Sixième / Quadrilatères : rectangle, losange, carré — corrigé

benprof particulier.fr

1. *Vocabulaire : côtés, sommets, diagonales*

Ex. 1 ★☆☆ **Automatisme : sommets et diagonales**

(a) On suit le tour W → X → Y → Z → W. Les côtés sont [WX], [XY], [YZ] et [ZW].

(b) Le sommet opposé à W est Y : c'est le sommet qui n'est pas relié à W par un côté.

(c) WXYZ a 2 diagonales : [WY], qui joint les sommets opposés W et Y, et [XZ], qui joint les sommets opposés X et Z.

(d) Les sommets consécutifs à Z sont Y et W, car [YZ] et [ZW] sont des côtés.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatisme : côtés consécutifs ou opposés**

(a) Le côté opposé à [LM] est [NK] : ces deux côtés n'ont aucun sommet commun.

(b) Les côtés consécutifs à [KL] sont [NK], qui a le sommet K en commun avec lui, et [LM], qui a le sommet L en commun avec lui.

(c) [MN] et [NK] ont le sommet N en commun.
Donc ils sont consécutifs.

(d) Non. K et M sont des sommets opposés de KLMN. Or un segment qui joint deux sommets opposés est une diagonale.
Donc [KM] est une diagonale, pas un côté.

(e) Le sommet opposé à L est N : L et N ne sont pas les deux extrémités d'un même côté.

(f) KLMN a 2 diagonales, [KM] et [LN] : chacune joint deux sommets opposés. Le triangle KLM a 0 diagonale : chacun de ses sommets est relié aux deux autres par un côté, il n'a pas de sommets opposés.

Ex. 3 ★☆☆ **Segment ou longueur ?**

(a) GH = 4,5 cm.

(b) Une égalité porte sur une longueur, donc on écrit sans crochets : HI = 3,8 cm.

(c) « La diagonale [GI] mesure 6,3 cm » (on parle du segment) et « GI = 6,3 cm »
(on écrit la longueur).

Ex. 3 (suite)

(d) On parle des côtés, donc des segments : « Le côté [IJ] est opposé au côté [GH] ».

Ex. 4 ★★☆ **Des sommets dans le désordre**

(a) On part de P, on suit le tour et on lit R, puis Q, puis S. Le quadrilatère se nomme PRQS
(ou PSQR, en tournant dans l'autre sens).

(b) P et Q sont des sommets opposés, de même que R et S. Les diagonales sont donc [PQ] et [RS].

(c) Avec le nom PQRS, les côtés seraient [PQ], [QR], [RS] et [SP]. Or sur la figure, [PQ] et [RS] sont des diagonales, et elles se croisent. Le nom PQRS ne suit pas le tour, donc il ne convient pas.

(d) [PR] désigne le segment, pas sa longueur. La longueur du segment [PR] se note PR, sans crochets. On écrit donc PR = 5 cm.

Ex. 5 ★★☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Faux. Dans un triangle, deux sommets sont toujours reliés par un côté : aucun sommet n'est opposé à un autre sommet.
Donc un triangle n'a pas de diagonale.

(b) Faux. Dans TUVW, U est relié par un côté à T ([TU]) et à V ([UV]), mais pas à W.
Donc U et W sont des sommets opposés : [UW] est une diagonale, pas un côté.

(c) Faux. [TU] et [VW] n'ont aucun sommet commun.
Donc ce sont des côtés opposés.

(d) Vrai. Un quadrilatère a 4 sommets, qui forment 2 paires de sommets opposés. Chaque paire donne une diagonale, donc il y a 2 diagonales.

Ex. 6 ★★☆ **Une figure à main levée**

(a) Les côtés [DE] et [EF] portent le même codage, donc ils ont la même longueur : EF = DE = 3,4 cm. Leur sommet commun est E.

(b) Le côté opposé à [DE] est [FG] et le côté opposé à [EF] est [GD] : ils n'ont aucun sommet commun avec eux.

Ex. 6 **(suite)**

(c) Non. Le codage donne un seul angle droit (en E) et deux côtés de même longueur (DE = EF). On ne sait rien de FG ni de GD, ni des angles en F, G et D. Or un carré a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.
Donc on ne peut pas dire que DEFG est un carré, ni un rectangle, ni un losange : avec ces données, on doit le traiter comme un quadrilatère quelconque. On ne se fie jamais à l'œil.

Ex. 7 ★★☆ **Le vitrail de Nora**

(a) Le contour est le périmètre de ABCD, c'est-à-dire la somme de ses quatre côtés : $42 + 30 + 38 + 35{,}3 = 145{,}3$ cm.

(b) [AC] joint les sommets opposés A et C, et [BD] joint les sommets opposés B et D. Ce sont des diagonales, pas des côtés, donc elles ne comptent pas dans le contour.

(c) Il lui faut $145{,}3 + 50 + 53 = 248{,}3$ cm. Or 2,5 m = 250 cm et $250 - 248{,}3 = 1{,}7$ cm.
Donc oui, elle a assez de baguette, et il lui en restera 1,7 cm.

Ex. 8 ★★★ **Les erreurs de Léna**

(a) Sur la figure, quand on va de K à L, on traverse la figure : [KL] n'est pas un côté. Il faut lire les sommets en suivant le tour : K, puis M, puis L, puis N. En partant de K, le quadrilatère s'appelle KMLN (ou KNLM, si on tourne dans l'autre sens).

(b) Dans KMLN, le sommet opposé à K est L et le sommet opposé à M est N. [KL] et [MN] joignent deux sommets opposés : ce ne sont pas des côtés, ce sont les deux diagonales du quadrilatère. [LM] et [NK] sont bien des côtés.

(c) [KM] et [LN] sont des côtés opposés : ils n'ont aucun sommet commun (ou bien [ML] et [NK]). [KM] et [ML] sont des côtés consécutifs : leur sommet commun est M.

(d) Léna a utilisé KL = 4 cm, mais [KL] est une diagonale, pas un côté. Il fallait prendre le côté [LN]. Périmètre de KMLN : $KM + ML + LN + NK = 5 + 3 + 3{,}2 + 4 = 15{,}2$ cm.

Ex. 8 **(suite)**

(e) Les deux longueurs de 4 cm sont NK (un côté) et KL (une diagonale) : on ne compare que les côtés. Les côtés mesurent 5 cm, 3 cm, 3,2 cm et 4 cm : ils ne sont pas tous de même longueur.
Donc KMLN n'est ni un losange ni un carré. Les côtés opposés [KM] et [LN] n'ont pas la même longueur (5 cm et 3,2 cm). Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc KMLN n'est pas un rectangle. Aucun angle droit n'est codé : on ne se fie jamais à l'œil. KMLN est donc un quadrilatère quelconque.

Ex. 9 ★★★ **Le panneau de Yanis**

(a) Le codage montre que RSTU a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc RSTU est un losange. Aucun angle droit n'est codé : on ne peut pas dire que c'est un carré. « Ça se voit » n'est pas une justification. Yanis a tort.

(b) Le sommet opposé à R est T et le sommet opposé à S est U. Les barres [RT] et [SU] joignent chacune deux sommets opposés. Or un segment qui joint deux sommets opposés est une diagonale.
Donc ce sont les deux diagonales du panneau.

(c) R et S sont deux sommets consécutifs : [RS] est un côté du panneau, pas une diagonale. De plus, un quadrilatère n'a que 2 diagonales, [RT] et [SU], et elles sont déjà tracées.

(d) Le contour mesure 2 m, soit 200 cm. Les quatre côtés du losange ont la même longueur, donc $RS = 200 \div 4 = 50$ cm.

(e) On obtient les triangles RST et RTU. Dans un triangle, chaque sommet est relié aux deux autres par des côtés : aucun segment ne joint deux sommets opposés. Un triangle n'a donc pas de diagonale. Yanis ne peut pas renforcer ces triangles par une diagonale.
(RST est isocèle en S, car SR = ST d'après le codage.)

Ex. 10 ★★★ **Le jardin de Sacha**

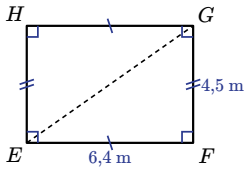
(a) Le côté consécutif à [EF] qui a F pour sommet commun est [FG] : FG = 4,5 m. Le côté opposé à [EF], qui n'a aucun sommet commun avec lui, est [GH].

Ex. 10 **(suite)**

(b) EFGH a quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc EFGH est un rectangle. Ses côtés consécutifs [EF] et [FG] n'ont pas la même longueur (6,4 m et 4,5 m) : ses quatre côtés ne sont pas tous de même longueur. Ce n'est donc pas un carré.

(c) EF = 6,4 m et FG = 4,5 m (données). Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc GH = EF = 6,4 m et HE = FG = 4,5 m.

(d) Dans EFGH, le sommet opposé à E est G. L'allée [EG] joint deux sommets opposés : c'est une diagonale, pas un côté.



La figure n'est pas à l'échelle.

(e) Sacha a multiplié la longueur par la largeur : ce n'est pas un périmètre. La clôture fait le tour du jardin, c'est le périmètre : $2 \times (6{,}4 + 4{,}5) = 2 \times 10{,}9 = 21{,}8$ m.

2. *Reconnaître rectangle, losange, carré*

Ex. 11 ★☆☆ **Lire le codage d'une figure**

(a) ABCD a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc ABCD est un carré : même posé sur une pointe, il reste un carré. C'est aussi un rectangle et un losange, mais « carré » est le nom le plus précis.

(b) WXYZ a quatre côtés de même longueur (codage), mais aucun angle droit n'est codé. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc WXYZ est un losange. On ne peut pas dire que c'est un carré : aucun angle droit n'est codé.

(c) Non. Le codage ne montre qu'un seul angle droit, en R. Or pour être un rectangle, un quadrilatère doit avoir quatre angles droits. On ne peut donc pas affirmer que RSTU est un rectangle.

Ex. 11 **(suite)**

(d) IJ = KL (un trait) et JK = LI (deux traits) : un trait n'est pas la même chose que deux traits. IJKL a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc IJKL est un rectangle. Ses côtés ne sont pas tous codés égaux, donc on ne peut pas dire que c'est un carré.

Ex. 12 ★☆☆ **Le vocabulaire du quadrilatère**

(a) Pour nommer un quadrilatère, on suit le tour de la figure. Après P vient Q ou S, pas R : [PR] n'est pas un côté, c'est une diagonale. Un nom correct qui commence par Q : QRSP
(ou QPSR).

(b) Le côté opposé à [PQ] est [RS] : il n'a aucun sommet en commun avec [PQ].

(c) Les côtés consécutifs à [QR] sont [PQ] (sommet commun Q) et [RS]
(sommet commun R).

(d) Le sommet opposé à Q est S.

(e) Les diagonales sont [PR] et [QS] : chacune joint deux sommets opposés.

Ex. 13 ★☆☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Vrai. Un carré a quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc un carré est un rectangle.

(b) Faux. Un carré doit avoir quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. Or un rectangle de 6 cm sur 2,5 cm a bien quatre angles droits, mais ses côtés ne mesurent pas tous la même longueur.
Donc ce rectangle n'est pas un carré : un rectangle n'est pas toujours un carré.

(c) Faux. Un carré a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc un carré est un losange : ses angles droits n'y changent rien.

(d) Vrai. Ses quatre côtés ont la même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc c'est un losange.

Ex. 13 **(suite)**

(e) Faux. Ses côtés opposés ont la même longueur, mais aucun angle droit n'est donné. Or un rectangle doit avoir quatre angles droits. On peut d'ailleurs tracer un quadrilatère penché avec ces longueurs, sans aucun angle droit.
Donc on ne peut pas dire que c'est un rectangle.

Ex. 14 ★★☆ **Le cadre photo dessiné à main levée**

(a) Non. On ne se fie jamais à l'œil, surtout sur une figure à main levée. KL = 4,6 cm et LM = 3,9 cm : deux côtés consécutifs n'ont pas la même longueur, donc KLMN n'est pas un carré.

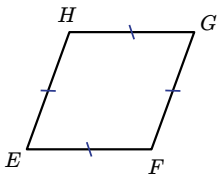
(b) KLMN a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc KLMN est un rectangle
(et pas un carré, car KL ≠ LM).

(c) Un rectangle a ses côtés opposés de même longueur : $2 \times (4{,}6 + 3{,}9) = 2 \times 8{,}5 = 17$ cm. Le périmètre est 17 cm.

(d) Il faudrait que les quatre côtés soient égaux, donc LM = KL = 4,6 cm.

Ex. 15 ★★☆ **Coder une figure d'après un texte**

(a) On met le même petit trait sur les quatre côtés et aucun petit carré.



(b) EFGH a quatre côtés de même longueur (3,5 cm). Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc EFGH est un losange.

(c) Non. Pour être un carré, il faudrait aussi quatre angles droits. Or EFGH n'a aucun angle droit. Un losange n'est pas forcément un carré.

(d) Les quatre côtés de EFGH mesurent 3,5 cm : $4 \times 3{,}5 = 14$ cm. Le périmètre de EFGH est 14 cm.

Ex. 16 ★★☆ **Le vitrail de Lyon**

(a) ABEF a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc ABEF est un carré.

Ex. 16 **(suite)**

(b) C'est faux : ABEF a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc ABEF est un rectangle. Ses quatre côtés égaux n'y changent rien : c'est un carré, et un carré est un rectangle particulier
(et aussi un losange).

(c) Non. BCDE a quatre angles droits (codage), donc c'est un rectangle. Mais BC = 4,5 cm et BE = AB = 3 cm (côtés du carré) : ses côtés ne sont pas tous égaux, donc BCDE n'est pas un carré.

(d) AC = AB + BC = 3 + 4,5 = 7,5 cm et CD = BE = 3 cm (côtés opposés du rectangle BCDE). Périmètre : $2 \times (7{,}5 + 3) = 21$ cm.

Ex. 17 ★★☆ **Le carreau penché**

(a) STUV a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc STUV est un rectangle.

(b) Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur : UV = ST et VS = TU. Le codage donne ST = TU.
Donc ST = TU = UV = VS. STUV a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur : c'est un carré.

(c) La position de la figure ne change pas sa nature. STUV a toujours quatre angles droits et quatre côtés de même longueur : c'est un carré, même penché.

Ex. 18 ★★★ **Les panneaux de Sacha**

(a) En suivant le tour de la figure, après R vient S (ou U), pas T : [RT] n'est pas un côté, c'est une diagonale. Un nom correct : RSTU. RSTU a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle. RS = 5,5 cm et ST = 2 cm : deux côtés consécutifs n'ont pas la même longueur, donc ce n'est pas un carré. Le nom le plus précis est « rectangle », même s'il est penché.

(b) EFGH a quatre angles droits (codage) : c'est un rectangle, donc ses côtés opposés ont la même longueur. EF + FG = 16,8 ÷ 2 = 8,4 cm, donc FG = 8,4 − 4,2 = 4,2 cm. Ainsi EF = FG = GH = HE = 4,2 cm. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc EFGH est un carré (et aussi un rectangle). Lina n'a pas raison : la figure n'est pas à l'échelle, il ne faut pas se fier à l'œil.

Ex. 18 **(suite)**

(c) Attention : un trait et deux traits ne veulent pas dire la même longueur. Ici, le codage donne KL = LM et NK = MN, et les longueurs écrites donnent KL = NK = 3,7 cm.
Donc KL = LM = MN = NK = 3,7 cm. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc KLMN est un losange : être allongé n'y change rien. [KM] est une diagonale, sa longueur ne sert pas ici. Noé n'a pas raison.

Ex. 19 ★★★ **L'enclos des lapins de Jade**

(a) MNPQ a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc le nom le plus précis de MNPQ est « carré ».

(b) Non. Le tour de l'enclos MNRSPQ a six côtés ([MN], [NR], [RS], [SP], [PQ], [QM]) et six sommets. Or un quadrilatère a quatre côtés et quatre sommets.
Donc l'enclos n'est pas un quadrilatère : il est formé de deux quadrilatères, MNPQ et NRSP.

(c) NR, RS et SP portent un trait, comme [NP], qui est un côté du carré MNPQ.
Donc NRSP a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc NRSP est un losange. Mais aucun angle droit de NRSP n'est codé : on ne peut pas dire que c'est un carré. Yanis n'a pas raison : un losange n'est pas forcément un carré.

(d) Le tour de l'enclos est formé de [MN], [NR], [RS], [SP], [PQ] et [QM] : six côtés de 4,5 m ([NP] est à l'intérieur).
Tour : $6 \times 4{,}5 = 27$ m. Avec [NP] : $27 + 4{,}5 = 31{,}5$ m de grillage.

(e) Le tour est formé de six côtés de même longueur : $39 \div 6 = 6{,}5$. Chaque côté doit mesurer 6,5 m.

Ex. 20 ★★★ **Les devinettes du club maths**

(a) Je suis un rectangle : j'ai quatre angles droits. Je suis un losange : j'ai quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc mon nom le plus précis est « carré ».

Ex. 20 **(suite)**

(b) Non. Avec quatre angles droits, c'est un rectangle, mais pas forcément un carré. Exemple : un rectangle de 6 cm sur 4 cm a pour périmètre $2 \times (6 + 4) = 20$ cm, et ce n'est pas un carré. Lou n'a pas raison.

(c) J'ai quatre angles droits : je suis un rectangle, donc mes côtés opposés ont la même longueur. Mes côtés mesurent 9,5 cm, 8 cm, 9,5 cm et 8 cm. Mila n'a compté que deux côtés. Mon périmètre : $2 \times (9{,}5 + 8) = 2 \times 17{,}5 = 35$ cm.

(d) J'ai quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange. Je n'ai aucun angle droit, donc je ne suis pas un carré : mon nom le plus précis est « losange ». Mon côté mesure $19{,}6 \div 4 = 4{,}9$ cm.

3. *Propriétés des côtés et des angles*

Ex. 21 ★☆☆ **Ce que l'on sait d'un rectangle**

(a) RSTU est un rectangle. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur, et [TU] est opposé à [RS].
Donc TU = RS = 6,4 cm.

(b) [UR] est opposé à [ST]. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc UR = ST = 2,5 cm.

(c) RSTU est un rectangle. Or un rectangle a quatre angles droits.
Donc $\widehat{TUR}$ est un angle droit : il mesure 90°.

(d) Un quadrilatère se nomme en suivant le tour de ses sommets : R, puis S, puis T, puis U. Dans « RTSU », R et T sont des sommets opposés : [RT] est une diagonale, pas un côté. Les côtés consécutifs à [RS] sont ceux qui ont un sommet commun avec lui : [UR] (sommet R) et [ST]
(sommet S).

(e) Non. Dans un rectangle, seuls les côtés opposés ont la même longueur : RS = TU = 6,4 cm, mais ST = UR = 2,5 cm. Les quatre côtés ne sont pas tous égaux.

Ex. 22 ★☆☆ **Lire un codage**

(a) EFGH a quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc EFGH est un losange.

Ex. 22 (suite)

(b) ABCD a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle. Donc ABCD est un rectangle. On ne peut pas dire que c'est un carré : un rectangle a ses côtés opposés de même longueur, mais pas forcément les quatre. Ici, aucun codage n'indique que ses quatre côtés ont la même longueur.

(c) Non, il ne peut pas l'affirmer : « ça se voit » n'est pas une justification. Le codage indique seulement quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc KLMN est un losange. Aucun angle droit n'est codé, donc rien ne permet de dire que c'est un carré.

(d) PQRS a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc PQRS est un carré, même posé sur une pointe. Un carré a quatre angles droits, donc c'est un rectangle. Il a aussi quatre côtés égaux, donc c'est un losange : la réponse est oui aux deux questions.

Ex. 23 ★☆☆ Calculer des périmètres

(a) Un losange a quatre côtés de même longueur, donc $P = 4 \times 4{,}7 = 18{,}8$ cm.

(b) Un carré a quatre côtés de même longueur, donc $P = 4 \times 2{,}25 = 9$ m.

(c) Il faut d'abord harmoniser les unités : 45 mm = 4,5 cm. Puis $P = 2 \times (6 + 4{,}5) = 2 \times 10{,}5 = 21$ cm.

(d) Jade a multiplié la longueur par la largeur, ce qui ne donne pas le tour du tableau. Le périmètre est la somme des quatre côtés : $P = 2 \times (1{,}2 + 0{,}8) = 2 \times 2 = 4$ m.

Ex. 24 ★★☆ Retrouver un côté à partir du périmètre

(a) Un carré a quatre côtés de même longueur, donc $c = 30 \div 4 = 7{,}5$ cm.

(b) Un rectangle a deux longueurs et deux largeurs : $2 \times 9 = 18$ m pour les deux longueurs. Il reste $26 - 18 = 8$ m pour les deux largeurs, donc $BC = 8 \div 2 = 4$ m.
Vérification : $2 \times (9 + 4) = 26$ m.

Ex. 24 (suite)

(c) Noé n'a retiré qu'une seule longueur, alors que le rectangle en a deux, et il n'a pas partagé le reste entre les deux largeurs. Avec BC = 17 m, on trouverait $2 \times (9 + 17) = 52$ m, et non 26 m. Le bon calcul est $(26 - 2 \times 9) \div 2 = 4$ m.

(d) Un losange a quatre côtés de même longueur : $156 \div 4 = 39$ mm. Or 39 mm = 3,9 cm. Le côté mesure donc 3,9 cm.

Ex. 25 ★★☆ Vrai ou faux ?

(a) Faux. Un losange a quatre côtés de même longueur, mais il n'a pas forcément d'angle droit. Contre-exemple : un quadrilatère de quatre côtés de 5 cm sans aucun angle droit est un losange, mais ce n'est pas un carré.

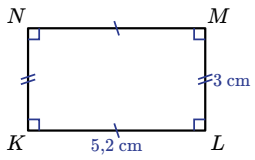
(b) Vrai. Un carré a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc tout carré est un losange.

(c) Faux. Dans un rectangle, seuls les côtés opposés ont forcément la même longueur. Contre-exemple : un rectangle de 6 cm sur 4 cm a pour périmètre $2 \times (6 + 4) = 20$ cm, mais ses côtés mesurent 6 cm et 4 cm.

(d) Vrai. Ce quadrilatère a quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle. Donc c'est un rectangle
(c'est même un carré, puisque ses quatre côtés sont égaux).

Ex. 26 ★★☆ Coder, puis conclure

(a) Un rectangle a quatre angles droits : je code un petit carré à chaque sommet. Ses côtés opposés ont la même longueur : un trait sur [KL] et [MN], deux traits sur [LM] et [NK].



(b) KLMN est un rectangle. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc MN = KL = 5,2 cm et NK = LM = 3 cm.

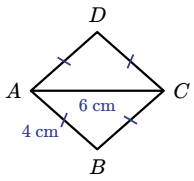
Ex. 26 (suite)

(c) Non. On sait seulement que les côtés opposés de VXYZ ont la même longueur, et aucun angle droit n'est donné. Or, pour affirmer qu'un quadrilatère est un rectangle, il faut savoir qu'il a quatre angles droits.
Donc on ne peut pas conclure que VXYZ est un rectangle. « C'est un rectangle, donc ses côtés opposés sont égaux » est vrai, mais la phrase inverse ne suffit pas comme preuve.

Ex. 27 ★★☆ **Le vitrail de Lou**

(a) Je trace le segment [AC] de 6 cm à la règle. Je pointe le compas en A avec un écartement de 4 cm et je trace un arc sous [AC]. Je pointe en C avec le même écartement et je trace un deuxième arc. B est le point où les deux arcs se coupent. Je trace [AB] et [BC].

(b) Au-dessus de [AC], je trace un arc de centre A et un arc de centre C, tous deux de rayon 4 cm : D est leur point d'intersection. Je trace [CD] et [DA], puis je code les quatre côtés égaux. ABCD a quatre côtés de même longueur, donc c'est un losange.



(c) ABCD a quatre côtés de 4 cm, donc son périmètre vaut $P = 4 \times 4 = 16$ cm. Il faut 16 cm de baguette de plomb.

Ex. 28 ★★★ **Les quatre phrases de Malo**

(a) La phrase est fausse : on ne se fie jamais à l'œil. PQRS a quatre angles droits (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc PQRS est un rectangle. Mais PQ = 5 cm et QR = 4,8 cm : ces deux côtés consécutifs n'ont pas la même longueur.
Donc PQRS n'est pas un carré.

(b) La phrase est fausse. KLMN a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage) : c'est un carré. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc KLMN est aussi un rectangle (et aussi un losange). Un carré est un rectangle particulier, même penché.

Ex. 28 (suite)

(c) Il y a deux erreurs. 1) Les longueurs ne sont pas dans la même unité : FG = 35 mm = 3,5 cm. 2) 8 + 3,5 ne compte que deux côtés. EFGH est un rectangle (quatre angles droits codés), donc ses côtés opposés ont la même longueur, et le périmètre compte les quatre côtés : $P = 2 \times (8 + 3{,}5) = 2 \times 11{,}5 = 23$ cm.

(d) La phrase est fausse. RSTU a quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc RSTU est un losange. Pour être un carré, il lui faudrait aussi quatre angles droits, et aucun angle droit n'est codé. On ne peut donc pas dire que RSTU est un carré : un losange n'a pas forcément d'angle droit.

Ex. 29 ★★★ **Le galon de la nappe**

(a) Nina additionne des mètres et des centimètres : il faut d'abord tout écrire dans la même unité. AB = 1,4 m = 140 cm. ABCD est un rectangle, donc ses côtés opposés ont la même longueur : CD = 140 cm et DA = 90 cm. $P = 2 \times (140 + 90) = 2 \times 230 = 460$ cm.

(b) 5 m = 500 cm. $500 - 460 = 40$. Il lui reste 40 cm de galon.

(c) Une serviette carrée a quatre côtés de même longueur : son périmètre vaut $4 \times 32 = 128$ cm. $3 \times 128 = 384$ cm et $4 \times 128 = 512$ cm, ce qui dépasse 500 cm. Elle peut border 3 serviettes, et il reste $500 - 384 = 116$ cm de galon.

(d) 1,8 m = 180 cm. Les deux longueurs mesurent ensemble $2 \times 180 = 360$ cm. Il reste $500 - 360 = 140$ cm pour les deux largeurs, donc la largeur mesure $140 \div 2 = 70$ cm.
Calcul : $(500 - 2 \times 180) \div 2 = 70$ cm.

Ex. 30 ★★★ **Le panneau de Sacha**

(a) BEFC est un rectangle. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc CF = BE = 5 cm et EF = BC. ABCD est un carré, donc ses quatre côtés ont la même longueur : BC = AB = 3 cm.
Donc EF = 3 cm.

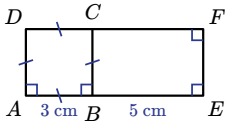
Ex. 30 (suite)

(b) En A et en D, les angles sont ceux du carré ABCD : ils sont droits. En E et en F, ce sont ceux du rectangle BEFC : ils sont droits. AEFD a donc quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc AEFD est un rectangle. $AE = AB + BE = 3 + 5 = 8$ cm et $AD = 3$ cm : ces deux côtés consécutifs n'ont pas la même longueur.
Donc AEFD n'est pas un carré.

(c) $AE = 8$ cm et $AD = 3$ cm. AEFD est un rectangle, donc $FD = AE = 8$ cm et $EF = AD = 3$ cm. $P = 2 \times (8 + 3) = 2 \times 11 = 22$ cm.

(d) Périmètre de ABCD : $4 \times 3 = 12$ cm. Périmètre de BEFC : $2 \times (5 + 3) = 16$ cm. Somme : $12 + 16 = 28$ cm. Mais le côté commun [BC] est compté deux fois, alors qu'il est à l'intérieur de AEFD et ne fait pas partie de son tour. $28 - 2 \times 3 = 22$ cm : on retrouve bien le périmètre de AEFD.

(e) Programme : 1) Je trace un segment [AE] de 8 cm et je place B sur [AE] tel que AB = 3 cm. 2) Avec l'équerre, je trace les perpendiculaires à [AE] en A, en B et en E. 3) Du même côté de [AE], je place D, C et F sur ces perpendiculaires, avec AD = BC = EF = 3 cm. 4) Je trace [DF], qui passe par C, et le segment [BC]. Figure terminée :



4. *Construire un rectangle, un losange, un carré*

Ex. 31 ★☆☆ Automatismes : les bons instruments

(a) J'utilise l'équerre : un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (EF), le sommet de l'angle droit en F.

(b) Sa longueur est la différence des deux graduations : $7{,}3 - 1{,}5 = 5{,}8$ cm.

(c) Je pointe le compas en K, avec un écartement de 3,7 cm, et je trace un arc : N est sur cet arc.

Ex. 31 (suite)

(d) Non. On ne se fie jamais à l'œil : un angle droit se trace et se vérifie à l'équerre.

(e) J'utilise le compas : je prends l'écartement AB (pointe en A, mine en B), puis je le reporte.

Ex. 32 ★☆☆ Automatismes : préparer la construction

(a) [MN] et [KL] sont des côtés opposés. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc $MN = KL = 5{,}4$ cm.

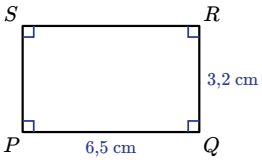
(b) [NK] et [LM] sont des côtés opposés. Or les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Donc $NK = LM = 2{,}8$ cm.

(c) Aux quatre sommets K, L, M et N : un rectangle a quatre angles droits.

(d) On nomme un quadrilatère en suivant le tour : K, L, M, N. Dans « KMLN », [KM] serait un côté. Or K et M sont des sommets opposés, donc [KM] est une diagonale.

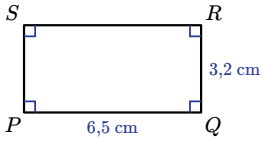
Ex. 33 ★★☆ Le modèle d'un cadre photo

(a) Je dessine un rectangle à main levée et je nomme les sommets en suivant le tour. J'écris 6,5 cm sur [PQ] et 3,2 cm sur [QR], et je code les quatre angles droits.



La figure n'est pas à l'échelle.

(b) Je trace [PQ] de 6,5 cm. À l'équerre, je trace la perpendiculaire à (PQ) passant par P et la perpendiculaire à (PQ) passant par Q. Du même côté de [PQ], je place R sur la perpendiculaire en Q à 3,2 cm de Q, et S sur la perpendiculaire en P à 3,2 cm de P. Je trace [RS].



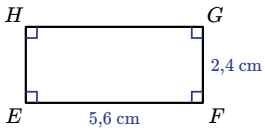
(c) Je dois trouver $RS = 6{,}5$ cm et $SP = 3{,}2$ cm (côtés opposés). Avec l'équerre, je vérifie que les angles en R et en S sont droits.

Ex. 34 ★★☆ **L'erreur de Léna**

(a) Elle a placé G et H de part et d'autre de [EF]. Il faut reporter la largeur du même côté de [EF] sur les deux perpendiculaires.

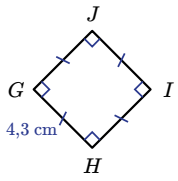
(b) Non. Le côté [GH] traverse [EF], et à l'équerre les angles en G et en H ne sont pas droits. Or un rectangle a quatre angles droits.
Donc EFGH n'est pas un rectangle.

(c) Je garde [EF] et G. Je place H sur la perpendiculaire en E, à 2,4 cm de E, du même côté que G. Je trace [GH], puis je vérifie à l'équerre les angles en G et en H.



Ex. 35 ★★☆ **Le carreau de Hugo**

(a) Je laisse les arcs visibles. Ma figure peut être posée dans n'importe quelle position, par exemple sur une pointe :



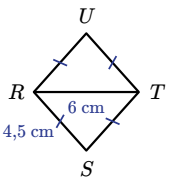
(b) J doit être à 4,3 cm de G (côté [JG]) et à 4,3 cm de I (côté [IJ]). L'arc tracé depuis G a pour rayon GJ, et l'arc tracé depuis I a pour rayon IJ.

(c) GHIJ a quatre angles droits (angle droit en H tracé à l'équerre et angles contrôlés en I, J, G). Il a aussi quatre côtés de 4,3 cm (GH, HI, puis IJ et JG reportés au compas). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc GHIJ est un carré.

Ex. 36 ★★☆ **Le schéma d'Inès**

(a) Non. Un schéma à main levée n'est pas en vraie grandeur : ses mesures ne comptent pas. On utilise seulement les longueurs écrites et le codage.

(b) Je trace la diagonale [RT] de 6 cm. Avec un écartement de 4,5 cm, je trace un arc de centre R et un arc de centre T d'un côté de [RT] : ils se coupent en S. Avec le même écartement, je fais de même de l'autre côté : j'obtiens U. Je trace [RS], [ST], [TU] et [UR] en suivant le tour.



Ex. 36 (suite)

(c) Je dois trouver ST = TU = UR = 4,5 cm : les quatre côtés d'un losange ont la même longueur.

Ex. 37 ★★☆ **Vrai ou faux sur les constructions**

(a) Faux. On trace la diagonale de 6 cm, puis deux arcs de rayon 2,5 cm depuis ses extrémités. Or 2,5 + 2,5 = 5 cm, et 5 cm est plus petit que 6 cm. Les arcs ne se coupent pas : la figure est impossible.

(b) Vrai. Un carré a quatre angles droits, comme un rectangle, et ses quatre côtés mesurent 5,2 cm.

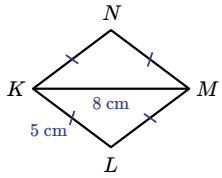
(c) Faux. E est à 3,9 cm de D et à 3,9 cm de F (ce sont des côtés). Les arcs ont donc pour rayon 3,9 cm, la longueur du côté, et non celle de la diagonale.

(d) Faux. On laisse les traits de construction visibles : ils prouvent que la figure est construite.

Ex. 38 ★★★ **Le panneau du club de voile**

(a) 1. Trace [KM] de 8 cm. 2. Pointe le compas en K, écartement 5 cm : trace un arc au-dessus de [KM] et un arc au-dessous. 3. Pointe le compas en M, avec le même écartement de 5 cm : trace deux arcs qui coupent les premiers ; N est le point d'intersection au-dessus, L celui au-dessous. 4. Trace [KL], [LM], [MN] et [NK].

(b) Je trace [KM] de 8 cm. Je pointe le compas en K, écartement 5 cm, et je trace un arc de chaque côté de [KM]. Je pointe en M, toujours 5 cm, et je trace deux arcs. Les arcs se coupent en N (au-dessus) et en L (au-dessous). Je trace les quatre côtés et je laisse les arcs visibles.
Contrôle : au compas, les quatre côtés mesurent 5 cm et KM = 8 cm.



(c) On a 4 + 4 = 8 : les deux arcs se touchent en un seul point, situé sur [KM] (en son milieu). On n'obtient ni N au-dessus de [KM], ni L au-dessous, donc pas de losange. L'erreur de Zoé : l'arc tracé depuis K a pour rayon la longueur du côté qui part de K, KL = 5 cm, et non la moitié de la diagonale.

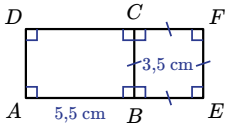
Ex. 38 **(suite)**

(d) Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur, donc le côté mesure $22 \div 4 = 5{,}5$ cm. L'écartement du compas doit être égal au côté : il faut prendre 5,5 cm, depuis K puis depuis M. C'est possible, car $5{,}5 + 5{,}5 = 11$ cm, ce qui est plus que 8 cm : les arcs se coupent bien.

Ex. 39 ★★★ **Le plan du jardin de Sacha**

(a) BEFC a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc BEFC est un carré et ses côtés mesurent tous BC $= 3{,}5$ cm.
Donc EF = 3,5 cm. Sur le schéma, BEFC ne ressemble pas à un carré, mais c'est le codage qui compte.

(b) Je trace [AB] de 5,5 cm. Avec l'équerre, je trace les perpendiculaires à (AB) en A et en B. Du même côté de [AB], je reporte 3,5 cm au compas : je place D et C, puis je trace [DC]. Je prolonge [AB] au-delà de B et je place E à 3,5 cm de B, au compas. Avec l'équerre, je trace la perpendiculaire en E, et j'y place F à 3,5 cm, du même côté que C. Je trace [CF]. Contrôle : DF = 9 cm et tous les angles codés sont droits (équerre).



(c) Les angles en A et en D sont droits, car ce sont des angles du rectangle ABCD (codage). Les angles en E et en F sont droits, car ce sont des angles du carré BEFC (codage). Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.
Donc AEFD est un rectangle. B est sur [AE], donc AE $=$ AB + BE $= 5{,}5 + 3{,}5 = 9$ cm.

(d) AEFD est un rectangle de longueur AE = 9 cm et de largeur EF = 3,5 cm. Son périmètre est $2 \times (9 + 3{,}5) = 2 \times 12{,}5 = 25$ cm.

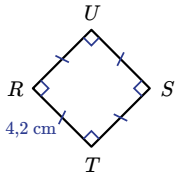
Ex. 39 **(suite)**

(e) Les calculs $2 \times (5{,}5 + 3{,}5) = 18$ cm et $4 \times 3{,}5 = 14$ cm sont justes. Mais le côté [BC] est à l'intérieur de AEFD : il ne fait pas partie de son contour. Tom l'a compté deux fois, une fois dans chaque périmètre. Le bon calcul est $32 - 2 \times 3{,}5 = 25$ cm.

Ex. 40 ★★★ **La nappe de Jade**

(a) Une diagonale joint deux sommets opposés. [RS] est une diagonale, donc R et S sont opposés. [TU] est une diagonale, donc T et U sont opposés. En suivant le tour, on passe d'un sommet à un sommet consécutif : R, T, S, U. Le carré se nomme RTSU (et non RSTU). Ses côtés sont [RT], [TS], [SU] et [UR].

(b) Je trace [RT] de 4,2 cm. Avec l'équerre (et pas « à vue »), je trace la perpendiculaire à (RT) en T et la perpendiculaire en R. Du même côté de [RT], je reporte 4,2 cm au compas : je place S sur la perpendiculaire en T et U sur celle en R. Je trace [SU].



(c) Je contrôle les longueurs au compas (ou à la règle) : les quatre côtés [RT], [TS], [SU] et [UR] mesurent 4,2 cm. Je contrôle les angles avec l'équerre : les quatre angles sont droits, en particulier ceux en S et en U, qui n'ont pas été tracés à l'équerre.

(d) Non. Le carré RTSU a quatre angles droits. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle. Donc RTSU est aussi un rectangle (et aussi un losange, puisque ses quatre côtés ont la même longueur). Un carré est un rectangle particulier.

(e) Le galon fait le tour du carré : c'est son périmètre. $4 \times 4{,}2 = 16{,}8$ cm. Il faut 16,8 cm de galon.

5. *Programmes de construction*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes · Segment, droite ou demi-droite**

(a) Je trace un segment : un trait qui commence en E et s'arrête en F. Il mesure 4,5 cm.

(b) (EF) : la droite est illimitée des deux côtés.

(c) Non. [EF) est la demi-droite d'origine E qui passe par F. Le trait part de E, passe par F et continue au-delà de F. Tom a pris F comme origine.

Ex. 41 **(suite)**

(d) Oui : la demi-droite [EF) continue après F, donc G est au-delà de F. $FG = EG - EF = 7 - 4{,}5 = 2{,}5$ cm.

(e) Non : le segment [EF] s'arrête en F et mesure seulement 4,5 cm. Un point de [EF] est donc à 4,5 cm de E au plus, et 7 cm, c'est plus.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes · Le bon outil, la bonne précision**

(a) J'utilise l'équerre : je pose un côté de l'angle droit le long de (KL) et je fais passer l'autre côté par K. J'obtiens une seule droite : la perpendiculaire à (KL) passant par K.

(b) Il existe une infinité de perpendiculaires à (KL), une en chaque point. Il faut dire par quel point elle passe : « la perpendiculaire à (KL) passant par K ».

(c) Je place la pointe du compas en K. Pour l'écartement, je mets la pointe sur le 0 de la règle et la mine sur la graduation 3,8 : l'écartement est de 3,8 cm.

(d) Deux positions, une de chaque côté de (KL), sur la même droite et de part et d'autre de K. Elles sont à $2 \times 2{,}6 = 5{,}2$ cm l'une de l'autre. Il faut préciser le côté, par exemple « M au-dessus de (KL) ».

Ex. 43 ★☆☆ **Remettre un programme dans l'ordre**

(a) ③ – ④ – ① – ⑤ – ②. Chaque point est placé avant d'être utilisé.

(b) La perpendiculaire à (PQ) passant par P, tracée à l'étape ④. L'étape ① vient donc après l'étape ④.

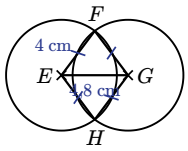
(c) L'étape ⑤ utilise Q (placé à l'étape ③) et S (placé à l'étape ①), puis P pour l'exclure. Elle vient donc après ③ et après ①.

(d) L'arc de centre Q et l'arc de centre S, tous deux de rayon 4,4 cm, se coupent en deux points. Or PQ = 4,4 cm et PS = 4,4 cm, donc P est l'un de ces deux points. R est l'autre.

(e) Les quatre côtés d'un carré ont la même longueur. Périmètre : $4 \times 4{,}4 = 17{,}6$ cm.

Ex. 44 ★★☆ **Suivre un programme avec deux arcs**

(a) Je trace [EG] de 4,8 cm. Je pointe le compas en E avec un écartement de 4 cm et je trace un arc au-dessus et en dessous de [EG]. Je pointe en G avec le même écartement et je trace un second arc. Les arcs se coupent en F (au-dessus) et en H (en dessous). Je trace [EF], [FG], [GH], [HE] et je laisse les arcs visibles.



(b) Les deux arcs se coupent en deux points, un de chaque côté de [EG]. Sans précision, on ne saurait pas lequel nommer F et lequel nommer H : deux élèves obtiendraient des figures nommées différemment.

(c) F est sur l'arc de centre E et sur l'arc de centre G, de rayon 4 cm, donc EF = FG = 4 cm. H est aussi sur ces deux arcs, donc GH = HE = 4 cm. EFGH a donc quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange. Donc EFGH est un losange.

(d) Dans le tour E, F, G, H, les sommets E et G sont opposés. Or une diagonale est un segment qui joint deux sommets opposés. Donc [EG] est une diagonale de EFGH. Ce n'est pas un côté : on ne la compte pas dans le périmètre. Périmètre : $4 \times 4 = 16$ cm.

Ex. 45 ★★☆ **Corriger le programme de Noé**

(a) « Trace la perpendiculaire à (KL) passant par K. » Elle doit passer par K, car l'angle $\widehat{NKL}$ est droit et N est à 3 cm de K.

(b) Noé a inversé les rayons. Dans le rectangle, [NM] est opposé à [KL], donc NM = 5,4 cm, et LM = 3 cm. L'arc tracé depuis N doit avoir pour rayon NM, pas LM. Étape corrigée : « Trace un arc de centre N et de rayon 5,4 cm, puis un arc de centre L et de rayon 3 cm : M est leur point d'intersection situé du même côté de (KL) que N. »

(c) M est le point situé du même côté de (KL) que N. L'autre point d'intersection est de l'autre côté de (KL) : avec lui, KLMN ne serait pas le rectangle voulu.

Ex. 45 **(suite)**

(d) Les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur. Périmètre : $2 \times (5{,}4 + 3) = 2 \times 8{,}4 = 16{,}8$ cm de baguette.

Ex. 46 ★★☆ **Écrire le programme d'un plan de jardin**

(a) ① Trace le segment [RS] de longueur 6,5 cm. ② Trace la perpendiculaire à (RS) passant par R et places-y U, à 2,5 cm de R. ③ Trace la perpendiculaire à (RS) passant par S et places-y T, du même côté de (RS) que U, à 2,5 cm de S. ④ Trace le segment [TU]. ⑤ Place V sur le segment [RS], à 2,5 cm de R. ⑥ Place W sur le segment [UT], à 2,5 cm de U. ⑦ Trace le segment [VW].

(b) D'après le codage, RVWU a quatre angles droits (en R, V, W et U) et quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur est un carré.
Donc RVWU est un carré.

(c) Les côtés de RVWU ont tous la même longueur (codage), donc $RV = UR = ST = 2{,}5$ cm. V est sur [RS], donc $VS = RS - RV = 6{,}5 - 2{,}5 = 4$ cm.

Ex. 47 ★★☆ **Compléter le programme d'un vitrail**

(a) BE = 3,6 cm. D'après le codage, BE a la même longueur que BC, côté du carré de 3,6 cm.

(b) « Trace l'arc de centre C et de rayon 3,6 cm, puis l'arc de centre E et de rayon 3,6 cm ; F est leur point d'intersection autre que B. » B est aussi à 3,6 cm de C et de E, donc il faut l'exclure.

(c) [BE], [EF] et [FC]. [BC] est déjà tracé avec le carré, et [CE] n'est pas un côté
(il reste en pointillés).

(d) Le contour est formé de [AB], [BE], [EF], [FC], [CD] et [DA] ; [BC] est à l'intérieur, on ne le compte pas. Ces six côtés mesurent chacun 3,6 cm : $6 \times 3{,}6 = 21{,}6$ cm de plomb.

Ex. 48 ★★★ **Les trois défauts du programme de Sacha**

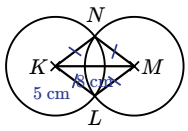
(a) Une droite (KM) est illimitée : elle n'a pas de longueur. Il faut un segment, qui s'arrête en K et en M. ① Trace le segment [KM] de longueur 8 cm.

(b) Le point L n'est pas encore placé : on ne peut pas pointer le compas dessus. L est justement le point cherché, à 5 cm de K et à 5 cm de M. ② Trace un arc de centre K et de rayon 5 cm, puis un arc de centre M et de rayon 5 cm.

Ex. 48 **(suite)**

(c) Les deux arcs se coupent en deux points, de part et d'autre de [KM], et le point N n'est jamais défini alors qu'il sert à l'étape ④. ③ Les deux arcs se coupent en deux points : appelle L celui situé au-dessous de [KM] et N celui situé au-dessus.

(d) Je trace [KM] de 8 cm ; pointe du compas en K, écartement 5 cm : un arc de part et d'autre de [KM] ; pointe en M, écartement 5 cm : un second arc ; je nomme L et N les deux points d'intersection ; je trace [KL], [LM], [MN] et [NK].



L et N sont sur l'arc de centre K de rayon 5 cm, donc KL = KN = 5 cm ; ils sont sur l'arc de centre M de rayon 5 cm, donc ML = MN = 5 cm. KLMN a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc KLMN est un losange.

(e) Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur, donc côté $= 26 \div 4 = 6{,}5$ cm. Sacha doit prendre un rayon de 6,5 cm pour ses deux arcs.

Ex. 49 ★★★ **La façade d'une cabane à oiseaux**

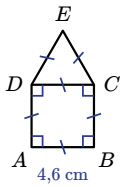
(a) Le contour ABCED est formé de cinq segments : [AB], [BC] et [DA] (côtés du carré), [CE] et [ED] (côtés du triangle). Le triangle DCE est équilatéral, donc CE = ED = DC, et DC est un côté du carré. Les cinq segments du contour ont donc la même longueur : $23 \div 5 = 4{,}6$ cm. Le côté du carré mesure 4,6 cm.

Ex. 49 **(suite)**

(b) ① Trace le segment [AB] de longueur 4,6 cm. ② Avec l'équerre, trace la perpendiculaire à (AB) passant par A ; place D sur cette droite, à 4,6 cm de A. ③ Trace la perpendiculaire à (AB) passant par B ; place C sur cette droite, à 4,6 cm de B, du même côté de (AB) que D. ④ Trace [DC]. ⑤ Trace un arc de centre D et un arc de centre C, de rayon 4,6 cm : appelle E leur point d'intersection situé à l'extérieur du carré. ⑥ Trace [DE] et [EC].

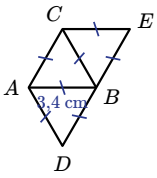
(c) Les deux arcs de rayon 4,6 cm, de centres D et C, se coupent en deux points : l'un de l'autre côté de [DC] par rapport à A et B (hors du carré), l'autre à l'intérieur du carré. Clara a pris le mauvais. Pour l'éviter, le programme doit préciser : « E est le point d'intersection situé à l'extérieur du carré ».

(d) Je trace [AB] de 4,6 cm ; avec l'équerre, la perpendiculaire en A, et j'y place D à 4,6 cm ; la perpendiculaire en B, et j'y place C à 4,6 cm, du même côté que D ; je trace [DC] ; pointe du compas en D puis en C, écartement 4,6 cm : deux arcs ; je garde le point E hors du carré ; je trace [DE] et [EC].



Ex. 50 ★★★ **Une frise de carrelage à suivre pas à pas**

(a) Je trace [AB] de 3,4 cm ; pointe du compas en A puis en B, écartement 3,4 cm : les arcs se coupent en C (au-dessus) et D (au-dessous) ; pointe en B puis en C, écartement 3,4 cm : les arcs se coupent en A et en E ; je trace les six segments de l'étape ④.



(b) Un quadrilatère se nomme en suivant le tour de la figure. Avec ABCD, on irait de A à B, puis de B à C, puis de C à D : le segment [CD] traverse [AB], ce n'est pas le tour. En suivant le tour, on rencontre A, C, B, D : un nom correct est ACBD.

Ex. 50 **(suite)**

(c) AB = 3,4 cm (étape ①) ; AC = 3,4 cm (C est sur l'arc de centre A de rayon 3,4 cm) ; CE = 3,4 cm (E est sur l'arc de centre C) ; EB = 3,4 cm (E est sur l'arc de centre B). ACEB a quatre côtés de même longueur. Or un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.
Donc ACEB est un losange.

(d) Les côtés de ACEB sont [AC], [CE], [EB] et [BA]. Le côté opposé à [AC] est [EB] ([CE] et [BA] lui sont consécutifs). Les diagonales joignent deux sommets opposés : ce sont [AE] et [CB].

(e) Non. Elle a compté tous les segments tracés. Or [AB] et [CB] sont à l'intérieur de la frise : ils ne font pas partie du contour. Le contour ACEBD est formé de [AC], [CE], [EB], [BD] et [DA], qui mesurent chacun 3,4 cm (rayons des arcs). Périmètre : $5 \times 3{,}4 = 17$ cm.