10 ★★☆ **Automatismes : décimaux et grands nombres**

(a) $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$, car $0{,}7^2 = 0{,}49$ et $0{,}7$ est positif.

(b) $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, car $1{,}1^2 = 1{,}21$ et $1{,}1$ est positif.

(c) $\sqrt{6\,400} = 80$, car $80^2 = 6\,400$ et 80 est positif.

(d) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$, car $0{,}3^2 = 0{,}09$ et $0{,}3$ est positif (et non $0{,}03$, car $0{,}03^2 = 0{,}0009$).

(e) $\sqrt{250\,000} = 500$, car $500^2 = 250\,000$ et 500 est positif.

(f) $\sqrt{0{,}0025} = 0{,}05$, car $0{,}05^2 = 0{,}0025$ et $0{,}05$ est positif.

Ex. 11 ★★☆ **La barre est une parenthèse**

(a) $A = \sqrt{25} = 5$ et $B = 4 + 3 = 7$.
Donc $A \neq B$: la racine carrée d'une somme n'est pas la somme des racines carrées.

(b) $C = 4 \times \sqrt{25} - 7 = 4 \times 5 - 7 = 20 - 7 = 13$.
Donc $C = 13$.

(c) On calcule d'abord sous la barre : $D = \sqrt{36} = 6$, car $6^2 = 36$ et 6 est positif.

(d) On calcule d'abord sous la barre : $E = \sqrt{144} = 12$, car $12^2 = 144$ et 12 est positif.

(e) $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$, car $1{,}5^2 = 2{,}25$ et $1{,}5$ est positif.
Donc $F = 10 - 3 \times 1{,}5 = 10 - 4{,}5 = 5{,}5$.

Ex. 12 ★★☆ **Repère et corrige l'erreur**

(a) La racine carrée n'est pas la moitié : $50^2 = 2\,500$, et non 100. En fait, $\sqrt{100} = 10$, car $10^2 = 100$ et 10 est positif.

(b) On a bien $(-9)^2 = 81$, mais -9 est négatif, alors qu'une racine carrée est toujours positive ou nulle.
Donc $\sqrt{81} = 9$, car $9^2 = 81$ et 9 est positif ; et $-9 = -\sqrt{81}$.

(c) $\sqrt{-400}$ n'existe pas : aucun nombre n'a pour carré -400, car un carré n'est jamais négatif ($(-20)^2 = 400$ et $20^2 = 400$). Le nombre qui existe, c'est $-\sqrt{400} = -20$.

(d) $0{,}04^2 = 0{,}0016$, et non $0{,}16$. En fait, $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$, car $0{,}4^2 = 0{,}16$ et $0{,}4$ est positif.

Ex. 13 ★★☆ **Vrai ou faux, et à rebours**

(a) Faux. 30 et -30 ont tous les deux pour carré 900, mais la racine carrée de 900 est seulement le nombre positif : $\sqrt{900} = 30$, car $30^2 = 900$ et 30 est positif. L'autre nombre, -30, s'écrit $-\sqrt{900}$.

(b) C'est 225 : $\sqrt{225} = 15$, car $15^2 = 225$ et 15 est positif.

(c) C'est 0,36 : $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$, car $0{,}6^2 = 0{,}36$ et $0{,}6$ est positif.

Ex. 13 **(suite)**

(d) Faux. Contre-exemple : $b = -17$ vérifie $(-17)^2 = 289$, mais $\sqrt{289} = 17$, car $17^2 = 289$ et 17 est positif. Donc $b \neq \sqrt{289}$.

(e) Faux. $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, car $0{,}5^2 = 0{,}25$ et 0,5 est positif. Or $0{,}5 > 0{,}25$: pour un nombre entre 0 et 1, la racine carrée est plus grande que le nombre.

Ex. 14 ★★★ **Le défi des cinq cartes**

(a) C'est la carte 2 : $\sqrt{64} = 8$, car $8^2 = 64$ et 8 est positif, donc $-\sqrt{64} = -8$. La carte 1 n'existe pas : aucun nombre n'a pour carré -64, car un carré n'est jamais négatif.

(b) $(-8)^2 = 64$, donc $\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$, car $8^2 = 64$ et 8 est positif. Lou a tort : une racine carrée n'est jamais négative, la carte 3 vaut 8.

(c) Par définition, $\left(\sqrt{13}\right)^2 = 13$ (pas besoin de calculer $\sqrt{13}$). De plus, $\sqrt{0} = 0$ et $\sqrt{1} = 1$. La carte 4 vaut donc $13 + 0 - 1 = 12$.

(d) $\sqrt{16^2} = 16$, car 16 est positif. $\sqrt{2{,}56} = 1{,}6$, car $1{,}6^2 = 2{,}56$ et 1,6 est positif. La carte 5 vaut donc $16 - 10 \times 1{,}6 = 16 - 16 = 0$.

(e) $-8 < 0 < 8 < 12$: carte 2 < carte 5 < carte 3 < carte 4.

Ex. 15 ★★★ **Le carrelage de Nadia**

(a) $3{,}125^2 = 9{,}765\,625$, qui n'est pas égal à 6,25. Donc 3,125 m n'est pas le côté : la racine carrée d'un nombre n'est pas sa moitié.

(b) Le côté mesure $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ m, car $2{,}5^2 = 6{,}25$ et 2,5 est positif. Le côté de la salle mesure 2,5 m, soit 250 cm.

(c) Le côté d'un carreau mesure $\sqrt{625} = 25$ cm, car $25^2 = 625$ et 25 est positif.

(d) Sur une rangée : $250 \div 25 = 10$ carreaux. Il y a 10 rangées, donc il faut $10 \times 10 = 100$ carreaux en tout.

(e) 6,25 m² = 62 500 cm², et $62\,500 \div 625 = 100$. On retrouve bien 100 carreaux.

Ex. 16 ★★★ **Les énigmes à rebours**

(a) C'est $21^2 = 441$. Vérification : $\sqrt{441} = 21$, car $21^2 = 441$ et 21 est positif.

(b) C'est $0{,}9^2 = 0{,}81$. Vérification : $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, car $0{,}9^2 = 0{,}81$ et 0,9 est positif. Comme $0{,}81 < 0{,}9$, le nombre est plus petit que sa racine carrée.

Ex. 16 **(suite)**

(c) La racine carrée vaut $2 \times 35 = 70$. Hugo a tort : $70^2 = 4\,900$, et non 140. Le nombre est 4 900, car $\sqrt{4\,900} = 70$ ($70^2 = 4\,900$ et 70 est positif).

(d) Malik a tort : $\sqrt{25} = 5$, et non -5, car $5^2 = 25$ et 5 est positif. Une racine carrée n'est jamais négative : aucun nombre n'a -5 pour racine carrée.

(e) $22^2 = 484 < 500$, $23^2 = 529$, $24^2 = 576$ et $25^2 = 625 > 600$. Les nombres possibles sont 529 (car $\sqrt{529} = 23$) et 576 (car $\sqrt{576} = 24$).

3. *Racines carrées des carrés parfaits, des décimaux, calculs*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes — lire la table des carrés à l'envers**

(a) $\sqrt{121} = 11$, car $11^2 = 121$ et 11 est positif.

(b) $\sqrt{169} = 13$, car $13^2 = 169$ et 13 est positif.

(c) $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$ par définition : le carré de $\sqrt{11}$ vaut 11.

(d) $\sqrt{225} = 15$, car $15^2 = 225$ et 15 est positif.

(e) $-\sqrt{64} = -8$, car $\sqrt{64} = 8$; ce nombre existe.

(f) $\sqrt{0} = 0$, car $0^2 = 0$.

(g) $\sqrt{23^2} = 23$, car 23 est positif.

(h) $\sqrt{-36}$ n'existe pas : un carré n'est jamais négatif ($6^2 = 36$ et $(-6)^2 = 36$).

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes — décimaux et grands nombres**

(a) $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, car $0{,}9^2 = 0{,}81$ et 0,9 est positif.

(b) $\sqrt{4\,900} = 70$, car $70^2 = 4\,900$.

(c) $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$, car $1{,}2^2 = 1{,}44$ (on pense à $12^2 = 144$).

(d) $\sqrt{250\,000} = 500$, car $500^2 = 250\,000$.

(e) $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$, car $1{,}5^2 = 2{,}25$ (on pense à $15^2 = 225$).

(f) $\sqrt{6\,400} = 80$, car $80^2 = 6\,400$.

(g) $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, car $0{,}1^2 = 0{,}01$.

(h) $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, car $1{,}1^2 = 1{,}21$.

Ex. 19 ★☆☆ **La barre est une parenthèse**

(a) $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$.

(b) $\sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$: le résultat n'est pas le même qu'avec la barre au-dessus de toute la somme.

(c) $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$ (et non $10 - 6 = 4$).

(d) $3\sqrt{25} = 3 \times 5 = 15$.

(e) $2 \times \sqrt{81} - \sqrt{16} = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$.

(f) $\sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$.

(g) $\sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$.

Ex. 20 ★★☆ **Les erreurs de Lucas**

(a) Non : $0{,}04^2 = 0{,}0016$, pas 0,16. En fait $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$, car $0{,}4^2 = 0{,}16$.

(b) Non : $0{,}2^2 = 0{,}04$, pas 0,4. Comme $0{,}6^2 = 0{,}36 < 0{,}4 < 0{,}49 = 0{,}7^2$, on a $0{,}6 < \sqrt{0{,}4} < 0{,}7$; à la calculatrice, $\sqrt{0{,}4} \approx 0{,}63$.

(c) Non : $100^2 = 10\,000$. Comme $31^2 = 961 < 1\,000 < 1\,024 = 32^2$, on a $31 < \sqrt{1\,000} < 32$; à la calculatrice, $\sqrt{1\,000} \approx 31{,}62$.

(d) Non : on calcule d'abord sous la barre. $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$, car $5^2 = 25$; et $7^2 = 49$.

(e) Non : $25^2 = 625$. Une racine carrée n'est pas une moitié : à la calculatrice, $\sqrt{50} \approx 7{,}07$ (car $7^2 = 49$, tout près de 50).

Ex. 21 ★★☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Faux. Contre-exemple : $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$ et $0{,}6 > 0{,}36$. Pour un nombre entre 0 et 1, la racine carrée est plus grande que le nombre.

(b) Faux. $\sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$, alors que $\sqrt{64} + \sqrt{225} = 8 + 15 = 23$.

(c) Vrai. $0{,}7^2 = 0{,}49$ et 0,7 est positif, donc $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$: le nombre cherché est bien 0,49.

(d) Faux. $5\sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$, alors que $\sqrt{20} \approx 4{,}47$ (et $10^2 = 100$, pas 20).

Ex. 22 ★★★ **Quatre calculs à ranger**

(a) $\sqrt{36} = 6$ car $6^2 = 36$, et $\sqrt{144} = 12$ car $12^2 = 144$. On fait d'abord la multiplication : $A = 5 \times 6 - 12 = 30 - 12 = 18$.

(b) Je calcule d'abord sous la barre : $B = \sqrt{144} = 12$, car $12^2 = 144$. En revanche, $\sqrt{169} - \sqrt{25} = 13 - 5 = 8$. Les résultats sont différents ($12 \neq 8$) : la racine carrée d'une différence n'est pas la différence des racines carrées.

Ex. 22 (suite)

(c) $4\sqrt{25} = 4 \times 5 = 20$ et $\sqrt{3 \times 48} = \sqrt{144} = 12$. Donc $C = 20 + 12 = 32$.

(d) Sacha a tort : $4\sqrt{25} = 4 \times 5 = 20$, et $20^2 = 400$. Or $\left(\sqrt{100}\right)^2 = 100$, et $400 \neq 100$. Le 4 multiplie la racine, il ne passe pas sous la barre.

(e) $\sqrt{100} = 10$ car $10^2 = 100$. Donc $D = \sqrt{10+71} = \sqrt{81} = 9$. Comme $9 < 12 < 18 < 32$, on a $D < B < A < C$.

Ex. 23 ★★★ **Le défi des virgules et des zéros**

(a) $0{,}05^2 = 0{,}0025$ (je pense à $5^2 = 25$, avec quatre chiffres après la virgule). Comme 0,05 est positif, $\sqrt{0{,}0025} = 0{,}05$: le nombre cherché est 0,0025.

(b) $\sqrt{0{,}0064} = 0{,}08$ car $0{,}08^2 = 0{,}0064$ (et non 0,8, car $0{,}8^2 = 0{,}64$) ; $\sqrt{8\,100} = 90$ car $90^2 = 8\,100$; $\sqrt{40\,000} = 200$ car $200^2 = 40\,000$.

(c) Malo a tort : $300^2 = 90\,000$ et non 9 000. Comme $94^2 = 8\,836 < 9\,000 < 9\,025 = 95^2$, on a $94 < \sqrt{9\,000} < 95$. À la calculatrice, $\sqrt{9\,000} \approx 94{,}9$ au dixième.

(d) Zoé a tort : $0{,}3^2 = 0{,}09$ et non 0,9. À la calculatrice, $\sqrt{0{,}9} \approx 0{,}95$ au centième.

(e) $\sqrt{0{,}9} \approx 0{,}95$, donc $\sqrt{0{,}9} > 0{,}9$. $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ car $0{,}5^2 = 0{,}25$, donc $\sqrt{0{,}25} > 0{,}25$. La racine carrée d'un nombre compris entre 0 et 1 est plus grande que ce nombre.

Ex. 24 ★★★ **Le carrelage d'Inès**

(a) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$ car $0{,}3^2 = 0{,}09$ (et non 0,03, car $0{,}03^2 = 0{,}0009$). Le côté d'un carreau mesure 0,3 m, soit 30 cm.

(b) $\sqrt{15{,}21} = 3{,}9$ car $3{,}9^2 = 15{,}21$ (je pense à $39^2 = 1\,521$). Le côté de la cuisine mesure 3,9 m.

(c) Sur une rangée : $3{,}9 \div 0{,}3 = 13$ carreaux. En tout : $13^2 = 169$ carreaux. Vérification : $169 \times 0{,}09 = 15{,}21$ m², c'est bien l'aire de la cuisine.

(d) $169 \div 20 = 8{,}45$: 8 boîtes ne suffisent pas (160 carreaux). Inès doit acheter 9 boîtes.

4. *Encadrer une racine carrée, comparer*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : encadrer entre deux entiers consécutifs**

(a) $16 < 23 < 25$, c'est-à-dire $4^2 < 23 < 5^2$, donc $4 < \sqrt{23} < 5$.

(b) $81 < 85 < 100$, c'est-à-dire $9^2 < 85 < 10^2$, donc $9 < \sqrt{85} < 10$.

(c) $144 < 150 < 169$, c'est-à-dire $12^2 < 150 < 13^2$, donc $12 < \sqrt{150} < 13$.

(d) $49 < 52{,}3 < 64$, c'est-à-dire $7^2 < 52{,}3 < 8^2$, donc $7 < \sqrt{52{,}3} < 8$.

(e) $0 < 0{,}3 < 1$, c'est-à-dire $0^2 < 0{,}3 < 1^2$, donc $0 < \sqrt{0{,}3} < 1$.

(f) $196 < 200 < 225$, c'est-à-dire $14^2 < 200 < 15^2$, donc $14 < \sqrt{200} < 15$.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : comparer une racine carrée et un nombre**

(a) $8^2 = 64$ et $60 < 64$, donc $\sqrt{60} < 8$.

(b) $5^2 = 25$ et $27 > 25$, donc $\sqrt{27} > 5$.

(c) $9{,}5^2 = 90{,}25$ et $90 < 90{,}25$, donc $\sqrt{90} < 9{,}5$.

(d) $0{,}6^2 = 0{,}36$ et $0{,}6 > 0{,}36$, donc $\sqrt{0{,}6} > 0{,}6$ (entre 0 et 1, la racine carrée est plus grande que le nombre).

(e) $80^2 = 6\,400$ et $6\,500 > 6\,400$, donc $\sqrt{6\,500} > 80$.

(f) $1{,}6^2 = 2{,}56$ et $2{,}5 < 2{,}56$, donc $\sqrt{2{,}5} < 1{,}6$.

Ex. 27 ★★☆ **Encadrer $\sqrt{57}$ au dixième**

(a) $49 < 57 < 64$, c'est-à-dire $7^2 < 57 < 8^2$, donc $7 < \sqrt{57} < 8$.

(b) $7{,}3^2 = 53{,}29$; $7{,}4^2 = 54{,}76$; $7{,}5^2 = 56{,}25$; $7{,}6^2 = 57{,}76$; $7{,}7^2 = 59{,}29$.

(c) $56{,}25 < 57 < 57{,}76$, c'est-à-dire $7{,}5^2 < 57 < 7{,}6^2$, donc $7{,}5 < \sqrt{57} < 7{,}6$.

(d) Je compare 57 au carré du milieu : $7{,}5^2 = 56{,}25$ et $57 > 56{,}25$, donc $\sqrt{57} > 7{,}5$. L'entier le plus proche de $\sqrt{57}$ est 8 (et pas 7).

(e) La calculatrice affiche $7{,}549\,8\ldots$; arrondi au centième, $\sqrt{57} \approx 7{,}55$. La valeur exacte reste $\sqrt{57}$.

Ex. 28 ★★☆ **Repérer et corriger l'erreur**

(a) Léna a encadré le nombre 115, pas sa racine carrée. Comme $10^2 < 115 < 11^2$, on a $10 < \sqrt{115} < 11$.

(b) 100 et 169 ne sont pas des carrés parfaits consécutifs. $121 < 140 < 144$, c'est-à-dire $11^2 < 140 < 12^2$, donc $11 < \sqrt{140} < 12$.

(c) Faux pour un nombre entre 0 et 1 : $0{,}8^2 = 0{,}64$ et $0{,}64 < 0{,}8$, donc $0{,}8 < \sqrt{0{,}8}$.

(d) $8{,}2^2 = 67{,}24 \neq 68$, donc l'égalité est fausse. 68 n'est pas un carré parfait, donc $\sqrt{68}$ n'est pas décimal : on écrit $\sqrt{68} \approx 8{,}2$ (arrondi au dixième).

(e) Le côté mesure $\sqrt{45}$ m, et $7^2 = 49 \neq 45$. Comme $36 < 45 < 49$, on a $6 < \sqrt{45} < 7$: le côté mesure entre 6 m et 7 m, ce n'est pas un nombre entier de mètres.

Ex. 29 ★★☆ **Ranger et placer des racines carrées**

(a) $5{,}4^2 = 29{,}16$ et $5{,}5^2 = 30{,}25$. Comme $29 < 29{,}16 < 30 < 30{,}25$, on a $\sqrt{29} < 5{,}4 < \sqrt{30} < 5{,}5$.

(b) $1 < \sqrt{3} < 2$ car $1 < 3 < 4$; $2 < \sqrt{7} < 3$ car $4 < 7 < 9$; $3 < \sqrt{11} < 4$ car $9 < 11 < 16$.
Donc T a pour abscisse $\sqrt{3}$, R a pour abscisse $\sqrt{7}$ et S a pour abscisse $\sqrt{11}$.

(c) $2^2 = 4$ et $2{,}5^2 = 6{,}25$. Comme $4 < 5 < 6{,}25$, on a $2 < \sqrt{5} < 2{,}5$: on place $\sqrt{5}$ entre les graduations 2 et 2,5.

(d) $6 < \sqrt{n} < 7$ revient à $36 < n < 49$, donc n va de 37 à 48 : il y a 12 nombres entiers.

Ex. 30 ★★★ **Le jardin carré de Léo**

(a) $8^2 = 64$ et $9^2 = 81$, donc $64 < 75 < 81$. Les racines carrées sont rangées dans le même ordre, donc $8 < \sqrt{75} < 9$. Le côté du jardin mesure entre 8 m et 9 m : ce n'est pas un nombre entier de mètres.

(b) $8{,}6^2 = 73{,}96$; $8{,}7^2 = 75{,}69$; $8{,}8^2 = 77{,}44$. Comme $73{,}96 < 75 < 75{,}69$, on a $8{,}6 < \sqrt{75} < 8{,}7$. Le côté mesure entre 8,6 m et 8,7 m.

(c) $8{,}7^2 = 75{,}69$ et non 75, donc $\sqrt{75} \neq 8{,}7$. Comme 75 n'est pas un carré parfait, $\sqrt{75}$ n'est pas un nombre décimal. Il faut écrire $\sqrt{75} \approx 8{,}7$. Arrondi au centième : $\sqrt{75} \approx 8{,}66$. Le côté mesure environ 8,66 m.

(d) Le côté doit dépasser $\sqrt{75}$ m, qui est compris entre 8 et 9. Le plus petit côté entier possible est donc 9 m, et l'aire vaut $9^2 = 81$ m². L'aire augmente de $81 - 75 = 6$ m².

Ex. 31 ★★★ **Racines de décimaux, entre 0 et 1 et au-delà**

(a) Faux : $0{,}3^2 = 0{,}09 \neq 0{,}9$ (c'est $\sqrt{0{,}09}$ qui vaut 0,3). $0{,}9^2 = 0{,}81$ et $1^2 = 1$; comme $0{,}81 < 0{,}9 < 1$, on a $0{,}9 < \sqrt{0{,}9} < 1$. Ici, la racine carrée est plus grande que le nombre.

(b) $0{,}7^2 = 0{,}49 < 0{,}5$, donc $0{,}7 < \sqrt{0{,}5}$. $0{,}8^2 = 0{,}64 > 0{,}5$, donc $\sqrt{0{,}5} < 0{,}8$. L'ordre croissant est : $0{,}5 < 0{,}7 < \sqrt{0{,}5} < 0{,}8$.

(c) $16 < 18{,}6 < 25$, c'est-à-dire $4^2 < 18{,}6 < 5^2$, donc $4 < \sqrt{18{,}6} < 5$. J'essaie les dixièmes : $4{,}3^2 = 18{,}49$ et $4{,}4^2 = 19{,}36$. Comme $18{,}49 < 18{,}6 < 19{,}36$, on a $4{,}3 < \sqrt{18{,}6} < 4{,}4$.

(d) $3 < \sqrt{n} < 3{,}5$ équivaut à $3^2 < n < 3{,}5^2$, c'est-à-dire $9 < n < 12{,}25$. Les valeurs entières possibles sont donc $n = 10$, $n = 11$ et $n = 12$.

Ex. 32 ★★★ **Une corde en diagonale sur un terrain**

(a) Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117$.
Donc $AC = \sqrt{117}$ m (valeur exacte).

(b) $AC = \sqrt{117}$ et $100 < 117 < 144$, mais $100 = 10^2$ et $144 = 12^2$ ne sont pas des carrés parfaits consécutifs : $121 = 11^2$ se trouve entre eux. Le bon encadrement est $100 < 117 < 121$, donc $10 < \sqrt{117} < 11$: AC mesure entre 10 m et 11 m.

(c) Je compare 117 au carré du milieu : $10{,}5^2 = 110{,}25$. Comme $117 > 110{,}25$, on a $\sqrt{117} > 10{,}5$. L'entier le plus proche de $AC = \sqrt{117}$ est donc 11 : $AC \approx 11$ m.

(d) Arrondi au dixième : $\sqrt{117} \approx 10{,}8$. Mais $10{,}8^2 = 116{,}64 < 117$, donc $10{,}8 < \sqrt{117}$. Une corde de 10,8 m est trop courte : elle ne suffit pas.

5. *Valeur approchée à la calculatrice*

Ex. 33 ★☆☆ **Arrondir à l'unité, au dixième, au centième**

(a) La calculatrice affiche 3,316 6…, donc $\sqrt{11} \approx 3$; $\sqrt{11} \approx 3{,}3$; $\sqrt{11} \approx 3{,}32$.

(b) La calculatrice affiche 5,196 1…, donc $\sqrt{27} \approx 5$; $\sqrt{27} \approx 5{,}2$ (et pas 5,1, car le chiffre des centièmes est 9) ; $\sqrt{27} \approx 5{,}20$.

(c) La calculatrice affiche 7,615 7…, donc $\sqrt{58} \approx 8$ (et pas 7, car le chiffre des dixièmes est 6) ; $\sqrt{58} \approx 7{,}6$; $\sqrt{58} \approx 7{,}62$.

Ex. 33 (suite)

(d) La calculatrice affiche 0,894 4…, donc $\sqrt{0{,}8} \approx 1$; $\sqrt{0{,}8} \approx 0{,}9$; $\sqrt{0{,}8} \approx 0{,}89$.

(e) La calculatrice affiche 14,662 8…, donc $\sqrt{215} \approx 15$; $\sqrt{215} \approx 14{,}7$; $\sqrt{215} \approx 14{,}66$.

Ex. 34 ★★☆ **Contrôler l'affichage**

(a) $81 < 83 < 100$, c'est-à-dire $9^2 < 83 < 10^2$, donc $9 < \sqrt{83} < 10$. C'est impossible : $8{,}11 < 9$. En fait $\sqrt{83} \approx 9{,}11$.

(b) $144 < 150 < 169$, c'est-à-dire $12^2 < 150 < 13^2$, donc $12 < \sqrt{150} < 13$. C'est possible, et c'est juste : $\sqrt{150} \approx 12{,}25$.

(c) $25 < 30 < 36$, c'est-à-dire $5^2 < 30 < 6^2$, donc $5 < \sqrt{30} < 6$. C'est impossible : $6{,}48 > 6$. En fait $\sqrt{30} \approx 5{,}48$.

(d) $484 < 500 < 529$, c'est-à-dire $22^2 < 500 < 23^2$, donc $22 < \sqrt{500} < 23$. C'est possible, et c'est juste : $\sqrt{500} \approx 22{,}36$.

(e) $961 < 1\,000 < 1\,024$, c'est-à-dire $31^2 < 1\,000 < 32^2$, donc $31 < \sqrt{1\,000} < 32$. C'est impossible : $316{,}2 > 32$. En fait $\sqrt{1\,000} \approx 31{,}62$.

Ex. 35 ★★☆ **Vrai ou faux à la calculatrice**

(a) Faux. 60 n'est pas un carré parfait ($49 < 60 < 64$), donc $\sqrt{60}$ n'est pas un nombre décimal : ses chiffres ne s'arrêtent jamais. La calculatrice coupe l'affichage. On écrit par exemple $\sqrt{60} \approx 7{,}746$.

(b) Faux. $4{,}4^2 = 19{,}36$ et pas 19. On doit écrire $\sqrt{19} \approx 4{,}4$: c'est une valeur approchée au dixième.

(c) Vrai. $2{,}5^2 = 6{,}25$ et 2,5 est positif, donc $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ exactement.

(d) Faux. La calculatrice affiche $\sqrt{15} \approx 3{,}872\,9\ldots$ Le chiffre des centièmes est 7, donc on augmente : $\sqrt{15} \approx 3{,}9$. Jade a coupé au lieu d'arrondir.

Ex. 36 ★★☆ **Les erreurs de Tom**

(a) Tom a arrondi trop tôt. On garde la valeur exacte : $3\sqrt{6} \approx 7{,}348$, donc arrondi au dixième $3\sqrt{6} \approx 7{,}3$, et pas 7,2.

(b) Sans parenthèse, la calculatrice a calculé $\sqrt{90} + 35 \approx 44{,}5$. La barre couvre tout : $\sqrt{90 + 35} = \sqrt{125} \approx 11{,}180$, donc $\sqrt{90 + 35} \approx 11{,}2$ au dixième.

Ex. 36 **(suite)**

(c) Tom a coupé au lieu d'arrondir. Le chiffre des millièmes est 6, donc on augmente le chiffre des centièmes : $\sqrt{35} \approx 5{,}92$, et pas 5,91.

(d) $6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2$, donc $6 < \sqrt{42} < 7$. Or $6{,}5^2 = 42{,}25$ et $42 < 42{,}25$, donc $\sqrt{42} < 6{,}5$. Arrondi à l'unité, $\sqrt{42} \approx 6$, et pas 7. La calculatrice le confirme : elle affiche 6,480 …

Ex. 37 ★★☆ **Le grillage du potager**

(a) Le côté c vérifie $c^2 = 45$ et c est positif, donc $c = \sqrt{45}$ m. C'est la valeur exacte.

(b) $36 < 45 < 49$, c'est-à-dire $6^2 < 45 < 7^2$, donc $6 < \sqrt{45} < 7$: le côté mesure entre 6 m et 7 m.

(c) La calculatrice affiche 6,708 2 …, donc le côté mesure $\sqrt{45} \approx 6{,}71$ m.

(d) Le périmètre vaut $4 \times \sqrt{45} \approx 26{,}83$ m (calculé avec la valeur exacte). Il faut au moins cette longueur : Sofia doit donc acheter 27 m de grillage.

Ex. 38 ★★★ **L'échelle du peintre**

(a) Le mur et le sol forment un angle droit : le triangle formé par le mur, le sol et l'échelle est rectangle, et l'échelle est son hypoténuse. D'après le théorème de Pythagore, $L^2 = 4{,}2^2 + 1{,}5^2 = 17{,}64 + 2{,}25 = 19{,}89$. L est positive, donc $L = \sqrt{19{,}89}$ m.

(b) $16 < 19{,}89 < 25$, c'est-à-dire $4^2 < 19{,}89 < 5^2$, donc $4 < \sqrt{19{,}89} < 5$. L'échelle mesure entre 4 m et 5 m.

(c) Sans parenthèse, la barre ne couvre que $4{,}2^2$: la calculatrice calcule $\sqrt{4{,}2^2} + 1{,}5^2 = 4{,}2 + 2{,}25 = 6{,}45$. Or $6{,}45 > 5$, ce qui contredit l'encadrement $4 < \sqrt{19{,}89} < 5$. Il fallait taper $\sqrt{(\ 4{,}2^2 + 1{,}5^2\ )}$, avec la parenthèse.

(d) La calculatrice affiche $\sqrt{19{,}89} \approx 4{,}459\,8$. Au dixième, le chiffre des centièmes est 5 : on arrondit à 4,5, et pas à 4,4 (ce serait une troncature). Au centième, le chiffre suivant est 9 : on arrondit à 4,46. L'échelle mesure environ 4,5 m, ou 4,46 m au centième.

(e) Faux. $4{,}46^2 = 19{,}891\,6$, et $19{,}891\,6 \neq 19{,}89$, donc $\sqrt{19{,}89} \neq 4{,}46$: 4,46 n'est qu'une valeur approchée. On écrit $\sqrt{19{,}89} \approx 4{,}46$: l'échelle mesure environ 4,46 m.

Ex. 39 ★★★ **Agrandir une photo**

(a) Pour multiplier les aires par 3, on multiplie les longueurs par $\sqrt{3}$, car $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$. Le coefficient d'agrandissement est $\sqrt{3}$.

(b) $1{,}7^2 = 2{,}89$ et $1{,}8^2 = 3{,}24$. Comme $2{,}89 < 3 < 3{,}24$, on a $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$. Ensuite $1{,}75^2 = 3{,}062\,5$ et $3 < 3{,}062\,5$, donc $\sqrt{3} < 1{,}75$: l'arrondi au dixième est $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, et pas 1,8.

(c) Largeur : $6\sqrt{3}$ cm $\approx 10{,}392$ cm, soit environ 10,4 cm. Longueur : $9\sqrt{3}$ cm $\approx 15{,}588$ cm, soit environ 15,6 cm. La photo agrandie mesure environ 10,4 cm sur 15,6 cm.

(d) Zoé a arrondi trop tôt : $6 \times 1{,}7 = 10{,}2$ et $9 \times 1{,}7 = 15{,}3$. En multipliant, l'erreur sur $\sqrt{3}$ est multipliée elle aussi. Il faut garder $\sqrt{3}$ jusqu'au bout : $6\sqrt{3} \approx 10{,}4$ cm et $9\sqrt{3} \approx 15{,}6$ cm.

(e) $10{,}4 \times 15{,}6 = 162{,}24$ et $10{,}2 \times 15{,}3 = 156{,}06$. L'aire voulue est $3 \times 54 = 162$ cm². C'est 162,24 qui est le plus proche : les valeurs arrondies à la fin sont les bonnes.

Ex. 40 ★★★ **Le nombre mystère de Ben**

(a) $8{,}5^2 = 72{,}25$ et $9{,}5^2 = 90{,}25$. $\sqrt{n}$ s'arrondit à 9 quand $8{,}5 < \sqrt{n} < 9{,}5$, c'est-à-dire $72{,}25 < n < 90{,}25$. Les entiers possibles vont de 73 à 90 : il y en a 18.

(b) C'est 81, car $9^2 = 81$ et 9 est positif, donc $\sqrt{81} = 9$. Les autres entiers de 73 à 90 ne sont pas des carrés parfaits ($64 < n < 81$ ou $81 < n < 100$) : leur racine carrée n'est ni entière ni décimale, on ne peut écrire qu'une valeur approchée avec $\approx$.

(c) $8{,}55^2 = 73{,}102\,5$ et $8{,}65^2 = 74{,}822\,5$. Il faut $73{,}102\,5 < n < 74{,}822\,5$, et le seul entier qui convient est 74. Le nombre mystère est $n = 74$.

(d) $8{,}6^2 = 73{,}96$, et $73{,}96 \neq 74$, donc $\sqrt{74} \neq 8{,}6$. 74 n'est pas un carré parfait : il faut écrire $\sqrt{74} \approx 8{,}6$.

(e) La calculatrice affiche $\sqrt{74} \approx 8{,}602\,3$. Au centième, $\sqrt{74} \approx 8{,}60$: on garde le 0 des centièmes, il montre la précision.

6. *Racine carrée et géométrie : côté d'un carré, aires, Pythagore*

Ex. 41 ★☆☆ **Du carré à son côté, et retour**

(a) Le côté mesure $\sqrt{81} = 9$ cm, car $9^2 = 81$ et 9 est positif.

(b) Faux. Le côté mesure $\sqrt{64} = 8$ dm, car $8^2 = 64$ et 8 est positif. $64 \div 4 = 16$ dm serait le côté d'un carré de périmètre 64 dm, pas d'aire 64 dm².

Ex. 41 **(suite)**

(c) Le côté mesure $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$ m, car $1{,}1^2 = 1{,}21$.

(d) Le côté mesure $\sqrt{4\,900} = 70$ m, car $70^2 = 4\,900$.

(e) Le côté mesure $\sqrt{30}$ cm (valeur exacte). On a $25 < 30 < 36$, donc $5 < \sqrt{30} < 6$, et $\sqrt{30} \approx 5{,}5$ cm (arrondi au dixième).

(f) L'aire vaut $1{,}3^2 = 1{,}69$ dm².

Ex. 42 ★☆☆ **Longueurs et aires : qui multiplie quoi ?**

(a) Faux. L'aire est multipliée par $2^2 = 4$, et non par 2.

(b) L'aire est multipliée par $5^2 = 25$.

(c) L'aire est multipliée par $0{,}1^2 = 0{,}01$: elle devient 100 fois plus petite.

(d) On multiplie les longueurs par $\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$.

(e) On multiplie les longueurs par $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, et non par 3.

(f) La nouvelle aire vaut $12 \times 4^2 = 12 \times 16 = 192$ cm².

Ex. 43 ★★☆ **Trouver l'hypoténuse sans se tromper**

(a) L'hypoténuse est [RT] : c'est le côté en face de l'angle droit, qui est en S.

(b) D'après le théorème de Pythagore, $RT^2 = RS^2 + ST^2 = 36 + 64 = 100$.
Donc RT $= \sqrt{100} = 10$ cm.

(c) Non. On n'additionne pas les longueurs : on additionne leurs carrés, puis on prend la racine carrée. D'ailleurs $14^2 = 196$, alors que $RT^2 = 100$. RT mesure 10 cm, pas 14 cm.

(d) La diagonale partage le terrain en deux triangles rectangles, dont elle est l'hypoténuse. $d^2 = 32^2 + 18^2 = 1\,024 + 324 = 1\,348$, donc $d = \sqrt{1\,348}$ m (valeur exacte). La diagonale mesure environ 36,7 m.

Ex. 44 ★★☆ **L'échelle contre le mur**

(a) L'angle droit se trouve entre le mur et le sol. L'hypoténuse est en face : c'est l'échelle, qui mesure 2,5 m.

(b) D'après le théorème de Pythagore, $2{,}5^2 = h^2 + 0{,}7^2$, donc $h^2 = 6{,}25 - 0{,}49 = 5{,}76$.
Donc h $= \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ m, car $2{,}4^2 = 5{,}76$. Le haut de l'échelle atteint 2,4 m.

(c) Noé a additionné au lieu de soustraire. Ici, on cherche un côté de l'angle droit, pas l'hypoténuse. Il trouverait $\sqrt{6{,}74} \approx 2{,}6$ m : c'est plus que la longueur de l'échelle, ce qui est impossible.

Ex. 44 **(suite)**

(d) $h^2 = 2{,}5^2 - 0{,}5^2 = 6{,}25 - 0{,}25 = 6$, donc h $= \sqrt{6}$ m (valeur exacte). Le haut de l'échelle atteint environ 2,45 m.

Ex. 45 ★★☆ **Le jardin de Maëlle**

(a) Le côté mesure $\sqrt{225} = 15$ m, car $15^2 = 225$ (et non $225 \div 4$).

(b) Le périmètre vaut $4 \times 15 = 60$ m. Il faut 60 m de grillage.

(c) Avec un côté de 30 m, l'aire vaut $30^2 = 900$ m², soit 4 fois 225 m². Son idée ne convient pas : doubler les longueurs multiplie l'aire par 4, pas par 2.

(d) L'aire vaut $2 \times 225 = 450$ m². Le côté mesure $\sqrt{450}$ m (valeur exacte). On a $441 < 450 < 484$, donc $21 < \sqrt{450} < 22$. Le côté mesure environ 21,21 m. On retrouve $15 \times \sqrt{2} \approx 21{,}21$: pour doubler l'aire, on multiplie le côté par $\sqrt{2}$, pas par 2.

Ex. 46 ★★★ **La terrasse d'Inès**

(a) $56{,}25 \div 4 = 14{,}0625$: c'est le côté d'un carré de PÉRIMÈTRE 56,25 m. Ici, 56,25 m² est une aire : le côté c vérifie $c^2 = 56{,}25$, donc c'est une racine carrée qu'il faut calculer.

(b) Le côté mesure $\sqrt{56{,}25} = 7{,}5$ m, car $7{,}5^2 = 56{,}25$ et 7,5 est positif. La terrasse a un côté de 7,5 m.

(c) Le périmètre vaut $4 \times 7{,}5 = 30$ m. Il faut 30 m de bordure.

(d) Le côté d'un carreau mesure $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$ m, car $0{,}3^2 = 0{,}09$ et 0,3 est positif. Un carreau mesure 0,3 m de côté.

(e) Sur une rangée : $7{,}5 \div 0{,}3 = 25$ carreaux. Il y a 25 rangées, donc $25 \times 25 = 625$ carreaux en tout (et $625 \times 0{,}09 = 56{,}25$ m² : c'est cohérent).

Ex. 47 ★★★ **La diagonale de l'écran de Sacha**

(a) ABCD est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B. L'hypoténuse est le côté en face de l'angle droit : c'est [AC].

(b) Le théorème de Pythagore relie les CARRÉS des longueurs : AC² = AB² + BC². On n'additionne pas les longueurs elles-mêmes. D'ailleurs, AC doit être plus petit que AB + BC.

Ex. 47 **(suite)**

(c) D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B : $AC^2 = 80^2 + 45^2 = 6\,400 + 2\,025 = 8\,425$.
Donc $AC = \sqrt{8\,425}$ cm (valeur exacte). Comme $91^2 = 8\,281$ et $92^2 = 8\,464$, on a $91 < \sqrt{8\,425} < 92$.

(d) À la calculatrice, $\sqrt{8\,425} \approx 91{,}79$. La diagonale de l'écran mesure environ 91,8 cm.

(e) La diagonale est l'hypoténuse. D'après le théorème de Pythagore : hauteur$^2 = 26^2 - 21^2 = 676 - 441 = 235$.
Donc hauteur $= \sqrt{235}$ cm (valeur exacte), soit environ 15,3 cm.

Ex. 48 ★★★ **Les affiches de Zoé**

(a) Aire : $30 \times 40 = 1\,200$ cm². Un agrandissement de rapport 3 multiplie les aires par $3^2 = 9$ (et non par 3) : la nouvelle aire est $1\,200 \times 9 = 10\,800$ cm².

(b) Non. Si on multiplie les longueurs par 5, l'aire est multipliée par $5^2 = 25$: on obtient $150 \times 200 = 30\,000$ cm², soit 25 fois 1 200 cm². Ilan a tort.

(c) Il faut multiplier les longueurs par $\sqrt{5} \approx 2{,}24$, car $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$. Les dimensions sont $30 \times \sqrt{5} \approx 67{,}08$ cm et $40 \times \sqrt{5} \approx 89{,}44$ cm.

(d) Une réduction de rapport 0,6 multiplie les aires par $0{,}6^2 = 0{,}36$: l'aire devient $1\,200 \times 0{,}36 = 432$ cm².

(e) L'aire est multipliée par $1\,728 \div 1\,200 = 1{,}44$. Le rapport est $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$, car $1{,}2^2 = 1{,}44$ et 1,2 est positif. Les dimensions sont $30 \times 1{,}2 = 36$ cm et $40 \times 1{,}2 = 48$ cm.