Quatrième / Théorème de Pythagore

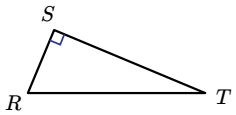
48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Repérer l'hypoténuse et écrire l'égalité*

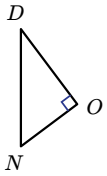
À retenir : L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, et c'est le plus long. Si JKL est rectangle en K, alors $JL^2 = KJ^2 + KL^2$. Un carré n'est pas un double : $0{,}3^2 = 0{,}09$. Sans angle droit, on n'écrit pas l'égalité.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : où est l'hypoténuse ?** — Les angles droits sont codés sur les figures.

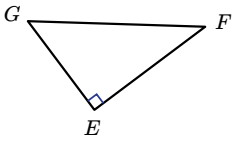
(a) Nomme l'hypoténuse du triangle RST.



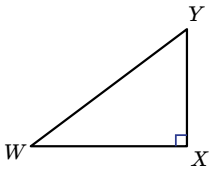
(b) L'angle codé est $\widehat{NOD}$. En quel sommet le triangle est-il rectangle ? Nomme son hypoténuse.



(c) Nomme les deux côtés de l'angle droit du triangle EFG.



(d) Léo dit : « L'hypoténuse est [WX], car c'est le côté du bas. » A-t-il raison ? Justifie.



Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : carrés et racines carrées** — Réponds sans calculatrice.

(a) Calcule 7^2, puis 2×7.

(b) Calcule $0{,}2^2$.

(c) Lina écrit $5^2 = 10$. Corrige son erreur.

(d) Sachant que $1{,}6^2 = 2{,}56$, donne $\sqrt{2{,}56}$.

(e) Compare $(3+5)^2$ et $3^2 + 5^2$.

(f) Quel nombre positif a pour carré 0,49 ?

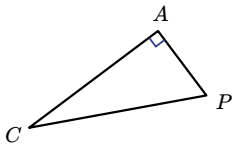
Ex. 3 ★☆☆ **Écrire l'égalité de Pythagore** — Écris l'égalité de Pythagore pour chaque triangle rectangle.

(a) Le triangle DEF est rectangle en E.

(b) Le triangle ZUB est rectangle en U.

(c) Dans le triangle HGI, l'angle $\widehat{HGI}$ est droit.

(d) Le triangle PAC est codé sur la figure.

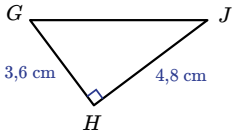


(e) Pour le triangle LIT rectangle en I, Yanis écrit $LT = LI + IT$. Corrige son égalité.

Ex. 4 ★★☆ **Vrai ou faux ?** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie.

(a) Dans le triangle MNP rectangle en N, on a $MN^2 = NP^2 + MP^2$.

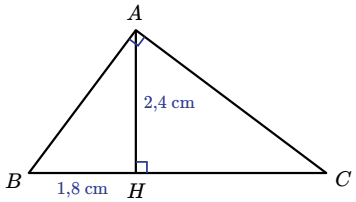
(b) Le triangle GHJ est rectangle en H, avec $GH = 3{,}6$ cm et $HJ = 4{,}8$ cm. Rose dit : « $GJ = GH + HJ = 8{,}4$ cm. »



(c) Pour un triangle RSU dont on ne sait pas s'il est rectangle, on peut écrire $RU^2 = RS^2 + SU^2$.

(d) Le triangle VWX est rectangle en V, avec $VX = 6$ cm et $VW = 4$ cm. Son plus long côté est [VX].

Ex. 5 ★★☆ **Trois triangles rectangles dans une figure** — Le triangle ABC est rectangle en A. H est le point de [BC] tel que (AH) est perpendiculaire à (BC). On donne $BH = 1{,}8$ cm et $AH = 2{,}4$ cm.



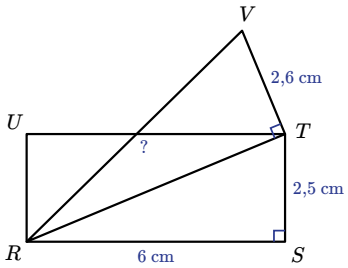
(a) Nomme les trois triangles rectangles de la figure et donne le sommet de leur angle droit.

(b) Écris l'égalité de Pythagore dans le triangle ABH.

(c) Écris l'égalité de Pythagore dans le triangle ABC.

(d) Calcule AB^2, puis la longueur AB.

Ex. 6 ★★★ **Rectangle et triangle accolé : deux hypoténuses** — RSTU est un rectangle avec RS = 6 cm et ST = 2,5 cm. Le point V est placé de sorte que le triangle RTV soit rectangle en T, avec TV = 2,6 cm. Arrondis au dixième.



(a) Dans le triangle RST, donne le sommet de l'angle droit et l'hypoténuse, puis écris l'égalité de Pythagore.

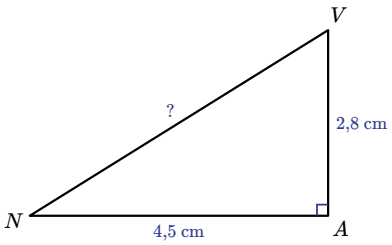
(b) Calcule la longueur RT.

(c) Dans le triangle RTV, [RT] est-il encore l'hypoténuse ? Justifie, puis écris l'égalité de Pythagore de ce triangle.

(d) Calcule la valeur exacte de RV, puis sa valeur approchée.

(e) Lou affirme : « RV = 7 cm exactement. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Corrige la copie de Maël** — Maël doit calculer VN dans le triangle VAN ci-dessous. Voici les quatre lignes de sa copie. Pour chaque ligne, dis si elle est juste ; sinon, explique l'erreur et corrige-la.



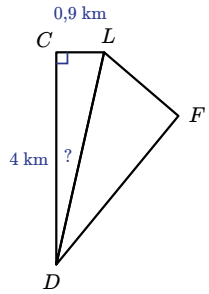
(a) « Le triangle VAN est rectangle en V, car V est la première lettre de son nom. »

(b) « L'hypoténuse est [AN], car c'est le côté horizontal. »

(c) « $VN^2 = AV^2 + AN^2 = 2{,}8 \times 2 + 4{,}5 \times 2 = 14{,}6$. »

(d) « Donc VN = 2,8 + 4,5 = 7,3 cm. » Explique sans calculatrice pourquoi c'est impossible, puis calcule VN.

Ex. 8 ★★★ **Randonnée : le retour à vol d'oiseau** — Ninon part du parking D. Elle marche 4 km vers le nord jusqu'au col C, puis 0,9 km vers l'est jusqu'au lac L : le triangle DCL est rectangle en C. Elle revient ensuite en ligne droite de L à D. F est une fontaine.



(a) Donne le sommet de l'angle droit et l'hypoténuse du triangle DCL, puis écris l'égalité de Pythagore.

(b) Sans calculer DL, explique pourquoi Ninon ne peut pas trouver DL = 3,8 km.

(c) Calcule la distance DL.

(d) Calcule la longueur totale de la boucle D → C → L → D.

(e) Sur la carte, l'angle $\widehat{DFL}$ a l'air droit. Ninon écrit $DL^2 = DF^2 + FL^2$. A-t-elle le droit de l'écrire ? Justifie.

2. *Calculer l'hypoténuse*

À retenir : Si ABC est rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$. On additionne les carrés, pas les longueurs : $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$, pas 21. Toutes les longueurs dans la même unité avant de calculer, et on arrondit seulement à la fin.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : carrés et racines carrées** — Sans calculatrice.

(a) Calcule $2{,}5^2$.

(b) Calcule $0{,}7^2$.

(c) Le triangle DEF est rectangle en E et $DF^2 = 121$ (longueurs en cm). Donne DF.

(d) Le triangle XYZ est rectangle en X et $YZ^2 = 53$ (longueurs en cm). Donne la valeur exacte de YZ.

(e) Entre quels nombres entiers consécutifs se trouve $\sqrt{53}$? Justifie.

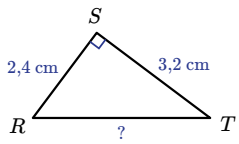
Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : des hypoténuses qui tombent juste** — Dans chaque cas, calcule la longueur de l'hypoténuse. Le résultat tombe juste.

(a) Le triangle GHI est rectangle en H, avec GH = 6 cm et HI = 8 cm. Complète : $GI^2 = GH^2 + HI^2 = \ldots + \ldots = \ldots$, donc $GI = \ldots$ cm.

(b) Le triangle NPQ est rectangle en Q, avec NQ = 5 m et PQ = 12 m. Calcule NP.

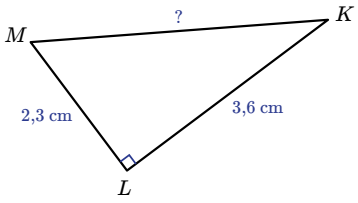
Ex. 10 **(suite)**

(c) Le triangle RST est rectangle en S, avec RS = 2,4 cm et ST = 3,2 cm. Calcule RT.



(d) Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle mesurent 8 cm et 15 cm. Calcule la longueur de son hypoténuse.

Ex. 11 ★★☆ **Valeur exacte, valeur approchée** — Le triangle KLM est rectangle en L, avec KL = 3,6 cm et LM = 2,3 cm. Arrondis au dixième.



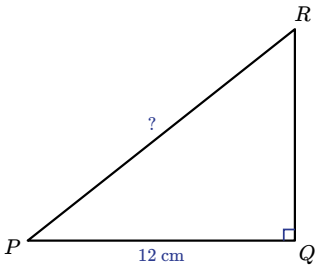
(a) Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle, puis calcule KM^2.

(b) Donne la valeur exacte de KM, puis sa valeur approchée.

(c) Lucas arrondit d'abord KL^2 et LM^2 à l'unité, puis il les additionne. Quelle valeur de KM trouve-t-il ? A-t-il raison ? Justifie.

(d) Contrôle ton résultat : vérifie que KM est plus long que KL, mais plus court que KL + LM.

Ex. 12 ★★☆ **L'équerre de Hugo** — Hugo découpe dans une planche une équerre en forme de triangle PQR, rectangle en Q, avec PQ = 12 cm et QR = 95 mm. Il veut connaître la longueur PR. Arrondis au dixième.

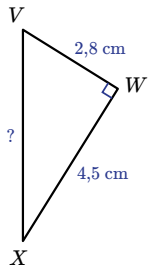


(a) Convertis QR en centimètres. Pourquoi faut-il le faire avant de calculer ?

(b) Calcule PR.

(c) Tom a calculé $\sqrt{12^2 + 95^2}$ et il trouve environ 95,8. Explique pourquoi ce résultat est impossible.

Ex. 13 ★★☆ **Trouve l'erreur** — Le triangle VWX est rectangle en W, avec VW = 2,8 cm et WX = 4,5 cm. Des élèves cherchent la longueur VX.

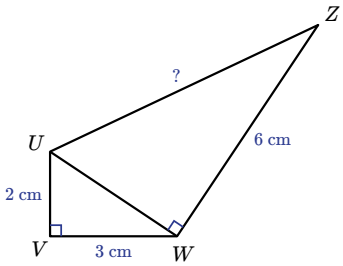


(a) Inès écrit : $VX = 2{,}8 + 4{,}5 = 7{,}3$ cm. A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Malo calcule $4{,}5^2 - 2{,}8^2$. Sans faire ce calcul, explique pourquoi il ne peut pas obtenir VX de cette façon.

(c) Rédige le calcul correct de VX.

Ex. 14 ★★★ **Deux triangles accolés** — La figure est formée de deux triangles accolés : UVW, rectangle en V, et UWZ, rectangle en W. On a UV = 2 cm, VW = 3 cm et WZ = 6 cm. Arrondis au dixième.



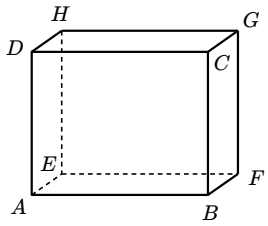
(a) Calcule UW^2. Donne ensuite la valeur exacte de UW, puis sa valeur approchée.

(b) Quelle est l'hypoténuse du triangle UWZ ? Calcule sa longueur avec la valeur exacte de UW^2, sans l'arrondir.

(c) Lou remplace UW par sa valeur approchée, puis calcule UZ. Quel résultat trouve-t-elle avant d'arrondir ? Explique pourquoi on arrondit seulement à la fin.

(d) Vérifie que UZ est plus long que UW et que WZ, mais plus court que UW + WZ.

Ex. 15 ★★★ **La baguette dans le carton** — Nadia range ses affaires dans un carton en forme de pavé droit ABCDEFGH. On a AB = 48 cm, BF = 0,2 m et FG = 39 cm. Le fond du carton est le rectangle ABFE, et l'arête [FG] est verticale.



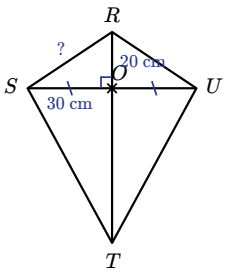
(a) Convertis BF en centimètres. Calcule ensuite la longueur AF de la diagonale du fond, dans le triangle ABF rectangle en B.

(b) Explique pourquoi le triangle AFG est rectangle en F, puis calcule la longueur AG de la diagonale du carton.

(c) Nadia veut ranger une baguette de 60 cm. Peut-elle la poser à plat au fond du carton ? Peut-elle la ranger en diagonale dans le carton ? Justifie.

(d) Son frère affirme : « $AG = 48 + 20 + 39 = 107$ cm. » Montre que c'est impossible avec un contrôle, puis explique son erreur.

Ex. 16 ★★★ **Le cerf-volant de Yanis** — Yanis fabrique un cerf-volant RSTU. Ses baguettes [RT] et [SU] sont perpendiculaires en O, et O est le milieu de [SU]. On a OS = 30 cm, OR = 20 cm et OT = 0,55 m. Arrondis au dixième.



(a) Explique pourquoi le triangle ROS est rectangle en O. Donne la valeur exacte de RS, puis sa valeur approchée.

(b) Pour ST, Yanis écrit : « $ST^2 = 30^2 + 0{,}55^2 = 900{,}3025$, donc $ST \approx 30{,}0$ cm. » Montre par un contrôle que c'est impossible, puis calcule ST.

(c) Explique pourquoi RU = RS et TU = TS, puis calcule le périmètre du cerf-volant RSTU.

(d) Yanis a 2 m de ruban pour border tout le tour du cerf-volant. En a-t-il assez ? Justifie.

3. *Calculer un côté de l'angle droit*

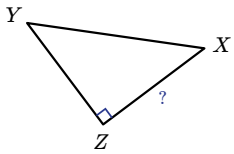
À retenir : Si ABC est rectangle en A, l'hypoténuse est [BC]. Pour un côté de l'angle droit, je SOUSTRAIS : $AB^2 = BC^2 - AC^2$, puis racine carrée. Ex. : $BC = 17$, $AC = 15$: $AB^2 = 289 - 225 = 64$, $AB = 8$. Le résultat est plus court que l'hypoténuse.

Ex. 17 ★☆☆ **Repérer l'hypoténuse avant de soustraire** — Automatismes. Dans chaque triangle, repère d'abord l'hypoténuse.

(a) Le triangle KLM est rectangle en L. On connaît KM et LM. Écris l'égalité qui donne KL^2.

(b) Le triangle GHN est rectangle en H, avec $HN = 3$ cm et $GN = 7$ cm. Quelle est son hypoténuse ? Complète : $GH^2 = \ldots - \ldots = \ldots$

(c) Sur la figure, le triangle XYZ est rectangle en Z. On connaît XY et YZ. Écris l'égalité qui donne XZ^2.



(d) Vrai ou faux ? Dans le triangle ABC rectangle en B, $BC^2 = AB^2 - AC^2$. Justifie.

Ex. 18 ★☆☆ **Calcul mental d'un côté de l'angle droit** — Automatismes. Calcule la longueur demandée sans calculatrice.

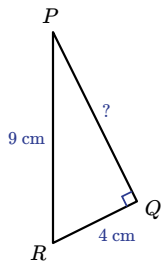
(a) EFG est rectangle en F, avec $EG = 10$ cm et $EF = 6$ cm. Calcule FG.

(b) JKL est rectangle en J, avec $JK = 9$ cm et $KL = 15$ cm. Calcule JL.

(c) MNP est rectangle en P, avec $MN = 13$ m et $NP = 12$ m. Calcule MP.

(d) VWX est rectangle en W, avec $VX = 0{,}5$ m et $VW = 0{,}3$ m. Calcule WX.

Ex. 19 ★☆☆ **Valeur exacte et valeur approchée** — Le triangle PQR est rectangle en Q, avec $PR = 9$ cm et $QR = 4$ cm. Arrondis au dixième.



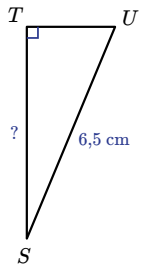
(a) Quelle est l'hypoténuse du triangle PQR ?

(b) Calcule PQ^2.

(c) Donne la valeur exacte de PQ.

(d) Donne une valeur approchée de PQ.

Ex. 20 ★★☆ **L'erreur de Léa** — Le triangle STU est rectangle en T, avec $SU = 6{,}5$ cm et $TU = 25$ mm. Léa convertit $TU = 2{,}5$ cm puis écrit : $ST^2 = 6{,}5^2 + 2{,}5^2 = 48{,}5$ donc $ST \approx 7{,}0$ cm.

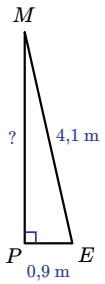


(a) Sans refaire le calcul, explique pourquoi le résultat de Léa est impossible.

(b) Quelle erreur Léa a-t-elle commise ?

(c) Calcule ST correctement.

Ex. 21 ★★☆ **L'échelle contre le mur** — Ben pose une échelle [ME] de 4,1 m contre un mur vertical [PM]. Le sol est horizontal et le pied E de l'échelle est à 0,9 m du mur. Arrondis au dixième.

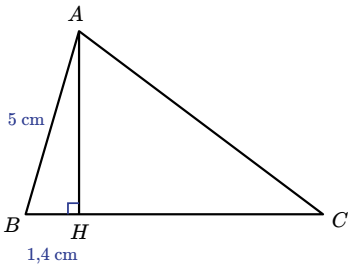


(a) Quel côté du triangle MPE est l'hypoténuse ? Justifie.

(b) Calcule la hauteur PM atteinte par l'échelle.

(c) Ben recule le pied de l'échelle à 1,6 m du mur. Quelle hauteur l'échelle atteint-elle maintenant ?

Ex. 22 ★★★ **Deux triangles accolés** — Le point H est sur le segment [BC] et la droite (AH) est perpendiculaire à (BC). On donne $AB = 5$ cm, $BH = 1{,}4$ cm et $AC = 80$ mm.



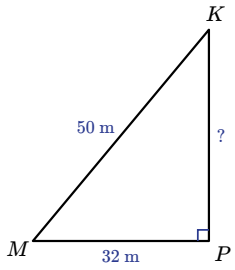
(a) Calcule la longueur AH.

(b) Calcule la longueur HC.

(c) Déduis-en la longueur BC.

(d) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie.

Ex. 23 ★★★ **Le cerf-volant d'Inès** — Inès tient le fil tendu de son cerf-volant à la main M. Le fil [MK] mesure 50 m. Le cerf-volant K est à la verticale d'un point P situé à la hauteur de sa main, à 32 m d'elle. Arrondis au dixième.



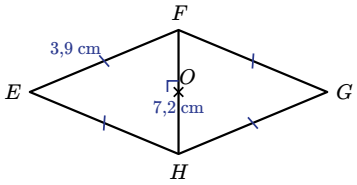
(a) Tom écrit $PK^2 = 32^2 - 50^2$ et sa calculatrice affiche un nombre négatif. Explique son erreur.

(b) Donne la valeur exacte de PK, puis sa valeur approchée.

(c) La main d'Inès est à 1,2 m du sol. À quelle hauteur du sol vole le cerf-volant ?

(d) Le vent faiblit : le cerf-volant n'est plus qu'à 30 m au-dessus de la main, fil toujours tendu de 50 m. À quelle distance horizontale de la main se trouve-t-il ?

Ex. 24 ★★★ **Les diagonales d'un losange** — EFGH est un losange de côté 3,9 cm et de centre O. Sa diagonale EG mesure 7,2 cm. Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.



(a) Quelle est l'hypoténuse du triangle EOF ? Calcule la longueur EO.

(b) Nina écrit : « $OF = 3{,}9 - 3{,}6 = 0{,}3$ cm ». Explique son erreur, puis calcule OF.

(c) Déduis-en la longueur de la diagonale FH.

(d) Calcule l'aire du losange en le découpant en quatre triangles rectangles.

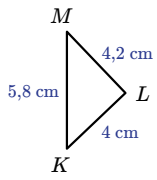
4. *Le triangle est-il rectangle ?*

À retenir : Je calcule séparément le carré du plus grand côté et la somme des carrés des deux autres. Égaux : réciproque, le triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté. Différents, même de peu : contraposée, il n'est pas rectangle.

Ex. 25 ★☆☆ **Le bon côté, le bon sommet** — Automatismes. Pour chaque triangle, nomme le plus grand côté et écris l'égalité à tester. Indique aussi le sommet où se trouverait l'angle droit si l'égalité était vraie.

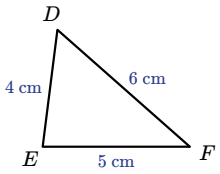
(a) Triangle RST : RS = 9 cm, ST = 15 cm et RT = 12 cm.

(b) Triangle KLM :



(c) Triangle UVW : UW = 2,4 m, VW = 2,5 m et UV = 0,7 m.

(d) Triangle DEF :



Ex. 26 ★☆☆ **D'une part, d'autre part** — Automatismes. Pour chaque triangle, calcule d'une part le carré du plus grand côté, d'autre part la somme des carrés des deux autres côtés. Compare, puis conclus.

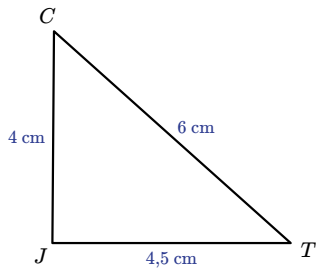
(a) Triangle ABC : AB = 1,5 cm, BC = 2,5 cm et AC = 2 cm.

(b) Triangle EFG : EF = 20 cm, FG = 12 cm et EG = 16 cm.

(c) Triangle XYZ : XY = 5 cm, YZ = 7 cm et XZ = 9 cm.

(d) Triangle QRS : QR = 2,8 cm, RS = 4,5 cm et QS = 5,3 cm.

Ex. 27 ★★☆ **Ça se voit… vraiment ?** — Lina a tracé le triangle CJT ci-dessous avec JC = 4 cm, JT = 4,5 cm et CT = 6 cm. Elle affirme : « On voit bien qu'il est rectangle en J. » Ne mesure pas, calcule.



La figure n'est pas à l'échelle.

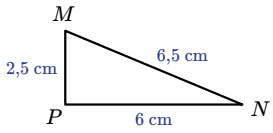
(a) Calcule d'une part CT^2, d'autre part $JC^2 + JT^2$.

(b) Le triangle CJT est-il rectangle ? Justifie.

(c) Avec son rapporteur, Lina lit 90° pour l'angle en J sur son dessin. Explique pourquoi cela ne prouve pas que le triangle est rectangle.

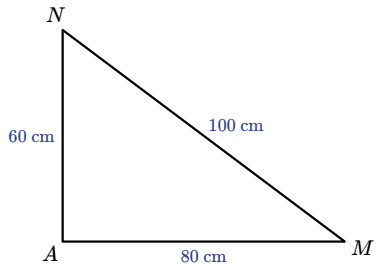
Ex. 28 ★★☆ **Deux copies à corriger** — Inès et Tom ont rédigé un exercice sur la réciproque. Retrouve l'erreur de chacun, puis rédige la bonne réponse.

(a) Inès étudie le triangle MNP : Elle écrit : « $MP^2 = 6{,}25$ et $MN^2 + NP^2 = 42{,}25 + 36 = 78{,}25$, donc MNP n'est pas rectangle. » Corrige sa réponse.



(b) Tom étudie le triangle GHJ avec GH = 6,9 cm, HJ = 9,1 cm et GJ = 11,5 cm. Il écrit : « $GJ^2 = GH^2 + HJ^2$ car $11{,}5^2 \approx 132$ et $6{,}9^2 + 9{,}1^2 \approx 130$: c'est presque pareil, donc GHJ est rectangle en H. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 29 ★★☆ **Les coins de l'abri de jardin** — À Nantes, Sacha construit un abri de jardin et vérifie les coins. Pour le coin A, il marque M sur un mur à 80 cm de A et N sur l'autre mur à 60 cm de A. Il mesure ensuite MN = 100 cm.

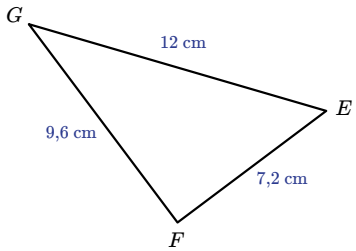


(a) Le coin A est-il un angle droit ? Justifie.

(b) Au coin B, Sacha marque aussi 80 cm et 60 cm sur les deux murs, mais il mesure 98 cm entre les deux marques. Le coin B est-il un angle droit ? Justifie.

(c) Au coin C, il marque 1,2 m sur un mur et 50 cm sur l'autre, puis il mesure 1,3 m entre les deux marques. Le coin C est-il un angle droit ? Justifie.

Ex. 30 ★★★ **La bonne longueur, au millimètre près** — Noé et Zoé construisent des triangles. La figure montre le triangle EFG de Noé. Arrondis au centième.



(a) Noé a tracé $EF = 7{,}2$ cm, $EG = 12$ cm et $FG = 9{,}6$ cm. Le triangle EFG est-il rectangle ? Justifie et nomme le sommet de l'angle droit.

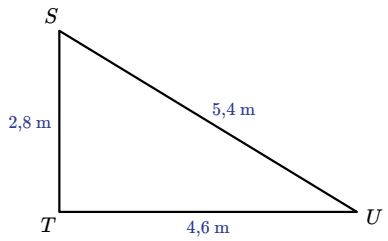
(b) Zoé trace le triangle LMN avec $LM = 7{,}2$ cm, $MN = 9{,}6$ cm et $LN = 6{,}3$ cm. Le triangle LMN est-il rectangle ? Justifie.

Ex. 30 (suite)

(c) Zoé garde $LM = 7{,}2$ cm et $MN = 9{,}6$ cm. Elle veut un triangle LMN rectangle en L. Calcule la valeur exacte de LN, puis une valeur approchée.

(d) Zoé prend pour LN ta valeur approchée au centième. Le triangle obtenu est-il rectangle ? Justifie.

Ex. 31 ★★★ **Les voiles du club de La Rochelle** — Au club de voile de La Rochelle, Maëlle contrôle deux voiles triangulaires. Voile 1 : triangle PQR avec $PQ = 2{,}4$ m, $QR = 4$ m et $PR = 320$ cm. Voile 2 : triangle STU de la figure, avec $ST = 2{,}8$ m, $SU = 5{,}4$ m et $TU = 4{,}6$ m.



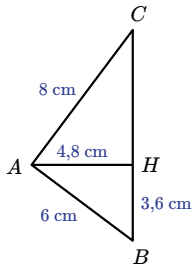
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) La voile 1 est-elle un triangle rectangle ? Justifie et nomme le sommet de l'angle droit.

(b) Calcule l'aire de la voile 1, en m².

(c) Le vendeur affirme : « On voit bien que la voile 2 est rectangle en T. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 32 ★★★ **Deux triangles accolés** — Sur la figure, H est un point du segment [BC]. On donne $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $AH = 4{,}8$ cm et $BH = 3{,}6$ cm. Aucun angle droit n'est codé.



(a) Le triangle ABH est-il rectangle ? Justifie et nomme le sommet de l'angle droit.

(b) Explique pourquoi le triangle AHC est rectangle en H.

(c) Calcule la longueur HC.

(d) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie et nomme le sommet de l'angle droit.

5. *Pythagore dans une figure*

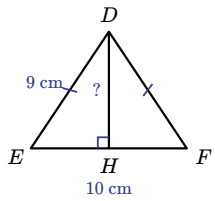
À retenir : Je cherche le triangle rectangle caché et je justifie son angle droit : rectangle (côtés consécutifs), losange (demi-diagonales), triangle isocèle (demi-base). Ex. : losange de diagonales 6 cm et 8 cm → $c^2 = 3^2 + 4^2$. Entre deux calculs, je garde la valeur exacte.

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes — Le bon triangle, les bonnes longueurs** — Pour chaque figure, nomme un triangle rectangle utile et justifie son angle droit. Donne ensuite les longueurs connues de ses côtés et précise lequel est l'hypoténuse. Ne calcule pas encore la longueur cherchée.

(a) RSTU est un rectangle avec RS = 7 cm et ST = 4,5 cm. On cherche la longueur RT de la diagonale.

(b) KLMN est un losange de centre P, avec KM = 24 cm et LN = 10 cm. On cherche le côté KL.

(c) DEF est isocèle en D, avec DE = 9 cm et EF = 10 cm, et H est le pied de la hauteur issue de D. On cherche DH.



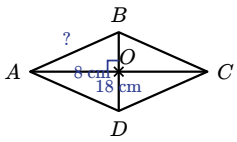
(d) Le triangle ABC est rectangle en A, et [BC] est un diamètre du cercle de centre O et de rayon 4,45 cm. On sait que AB = 3,9 cm. On cherche AC.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes — Calculs directs dans une figure** — Calcule la longueur demandée en justifiant l'angle droit. Quand la racine carrée ne tombe pas juste, donne la valeur exacte puis une valeur approchée. Arrondis au dixième.

(a) EFGH est un rectangle avec EF = 6 cm et FG = 2,5 cm. Calcule la longueur EG de sa diagonale.

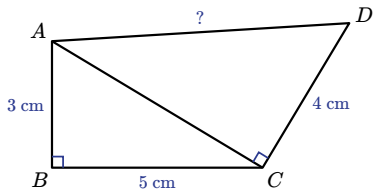
(b) WXYZ est un carré de côté 6 cm. Calcule la longueur WY de sa diagonale.

(c) ABCD est un losange de centre O, avec AC = 18 cm et BD = 8 cm. Calcule son côté AB.



(d) MNP est isocèle en M, avec MN = 5,3 cm et NP = 5,6 cm, et H est le milieu de [NP]. Calcule la hauteur MH.

Ex. 35 ★★☆ **Deux triangles accolés** — Sur la figure, le triangle ABC est rectangle en B et le triangle ACD est rectangle en C. Arrondis au dixième.



(a) Calcule AC^2, puis donne la valeur exacte de AC.

(b) Calcule la valeur exacte de AD, puis une valeur approchée.

(c) Zoé arrondit d'abord AC à 5,8 cm, puis trouve AD ≈ 7,0 cm. A-t-elle raison ? Explique son erreur.

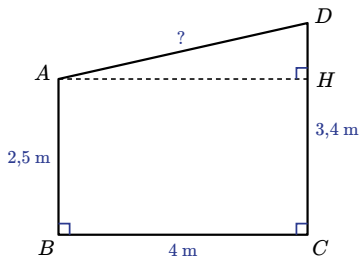
Ex. 36 ★★☆ **Trouve l'erreur de l'élève** — Vérifie le travail de chaque élève. S'il y a une erreur, explique-la, puis refais le calcul correctement. Arrondis au dixième.

(a) IJK est isocèle en I, avec IJ = 3,7 cm et JK = 2,4 cm, et H est le milieu de [JK]. Noah écrit : $IH^2 = 3{,}7^2 - 2{,}4^2 = 7{,}93$, donc IH ≈ 2,8 cm. A-t-il raison ? Justifie.

(b) RSTU est un losange de centre V, avec RT = 14 cm et SU = 4,8 cm. Inès écrit : $RS^2 = 14^2 + 4{,}8^2 = 219{,}04$, donc RS = 14,8 cm. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) PQRS est un rectangle de diagonale PR = 6,1 cm, avec PQ = 6 cm. Tom trouve QR ≈ 8,6 cm. Sans refaire son calcul, explique pourquoi c'est impossible, puis calcule QR.

Ex. 37 ★★☆ **Le toit de l'abri de jardin** — À Annecy, Jules construit un abri de jardin. Sur le schéma de côté, les murs [AB] et [DC] sont verticaux et le sol [BC] est horizontal : AB = 2,5 m, DC = 3,4 m et BC = 4 m. H est le point de [DC] tel que (AH) est perpendiculaire à (DC). Ne mesure pas sur le schéma, calcule.



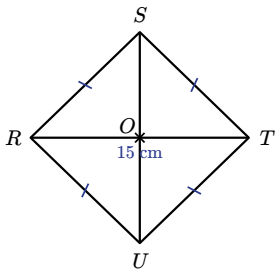
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Explique pourquoi ABCH est un rectangle, puis déduis-en AH et DH.

(b) Calcule la longueur AD du toit.

(c) La toiture est un rectangle dont un côté est [AD] et l'autre mesure 5 m. Calcule son aire.

Ex. 38 ★★★ **Le losange du vitrail** — À Colmar, Maëlle découpe un morceau de verre en forme de losange RSTU de centre O pour un vitrail. Le périmètre de RSTU est 34 cm et sa diagonale RT mesure 15 cm. La figure n'est pas à l'échelle : ne mesure pas, calcule.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la longueur RS d'un côté du losange.

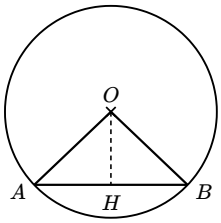
(b) Justifie que le triangle ROS est rectangle en O, puis calcule OS. Déduis-en la longueur SU.

(c) Calcule l'aire du triangle ROS, puis déduis-en l'aire du losange RSTU.

Ex. 38 (suite)

(d) Sur la figure, l'angle $\widehat{RST}$ a l'air droit. Le triangle RST est-il rectangle en S ? Justifie par un calcul.

Ex. 39 ★★★ **Le tunnel pour vélos** — À Lyon, un tunnel pour vélos a une section en forme de cercle de centre O et de diamètre 5,8 m. La route [AB] est horizontale et mesure 4,2 m de large. H est le milieu de [AB]. Arrondis au dixième.



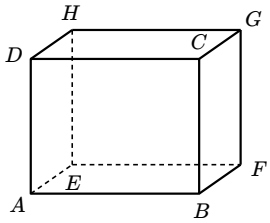
(a) Explique pourquoi le triangle OAB est isocèle en O, puis pourquoi le triangle OAH est rectangle en H.

(b) Donne les longueurs OA et AH, puis calcule OH.

(c) Déduis-en la hauteur maximale du tunnel, mesurée depuis la route.

(d) Un engin d'entretien haut de 4,3 m roule au milieu de la route. Calcule la largeur maximale de son toit horizontal pour qu'il ne touche pas la voûte.

Ex. 40 ★★★ **La canne à pêche dans le carton** — À Rennes, Sacha veut ranger une canne à pêche rigide de 70,6 cm dans un carton en forme de pavé droit ABCDEFGH, en diagonale, de A à G. On a AB = 50 cm, BF = 30 cm et BC = 40 cm. Arrondis au dixième.



(a) Explique pourquoi le triangle ABF est rectangle en B, puis donne la valeur exacte de AF.

(b) Explique pourquoi le triangle AFG est rectangle en F, puis calcule AG^2 en gardant la valeur exacte de AF.

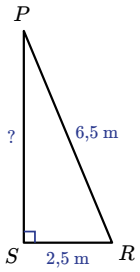
(c) Donne la valeur exacte de AG, puis une valeur approchée de AG.

(d) Lina a arrondi AF à 58 cm et trouve AG ≈ 70,5 cm. Elle dit : « La canne ne rentre pas. » A-t-elle raison ? Justifie.

6. Problèmes

À retenir : Je repère le triangle rectangle (mur vertical et sol horizontal, demi-base d'un isocèle) et j'écris toutes les longueurs dans la même unité : 30 cm = 0,3 m, $0{,}3^2 + 0{,}4^2 = 0{,}25$, donc 0,5 m. L'hypoténuse est le plus long côté : je vérifie.

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : l'échelle contre le mur** — Une échelle [PR] de 6,5 m est posée contre un mur vertical [SP]. Son pied R est sur le sol horizontal, à 2,5 m du pied S du mur.



(a) Explique pourquoi le triangle PSR est rectangle, et précise en quel sommet.

(b) Quel segment est l'hypoténuse du triangle PSR ? Justifie.

(c) Écris l'égalité de Pythagore dans le triangle PSR.

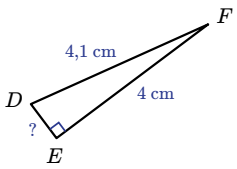
(d) Calcule la hauteur PS à laquelle arrive le haut de l'échelle, puis écris une phrase de conclusion avec l'unité.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : attention aux unités** — Calcule chaque longueur demandée dans l'unité indiquée. Donne la valeur exacte, puis une valeur approchée au centième si elle n'est pas exacte.

(a) Le triangle KLM est rectangle en L, avec $KL = 210$ cm et $LM = 2$ m. Calcule KM en m.

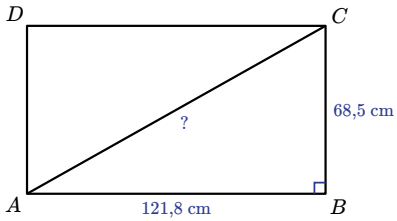
(b) Le triangle RST est rectangle en S, avec $RT = 2{,}5$ m et $RS = 70$ cm. Calcule ST en cm.

(c) Sur la figure, le triangle DEF est rectangle en E, avec $DF = 4{,}1$ cm et $EF = 4$ cm. Calcule DE en mm.



(d) Une rampe de skate monte de 60 cm pour une avancée horizontale de 1 m. Calcule la longueur de la rampe en m.

Ex. 43 ★★☆ **La taille d'un écran** — L'écran rectangulaire ABCD de la télévision d'Inès, à Lyon, mesure $AB = 121{,}8$ cm de large et $BC = 68{,}5$ cm de haut. La taille d'un écran est la longueur de sa diagonale, en pouces, avec 1 pouce = 2,54 cm. Arrondis au dixième.

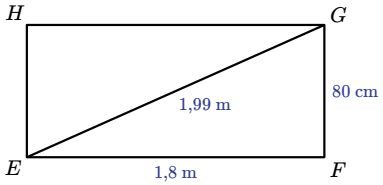


(a) Calcule la longueur de la diagonale AC en cm.

(b) Le vendeur affirme que c'est un écran de 65 pouces. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Inès hésite avec un écran de 50 pouces. De combien de cm sa diagonale est-elle plus courte que celle de son écran actuel ?

Ex. 44 ★★☆ **Le menuisier contrôle ses cadres** — À Nantes, Hugo, menuisier, fabrique un cadre EFGH. Il mesure $EF = 1{,}8$ m, $FG = 80$ cm et la diagonale $EG = 1{,}99$ m. Arrondis au centième de mètre si nécessaire.



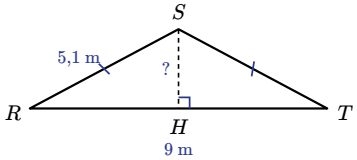
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) L'angle $\widehat{EFG}$ est-il droit ? Justifie.

(b) Pour un deuxième cadre KLMN, il mesure $KL = 1{,}2$ m, $LM = 50$ cm et $KM = 130$ cm. L'angle $\widehat{KLM}$ est-il droit ? Justifie.

(c) Pour le premier cadre, quelle longueur EG Hugo aurait-il dû mesurer pour que l'angle $\widehat{EFG}$ soit droit ?

Ex. 45 ★★☆ **Le pignon du chalet** — Le pignon d'un chalet, à Annecy, est un triangle RST isocèle en S, avec $SR = ST = 5{,}1$ m et $RT = 9$ m. Le segment [SH] est la hauteur issue de S.



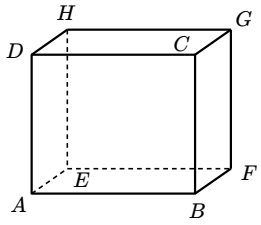
(a) Explique pourquoi le triangle SHR est rectangle en H, puis calcule RH.

(b) Lucas a trouvé $SH \approx 6{,}8$ m. Explique sans calcul pourquoi c'est impossible, puis trouve son erreur.

(c) Calcule la hauteur SH du pignon.

(d) Calcule l'aire du pignon RST.

Ex. 46 ★★★ **Le carton de déménagement** — À Lille, Emma prépare un carton de déménagement. Il a la forme du pavé droit ABCDEFGH, avec $AB = 60$ cm, $BF = 32$ cm et $BC = 51$ cm. Elle veut y ranger une canne à pêche démontée de 0,8 m.



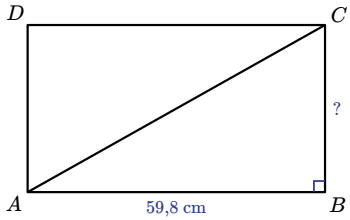
(a) Explique pourquoi le triangle ABF est rectangle en B, puis calcule la longueur AF de la diagonale du fond.

(b) Explique pourquoi le triangle AFG est rectangle en F, puis calcule la longueur AG.

(c) Emma peut-elle poser la canne à plat au fond du carton ? Peut-elle la ranger dans le carton ? Justifie.

(d) Son frère Yanis affirme : « $AG = 60 + 32 + 51 = 143$ cm. » Explique pourquoi c'est impossible, puis trouve son erreur.

Ex. 47 ★★★ **Un écran de 27 pouces dans la niche** — À Rennes, Nadia veut placer un écran d'ordinateur rectangulaire ABCD dans une niche de bibliothèque de 60 cm de large et 35 cm de haut. L'écran est vendu comme un « 27 pouces » : c'est la longueur de sa diagonale [AC], avec 1 pouce = 2,54 cm. Sa largeur est $AB = 59{,}8$ cm. Arrondis au dixième.



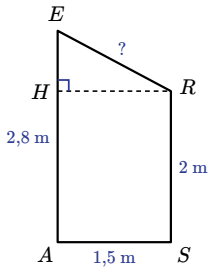
(a) Calcule la longueur de la diagonale AC en cm.

(b) Explique pourquoi le triangle ABC est rectangle en B, puis calcule la hauteur BC de l'écran.

(c) L'écran, sans son pied, entre-t-il dans la niche ? Justifie.

(d) Sur son pied, le bas de l'écran est à 2 cm au-dessus de la tablette. L'écran sur son pied entre-t-il dans la niche ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **L'abri de jardin contre la maison** — À Strasbourg, Théo construit un abri de jardin sur un sol horizontal, contre le mur vertical [AE] de sa maison. On a $AE = 2{,}8$ m et $AS = 1{,}5$ m, et le mur [SR] de l'abri mesure 2 m. H est le point de [AE] tel que $AH = 2$ m. Le chevron [ER] porte le toit.



(a) Pour contrôler son mur, Théo marque M au sol à 90 cm de S et N sur [SR] à 1,2 m de S, puis il mesure $MN = 1{,}5$ m. Fais un schéma. Le mur [SR] est-il vertical ? Justifie.

(b) Explique pourquoi le triangle EHR est rectangle en H, puis calcule EH.

(c) Calcule la longueur ER du chevron.

(d) Le chevron doit dépasser de 25 cm au-delà de R. Théo a une planche de 1,90 m. Est-elle assez longue ? Justifie.