1. *Repérer l'hypoténuse et écrire l'égalité*

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : où est l'hypoténuse ?**

(a) L'angle droit est en S. L'hypoténuse est le côté opposé à S : c'est [RT], le seul côté dont le nom ne contient pas la lettre S.

(b) Le sommet de l'angle droit est la lettre du milieu de $\widehat{NOD}$: le triangle est rectangle en O. L'hypoténuse est le côté opposé à O, c'est [ND]. Ici, elle est verticale.

(c) Le triangle EFG est rectangle en E. Les côtés de l'angle droit sont les deux côtés qui contiennent la lettre E : [EF] et [EG]. L'hypoténuse est [FG].

(d) Non. L'angle droit est en X, donc l'hypoténuse est le côté opposé à X : c'est [WY]. [WX] est un côté de l'angle droit, même s'il est en bas.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : carrés et racines carrées**

(a) $7^2 = 7 \times 7 = 49$ et $2 \times 7 = 14$: un carré n'est pas un double.

(b) $0{,}2^2 = 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04$ (et non 0,4).

(c) $5^2 = 5 \times 5 = 25$. Lina a calculé 5×2, c'est-à-dire le double de 5.

(d) 1,6 est positif et son carré vaut 2,56, donc $\sqrt{2{,}56} = 1{,}6$.

(e) $(3+5)^2 = 8^2 = 64$ et $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$. Les deux résultats sont différents : $(3+5)^2 \neq 3^2 + 5^2$.

(f) $0{,}7^2 = 0{,}49$, donc c'est 0,7 : $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$.

Ex. 3 ★☆☆ **Écrire l'égalité de Pythagore**

(a) L'hypoténuse est [DF], le côté opposé à E, donc $DF^2 = ED^2 + EF^2$.

(b) L'hypoténuse est [ZB], le côté opposé à U, donc $ZB^2 = UZ^2 + UB^2$.

(c) La lettre du milieu est G : le triangle est rectangle en G. L'hypoténuse est [HI], donc $HI^2 = GH^2 + GI^2$.

(d) L'angle droit est en A, en haut de la figure. L'hypoténuse est [CP], donc $CP^2 = AC^2 + AP^2$.

(e) L'égalité porte sur les carrés des longueurs, pas sur les longueurs : $LT^2 = IL^2 + IT^2$.

Ex. 4 ★★☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Faux. Le triangle est rectangle en N, donc l'hypoténuse est [MP], le côté opposé à N. Le théorème de Pythagore donne $MP^2 = NM^2 + NP^2$.

(b) Faux. Le triangle GHJ est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $GJ^2 = HG^2 + HJ^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$, donc $GJ = \sqrt{36} = 6$ cm, et non 8,4 cm.

(c) Faux. On ne peut utiliser le théorème de Pythagore que si le triangle est rectangle. Sans angle droit (codé, annoncé ou démontré), on n'écrit pas cette égalité.

(d) Faux. Le triangle est rectangle en V, donc l'hypoténuse est [WX], et c'est elle le plus long côté. D'après le théorème de Pythagore : $WX^2 = VX^2 + VW^2 = 36 + 16 = 52$. Comme $52 > 36$, on a $WX > VX$.

Ex. 5 ★★☆ **Trois triangles rectangles dans une figure**

(a) ABC est rectangle en A, ABH est rectangle en H et ACH est rectangle en H.

(b) Le triangle ABH est rectangle en H. L'hypoténuse est donc [AB], et non [BH] qui est en bas : $AB^2 = HA^2 + HB^2$.

(c) Le triangle ABC est rectangle en A. L'hypoténuse est donc [BC] : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

(d) Le triangle ABH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2{,}4^2 + 1{,}8^2 = 5{,}76 + 3{,}24 = 9$.
Donc $AB = \sqrt{9} = 3$ cm.

Ex. 6 ★★★ **Rectangle et triangle accolé : deux hypoténuses**

(a) RSTU est un rectangle, donc le triangle RST est rectangle en S. L'hypoténuse est le côté opposé à S : c'est [RT]. L'égalité de Pythagore s'écrit $RT^2 = RS^2 + ST^2$.

(b) Le triangle RST est rectangle en S, donc d'après le théorème de Pythagore : $RT^2 = RS^2 + ST^2 = 6^2 + 2{,}5^2 = 36 + 6{,}25 = 42{,}25$, donc $RT = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$ cm.

(c) Non. Le triangle RTV est rectangle en T, et [RT] contient la lettre T : c'est un côté de l'angle droit. L'hypoténuse est le côté opposé à T, donc [RV], et $RV^2 = RT^2 + TV^2$.

Ex. 6 **(suite)**

(d) Le triangle RTV est rectangle en T, donc d'après le théorème de Pythagore : $RV^2 = RT^2 + TV^2 = 6{,}5^2 + 2{,}6^2 = 42{,}25 + 6{,}76 = 49{,}01$, donc $RV = \sqrt{49{,}01}$ cm (valeur exacte) et $RV \approx 7{,}0$ cm.

(e) Non. $7^2 = 49$ alors que $RV^2 = 49{,}01$: comme $49 \neq 49{,}01$, RV n'est pas égal à 7 cm. 7,0 cm n'est qu'une valeur approchée au dixième de $\sqrt{49{,}01}$.

Ex. 7 ★★★ **Corrige la copie de Maël**

(a) Faux. L'angle droit est codé en A, la lettre du milieu de l'angle $\widehat{VAN}$: le triangle VAN est rectangle en A.

(b) Faux. L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, qu'il soit horizontal ou non : c'est [VN], le seul côté dont le nom ne contient pas la lettre A. [AN] est un côté de l'angle droit.

(c) Faux. L'égalité $VN^2 = AV^2 + AN^2$ est juste, mais le calcul est faux : un carré n'est pas un double. $2{,}8^2 = 2{,}8 \times 2{,}8 = 7{,}84$ et $4{,}5^2 = 20{,}25$, donc $VN^2 = 7{,}84 + 20{,}25 = 28{,}09$.

(d) Dans un triangle, chaque côté est plus court que la somme des deux autres, donc VN $< 2{,}8 + 4{,}5 = 7{,}3$ cm : VN $= 7{,}3$ cm est impossible. Le triangle VAN est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore : $VN^2 = AV^2 + AN^2 = 28{,}09$, donc $VN = \sqrt{28{,}09} = 5{,}3$ cm.

Ex. 8 ★★★ **Randonnée : le retour à vol d'oiseau**

(a) Le triangle DCL est rectangle en C. L'hypoténuse est le côté opposé à C : c'est [DL]. L'égalité de Pythagore s'écrit $DL^2 = DC^2 + CL^2$.

(b) [DL] est l'hypoténuse, c'est donc le plus long côté du triangle DCL : DL $>$ DC $= 4$ km. Or $3{,}8$ km < 4 km, donc DL $= 3{,}8$ km est impossible.

(c) Le triangle DCL est rectangle en C, donc d'après le théorème de Pythagore : $DL^2 = DC^2 + CL^2 = 4^2 + 0{,}9^2 = 16 + 0{,}81 = 16{,}81$ (et non $16 + 8{,}1$), donc $DL = \sqrt{16{,}81} = 4{,}1$ km.

(d) $4 + 0{,}9 + 4{,}1 = 9$: la boucle mesure 9 km.

(e) Non. Aucun angle droit n'est codé en F ni annoncé dans l'énoncé : « avoir l'air droit » ne suffit pas. Sans triangle rectangle, on ne peut pas utiliser le théorème de Pythagore ni écrire cette égalité.

2. *Calculer l'hypoténuse*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : carrés et racines carrées**

(a) $2{,}5^2 = 2{,}5 \times 2{,}5 = 6{,}25$
(et non 5, ni 4,25).

(b) $0{,}7^2 = 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$
(et non 4,9, ni 1,4).

(c) $11^2 = 121$, donc $DF = \sqrt{121} = 11$ cm
(et non 121 cm : on n'oublie pas la racine carrée).

(d) $YZ = \sqrt{53}$ cm : c'est la valeur exacte
(et non 53 cm).

(e) $7^2 = 49$ et $8^2 = 64$. Comme $49 < 53 < 64$, $\sqrt{53}$ est compris entre 7 et 8
(la calculatrice donne $\sqrt{53} \approx 7{,}28$).

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : des hypoténuses qui tombent juste**

(a) $GI^2 = GH^2 + HI^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc $GI = \sqrt{100} = 10$ cm.

(b) Le triangle NPQ est rectangle en Q, donc d'après le théorème de Pythagore : $NP^2 = NQ^2 + PQ^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, donc $NP = \sqrt{169} = 13$ m.

(c) Le triangle RST est rectangle en S, donc d'après le théorème de Pythagore : $RT^2 = RS^2 + ST^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2 = 5{,}76 + 10{,}24 = 16$, donc $RT = \sqrt{16} = 4$ cm.

(d) Le triangle est rectangle, donc d'après le théorème de Pythagore, le carré de l'hypoténuse vaut $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$. L'hypoténuse mesure donc $\sqrt{289} = 17$ cm.

Ex. 11 ★★☆ **Valeur exacte, valeur approchée**

(a) Le triangle KLM est rectangle en L, donc d'après le théorème de Pythagore : $KM^2 = KL^2 + LM^2 = 3{,}6^2 + 2{,}3^2 = 12{,}96 + 5{,}29 = 18{,}25$.

(b) Valeur exacte : $KM = \sqrt{18{,}25}$ cm. La calculatrice affiche 4,272…, donc $KM \approx 4{,}3$ cm.

(c) Lucas calcule $13 + 5 = 18$, puis $\sqrt{18} \approx 4{,}2$ cm. Il a tort : il a arrondi trop tôt. On n'arrondit ni les carrés ni la somme, seulement le résultat final : $KM \approx 4{,}3$ cm.

(d) $4{,}3 > 3{,}6$ et $4{,}3 < 3{,}6 + 2{,}3 = 5{,}9$: le résultat est cohérent.

Ex. 12 ★★☆ L'équerre de Hugo

(a) 95 mm = 9,5 cm. Dans l'égalité de Pythagore, toutes les longueurs doivent être dans la même unité.

(b) Le triangle PQR est rectangle en Q, donc d'après le théorème de Pythagore : $PR^2 = PQ^2 + QR^2 = 12^2 + 9{,}5^2 = 144 + 90{,}25 = 234{,}25$, donc $PR = \sqrt{234{,}25} \approx 15{,}3$ cm.

(c) Tom a mélangé les cm et les mm. L'hypoténuse doit être plus courte que la somme des deux autres côtés : PQ + QR = 12 + 9,5 = 21,5 cm. Une longueur de 95,8 cm est donc impossible.

Ex. 13 ★★☆ Trouve l'erreur

(a) Non : Inès additionne les longueurs au lieu des carrés. D'ailleurs, l'hypoténuse doit être plus courte que VW + WX = 7,3 cm, donc VX ne peut pas valoir 7,3 cm.

(b) VX est l'hypoténuse, donc il faut additionner les carrés : $VX^2 = VW^2 + WX^2$. En soustrayant, Malo obtient un nombre plus petit que $4{,}5^2$, donc une longueur plus petite que WX = 4,5 cm. Or l'hypoténuse est le plus long côté.

(c) Le triangle VWX est rectangle en W, donc d'après le théorème de Pythagore : $VX^2 = VW^2 + WX^2 = 2{,}8^2 + 4{,}5^2 = 7{,}84 + 20{,}25 = 28{,}09$, donc $VX = \sqrt{28{,}09} = 5{,}3$ cm. Contrôle : $4{,}5 < 5{,}3 < 7{,}3$.

Ex. 14 ★★★ Deux triangles accolés

(a) Le triangle UVW est rectangle en V, donc d'après le théorème de Pythagore : $UW^2 = UV^2 + VW^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$. La valeur exacte est $UW = \sqrt{13}$ cm. La calculatrice affiche 3,605…, donc $UW \approx 3{,}6$ cm au dixième.

(b) Le triangle UWZ est rectangle en W, donc son hypoténuse est [UZ], le côté opposé à l'angle droit. D'après le théorème de Pythagore : $UZ^2 = UW^2 + WZ^2 = 13 + 6^2 = 13 + 36 = 49$.
Donc $UZ = \sqrt{49} = 7$ cm. Le résultat est exact.

(c) Lou calcule $3{,}6^2 + 6^2 = 12{,}96 + 36 = 48{,}96$, puis $\sqrt{48{,}96} = 6{,}997\ldots$ Elle ne trouve pas exactement 7 cm. En arrondissant UW trop tôt, elle a introduit une erreur que les calculs suivants ont gardée. On garde donc la valeur exacte ($UW^2 = 13$) jusqu'au bout, et on arrondit seulement le résultat final.

(d) $UZ = 7$ cm. On a $7 > 6$ (WZ) et $7 > 3{,}6$ (UW). On a aussi $UW + WZ \approx 3{,}6 + 6 = 9{,}6$ cm, et $7 < 9{,}6$. Le contrôle est bon.

Ex. 15 ★★★ La baguette dans le carton

(a) BF = 0,2 m = 20 cm. Le triangle ABF est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore : $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 48^2 + 20^2 = 2\,304 + 400 = 2\,704$.
Donc $AF = \sqrt{2\,704} = 52$ cm.

(b) L'arête [FG] est verticale, donc perpendiculaire au fond ABFE. Elle est donc perpendiculaire à la droite (AF), et le triangle AFG est rectangle en F. D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AF^2 + FG^2 = 52^2 + 39^2 = 2\,704 + 1\,521 = 4\,225$.
Donc $AG = \sqrt{4\,225} = 65$ cm.

(c) La plus grande longueur au fond est la diagonale AF = 52 cm, et $52 < 60$: Nadia ne peut pas poser la baguette à plat. La diagonale du carton mesure AG = 65 cm, et $65 > 60$: elle peut la ranger en diagonale.

(d) Dans le triangle AFG, l'hypoténuse AG est plus courte que la somme des deux autres côtés : AF + FG = 52 + 39 = 91 cm. Or $107 > 91$, donc c'est impossible. Son frère a additionné les longueurs, alors qu'il faut additionner les carrés puis prendre la racine carrée : AG = 65 cm.

Ex. 16 ★★★ Le cerf-volant de Yanis

(a) Les baguettes [RT] et [SU] sont perpendiculaires en O, donc le triangle ROS est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore : $RS^2 = OR^2 + OS^2 = 20^2 + 30^2 = 400 + 900 = 1\,300$. La valeur exacte est $RS = \sqrt{1\,300}$ cm. La calculatrice affiche 36,05…, donc $RS \approx 36{,}1$ cm.

(b) L'hypoténuse ST doit être plus longue que OT = 0,55 m = 55 cm, or $30{,}0 < 55$: c'est impossible. Yanis n'a pas converti dans la même unité. Le triangle OST est rectangle en O, donc d'après le théorème de Pythagore : $ST^2 = OS^2 + OT^2 = 30^2 + 55^2 = 900 + 3\,025 = 3\,925$.
Donc $ST = \sqrt{3\,925}$ cm, soit $ST \approx 62{,}6$ cm.

(c) Les baguettes sont perpendiculaires en O, donc les triangles ROU et TOU sont rectangles en O. Comme O est le milieu de [SU], OU = OS = 30 cm. D'après le théorème de Pythagore : $RU^2 = OR^2 + OU^2 = 20^2 + 30^2 = 1\,300 = RS^2$, donc RU = RS. De même, $TU^2 = OT^2 + OU^2 = 55^2 + 30^2 = 3\,925 = ST^2$, donc TU = TS. Le périmètre vaut $2 \times \sqrt{1\,300} + 2 \times \sqrt{3\,925}$. La calculatrice affiche 197,41…, donc le périmètre mesure environ 197,4 cm.

(d) 2 m = 200 cm, et $197{,}4 < 200$. Yanis a assez de ruban : il lui en reste environ 2,6 cm.

3. Calculer un côté de l'angle droit

Ex. 17 ★☆☆ **Repérer l'hypoténuse avant de soustraire**

(a) L'hypoténuse est [KM] (en face de l'angle droit en L). D'après le théorème de Pythagore : $KM^2 = KL^2 + LM^2$, donc $KL^2 = KM^2 - LM^2$.

(b) L'hypoténuse est [GN], le côté opposé à l'angle droit en H. D'après le théorème de Pythagore : $GN^2 = GH^2 + HN^2$, donc $GH^2 = GN^2 - HN^2 = 49 - 9 = 40$.

(c) L'hypoténuse est [XY] (en face de Z), même si elle est en haut de la figure. $XY^2 = XZ^2 + YZ^2$, donc $XZ^2 = XY^2 - YZ^2$.

(d) Faux. Le triangle est rectangle en B, donc l'hypoténuse est [AC] : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $BC^2 = AC^2 - AB^2$. On commence toujours par le carré de l'hypoténuse.

Ex. 18 ★☆☆ **Calcul mental d'un côté de l'angle droit**

(a) L'hypoténuse est [EG]. $FG^2 = EG^2 - EF^2 = 100 - 36 = 64$, donc $FG = \sqrt{64} = 8$ cm.

(b) L'hypoténuse est [KL] (en face de J), même si elle est donnée en second. $JL^2 = KL^2 - JK^2 = 225 - 81 = 144$, donc $JL = \sqrt{144} = 12$ cm.

(c) L'hypoténuse est [MN]. $MP^2 = MN^2 - NP^2 = 169 - 144 = 25$, donc $MP = 5$ m.

(d) L'hypoténuse est [VX]. $WX^2 = VX^2 - VW^2 = 0{,}25 - 0{,}09 = 0{,}16$, donc $WX = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4$ m.

Ex. 19 ★☆☆ **Valeur exacte et valeur approchée**

(a) L'angle droit est en Q, donc l'hypoténuse est [PR], le côté vertical de la figure.

(b) D'après le théorème de Pythagore : $PR^2 = PQ^2 + QR^2$, donc $PQ^2 = PR^2 - QR^2 = 81 - 16 = 65$.

(c) $PQ = \sqrt{65}$ cm.

(d) $PQ \approx 8{,}1$ cm. C'est bien plus court que l'hypoténuse (9 cm).

Ex. 20 ★★☆ **L'erreur de Léa**

(a) L'angle droit est en T, donc [SU] est l'hypoténuse, le plus long côté : $SU = 6{,}5$ cm. Or Léa trouve $ST \approx 7{,}0$ cm, plus long que l'hypoténuse : c'est impossible.

Ex. 20 (suite)

(b) Sa conversion est juste (25 mm = 2,5 cm), mais elle a additionné les carrés. Pour un côté de l'angle droit, il faut soustraire.

(c) Le triangle STU est rectangle en T, donc d'après le théorème de Pythagore : $SU^2 = ST^2 + TU^2$, donc $ST^2 = SU^2 - TU^2 = 42{,}25 - 6{,}25 = 36$ et $ST = \sqrt{36} = 6$ cm.

Ex. 21 ★★☆ **L'échelle contre le mur**

(a) Le mur est perpendiculaire au sol, donc le triangle MPE est rectangle en P. L'hypoténuse est le côté opposé à P : c'est [ME], l'échelle.

(b) D'après le théorème de Pythagore : $ME^2 = PM^2 + PE^2$, donc $PM^2 = ME^2 - PE^2 = 16{,}81 - 0{,}81 = 16$ et $PM = \sqrt{16} = 4$ m.

(c) L'échelle mesure toujours 4,1 m. $PM^2 = 4{,}1^2 - 1{,}6^2 = 16{,}81 - 2{,}56 = 14{,}25$, donc $PM = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}8$ m.

Ex. 22 ★★★ **Deux triangles accolés**

(a) Le triangle ABH est rectangle en H, donc son hypoténuse est [AB]. D'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = AH^2 + BH^2$, donc $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 1{,}4^2 = 25 - 1{,}96 = 23{,}04$.
Donc $AH = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$ cm.

(b) On convertit : $AC = 80$ mm $= 8$ cm. Le triangle ACH est rectangle en H, donc son hypoténuse est [AC]. D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AH^2 + HC^2$, donc $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 8^2 - 4{,}8^2 = 64 - 23{,}04 = 40{,}96$.
Donc $HC = \sqrt{40{,}96} = 6{,}4$ cm.

(c) H est sur le segment [BC], donc $BC = BH + HC = 1{,}4 + 6{,}4 = 7{,}8$ cm.

(d) Le plus grand côté de ABC est [AC] (8 cm), pas [BC] (7,8 cm). D'une part, $AC^2 = 8^2 = 64$. D'autre part, $AB^2 + BC^2 = 5^2 + 7{,}8^2 = 25 + 60{,}84 = 85{,}84$. Comme $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$, d'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

Ex. 23 ★★★ **Le cerf-volant d'Inès**

(a) L'hypoténuse du triangle MPK, rectangle en P, est [MK] (50 m). Tom a soustrait dans le mauvais ordre : $32^2 - 50^2 = 1\,024 - 2\,500 = -1\,476$. Il faut écrire le carré de l'hypoténuse en premier : $PK^2 = MK^2 - MP^2$.

Ex. 23 **(suite)**

(b) Le triangle MPK est rectangle en P, donc d'après le théorème de Pythagore : $MK^2 = MP^2 + PK^2$, donc $PK^2 = 50^2 - 32^2 = 2\,500 - 1\,024 = 1\,476$. Valeur exacte : $PK = \sqrt{1\,476}$ m ; valeur approchée : $PK \approx 38{,}4$ m.

(c) Hauteur du cerf-volant : $\sqrt{1\,476} + 1{,}2 \approx 39{,}6$ m au-dessus du sol.

(d) On a un nouveau triangle rectangle, d'hypoténuse le fil (50 m) et de côté vertical 30 m. D'après le théorème de Pythagore : $d^2 = 50^2 - 30^2 = 2\,500 - 900 = 1\,600$, donc $d = \sqrt{1\,600} = 40$ m. On vérifie : 40 m est bien plus court que le fil (50 m).

Ex. 24 ★★★ **Les diagonales d'un losange**

(a) Les diagonales sont perpendiculaires, donc le triangle EOF est rectangle en O ; son hypoténuse est [EF], le côté opposé à l'angle droit. O est le milieu de [EG], donc $EO = 7{,}2 \div 2 = 3{,}6$ cm.

(b) Nina a soustrait les longueurs au lieu de soustraire leurs carrés. Le triangle EOF est rectangle en O, donc d'après le théorème de Pythagore : $EF^2 = EO^2 + OF^2$, donc $OF^2 = EF^2 - EO^2 = 3{,}9^2 - 3{,}6^2 = 15{,}21 - 12{,}96 = 2{,}25$.
Donc $OF = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$ cm.

(c) O est le milieu de [FH], donc $FH = 2 \times OF = 2 \times 1{,}5 = 3$ cm.

(d) Les quatre triangles rectangles sont identiques à EOF. Aire de EOF : $3{,}6 \times 1{,}5 \div 2 = 2{,}7$ cm². Aire du losange : $4 \times 2{,}7 = 10{,}8$ cm².

4. *Le triangle est-il rectangle ?*

Ex. 25 ★☆☆ **Le bon côté, le bon sommet**

(a) Le plus grand côté est [ST] : il n'est pas écrit en dernier. On teste $ST^2 = RS^2 + RT^2$. Le sommet de l'angle droit serait R, celui qui n'est pas sur [ST].

(b) Le plus grand côté est [KM] (5,8 cm), le côté vertical. On teste $KM^2 = KL^2 + LM^2$. Le sommet de l'angle droit serait L.

(c) Le plus grand côté est [VW] (2,5 m). On teste $VW^2 = UW^2 + UV^2$. Le sommet de l'angle droit serait U.

Ex. 25 **(suite)**

(d) Le plus grand côté est [DF] (6 cm). On teste $DF^2 = DE^2 + EF^2$. Le sommet de l'angle droit serait E.

Ex. 26 ★☆☆ **D'une part, d'autre part**

(a) Le plus grand côté est [BC]. D'une part : $BC^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$. D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 1{,}5^2 + 2^2 = 2{,}25 + 4 = 6{,}25$. On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

(b) Le plus grand côté est [EF], même s'il est écrit en premier. D'une part : $EF^2 = 20^2 = 400$. D'autre part : $FG^2 + EG^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$. On a $EF^2 = FG^2 + EG^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en G.

(c) Le plus grand côté est [XZ]. D'une part : $XZ^2 = 9^2 = 81$. D'autre part : $XY^2 + YZ^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$. On a $XZ^2 \neq XY^2 + YZ^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle XYZ n'est pas rectangle.

(d) Le plus grand côté est [QS]. D'une part : $QS^2 = 5{,}3^2 = 28{,}09$. D'autre part : $QR^2 + RS^2 = 2{,}8^2 + 4{,}5^2 = 7{,}84 + 20{,}25 = 28{,}09$. On a $QS^2 = QR^2 + RS^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle QRS est rectangle en R.

Ex. 27 ★★☆ **Ça se voit… vraiment ?**

(a) D'une part : $CT^2 = 6^2 = 36$. D'autre part : $JC^2 + JT^2 = 4^2 + 4{,}5^2 = 16 + 20{,}25 = 36{,}25$.

(b) Le plus grand côté est [CT] et $36 \neq 36{,}25$, donc $CT^2 \neq JC^2 + JT^2$. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle CJT n'est pas rectangle, même si les deux nombres sont proches.

(c) Une mesure sur un dessin n'est jamais parfaitement précise : l'angle en J mesure presque 90°, mais pas exactement. Seul le calcul avec les longueurs permet de conclure, et ici il montre que le triangle n'est pas rectangle.

Ex. 28 ★★☆ **Deux copies à corriger**

(a) Inès n'a pas pris le plus grand côté : c'est [MN] (6,5 cm), et non [MP]. D'une part : $MN^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$. D'autre part : $MP^2 + NP^2 = 2{,}5^2 + 6^2 = 6{,}25 + 36 = 42{,}25$. On a $MN^2 = MP^2 + NP^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en P.

(b) Non. Tom a écrit l'égalité avant de la vérifier, puis il a conclu avec des valeurs approchées. Le plus grand côté est [GJ]. D'une part : $GJ^2 = 11{,}5^2 = 132{,}25$. D'autre part : $GH^2 + HJ^2 = 6{,}9^2 + 9{,}1^2 = 47{,}61 + 82{,}81 = 130{,}42$. On a $GJ^2 \neq GH^2 + HJ^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle GHJ n'est pas rectangle.

Ex. 29 ★★☆ **Les coins de l'abri de jardin**

(a) Le plus grand côté du triangle AMN est [MN]. D'une part : $MN^2 = 100^2 = 10\,000$. D'autre part : $AM^2 + AN^2 = 80^2 + 60^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000$. On a $MN^2 = AM^2 + AN^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AMN est rectangle en A : le coin A est un angle droit.

(b) Le plus grand côté mesure 98 cm. D'une part : $98^2 = 9\,604$. D'autre part : $80^2 + 60^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000$. Comme $9\,604 \neq 10\,000$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle : le coin B n'est pas un angle droit.

(c) On convertit d'abord en cm : 1,2 m = 120 cm et 1,3 m = 130 cm. Le plus grand côté mesure 130 cm. D'une part : $130^2 = 16\,900$. D'autre part : $120^2 + 50^2 = 14\,400 + 2\,500 = 16\,900$. Il y a égalité, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en C : le coin C est un angle droit.

Ex. 30 ★★★ **La bonne longueur, au millimètre près**

(a) Le plus grand côté est [EG]. D'une part : $EG^2 = 12^2 = 144$. D'autre part : $EF^2 + FG^2 = 7{,}2^2 + 9{,}6^2 = 51{,}84 + 92{,}16 = 144$. On a $EG^2 = EF^2 + FG^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F, le sommet qui n'est pas sur [EG].

(b) Le plus grand côté est [MN]. D'une part : $MN^2 = 9{,}6^2 = 92{,}16$. D'autre part : $LM^2 + LN^2 = 7{,}2^2 + 6{,}3^2 = 51{,}84 + 39{,}69 = 91{,}53$. On a $MN^2 \neq LM^2 + LN^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle LMN n'est pas rectangle.

Ex. 30 (suite)

(c) Le triangle LMN est rectangle en L, donc d'après le théorème de Pythagore : $MN^2 = LM^2 + LN^2$, d'où $LN^2 = 9{,}6^2 - 7{,}2^2 = 92{,}16 - 51{,}84 = 40{,}32$. Donc $LN = \sqrt{40{,}32}$ cm (valeur exacte) et $LN \approx 6{,}35$ cm. Remarque : 6,3 cm n'était qu'une valeur arrondie au dixième.

(d) Le plus grand côté mesure 9,6 cm. D'une part : $9{,}6^2 = 92{,}16$. D'autre part : $7{,}2^2 + 6{,}35^2 = 51{,}84 + 40{,}3225 = 92{,}1625$. On a $92{,}1625 \neq 92{,}16$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, ce triangle n'est pas rectangle. Une valeur approchée ne donne pas un triangle exactement rectangle : la longueur juste est $\sqrt{40{,}32}$ cm.

Ex. 31 ★★★ **Les voiles du club de La Rochelle**

(a) On convertit : $PR = 320$ cm $= 3{,}2$ m. Le plus grand côté est [QR]. D'une part : $QR^2 = 4^2 = 16$. D'autre part : $PQ^2 + PR^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2 = 5{,}76 + 10{,}24 = 16$. On a $QR^2 = PQ^2 + PR^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle PQR est rectangle en P.

(b) Le triangle PQR est rectangle en P, donc [PQ] et [PR] sont les côtés de l'angle droit. Aire $= \frac{2{,}4 \times 3{,}2}{2} = 3{,}84$ m².

(c) Non. Le plus grand côté est [SU]. D'une part : $SU^2 = 5{,}4^2 = 29{,}16$. D'autre part : $ST^2 + TU^2 = 2{,}8^2 + 4{,}6^2 = 7{,}84 + 21{,}16 = 29$. On a $SU^2 \neq ST^2 + TU^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, la voile STU n'est pas rectangle. Les deux nombres sont proches, mais cela ne suffit pas. Et la figure n'est pas à l'échelle : on ne peut pas se fier à ce qu'on voit.

Ex. 32 ★★★ **Deux triangles accolés**

(a) Le plus grand côté est [AB]. D'une part : $AB^2 = 6^2 = 36$. D'autre part : $AH^2 + BH^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$. On a $AB^2 = AH^2 + BH^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABH est rectangle en H.

(b) Les points B, H et C sont alignés et l'angle $\widehat{AHB}$ est droit, donc l'angle $\widehat{AHC}$ est droit aussi. Le triangle AHC est donc rectangle en H.

(c) Le triangle AHC est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AH^2 + HC^2$, d'où $HC^2 = 8^2 - 4{,}8^2 = 64 - 23{,}04 = 40{,}96$, donc $HC = \sqrt{40{,}96} = 6{,}4$ cm.

Ex. 32 **(suite)**

(d) H est sur [BC], donc $BC = BH + HC = 3{,}6 + 6{,}4 = 10$ cm. Le plus grand côté est [BC]. D'une part : $BC^2 = 10^2 = 100$. D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

5. *Pythagore dans une figure*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes — Le bon triangle, les bonnes longueurs**

(a) Le triangle RST est rectangle en S, car un rectangle a quatre angles droits. Côtés de l'angle droit : RS = 7 cm et ST = 4,5 cm ; [RT] est l'hypoténuse.

(b) Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, donc le triangle KPL est rectangle en P. KP $= 24 \div 2 = 12$ cm et PL $= 10 \div 2 = 5$ cm sont les côtés de l'angle droit ; [KL] est l'hypoténuse.

(c) Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal coupe la base en son milieu, à angle droit : le triangle DHE est rectangle en H. EH $= 10 \div 2 = 5$ cm est un côté de l'angle droit, et [DE] est l'hypoténuse : DE = 9 cm.

(d) Le triangle ABC est rectangle en A. Son hypoténuse est le diamètre [BC], donc BC $= 2 \times 4{,}45 = 8{,}9$ cm. Côté de l'angle droit connu : AB = 3,9 cm ; on cherche l'autre côté de l'angle droit, AC.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes — Calculs directs dans une figure**

(a) Le triangle EFG est rectangle en F (angle d'un rectangle), donc d'après le théorème de Pythagore : $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 6^2 + 2{,}5^2 = 36 + 6{,}25 = 42{,}25$, donc EG $= \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$ cm.

(b) Le triangle WXY est rectangle en X (angle d'un carré), donc d'après le théorème de Pythagore : $WY^2 = WX^2 + XY^2 = 6^2 + 6^2 = 72$, donc WY $= \sqrt{72} \approx 8{,}5$ cm.

(c) Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu : OA = 9 cm, OB = 4 cm et AOB est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 81 + 16 = 97$, donc AB $= \sqrt{97} \approx 9{,}8$ cm.

Ex. 34 **(suite)**

(d) La hauteur issue de M coupe la base en son milieu, à angle droit : NH $= 5{,}6 \div 2 = 2{,}8$ cm et MHN est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore : $MH^2 = MN^2 - NH^2 = 28{,}09 - 7{,}84 = 20{,}25$, donc MH $= \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ cm.

Ex. 35 ★★☆ **Deux triangles accolés**

(a) Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, donc AC $= \sqrt{34}$ cm (valeur exacte).

(b) Le triangle ACD est rectangle en C, donc d'après le théorème de Pythagore : $AD^2 = AC^2 + CD^2 = 34 + 4^2 = 34 + 16 = 50$, donc AD $= \sqrt{50} \approx 7{,}1$ cm.

(c) Non. $5{,}8^2 = 33{,}64$ et non 34 : Zoé calcule $AD^2 = 33{,}64 + 16 = 49{,}64$, ce qui donne $\sqrt{49{,}64} \approx 7{,}0$ cm. Arrondir au milieu du calcul fausse le résultat : il faut garder $AC^2 = 34$ et on trouve AD $\approx 7{,}1$ cm.

Ex. 36 ★★☆ **Trouve l'erreur de l'élève**

(a) Non : Noah a pris la base entière au lieu de la demi-base. La hauteur issue de I coupe [JK] en son milieu, à angle droit : JH $= 2{,}4 \div 2 = 1{,}2$ cm et IHJ est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore : $IH^2 = IJ^2 - JH^2 = 13{,}69 - 1{,}44 = 12{,}25$, donc IH $= \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ cm.

(b) Non : Inès a pris les diagonales entières au lieu des demi-diagonales. Les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en V : RV = 7 cm, SV = 2,4 cm, et RVS est rectangle en V. D'après le théorème de Pythagore : $RS^2 = RV^2 + SV^2 = 49 + 5{,}76 = 54{,}76$, donc RS $= \sqrt{54{,}76} = 7{,}4$ cm.

(c) C'est impossible : le triangle PQR est rectangle en Q (angle du rectangle), donc [PR] est son hypoténuse, le plus long côté, et QR $< 6{,}1$ cm. Tom a additionné les carrés au lieu de les soustraire. D'après le théorème de Pythagore : $QR^2 = PR^2 - PQ^2 = 37{,}21 - 36 = 1{,}21$, donc QR $= \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$ cm.

Ex. 37 ★★☆ **Le toit de l'abri de jardin**

(a) ABCH a trois angles droits (en B, en C et en H), donc c'est un rectangle. Ses côtés opposés ont la même longueur : AH = BC = 4 m et CH = AB = 2,5 m, donc DH = DC − CH $= 3{,}4 - 2{,}5 = 0{,}9$ m.

(b) Le triangle AHD est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $AD^2 = AH^2 + DH^2 = 4^2 + 0{,}9^2 = 16 + 0{,}81 = 16{,}81$, donc AD $= \sqrt{16{,}81} = 4{,}1$ m.

Ex. 37 **(suite)**

(c) Aire de la toiture : $4{,}1 \times 5 = 20{,}5$ m².

Ex. 38 ★★★ **Le losange du vitrail**

(a) Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur, donc RS $= 34 \div 4 = 8{,}5$ cm.

(b) Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu : le triangle ROS est donc rectangle en O, et OR $= 15 \div 2 = 7{,}5$ cm. D'après le théorème de Pythagore : $RS^2 = OR^2 + OS^2$, donc $OS^2 = 8{,}5^2 - 7{,}5^2 = 72{,}25 - 56{,}25 = 16$, d'où OS $= \sqrt{16} = 4$ cm. O est le milieu de [SU], donc SU $= 2 \times 4 = 8$ cm.

(c) Aire de ROS : $7{,}5 \times 4 \div 2 = 15$ cm². Les diagonales découpent le losange en 4 triangles rectangles identiques à ROS, donc l'aire de RSTU vaut $4 \times 15 = 60$ cm².

(d) Le plus grand côté de RST est [RT]. D'une part, $RT^2 = 15^2 = 225$. D'autre part, $RS^2 + ST^2 = 8{,}5^2 + 8{,}5^2 = 72{,}25 + 72{,}25 = 144{,}5$. Comme $RT^2 \neq RS^2 + ST^2$, d'après le théorème de Pythagore, le triangle RST n'est pas rectangle. La figure trompe : elle n'est pas à l'échelle.

Ex. 39 ★★★ **Le tunnel pour vélos**

(a) OA = OB, car ce sont deux rayons du cercle : le triangle OAB est donc isocèle en O. Dans un triangle isocèle, la droite qui joint le sommet principal au milieu de la base est la hauteur, qui est aussi la médiatrice de la base : (OH) est perpendiculaire à (AB), donc le triangle OAH est rectangle en H.

(b) OA est un rayon : OA $= 5{,}8 \div 2 = 2{,}9$ m. H est le milieu de [AB] : AH $= 4{,}2 \div 2 = 2{,}1$ m. Le triangle OAH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $OA^2 = OH^2 + AH^2$, donc $OH^2 = 2{,}9^2 - 2{,}1^2 = 8{,}41 - 4{,}41 = 4$, d'où OH $= \sqrt{4} = 2$ m.

(c) Le point le plus haut de la voûte est à un rayon au-dessus de O. La hauteur maximale est donc $2 + 2{,}9 = 4{,}9$ m.

(d) Le toit de l'engin est à $4{,}3 - 2 = 2{,}3$ m au-dessus de O. Soit K le point de l'axe vertical du tunnel à cette hauteur, et P un coin du toit posé contre la voûte : OP $= 2{,}9$ m (rayon). Le toit est horizontal et l'axe est vertical, donc le triangle OKP est rectangle en K. D'après le théorème de Pythagore : $KP^2 = OP^2 - OK^2 = 8{,}41 - 5{,}29 = 3{,}12$, donc KP $= \sqrt{3{,}12}$ m. La largeur maximale est $2 \times \sqrt{3{,}12} \approx 3{,}5$ m.

Ex. 40 ★★★ **La canne à pêche dans le carton**

(a) La face du dessous ABFE d'un pavé droit est un rectangle, donc le triangle ABF est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore : $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 50^2 + 30^2 = 2\,500 + 900 = 3\,400$, donc AF $= \sqrt{3\,400}$ cm (valeur exacte).

(b) L'arête [FG] est verticale : elle est perpendiculaire à la face du dessous ABFE, donc à la droite (AF). Le triangle AFG est donc rectangle en F, avec FG = BC $= 40$ cm. D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AF^2 + FG^2 = 3\,400 + 40^2 = 3\,400 + 1\,600 = 5\,000$.

(c) AG $= \sqrt{5\,000}$ cm (valeur exacte), donc AG $\approx 70{,}7$ cm.

(d) Lina a arrondi au milieu du calcul : $58^2 + 40^2 = 3\,364 + 1\,600 = 4\,964$ et $\sqrt{4\,964} \approx 70{,}5$ cm, ce qui est trop petit. Avec la valeur exacte, AG $= \sqrt{5\,000} \approx 70{,}7$ cm, et $70{,}7 > 70{,}6$: la canne rentre. Lina a tort.

6. *Problèmes*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : l'échelle contre le mur**

(a) Le mur est vertical et le sol est horizontal : ils sont perpendiculaires.
Donc le triangle PSR est rectangle en S.

(b) L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit en S : c'est [PR], l'échelle. C'est bien le plus long côté.

(c) Le triangle PSR est rectangle en S, donc d'après le théorème de Pythagore : $PR^2 = PS^2 + SR^2$.

(d) $PS^2 = PR^2 - SR^2 = 6{,}5^2 - 2{,}5^2 = 42{,}25 - 6{,}25 = 36$, donc $PS = \sqrt{36} = 6$ m. Le haut de l'échelle est à 6 m du sol.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : attention aux unités**

(a) $KL = 210$ cm $= 2{,}1$ m. Le triangle KLM est rectangle en L, donc d'après le théorème de Pythagore : $KM^2 = KL^2 + LM^2 = 2{,}1^2 + 2^2 = 4{,}41 + 4 = 8{,}41$, donc $KM = \sqrt{8{,}41} = 2{,}9$ m.

(b) $RT = 2{,}5$ m $= 250$ cm. Le triangle RST est rectangle en S, d'hypoténuse [RT], donc d'après le théorème de Pythagore : $RT^2 = RS^2 + ST^2$, d'où $ST^2 = 250^2 - 70^2 = 62\,500 - 4\,900 = 57\,600$, donc $ST = \sqrt{57\,600} = 240$ cm.

Ex. 42 **(suite)**

(c) Sur la figure, l'angle droit est codé en E : l'hypoténuse est [DF], le côté opposé à l'angle droit. Le triangle DEF est rectangle en E, donc d'après le théorème de Pythagore : $DF^2 = DE^2 + EF^2$, d'où $DE^2 = 4{,}1^2 - 4^2 = 16{,}81 - 16 = 0{,}81$, donc $DE = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ cm $= 9$ mm.

(d) Le sol est horizontal et la hauteur est verticale : la rampe est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 m et 60 cm $= 0{,}6$ m. D'après le théorème de Pythagore : longueur$^2 = 1^2 + 0{,}6^2 = 1 + 0{,}36 = 1{,}36$, donc longueur $= \sqrt{1{,}36}$ m (valeur exacte) $\approx 1{,}17$ m. La rampe mesure environ 1,17 m.

Ex. 43 ★★☆ **La taille d'un écran**

(a) ABCD est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 121{,}8^2 + 68{,}5^2 = 14\,835{,}24 + 4\,692{,}25 = 19\,527{,}49$, donc $AC = \sqrt{19\,527{,}49} \approx 139{,}7$ cm.

(b) $139{,}7 \div 2{,}54 \approx 55{,}0$. La diagonale mesure environ 55 pouces : le vendeur a tort, ce n'est pas un écran de 65 pouces.

(c) $50 \times 2{,}54 = 127$ cm, et $139{,}7 - 127 = 12{,}7$. La diagonale de l'écran de 50 pouces est plus courte d'environ 12,7 cm.

Ex. 44 ★★☆ **Le menuisier contrôle ses cadres**

(a) $FG = 80$ cm $= 0{,}8$ m. Dans le triangle EFG, le plus grand côté est [EG]. D'une part, $EG^2 = 1{,}99^2 = 3{,}9601$. D'autre part, $EF^2 + FG^2 = 1{,}8^2 + 0{,}8^2 = 3{,}24 + 0{,}64 = 3{,}88$.
Donc $EG^2 \neq EF^2 + FG^2$: d'après le théorème de Pythagore, le triangle EFG n'est pas rectangle. L'angle $\widehat{EFG}$ n'est pas droit.

(b) $LM = 50$ cm $= 0{,}5$ m et $KM = 130$ cm $= 1{,}3$ m. Le plus grand côté est [KM]. D'une part, $KM^2 = 1{,}3^2 = 1{,}69$. D'autre part, $KL^2 + LM^2 = 1{,}2^2 + 0{,}5^2 = 1{,}44 + 0{,}25 = 1{,}69$.
Donc $KM^2 = KL^2 + LM^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle KLM est rectangle en L. L'angle $\widehat{KLM}$ est droit.

(c) Si EFG était rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore : $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 3{,}88$, donc $EG = \sqrt{3{,}88} \approx 1{,}97$ m. Hugo aurait dû mesurer une diagonale d'environ 1,97 m.

Ex. 45 ★★☆ **Le pignon du chalet**

(a) Dans un triangle isocèle en S, la hauteur issue de S est la médiatrice de la base [RT] : elle coupe [RT] en son milieu H, à angle droit.
Donc SHR est rectangle en H et $RH = 9 \div 2 = 4{,}5$ m.

(b) Dans le triangle SHR rectangle en H, l'hypoténuse [SR] est le plus long côté : SH doit être inférieur à $SR = 5{,}1$ m, donc 6,8 m est impossible. Lucas a additionné au lieu de soustraire : $5{,}1^2 + 4{,}5^2 = 46{,}26$ et $\sqrt{46{,}26} \approx 6{,}8$.

(c) Le triangle SHR est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore : $SR^2 = SH^2 + RH^2$, d'où $SH^2 = 5{,}1^2 - 4{,}5^2 = 26{,}01 - 20{,}25 = 5{,}76$, donc $SH = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ m. Le pignon mesure 2,4 m de haut.

(d) Aire de RST $= RT \times SH \div 2 = 9 \times 2{,}4 \div 2 = 10{,}8$ m^2. Le pignon a une aire de 10,8 m^2.

Ex. 46 ★★★ **Le carton de déménagement**

(a) ABFE est une face du pavé droit, c'est donc un rectangle, et le triangle ABF est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore : $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 60^2 + 32^2 = 3\,600 + 1\,024 = 4\,624$, donc $AF = \sqrt{4\,624} = 68$ cm. La diagonale du fond mesure 68 cm.

(b) L'arête [FG] est verticale et le fond ABFE est horizontal : [FG] est perpendiculaire à la droite (AF) du fond. Le triangle AFG est donc rectangle en F, avec $FG = BC = 51$ cm. D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AF^2 + FG^2 = 68^2 + 51^2 = 4\,624 + 2\,601 = 7\,225$, donc $AG = \sqrt{7\,225} = 85$ cm. La grande diagonale du carton mesure 85 cm.

(c) 0,8 m $= 80$ cm. À plat, la plus grande longueur au fond du carton est la diagonale $AF = 68$ cm. Or $80 > 68$, donc la canne ne tient pas à plat. En biais, de A à G, on a $AG = 85$ cm. Or $80 < 85$, donc Emma peut ranger sa canne le long de la diagonale [AG].

(d) Dans le triangle AFG rectangle en F, l'hypoténuse AG est plus courte que le chemin de A à G qui passe par F : $AG < AF + FG = 68 + 51 = 119$ cm, donc 143 cm est impossible. Yanis a additionné les longueurs au lieu de leurs carrés et n'a pas pris de racine carrée. Il fallait appliquer deux fois le théorème de Pythagore, ce qui donne $AG = 85$ cm.

Ex. 47 ★★★ **Un écran de 27 pouces dans la niche**

(a) $27 \times 2{,}54 = 68{,}58$, donc la diagonale de l'écran mesure $AC = 68{,}58$ cm.

Ex. 47 **(suite)**

(b) ABCD est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B, et son hypoténuse est [AC]. D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 68{,}58^2 - 59{,}8^2 = 4\,703{,}2164 - 3\,576{,}04 = 1\,127{,}1764$, donc $BC = \sqrt{1\,127{,}1764} \approx 33{,}6$ cm. L'écran mesure environ 33,6 cm de haut.

(c) Largeur : 59,8 cm $<$ 60 cm. Hauteur : 33,6 cm $<$ 35 cm. L'écran entre dans la niche, mais avec seulement 2 mm de marge en largeur.

(d) Avec le pied, le haut de l'écran est à $33{,}6 + 2 = 35{,}6$ cm de la tablette. Or $35{,}6 > 35$: l'écran sur son pied n'entre pas dans la niche. Nadia doit retirer le pied.

Ex. 48 ★★★ **L'abri de jardin contre la maison**

(a) Dans le triangle SMN, le plus grand côté est [MN]. En mètres : $MN^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25$ et $SM^2 + SN^2 = 0{,}9^2 + 1{,}2^2 = 0{,}81 + 1{,}44 = 2{,}25$.
Donc $MN^2 = SM^2 + SN^2$, et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle SMN est rectangle en S. Le mur [SR] est perpendiculaire au sol horizontal : il est bien vertical.

(b) Les murs [AE] et [SR] sont perpendiculaires au sol, donc ils sont parallèles. De plus, $AH = SR = 2$ m et l'angle $\widehat{HAS}$ est droit, donc AHRS est un rectangle. La droite (HR) est donc perpendiculaire à (AE), et le triangle EHR est rectangle en H. On a $EH = AE - AH = 2{,}8 - 2 = 0{,}8$ m.

(c) Le triangle EHR est rectangle en H, son hypoténuse est [ER], et $HR = AS = 1{,}5$ m (AHRS est un rectangle). D'après le théorème de Pythagore : $ER^2 = EH^2 + HR^2 = 0{,}8^2 + 1{,}5^2 = 0{,}64 + 2{,}25 = 2{,}89$, donc $ER = \sqrt{2{,}89} = 1{,}7$ m. Entre E et R, le chevron mesure 1,7 m.

(d) 25 cm = 0,25 m, donc il faut une planche de $1{,}7 + 0{,}25 = 1{,}95$ m. Or $1{,}95 > 1{,}90$: la planche de Théo est trop courte de 5 cm.