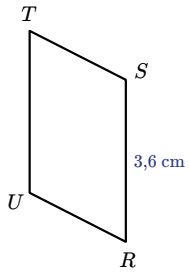
Cinquième / Parallélogrammes, rectangle, losange, carré

49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Le parallélogramme : définition et propriétés*

À retenir : Dans ABCD : AB = DC et AD = BC ; angles opposés égaux ; angles consécutifs supplémentaires (41° donne 180° − 41° = 139°) ; diagonales de même milieu O. Piège : OA = OC, mais en général OA ≠ OB.

Ex. 1 ★☆☆ **Un parallélogramme debout : le vocabulaire** — RSTU est un parallélogramme « debout ». On sait que RS = 3,6 cm.



a. Quel autre côté de RSTU mesure aussi 3,6 cm ? Justifie.

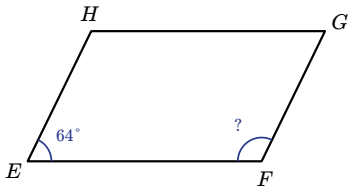
b. Quel est le sommet opposé au sommet S ?

c. Le segment [RT] est-il un côté ou une diagonale de RSTU ? Justifie.

d. Nomme les deux côtés consécutifs au côté [ST].

e. Inès affirme : « RSUT est le même quadrilatère que RSTU. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 2 ★☆☆ **Angles opposés, angles consécutifs** — EFGH est un parallélogramme tel que $\widehat{HEF} = 64°$.



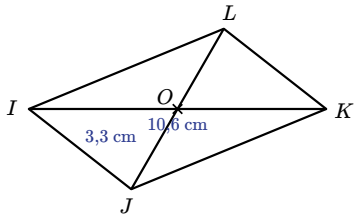
a. Calcule $\widehat{FGH}$. Justifie.

b. Calcule $\widehat{EFG}$. Justifie.

c. Noé écrit : « $\widehat{GHE} = 90° - 64° = 26°$ ». Corrige son erreur.

d. ABCD est un autre parallélogramme, avec $\widehat{ABC} = 128°$. Calcule $\widehat{BCD}$, puis $\widehat{CDA}$.

Ex. 3 ★★☆ **Le centre d'un parallélogramme penché** — IJKL est un parallélogramme de centre O. On donne IK = 10,6 cm et OJ = 3,3 cm.



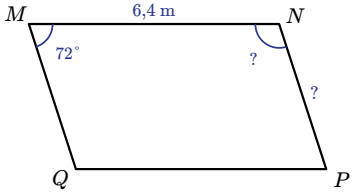
a. Calcule OI et OK.

b. Calcule la longueur de la diagonale [JL].

c. Lou affirme : « OL = OI = 5,3 cm, car O est le milieu des diagonales. » Corrige son erreur.

d. Quel est le symétrique du point J par rapport à O ? Et celui du segment [IJ] ?

Ex. 4 ★★☆ **Le massif de fleurs de Malik** — Sur un plan de jardin, Malik dessine un massif de fleurs en forme de parallélogramme MNPQ : MN = 6,4 m, $\widehat{QMN} = 72°$, et le périmètre vaut 20,6 m.



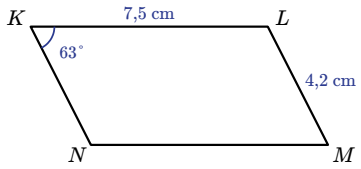
a. Calcule PQ. Justifie.

b. Malik écrit : « NP = 20,6 − 6,4 = 14,2 m ». Explique son erreur, puis calcule NP.

c. Calcule $\widehat{MNP}$ et $\widehat{NPQ}$.

d. Le long du côté [QM], il y a un mur. Malik veut poser une bordure sur les trois autres côtés du massif. Quelle longueur de bordure lui faut-il ?

Ex. 5 ★★★ **Les quatre erreurs de Lina** — Lina a fait cet exercice : « KLMN est un parallélogramme tel que KL = 7,5 cm, LM = 4,2 cm et $\widehat{NKL} = 63°$. » Voici ses réponses.



(a) Lina écrit : « [MN] est opposé à [LM], donc MN = 4,2 cm. » A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

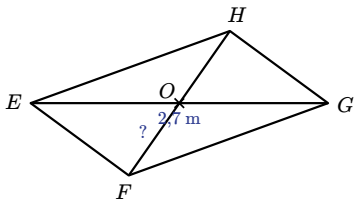
(b) Lina écrit : « $\widehat{KLM} = 63°$ car les angles opposés sont égaux. » A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

(c) Lina écrit : « K et M sont deux sommets consécutifs, donc [KM] est un côté de KLMN. » A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

(d) Lina écrit : « Le périmètre de KLMN vaut 7,5 + 4,2 = 11,7 cm. » A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

(e) Calcule $\widehat{LMN}$ et $\widehat{MNK}$ en justifiant, puis vérifie que la somme des quatre angles de KLMN vaut 360°.

Ex. 6 ★★★ **Les barres de renfort du portail de Yanis** — Le cadre du portail de Yanis est un parallélogramme EFGH. Deux barres de renfort, [EG] et [FH], se croisent en O. La barre [EG] mesure 2,7 m et les deux barres mesurent 4,3 m à elles deux. La figure est à l'échelle 2 cm pour 1 m.

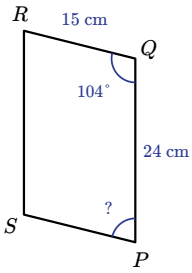


(a) Calcule la longueur de la barre [FH], puis la distance OF. Justifie.

(b) Démontre que O est le milieu de [EG], puis calcule OE.

(c) Un ami de Yanis affirme : « O est le centre du portail, donc OE, OF, OG et OH mesurent tous 1,35 m. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Le pantographe de Sacha** — Le pantographe de Sacha est fait de quatre barres articulées qui forment toujours un parallélogramme PQRS, avec PQ = 24 cm et QR = 15 cm. Quand Sacha le déforme, les barres gardent leur longueur, mais les angles changent. Sur la figure, $\widehat{PQR} = 104°$.



(a) Calcule la longueur totale des quatre barres. Justifie.

(b) Dans la position de la figure, calcule $\widehat{SPQ}$, $\widehat{QRS}$ et $\widehat{RSP}$. Justifie.

(c) Sacha déforme le pantographe : $\widehat{SPQ}$ mesure maintenant le double de $\widehat{PQR}$. Calcule ces deux angles.

(d) Sacha veut que les quatre angles soient égaux. Quelle mesure doit-il donner à $\widehat{SPQ}$? Quelle figure obtient-il ? Justifie.

2. *Reconnaître un parallélogramme*

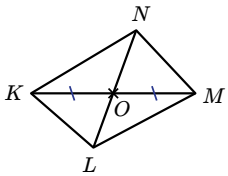
À retenir : Quadrilatère non croisé : une seule propriété caractéristique suffit : côtés opposés parallèles ou égaux deux à deux, diagonales de même milieu, ou deux côtés opposés parallèles ET égaux. Piège : $(EF) \parallel (HG)$ seul → trapèze.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : quelle propriété caractéristique ?** — Chaque quadrilatère est non croisé. Dis s'il est un parallélogramme. Si oui, donne la propriété caractéristique utilisée. Sinon, explique ce qui ne va pas.

(a) EFGH a $(EF) \parallel (HG)$ et $(EH) \parallel (FG)$.

(b) BCDE a BC = DE = 3,6 cm et CD = EB = 2,4 cm.

(c) Les diagonales de KLMN se coupent en O, avec OK = OM = 2,7 cm, OL = 1,9 cm et ON = 2,2 cm.



(d) IJKL a $(IJ) \parallel (LK)$, avec IJ = 4,2 cm et LK = 3,3 cm.

(e) WXYZ a WX = WZ = 2,5 cm et XY = YZ = 3,9 cm.

(f) Dans ABCD, le point K est à la fois le milieu de [AC] et le milieu de [BD].

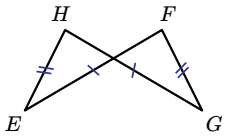
Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse en citant une propriété ou en donnant un contre-exemple.

(a) « Un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles est toujours un parallélogramme. »

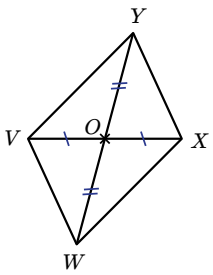
(b) « IJKL est non croisé, avec $(IJ) \parallel (LK)$ et IJ = LK = 5,4 cm.
Donc IJKL est un parallélogramme. »

(c) « PQRS est non croisé, avec PQ = RS = 3,8 cm et $(QR) \parallel (PS)$.
Donc PQRS est un parallélogramme. »

(d) « EFGH, dessiné ci-dessous, a EF = GH et FG = HE.
Donc EFGH est un parallélogramme. »



Ex. 10 ★★☆ **Corriger deux copies** — Les diagonales [VX] et [WY] du quadrilatère VWXY se coupent en O, avec OV = OX = 2,6 cm et OW = OY = 3,7 cm. La figure est à main levée. Ben demande de démontrer que VWXY est un parallélogramme.



La figure n'est pas à l'échelle.

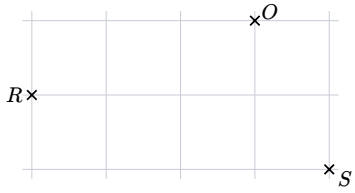
(a) Nora écrit : « On sait que VWXY est un parallélogramme. Or dans un parallélogramme, les diagonales ont le même milieu.
Donc O est le milieu de [VX] et de [WY]. » Pourquoi ce n'est pas une preuve ?

(b) Tom écrit : « On voit sur la figure que $(VW) \parallel (YX)$ et $(VY) \parallel (WX)$, donc VWXY est un parallélogramme. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Rédige la bonne démonstration avec « on sait que / or / donc ».

(d) Calcule les longueurs des diagonales [VX] et [WY].

Ex. 11 ★★☆ **Le plan de jardin d'Inès** — Inès dessine son jardin sur un quadrillage de 1 cm. Elle a placé les piquets R et S, puis le point O. T est le symétrique de R par rapport à O, et U est le symétrique de S par rapport à O.



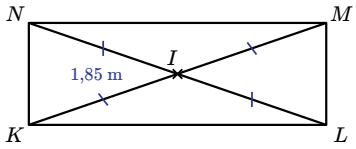
(a) Place T et U sur le quadrillage. Explique comment tu comptes les carreaux.

(b) Que représente le point O pour le segment [RT] ? Et pour le segment [SU] ?

(c) Démontre que RSTU est un parallélogramme.

(d) Sur le terrain, l'allée [RT] mesure 13,4 m. Calcule la longueur OT.

Ex. 12 ★★★ **Les barres du portail** — Le cadre d'un portail est le quadrilatère KLMN. Ses barres de renfort [KM] et [LN] se croisent en I. Salomé, la soudeuse, a mesuré : IK = IM = 1,85 m et IL = IN = 1,85 m.



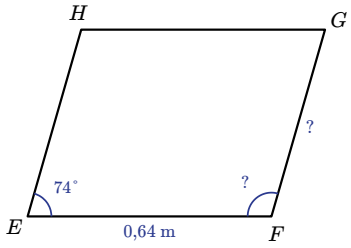
(a) Démontre que KLMN est un parallélogramme.

(b) Calcule KM et LN, puis démontre que KLMN est un rectangle.

(c) Sur un deuxième portail, les barres se croisent en I avec IK = IM = 1,85 m, IL = 1,6 m et IN = 2,1 m. Théo dit : « Les barres ont la même longueur, donc c'est un rectangle. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Pour décorer le portail, Salomé découpe une plaque ABCD (non croisée) avec AB = AD = 0,35 m et BC = CD = 0,62 m. Théo affirme : « Elle a deux paires de côtés égaux, donc c'est un parallélogramme. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 13 ★★★ **L'étagère penchée de Hugo** — Hugo monte une étagère dont le cadre EFGH (non croisé) est penché. Il sait que $(EF) \parallel (HG)$, que EF = HG = 0,64 m, que le périmètre du cadre vaut 2,3 m et que $\widehat{FEH} = 74°$.



(a) Démontre que EFGH est un parallélogramme.

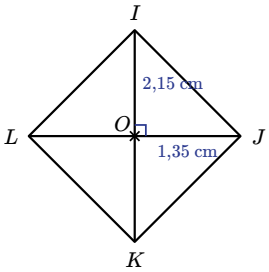
(b) Calcule la longueur FG.

(c) Calcule $\widehat{EFG}$ et $\widehat{FGH}$.

(d) Une autre étagère s'est abîmée : elle a toujours $(EF) \parallel (HG)$, mais EF = 0,64 m et HG = 0,58 m. Lucas affirme qu'elle reste un parallélogramme puisque deux de ses côtés sont parallèles. A-t-il raison ? Justifie.

(e) Maël affirme : « EFGH est un parallélogramme, donc c'est aussi un rectangle. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 14 ★★★ **Le drapeau de Clara** — Pour dessiner un drapeau, Clara trace deux droites perpendiculaires en O. Elle place I sur l'une et J sur l'autre, avec OI = 2,15 cm et OJ = 1,35 cm. Puis elle place K, le symétrique de I par rapport à O, et L, le symétrique de J par rapport à O. La figure est à main levée.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi O est le milieu de [IK] et le milieu de [JL].

(b) Démontre que IJKL est un parallélogramme.

(c) Démontre que IJKL est un losange.

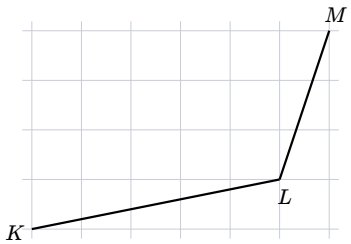
(d) Calcule les longueurs IK et JL.

(e) Noé dit : « Sur la figure, on voit quatre angles droits, donc IJKL est un carré. » Explique son erreur, puis prouve que IJKL n'est pas un carré.

3. *Construire un parallélogramme*

À retenir : Placer D (ABCD) : arc de centre A de rayon BC, arc de centre C de rayon AB ; garder le point de l'autre côté de (AC) par rapport à B. Diagonales : depuis O, chaque sommet à la moitié de sa diagonale. Quadrillage : de A à D, même déplacement que de B à C.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : le quatrième sommet sur quadrillage** — On veut placer le point N pour que KLMN soit un parallélogramme.



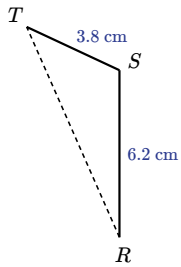
(a) Pour aller de L à M, de combien de carreaux te déplaces-tu vers la droite, puis vers le haut ?

(b) Fais le même déplacement à partir de K, place le point N, puis trace KLMN.

(c) Léo part de M et fait le même déplacement que pour aller de K à L. Explique pourquoi il n'obtient pas le point N.

(d) Justifie que KLMN est un parallélogramme en citant la propriété utilisée.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : les bons arcs de compas** — On connaît les sommets R, S et T, et on veut placer U au compas pour que RSTU soit un parallélogramme. On a RS = 6,2 cm et ST = 3,8 cm.



(a) Quel est le rayon de l'arc de centre R ? Donne le côté utilisé et sa longueur.

(b) Quel est le rayon de l'arc de centre T ? Donne le côté utilisé et sa longueur.

(c) Les deux arcs se coupent en deux points. Lequel faut-il choisir pour avoir U ?

(d) Mia appelle la figure obtenue « RSUT ». Corrige ce nom et explique pourquoi.

(e) Quelle propriété justifie cette construction au compas ? Cite-la en entier.

Ex. 17 ★★☆ **La maquette du portail** — Sacha fabrique la maquette d'un portail en forme de parallélogramme EFGH, avec EF = 6,4 cm, EH = 3,5 cm et $\widehat{HEF} = 70°$.

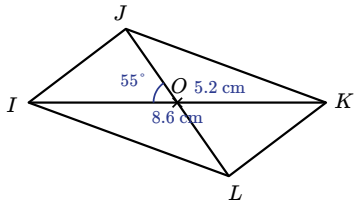
(a) Fais une figure à main levée de EFGH, sommets dans l'ordre, et écris dessus les longueurs de [HG] et de [FG].

(b) Écris un programme de construction de EFGH en 4 étapes : d'abord le rapporteur, puis le compas.

(c) Calcule les mesures des angles $\widehat{EFG}$, $\widehat{FGH}$ et $\widehat{GHE}$.

(d) Sacha colle une baguette tout autour de la maquette. Quelle longueur de baguette lui faut-il ?

Ex. 18 ★★☆ **Le parterre du jardin, par les diagonales** — Pour le plan de son jardin, Inès suit ce programme : ① trace [IK] de 8,6 cm et place son milieu O ; ② trace une droite d passant par O, avec $\widehat{IOJ} = 55°$; ③ place J et L sur d, de part et d'autre de O, à … cm de O, pour avoir JL = 5,2 cm ; ④ trace IJKL.



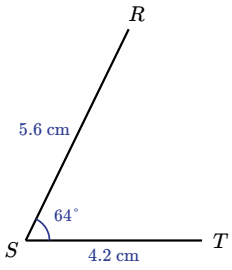
(a) Calcule OI, puis la distance qui manque à l'étape ③.

(b) Tom place J et L à 5,2 cm de O. Quelle longueur JL obtient-il ? Corrige son erreur.

(c) Justifie que IJKL est un parallélogramme en citant la propriété utilisée.

(d) Construis IJKL en vraie grandeur, en laissant les traits de construction apparents.

Ex. 19 ★★★ **Le support d'étagère de Noé, au compas** — Noé dessine le plan d'un support d'étagère en forme de parallélogramme RSTU. Il a déjà placé R, S et T, avec RS = 5,6 cm, ST = 4,2 cm et $\widehat{RST} = 64°$. Il doit placer U au compas.



(a) Fais une figure à main levée de RSTU, sommets dans l'ordre. Nomme le côté opposé à [RU], puis le côté opposé à [TU].

(b) Noé trace l'arc de centre R de rayon 5,6 cm et l'arc de centre T de rayon 4,2 cm. Explique son erreur et donne les bons rayons.

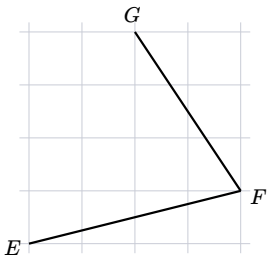
Ex. 19 **(suite)**

(c) Les deux bons arcs se coupent en deux points. Lequel faut-il choisir ? Explique ce qui se passe avec l'autre.

(d) Démontre que le quadrilatère RSTU obtenu est un parallélogramme, en citant la propriété utilisée.

(e) Calcule $\widehat{RUT}$ et $\widehat{SRU}$ en citant à chaque fois la propriété utilisée.

Ex. 20 ★★★ **Les trois jetons du carrelage** — Maëlys pose trois jetons E, F et G sur un carrelage quadrillé. Elle cherche où poser un quatrième jeton pour former un parallélogramme. Reproduis la figure sur un quadrillage, en laissant de la place tout autour.



(a) Place le point H_1 tel que $EFGH_1$ soit un parallélogramme. Indique de quel point à quel point tu comptes le déplacement, et à partir de quel point tu le refais.

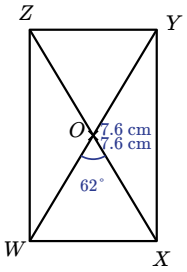
(b) Adam compte le déplacement de E vers F et le refait à partir de G : il obtient H_2. Nomme dans l'ordre le parallélogramme qu'il a construit. Pourquoi n'est-ce pas $EFGH_2$?

(c) Il existe un troisième point H_3 qui forme un parallélogramme avec E, F et G. Place-le, donne le déplacement utilisé et nomme ce parallélogramme dans l'ordre.

(d) Justifie que $EFGH_1$ est un parallélogramme en citant une propriété caractéristique.

(e) Nina dit : « Pour placer H_1, je peux aussi placer O, milieu de [EG], puis H_1 symétrique de F par rapport à O. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Le cadre de fenêtre de Yanis** — Pour la maquette d'un cadre de fenêtre WXYZ, Yanis prend deux baguettes [WY] et [XZ] de 7,6 cm chacune. Il les fixe en leur milieu commun O, avec $\widehat{WOX} = 62°$.



(a) Écris un programme de construction de WXYZ en partant de la baguette [WY], et précise les distances à reporter depuis O.

(b) Démontre que WXYZ est un parallélogramme.

(c) Démontre ensuite que WXYZ est un rectangle.

(d) Hugo affirme : « Les diagonales ne sont pas perpendiculaires, donc WXYZ ne peut pas être un rectangle. » Explique son erreur.

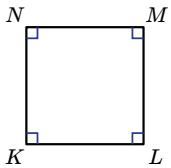
(e) Avec les mêmes baguettes, Yanis veut un cadre carré. Quelle mesure doit-il donner à $\widehat{WOX}$? Justifie.

4. *Rappels de 6e : rectangle, losange, carré*

À retenir : Rectangle : 4 angles droits ; losange : 4 côtés égaux ; carré : les deux. Lis le codage, pas l'œil. Périmètre : $2 \times (L + \ell)$ (pas $L \times \ell$) ou $4 \times c$. Axes : rectangle 2 (médiatrices), losange 2 (diagonales), carré 4, parallélogramme 0.

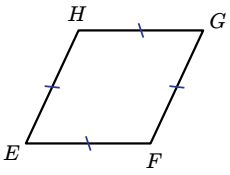
Ex. 22 ★☆☆ **Lire le codage, pas l'œil** — Pour chaque figure, sers-toi seulement du codage et des données de l'énoncé.

(a) Dans KLMN, KL = 5,2 cm et LM = 4,9 cm. Quelle est la nature de KLMN ? Justifie.



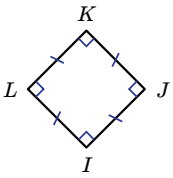
La figure n'est pas à l'échelle.

(b) Nomme les diagonales de EFGH, puis donne sa nature en justifiant.

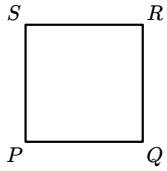


Ex. 22 (suite)

(c) IJKL est-il un rectangle ? Est-il un losange ? Justifie.



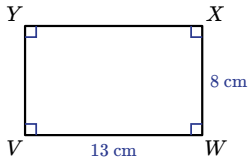
(d) Kenza affirme : « PQRS est un carré, ça se voit. » A-t-elle raison ? Justifie.



La figure n'est pas à l'échelle.

Ex. 23 ★★☆ **Périmètres, dans les deux sens** — Écris le calcul et donne le résultat avec son unité.

(a) Calcule le périmètre du rectangle VWXY.



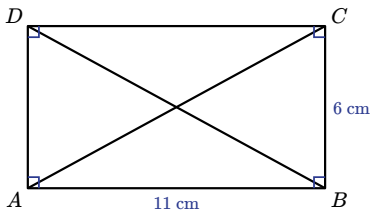
(b) Un rectangle a pour périmètre 32 cm et pour longueur 10,25 cm. Calcule sa largeur.

(c) Un losange a pour côté 3,7 cm. Calcule son périmètre.

(d) Un carreau carré a pour périmètre 15 cm. Calcule la longueur de son côté.

(e) Un cadre de fenêtre rectangulaire mesure 1,2 m sur 45 cm. Calcule son périmètre en cm.

Ex. 24 ★★☆ **Vrai ou faux : familles et axes de symétrie** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par une définition, un contre-exemple ou un pliage. La figure montre le rectangle ABCD, avec AB = 11 cm et BC = 6 cm, et ses diagonales.



(a) « Un carré est à la fois un rectangle et un losange. »

(b) « Un rectangle est toujours un carré. »

(c) Théo affirme : « Les droites (AC) et (BD) sont les axes de symétrie de ABCD. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) « Un parallélogramme qui n'est ni un rectangle ni un losange a deux axes de symétrie. »

Ex. 25 ★★☆ **Le losange de signalisation** — Pour un panneau de signalisation, Inès veut tracer en vraie grandeur le losange RSTU de côté 8 cm, dont la diagonale [RT] mesure 10 cm.

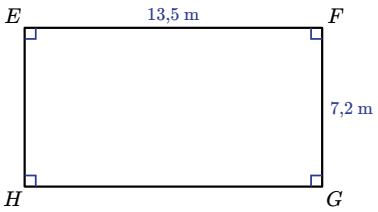
(a) Écris le programme de construction de RSTU, puis construis-le.

(b) Calcule le périmètre de RSTU.

(c) Combien RSTU a-t-il d'axes de symétrie ? Nomme-les.

(d) Le vrai panneau a des côtés 10 fois plus longs. Combien de mètres de ruban faut-il pour en faire le tour ?

Ex. 26 ★★★ **Le grillage du potager** — Malik trace le plan de son potager rectangulaire EFGH, avec EF = 13,5 m et FG = 7,2 m. Il veut l'entourer de grillage.



(a) Son frère Rayan calcule $13{,}5 \times 7{,}2 = 97{,}2$ et annonce qu'il faut 97,2 m de grillage. A-t-il raison ? Justifie et corrige.

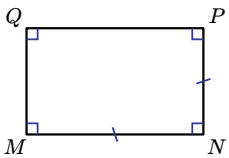
(b) Malik laisse un portillon de 0,9 m sans grillage. Le grillage est vendu en rouleaux de 10 m : combien de rouleaux doit-il acheter ? Justifie.

(c) Sa voisine Clara a un potager rectangulaire de même périmètre que EFGH, de longueur 15,3 m. Calcule sa largeur, puis vérifie avec le périmètre.

(d) Sa sœur propose un potager carré entouré par la même longueur de grillage que EFGH (sans portillon). Calcule le côté de ce carré.

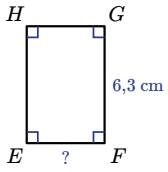
Ex. 27 ★★★ **Ben corrige trois copies** — Nora, Lucas et Yanis ont répondu sur des figures codées. Pour chaque affirmation, dis si l'élève a raison et justifie avec le cours. Ne te fie qu'au codage et aux données, jamais à l'œil.

(a) Nora : « Seuls deux côtés sont codés égaux, donc MNPQ est un rectangle, mais pas un carré. »



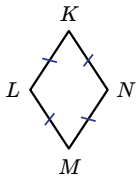
La figure n'est pas à l'échelle.

(b) Le rectangle EFGH a pour périmètre 21 cm et FG = 6,3 cm. Lucas : « $EF = 21 - 2 \times 6{,}3 = 8{,}4$ cm. »



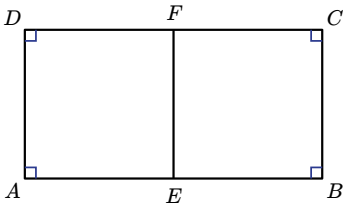
Ex. 27 (suite)

(c) Yanis : « KLMN n'a aucun angle droit, donc ce n'est pas un quadrilatère particulier : il n'a aucun axe de symétrie. »



(d) Combien d'axes de symétrie a le quadrilatère MNPQ de la première figure ? Nomme-les et justifie.

Ex. 28 ★★★ **Le cadre de fenêtre** — Paul, menuisier, fabrique une fenêtre rectangulaire ABCD. Le montant [EF] la partage en deux vitres AEFD et EBCF, qui sont deux carrés identiques. Le tour du cadre extérieur ABCD mesure 5,1 m.



(a) Calcule le côté d'une vitre, en m puis en cm.

(b) Paul dit : « ABCD est formé de deux carrés, donc ABCD est un carré. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Quelle longueur totale de baguette faut-il pour le cadre extérieur et le montant [EF] ?

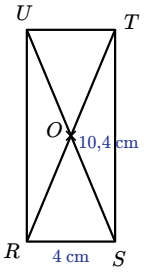
(d) Jade, la fille de Paul, affirme : « Le tour d'une vitre est la moitié du tour de ABCD. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(e) Le montant [EF] est-il porté par un axe de symétrie de la fenêtre ABCD ? Justifie.

5. *Côtés, angles et diagonales du rectangle, du losange et du carré*

À retenir : Diagonales : même milieu ; même longueur (rectangle), perpendiculaires (losange), les deux (carré). Demi-diagonale = moitié : $14{,}6 \div 2 = 7{,}3$ cm. Piège : celles du rectangle ne sont pas perpendiculaires ; un losange n'a pas d'angle droit en général.

Ex. 29 ★☆☆ **Les demi-diagonales d'un rectangle debout** — RSTU est un rectangle de centre O avec RS = 4 cm et ST = 9,6 cm. Ses diagonales [RT] et [SU] se coupent en O, et RT = 10,4 cm.



(a) Donne la longueur SU. Justifie avec une propriété.

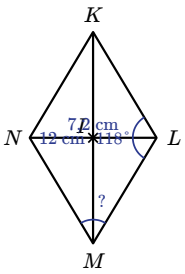
(b) Calcule OR.

(c) Calcule OS.

(d) Quelle est la nature du triangle ORS ? Justifie.

(e) Léa affirme : « Les diagonales d'un rectangle sont perpendiculaires, donc $\widehat{ROS} = 90°$. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 30 ★☆☆ **Diagonales et angles du losange** — KLMN est un losange de centre I avec KM = 12 cm, LN = 7,2 cm et $\widehat{KLM} = 118°$.



(a) Calcule IK et IN.

(b) Donne la mesure de l'angle $\widehat{KIL}$. Justifie.

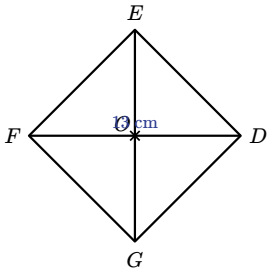
(c) Cite les quatre triangles rectangles en I.

(d) Calcule $\widehat{LMN}$.

(e) Calcule $\widehat{MNK}$.

(f) Sami affirme : « Les diagonales sont perpendiculaires, donc $\widehat{KLM}$ est droit. » Corrige son erreur.

Ex. 31 ★★☆ **Tableau des propriétés et codage du carré** — DEFG est un carré de centre O, posé sur une pointe, et DF = 13 cm.



(a) Recopie le tableau et complète chaque case par « oui » ou « pas toujours ».

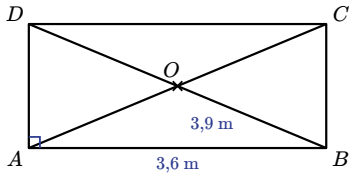
Diagonales	même milieu	même longueur	perpendiculaires
parallélogramme			
rectangle			
losange			
carré			

(b) Calcule EG et OE.

(c) Quel codage ajoutes-tu sur [OD], [OE], [OF], [OG] et en O pour traduire les propriétés des diagonales du carré ?

(d) Quelle est la nature du triangle DOE ? Justifie.

Ex. 32 ★★☆ **Le portail de Nina** — Le cadre du portail de Nina est un rectangle ABCD de périmètre 10,2 m, avec AB = 3,6 m. Deux barres de renfort [AC] et [BD] se croisent en O, où elles sont boulonnées. AC = 3,9 m.



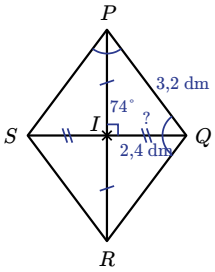
(a) Calcule la largeur AD du portail.

(b) Quelle longueur doit avoir la barre [BD] ? Justifie.

(c) À quelle distance du boulon O se trouve chaque coin du portail ?

(d) Combien de mètres de barre faut-il en tout pour le cadre et les deux renforts ?

Ex. 33 ★★★ **Le panneau de signalisation de Malik** — Malik peint un panneau de signalisation PQRS. Ses diagonales [PR] et [QS] se coupent en I, avec IP = IR = 3,2 dm, IQ = IS = 2,4 dm et $(PR) \perp (QS)$. L'angle $\widehat{SPQ}$ mesure 74°.



(a) Démontre que PQRS est un parallélogramme.

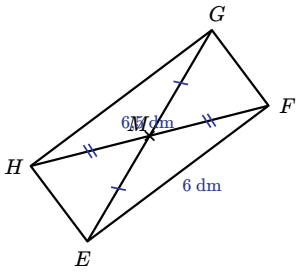
(b) Démontre que PQRS est un losange.

(c) Calcule PR et QS. Hugo affirme : « PQRS est un carré. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Calcule $\widehat{PQR}$ puis $\widehat{QRS}$ en justifiant par une propriété. Le panneau a-t-il un angle droit ?

(e) Le contour du panneau mesure 16 dm. Calcule la longueur PQ d'un côté.

Ex. 34 ★★★ **Le cadre de fenêtre de Sofiane** — Sofiane fabrique un cadre de fenêtre EFGH. Ses diagonales [EG] et [FH] se coupent en M, qui est le milieu de [FH]. On a ME = MG = 3,25 dm, FH = 6,5 dm et EF = 6 dm. Le périmètre du cadre vaut 17 dm.



(a) Démontre que EFGH est un parallélogramme.

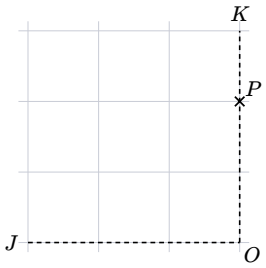
(b) Calcule EG, puis démontre que EFGH est un rectangle.

(c) Calcule la largeur FG du cadre.

(d) Quelle est la nature du triangle EMF ? Justifie par un calcul.

(e) Inès affirme : « EFGH est un rectangle, donc ses diagonales sont perpendiculaires. » Montre qu'elle se trompe en utilisant EF et FG.

Ex. 35 ★★★ **Le motif de carrelage de Zoé** — Zoé dessine un motif de carrelage sur un quadrillage de 1 cm. Elle veut obtenir un carré JKLM de centre O. Les points J, K et O sont déjà placés. P est le point de [OK] situé à 2 carreaux de O.



(a) Place les sommets L et M. Explique ta méthode avec une propriété des diagonales.

(b) Donne JL et KM, puis démontre que JKLM est un carré : d'abord un parallélogramme, puis un rectangle, puis un losange.

(c) Q est le symétrique de P par rapport à O. Tom affirme : « $(JL) \perp (KQ)$, donc JKLQ est un losange. » Montre qu'il a tort.

(d) Trace JKLM et complète son codage : demi-diagonales, angle au centre, côtés et angles aux sommets.

(e) JPLQ est-il un carré ? Justifie.

6. *Démontrer la nature d'un quadrilatère*

À retenir : Je pars du parallélogramme prouvé, puis : un angle droit ou des diagonales égales → rectangle ; deux côtés consécutifs égaux ou des diagonales ⊥ → losange ; les deux → carré. Piège : $(AC) \perp (BD)$ seul ne suffit pas (cerf-volant).

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Pour chaque affirmation, réponds par vrai ou faux et justifie.

(a) « Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle. »

(b) « Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange. »

(c) « Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle. »

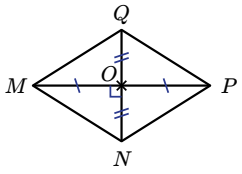
(d) « Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange. »

(e) Léa mesure au rapporteur les angles de RSTU : 90°, 90°, 89° et 91°. Elle dit : « J'ai prouvé que RSTU n'est pas un rectangle. »

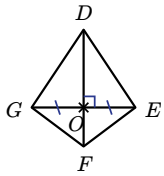
(f) « Un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré. »

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : lire le codage** — Pour chaque figure, traduis le codage par une phrase. Puis donne la nature du quadrilatère en citant la propriété caractéristique, ou explique pourquoi on ne peut pas conclure.

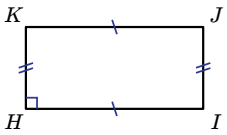
(a) Quelle est la nature de MNPQ ?



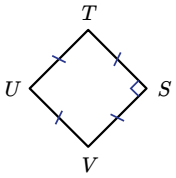
(b) Peut-on affirmer que DEFG est un losange ?



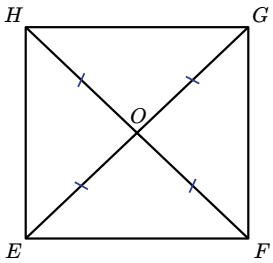
(c) Quelle est la nature de HIJK ?



(d) Quelle est la nature de STUV ?



Ex. 38 ★★☆ **Le cadre de fenêtre de Malo** — Malo dessine à main levée un cadre de fenêtre EFGH. Ses diagonales [EG] et [FH] se coupent en O, avec OE = OG = 3,1 cm et OF = OH = 3,1 cm. Malo écrit : « On sait que EG = FH. Or les diagonales d'un rectangle ont la même longueur. Donc EFGH est un rectangle. Et on voit que c'est un carré. »



La figure n'est pas à l'échelle.

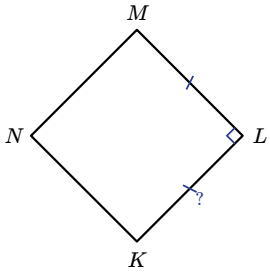
(a) Explique les deux erreurs de Malo.

(b) Démontre que EFGH est un parallélogramme.

(c) Calcule EG et FH, puis démontre que EFGH est un rectangle.

(d) Peut-on affirmer que EFGH est un carré ? Justifie.

Ex. 39 ★★☆ **Le carreau d'Inès** — Inès étudie un carreau KLMN sur le plan d'un carrelage. Elle sait que (KL) // (NM), que (KN) // (LM), que KL = LM et que $\widehat{KLM} = 90°$. Le périmètre du carreau vaut 34 cm.



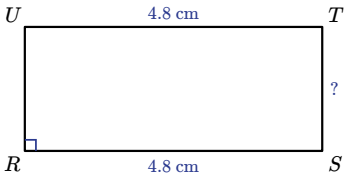
(a) Démontre que KLMN est un parallélogramme.

(b) Démontre que KLMN est un losange.

(c) Inès s'arrête à « losange ». Quelle est la nature exacte de KLMN ? Démontre-le.

(d) Calcule la longueur KL.

Ex. 40 ★★★ **Le portail de Yanis** — Sur le plan du portail RSTU de Yanis, les barres [RS] et [UT] sont parallèles et mesurent chacune 4,8 cm. Le montant [RU] est perpendiculaire à la barre [RS].



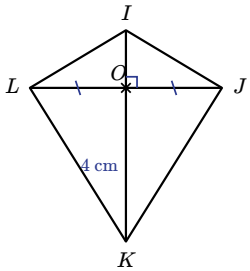
(a) Démontre que RSTU est un parallélogramme.

(b) Démontre que RSTU est un rectangle.

(c) Le périmètre du cadre RSTU vaut 13,6 cm. Calcule ST.

(d) Autre portail WXYZ : ses barres [WY] et [XZ] mesurent 5,2 cm chacune et se coupent en P, avec PW = 2 cm. Zoé dit : « Diagonales égales, donc WXYZ est un rectangle. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **Le cerf-volant de Lina** — Lina fabrique un cerf-volant IJKL avec deux baguettes [IK] et [JL] perpendiculaires, qui se coupent en O. Sur son plan, OJ = OL = 2,5 cm, OI = 1,5 cm et OK = 4 cm.



(a) Lina écrit : « Les diagonales sont perpendiculaires, donc IJKL est un losange. » Explique pourquoi elle se trompe.

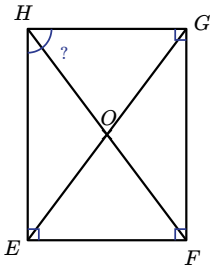
Ex. 41 **(suite)**

(b) Lina fait glisser la baguette [IK], sans la couper, jusqu'à ce que O soit son milieu. Calcule IK, puis la nouvelle longueur OI.

(c) Démontre en deux étapes que le nouveau quadrilatère IJKL est un losange.

(d) Sacha garde [JL] et prend une baguette [IK] de même longueur que [JL], de milieu O et perpendiculaire à [JL]. Il conclut : « IJKL est un losange. » Donne la conclusion la plus précise et démontre-la.

Ex. 42 ★★★ **Le plan du potager de Noé** — Noé dessine le plan de son potager EFGH. Il code trois angles droits, en E, en F et en G. Il tend deux cordeaux le long des diagonales [EG] et [FH], qui se coupent en O, et il mesure EG = 6,5 m.



(a) Noé hésite : « L'angle en H n'est pas codé, je ne peux pas conclure. » Calcule $\widehat{GHE}$, puis démontre que EFGH est un rectangle.

(b) Sans mesurer, donne FH et EO. Justifie avec les propriétés des diagonales du rectangle.

(c) Pour un massif PQRS, Jade écrit : « On sait que PQ = QR = RS = SP. Or un losange a ses quatre côtés de même longueur.
Donc PQRS est un losange. » Explique son erreur, puis rédige la bonne démonstration.

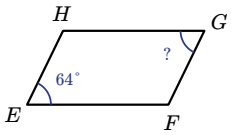
(d) Jade ajoute : « Au rapporteur, l'angle en P mesure 90°, donc PQRS est un carré. » Pourquoi n'est-ce pas une preuve ? Quelle donnée sur les diagonales de PQRS suffirait ?

7. *Calculer des longueurs et des angles*

À retenir : Rectangle, losange, carré sont des parallélogrammes : côtés et angles opposés égaux, angles consécutifs de somme 180°, diagonales de même milieu. Rectangle : diagonales de même longueur. Losange : diagonales perpendiculaires.

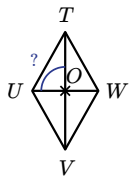
Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : des angles en un clin d'œil** — Calcule chaque angle demandé et cite la propriété utilisée.

(a) EFGH est un parallélogramme avec $\widehat{FEH} = 64°$. Calcule $\widehat{FGH}$.



(b) PQRS est un losange avec $\widehat{PQR} = 142°$. Calcule $\widehat{QRS}$.

(c) TUVW est un losange de centre O. Calcule $\widehat{TOU}$.

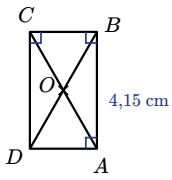


(d) Le quadrilatère WXYZ a trois angles qui mesurent 87°, 104° et 95°. Calcule son quatrième angle.

(e) ABCD est un parallélogramme avec $\widehat{BCD} = 73{,}5°$. Calcule $\widehat{ABC}$.

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : des longueurs à déduire** — Calcule chaque longueur demandée et donne le résultat avec son unité.

(a) ABCD est un rectangle de centre O et $OA = 4{,}15$ cm. Calcule AC.



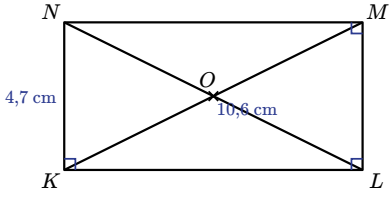
(b) Dans le même rectangle ABCD, calcule BD.

(c) Un losange a un périmètre de 23 cm. Calcule la longueur de son côté.

(d) Un rectangle a un périmètre de 25,8 cm et une longueur de 7,4 cm. Calcule sa largeur.

(e) EFGH est un parallélogramme avec $EF = 5{,}4$ cm et $FG = 3{,}65$ cm. Calcule son périmètre.

Ex. 45 ★★☆ **Le triangle caché du cadre de fenêtre** — Le cadre de la fenêtre de Lina est un rectangle KLMN. Deux tiges [KM] et [LN] le renforcent et se croisent en O. On sait que $KM = 10{,}6$ cm et $KN = 4{,}7$ cm.

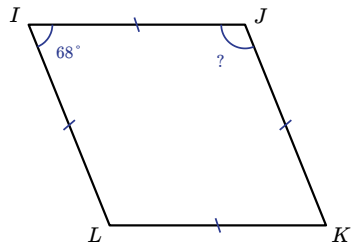


(a) Calcule OK, puis ON, en justifiant chaque égalité par une propriété.

(b) Démontre que le triangle OKN est isocèle.

(c) Calcule le périmètre du triangle OLM en justifiant chaque longueur.

Ex. 46 ★★☆ **Le panneau de Noé** — Un panneau de signalisation a la forme d'un losange IJKL avec $\widehat{JIL} = 68°$. Noé écrit : « Dans un losange, les quatre angles sont égaux, donc $\widehat{IJK} = 68°$. »



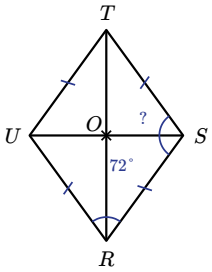
(a) Noé a-t-il raison ? Justifie.

(b) Calcule $\widehat{IJK}$, $\widehat{JKL}$ et $\widehat{KLI}$ en justifiant chaque égalité par une propriété.

(c) Vérifie que la somme des quatre angles du panneau vaut bien $360°$.

(d) Si les quatre angles d'un losange étaient égaux, combien mesurerait chacun d'eux ? Comment s'appellerait alors ce losange ?

Ex. 47 ★★★ **Le pantographe de Yanis** — Le bras articulé du pantographe de Yanis forme un losange RSTU. Son périmètre vaut 23,4 cm et $\widehat{URS} = 72°$. Les diagonales [RT] et [SU] se coupent en O, et $RT = 9{,}46$ cm.



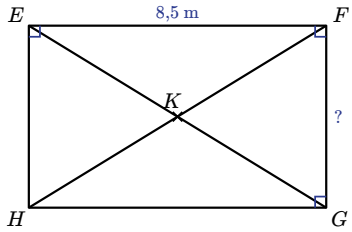
(a) Calcule la longueur RS. Justifie ta réponse.

(b) Calcule $\widehat{STU}$, puis $\widehat{RST}$, en citant la propriété utilisée à chaque fois.

(c) Calcule le périmètre du triangle RST. Justifie la longueur ST.

(d) Calcule la longueur RO, puis donne la mesure de $\widehat{ROS}$. Justifie chaque réponse.

Ex. 48 ★★★ **Les allées du potager de Maëlle** — Le potager de Maëlle est un rectangle EFGH. Son périmètre vaut 27,4 m et $EF = 8{,}5$ m. Deux allées suivent les diagonales [EG] et [FH]. Elles se croisent en K, et $EG = 9{,}96$ m.



(a) Calcule la largeur FG du potager.

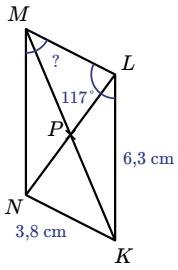
(b) Calcule la longueur totale des deux allées. Justifie la longueur de [FH].

(c) Calcule les longueurs KE et KF en justifiant chaque égalité par une propriété.

(d) Maëlle pose une bordure autour du triangle EKF. Calcule la longueur de la bordure.

(e) Maëlle affirme : « La bordure du triangle FKG aura la même longueur, car K est le milieu des allées. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

Ex. 49 ★★★ **L'étagère murale de Sacha** — Le support d'une étagère murale forme un parallélogramme KLMN. On a $KL = 6{,}3$ cm, $KN = 3{,}8$ cm et $\widehat{KLM} = 117°$. Les diagonales mesurent $KM = 8{,}7$ cm et $LN = 5{,}7$ cm. Elles se coupent en P.



(a) Sacha écrit : « $\widehat{LMN}$ et $\widehat{KLM}$ sont opposés, donc $\widehat{LMN} = 117°$. » Explique son erreur, puis calcule $\widehat{LMN}$.

(b) Calcule $\widehat{MNK}$ et $\widehat{NKL}$ en citant la propriété utilisée à chaque fois.

(c) Calcule le périmètre du parallélogramme KLMN.

(d) Calcule KP et PN. Le triangle KPN est-il isocèle ? Justifie.