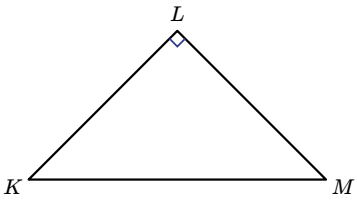
49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 4e : Pythagore et sa réciproque, rédaction

À retenir : Hypoténuse = côté opposé à l'angle droit : j'additionne les carrés ; côté de l'angle droit : je soustrais, puis je prends $\sqrt{\ }$ ($BC^2 = 41$ donc $BC = \sqrt{41}$).
Réciproque : deux calculs séparés, puis je compare ; s'ils diffèrent, c'est la contraposée.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : repérer l'hypoténuse** — Réponds sans calculatrice.



(a) Sur la figure, le triangle KLM est rectangle en L. Nomme son hypoténuse.

(b) Écris l'égalité de Pythagore dans le triangle KLM.

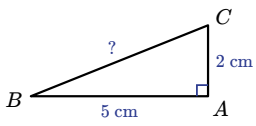
(c) Le triangle DEF est rectangle en F. Écris l'égalité de Pythagore qui donne DE^2.

(d) Le triangle GHI est rectangle en G. Écris l'égalité qui permet de calculer GI^2 quand on connaît GH et HI.

(e) Calcule $0{,}3^2$ et $1{,}5^2$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : calculer une longueur** — Donne la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième si elle n'est pas décimale.

(a) Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 5$ cm et $AC = 2$ cm. Calcule BC.



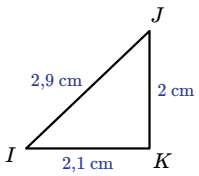
(b) Le triangle NOP est rectangle en O, avec $NP = 2{,}5$ cm et $NO = 0{,}7$ cm. Calcule OP.

(c) Le triangle XYZ est rectangle en Y, avec $XY = 45$ mm et $YZ = 6$ cm. Calcule XZ en cm.

(d) Un carré a pour côté 3 cm. Calcule sa diagonale d.

Ex. 3 ★★☆ **Rectangle ou pas ? Rédiger la réciproque** — Pour chaque triangle, fais deux calculs séparés, compare, puis conclus en nommant le théorème utilisé.

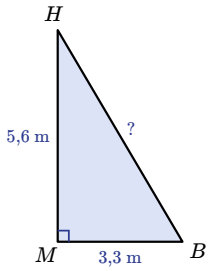
(a) Le triangle IJK a pour côtés $IJ = 2{,}9$ cm, $JK = 2$ cm et $IK = 2{,}1$ cm. Est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?



(b) Le triangle LMN a pour côtés $LM = 5$ cm, $MN = 8$ cm et $LN = 9{,}4$ cm. Est-il rectangle ? Justifie.

(c) Théo mesure un triangle de côtés 3 cm, 9 cm et 9,5 cm. Il écrit : « $9{,}5^2 \approx 90$ et $3^2 + 9^2 = 90$, donc le triangle est rectangle. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **La voile de Maëlle, à Lorient** — La voile triangulaire du dériveur de Maëlle est fixée au mât $[MH]$, vertical, et à la bôme $[MB]$, horizontale : le triangle HMB est rectangle en M. Elle mesure $MH = 5{,}6$ m et $MB = 3{,}3$ m. Arrondis au dixième si nécessaire.

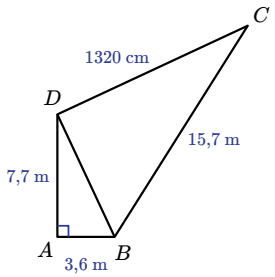


(a) Calcule la longueur HB du troisième côté de la voile.

(b) Yanis affirme : « Pas besoin de Pythagore, $HB = 3{,}3 + 5{,}6 = 8{,}9$ m. » Explique son erreur.

(c) Maëlle commande une deuxième voile RST, rectangle en S, avec $RT = 7{,}3$ m et $ST = 2{,}7$ m le long de la bôme. Calcule RS, le côté fixé au mât.

Ex. 5 ★★★ **Le jardin de Nadia, à Angers** — Le jardin de Nadia a la forme du quadrilatère $ABCD$. Le triangle ABD est rectangle en A. On donne $AB = 3{,}6$ m, $AD = 7{,}7$ m, $BC = 15{,}7$ m et $DC = 1\,320$ cm. La figure n'est pas à l'échelle.



La figure n'est pas à l'échelle.

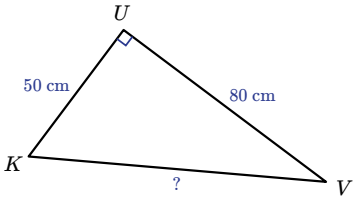
(a) Calcule la longueur BD.

(b) Léo affirme : « Dans le triangle BCD, le plus long côté est $[DC]$, car $1\,320 > 15{,}7$. » Explique son erreur.

(c) Le triangle BCD est-il rectangle ? Justifie.

(d) Calcule l'aire du jardin $ABCD$.

Ex. 6 ★★★ **Les supports d'étagère de Sacha, à Besançon** — Sacha est menuisier et fabrique des supports d'étagère triangulaires. Le premier support est le triangle KUV rectangle en U, avec $KU = 50$ cm et $UV = 80$ cm. Arrondis au dixième.

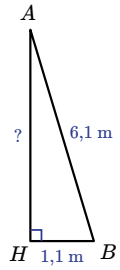


(a) Calcule la longueur KV : donne la valeur exacte, puis l'arrondi.

(b) Sacha coupe une planche à la longueur arrondie trouvée à la question précédente. Il l'assemble avec deux planches de 50 cm et de 80 cm. Le triangle obtenu est-il rectangle ? Justifie.

(c) Il fabrique ensuite un petit support XYZ rectangle en Y, avec $XZ = 0{,}65$ m et $XY = 25$ cm. Calcule YZ.

Ex. 7 ★★★ **L'échelle d'Alix, pompière à Grenoble** — Pendant un exercice, Alix appuie une échelle $[AB]$ de 6,1 m contre un mur vertical $[AH]$. Le sol est horizontal et le pied B de l'échelle est à 1,1 m du pied H du mur. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis au centimètre.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Hugo écrit : « $AH^2 = 6{,}1^2 + 1{,}1^2 = 38{,}42$, donc $AH \approx 6{,}20$ m ». Explique son erreur sans refaire le calcul juste.

(b) Calcule la hauteur AH atteinte par le haut de l'échelle.

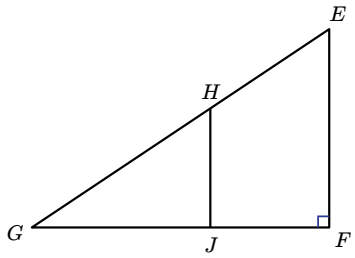
(c) Alix éloigne le pied de l'échelle jusqu'au point B' du sol, et le haut de l'échelle descend de 0,3 m. Calcule la nouvelle distance HB'.

(d) Max affirme : « Le haut est descendu de 0,3 m, donc le pied s'est éloigné de 0,3 m. » A-t-il raison ? Justifie.

2. *Choisir le bon théorème*

À retenir : Lis la figure avant de calculer : angle droit codé, donné ou démontré → Pythagore ou trigonométrie ; parallèles prouvées → Thalès. Rien ne se lit à l'œil. Ex. : $(d) \perp (AB)$ et $(d') \perp (AB)$, donc $(d) \parallel (d')$.

Ex. 8 ★★★ **Automatismes : quel outil pour quelle question ?** — Sur la figure, le triangle EFG est rectangle en F, H est sur $[EG]$, J est sur $[FG]$ et $(HJ) \parallel (EF)$. Pour chaque question, nomme l'outil et justifie ton choix en une phrase. Ne calcule pas.



(a) On connaît EF et FG. Quel outil te permet de calculer EG ?

(b) On connaît FG et la mesure de $\widehat{EGF}$. Quel outil te permet de calculer EF ?

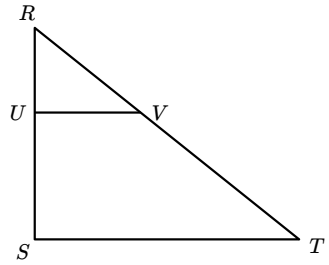
(c) On connaît FG et EG. Quel outil te permet de calculer la mesure de $\widehat{FGE}$?

(d) On connaît GJ, GF et EF. Quel outil te permet de calculer HJ ?

Ex. 8 (suite)

e Imagine qu'on ne sache pas que $(HJ) \parallel (EF)$, mais qu'on connaisse GH, GE, GJ et GF. Quel outil permet de savoir si ces droites sont parallèles ?

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ? Ne lis rien à l'œil** — Sur la figure, U est sur $[RS]$ et V est sur $[RT]$. Aucun angle droit et aucune droite parallèle ne sont codés. Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.



La figure n'est pas à l'échelle.

a « Le triangle RST est rectangle en S : cela se voit sur la figure. »

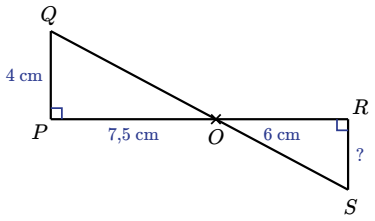
b « Si $RS = 8{,}4$ cm, $ST = 3{,}5$ cm et $RT = 9{,}1$ cm, alors le triangle RST est rectangle en S. »

c « (UV) a l'air parallèle à (ST), donc on peut calculer UV avec le théorème de Thalès. »

d « Dans un triangle DEF sans angle droit, on connaît $DE = 6{,}8$ cm et $\widehat{DEF} = 58°$. On peut calculer EF avec $\cos(\widehat{DEF})$. »

e « Si $(UV) \perp (RS)$ et $(ST) \perp (RS)$, alors on peut appliquer le théorème de Thalès dans le triangle RST. »

Ex. 10 ★★☆ **Prouver les parallèles avant d'utiliser Thalès** — Sur la figure, les points P, O, R sont alignés, ainsi que les points Q, O, S. On donne $OP = 7{,}5$ cm, $PQ = 4$ cm et $OR = 6$ cm. Arrondis l'angle au degré.



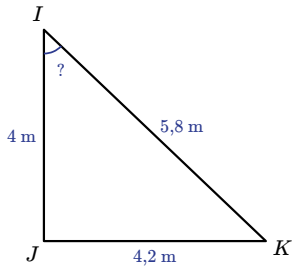
a Démontre que les droites (PQ) et (RS) sont parallèles.

b Calcule la longueur OQ.

c Calcule la longueur RS.

d Calcule la mesure de l'angle $\widehat{POQ}$.

Ex. 11 ★★☆ **La voile du dériveur : rectangle d'abord, angles ensuite** — La voile triangulaire d'un dériveur, sur le lac d'Annecy, a pour côtés $IJ = 4$ m, $JK = 4{,}2$ m et $IK = 5{,}8$ m. Aucun angle droit n'est donné. Arrondis les angles au degré.



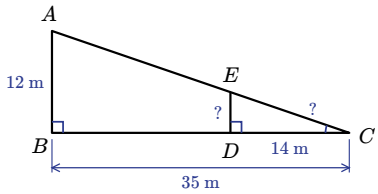
La figure n'est pas à l'échelle.

a Démontre que la voile IJK est un triangle rectangle.

b Calcule la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$.

c Pour l'angle $\widehat{IKJ}$, Inès écrit $\sin(\widehat{IKJ}) = \frac{JK}{IK}$. Corrige son erreur, puis calcule $\widehat{IKJ}$.

Ex. 12 ★★★ **La tyrolienne du parc d'aventure** — Près de Millau, le câble [AC] d'une tyrolienne part du haut A d'une tour [AB] et arrive au sol en C. Un piquet [DE] soutient le câble. Les points B, D, C sont alignés au sol, $(AB) \perp (BC)$ et $(DE) \perp (BC)$. On donne $AB = 12$ m, $BC = 35$ m et $DC = 14$ m. Arrondis les angles au degré.



a Démontre que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

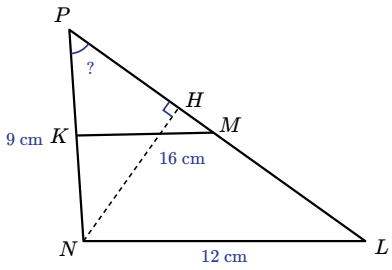
b Calcule la longueur AC du câble. Justifie en une phrase le choix de l'outil.

c Calcule la hauteur DE du piquet.

d Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ que fait le câble avec le sol.

e Nour écrit : « Dans le triangle CDE, $CE^2 = CD^2 - DE^2$. » Explique son erreur, puis calcule CE.

Ex. 13 ★★★ **Une figure qui trompe l'œil** — La figure n'est pas à l'échelle. Le triangle PNL a pour côtés $PN = 9$ cm, $NL = 12$ cm et $PL = 16$ cm. K est sur [PN] avec $PK = 4{,}5$ cm, et M est sur [PL] avec $PM = 7{,}8$ cm. Arrondis les angles au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

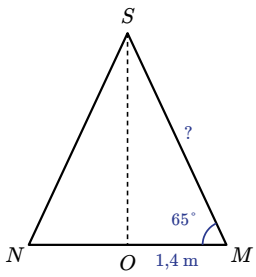
(a) Le triangle PNL a l'air rectangle en N. Démontre qu'il ne l'est pas.

(b) Yanis écrit : « $\cos(\widehat{NPL}) = \frac{PN}{PL} = \frac{9}{16}$, donc $\widehat{NPL} \approx 56°$. » Explique pourquoi sa méthode est fausse.

(c) Théo affirme : « K est le milieu de [PN], donc $(KM) \parallel (NL)$. » Démontre que (KM) et (NL) ne sont pas parallèles, puis explique son erreur.

(d) H est le point de [PL] tel que $(NH) \perp (PL)$, et $NH = 6{,}68$ cm. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{NPL}$.

Ex. 14 ★★★ **Le tipi de la colonie** — Dans une colonie du Vercors, un tipi a la forme d'un cône de révolution. Son sommet est S et sa base est un disque posé au sol, de centre O et de rayon $OM = 1{,}4$ m. La toile [SM] fait avec le sol un angle $\widehat{SMO} = 65°$. La figure montre une coupe du tipi. Arrondis les longueurs au centimètre.



(a) Aucun angle droit n'est codé. Explique pourquoi le triangle SOM est rectangle en O.

(b) Calcule la longueur SM de la génératrice.

(c) Lou a obtenu $SM \approx -2{,}49$ m. Explique pourquoi ce résultat est impossible, et quel réglage de la calculatrice est en cause.

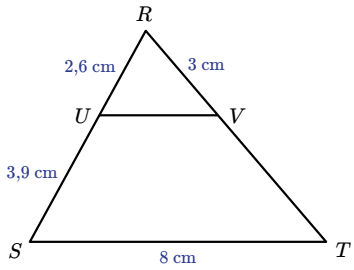
(d) Calcule la hauteur SO du tipi.

(e) Malo mesure 1,75 m. Debout à 0,6 m du centre O, sa tête touche-t-elle la toile ? Justifie.

3. *Thalès et sa réciproque dans une figure de brevet*

À retenir : Thalès : je pars du point commun, petit triangle en haut : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$; MB n'y entre pas. Réciproque : même ordre des points, rapports exacts ($2 \times 15 = 5 \times 6$) ; rapports différents → contraposée.

Ex. 15 ★★★ **Automatismes : Thalès dans des triangles emboîtés** — Les points R, U, S sont alignés, ainsi que R, V, T, et $(UV) \parallel (ST)$. On donne $RU = 2{,}6$ cm, $US = 3{,}9$ cm, $RV = 3$ cm et $ST = 8$ cm.



(a) Calcule la longueur RS.

(b) Calcule le rapport de réduction $k = \frac{RU}{RS}$, qui fait passer du triangle RST au triangle RUV.

(c) Calcule la longueur RT.

(d) Calcule la longueur UV.

(e) Déduis-en la longueur VT.

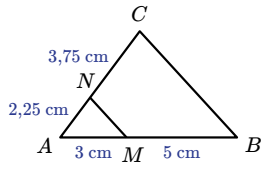
Ex. 16 ★★★ **Automatismes : parallèles ou pas ?** — Les points A, M, B sont alignés, ainsi que les points A, N, C. Dans chaque cas, dis si les droites (MN) et (BC) sont parallèles et justifie.

(a) $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 4$ cm, $AB = 9$ cm, $AN = 6$ cm et $AC = 13{,}5$ cm.

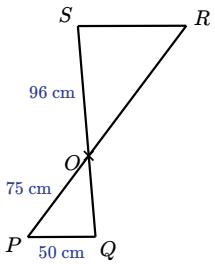
(b) $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 2{,}2$ cm, $AB = 6{,}6$ cm, $AN = 1{,}9$ cm et $AC = 5{,}8$ cm. Léo arrondit les deux rapports au dixième, trouve 0,3 et conclut que les droites sont parallèles.

(c) Les points M, A, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que N, A, C, avec $AM = 2{,}7$ cm, $AB = 4{,}5$ cm, $AN = 3{,}3$ cm et $AC = 5{,}5$ cm.

(d) Sur la figure, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 3$ cm, $MB = 5$ cm, $AN = 2{,}25$ cm et $NC = 3{,}75$ cm.



Ex. 17 ★★☆ **Le support pliant en X** — Un support pliant est formé de deux barres $[PR]$ et $[QS]$ qui se croisent en O ; les traverses $[PQ]$ et $[RS]$ sont parallèles. On donne $PR = 1{,}95$ m, $OP = 75$ cm, $OS = 96$ cm et $PQ = 50$ cm. Donne les longueurs en mètres.



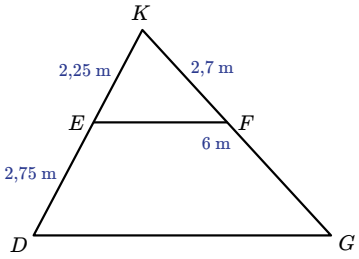
(a) Calcule la longueur OR.

(b) Calcule la longueur OQ.

(c) Calcule la longueur de la traverse $[RS]$.

(d) Nour écrit $\frac{OP}{PR} = \frac{OQ}{QS}$. Explique son erreur.

Ex. 18 ★★☆ **La charpente de l'abri de jardin** — Ben fait poser la charpente d'un abri de jardin. Les points K, E, D sont alignés dans cet ordre, ainsi que K, F, G. On donne $KE = 2{,}25$ m, $ED = 2{,}75$ m, $KF = 2{,}7$ m et $KG = 6$ m.



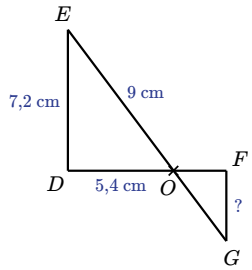
(a) Calcule la longueur KD.

(b) Montre que la traverse (EF) est parallèle à la poutre (DG).

(c) Jules mesure $EF = 2{,}88$ m et $DG = 6{,}4$ m. Il écrit : « $\frac{EF}{DG} = \frac{KE}{KD}$, donc $(EF) \parallel (DG)$. » Explique pourquoi sa justification ne convient pas.

(d) Le charpentier déplace la traverse : F reste sur $[KG]$, mais avec $KF = 2{,}5$ m, et E ne bouge pas. Les droites (EF) et (DG) sont-elles encore parallèles ? Justifie.

Ex. 19 ★★★ **Papillon et angle droit caché** — La figure n'est pas à l'échelle. Les points D, O, F sont alignés dans cet ordre, ainsi que E, O, G, et $(DE) \parallel (FG)$. On donne $OD = 5{,}4$ cm, $DE = 7{,}2$ cm, $OE = 9$ cm et $DF = 8{,}1$ cm.



La figure n'est pas à l'échelle.

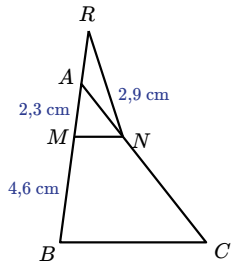
(a) Démontre que le triangle ODE est rectangle en D.

(b) Calcule la longueur FG.

(c) Démontre que le triangle OFG est rectangle en F.

(d) Calcule la longueur EG.

Ex. 20 ★★★ **Parallèles : les rapports ne suffisent pas toujours** — La figure n'est pas à l'échelle. $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, avec $AM = 2{,}3$ cm, $MB = 4{,}6$ cm, $AN = 2{,}9$ cm, $AC = 8{,}7$ cm et $BC = 6{,}3$ cm. Le point R est sur la droite (AB), avec A entre R et B, et $AR = 2{,}3$ cm.



La figure n'est pas à l'échelle.

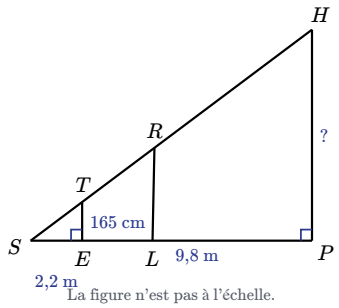
(a) Calcule la longueur AB.

(b) Démontre que $(MN) \parallel (BC)$.

(c) Calcule le rapport de réduction k du triangle ABC au triangle AMN, puis la longueur MN.

(d) Inès affirme : « $\frac{AR}{AB} = \frac{AN}{AC}$, donc $(RN) \parallel (BC)$. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **L'ombre du mât et le lampadaire** — À Vannes, Maëlle ($[ET]$, 165 cm) et un mât $[PH]$ sont verticaux sur un sol horizontal ; leurs ombres se terminent en S. Les points S, E, P sont alignés, ainsi que S, T, H, avec $SE = 2{,}2$ m et $EP = 9{,}8$ m. Un lampadaire $[LR]$ a $L \in [SP]$, $R \in [SH]$, $SL = 5{,}2$ m et $SR = 6{,}6$ m.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Hugo écrit $\frac{2{,}2}{9{,}8} = \frac{1{,}65}{PH}$ et trouve $PH \approx 7{,}4$ m. Explique son erreur.

(b) Calcule la hauteur PH du mât.

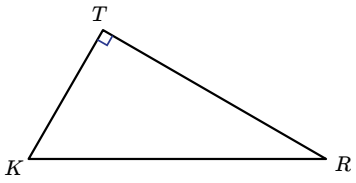
(c) Calcule la longueur SH.

(d) Le lampadaire $[LR]$ est-il vertical ? Justifie.

4. *Trigonométrie : longueur ou angle*

À retenir : Je nomme les côtés par rapport à l'angle ; cherché en haut : je multiplie, en bas : je divise ($\sin(30°) = \frac{6}{x}$ donc $x = \frac{6}{\sin(30°)} = 12$). Angle : touche inverse en degrés ; cos et sin entre 0 et 1 ; autre angle = $90° - \alpha$; pente en % = tan $\times 100$.

Ex. 22 ★☆☆ **Nommer les côtés avant de choisir le rapport** — Le triangle KTR est rectangle en T.



(a) Quelle est l'hypoténuse du triangle KTR ?

(b) Par rapport à l'angle $\widehat{KRT}$, quel est le côté adjacent ? Quel est le côté opposé ?

(c) Par rapport à l'angle $\widehat{TKR}$, quel est le côté adjacent ? Quel est le côté opposé ?

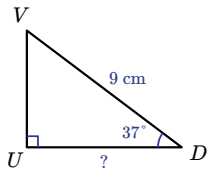
(d) On connaît KR = 6 cm et TR = 5,2 cm, et on cherche l'angle $\widehat{TKR}$. Quel rapport utilises-tu ? Écris-le en fraction irréductible.

(e) On connaît KT et l'angle $\widehat{KRT}$; on cherche TR. Quel rapport utilises-tu ? Écris l'égalité.

(f) Ali affirme : « [KR] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{KRT}$, car il passe par R. » A-t-il raison ? Justifie.

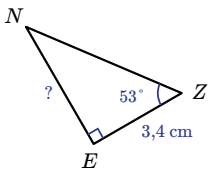
Ex. 23 ★☆☆ **Longueur : multiplier ou diviser ?** — Arrondis au dixième.

(a) Le triangle DUV est rectangle en U, avec $\widehat{UDV} = 37°$ et DV = 9 cm. Calcule DU.

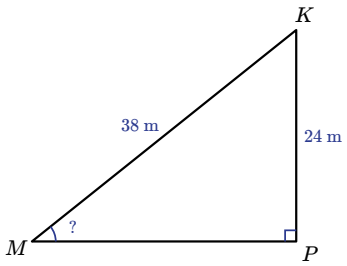


(b) Le triangle FGH est rectangle en G, avec $\widehat{GFH} = 41°$ et FG = 5 cm. Noé écrit $FH = 5 \times \cos(41°) \approx 3{,}8$ cm. Explique son erreur, puis calcule FH.

(c) Le triangle ZEN est rectangle en E, avec $\widehat{EZN} = 53°$ et ZE = 3,4 cm. Calcule EN.



Ex. 24 ★★☆ **L'angle d'élévation d'un cerf-volant** — Sacha fait voler un cerf-volant K. Le fil, tendu et droit, mesure 38 m. Le cerf-volant est à 24 m au-dessus de l'horizontale qui passe par la main M de Sacha. L'angle d'élévation est l'angle $\widehat{PMK}$ entre le fil et l'horizontale. Arrondis au degré.



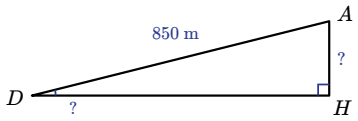
La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Sacha écrit $\sin(\widehat{PMK}) = \frac{38}{24} \approx 1{,}58$. Explique pourquoi c'est impossible, puis calcule l'angle d'élévation $\widehat{PMK}$.

(b) Déduis-en l'angle $\widehat{MKP}$ entre le fil et la verticale.

(c) Hugo tape $\sin^{-1}\left(\frac{24}{38}\right)$ et lit 0,68 sur sa calculatrice. Explique ce qui s'est passé.

Ex. 25 ★★☆ **Une route de montagne à 12 %** — À Barcelonnette, un panneau annonce une pente de 12 % : la route monte de 12 m pour 100 m parcourus à l'horizontale. La pente en % vaut $\tan(\widehat{ADH}) \times 100$. Le tronçon DA mesure 850 m. Arrondis au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Léo pense que la route fait un angle de 12° avec l'horizontale. Calcule $\widehat{ADH}$, puis explique son erreur.

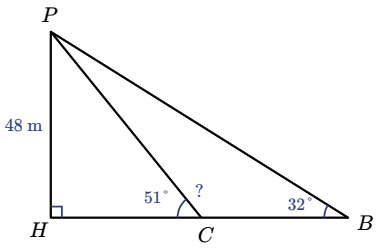
(b) Calcule le dénivelé AH de ce tronçon.

Ex. 25 (suite)

(c) Zoé arrondit d'abord l'angle au degré, puis calcule le dénivelé avec cet arrondi : elle trouve 103,6 m. Explique pourquoi son résultat est différent du tien.

(d) Une autre route fait un angle de 10° avec l'horizontale. Calcule sa pente en %.

Ex. 26 ★★★ **Un voilier s'approche d'un phare** — À Saint-Malo, un phare [PH] haut de 48 m est vertical, et H est au niveau de la mer. Depuis le point B, un voilier voit le sommet P sous un angle $\widehat{HBP} = 32°$. Il avance en ligne droite vers H jusqu'au point C, d'où $\widehat{HCP} = 51°$. Arrondis au dixième de mètre.



La figure n'est pas à l'échelle.

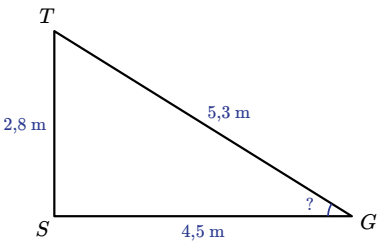
(a) Calcule la distance HB. Explique d'abord ton choix entre cosinus, sinus et tangente.

(b) Calcule la distance HC.

(c) Déduis-en la distance BC parcourue par le voilier.

(d) Nour écrit $\tan(32°) \approx 0{,}6$, puis $HB = 48 \div 0{,}6 = 80$ m. Explique son erreur et donne l'écart avec ton résultat.

Ex. 27 ★★★ **Le toboggan du parc** — Dans un parc d'Annecy, on modélise un toboggan par le triangle TSG : l'échelle [TS] mesure 2,8 m, la glissière [TG] mesure 5,3 m et l'écart au sol est SG = 4,5 m. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis les angles au degré et les longueurs au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Démontre que le triangle TSG est rectangle en S.

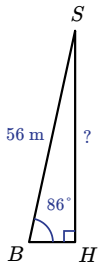
(b) Calcule l'angle $\widehat{TGS}$ que fait la glissière avec le sol.

(c) Lucas écrit $\cos(\widehat{TGS}) = \frac{SG}{TG}$. Justifie son égalité, puis calcule l'angle qu'il obtient et compare-le avec ton résultat.

(d) Déduis-en l'angle $\widehat{STG}$, sans nouvelle formule de trigonométrie.

(e) Ben veut un nouveau toboggan de même hauteur TS, rectangle en S, dont la glissière ferait un angle de 24° avec le sol. Quelle longueur de glissière lui faut-il ?

Ex. 28 ★★★ **La tour qui penche** — À Pise, on modélise l'axe de la tour penchée par le segment [BS], long de 56 m : B est le centre de la base, S celui du sommet, et H le pied de la verticale qui passe par S. Le triangle BHS est rectangle en H et $\widehat{SBH} = 86°$. Arrondis les longueurs au dixième de mètre et les angles au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Calcule la hauteur SH du sommet.

(b) Calcule l'écart BH entre le centre de la base et le pied de la verticale.

(c) Tom dit : « [BS] passe par B, donc c'est le côté adjacent », et il écrit $\cos(86°) = \frac{56}{BH}$. Explique son erreur et pourquoi son résultat serait absurde.

(d) Si l'écart BH était de 5,6 m, avec toujours BS = 56 m, quelle serait la mesure de l'angle $\widehat{SBH}$?

5. *Enchaîner deux théorèmes, valeurs exactes et longueur x*

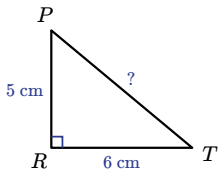
À retenir : Je garde la valeur exacte ($KM = \sqrt{41}$) et je n'arrondis qu'à la fin. Je prouve l'angle droit avant cos, sin ou tan, et le parallélisme avant Thalès. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$; si $x^2 = 29$, $x = \sqrt{29}$ (une longueur est positive).

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : valeurs exactes et équation $x^2 = a$** — Donne la valeur exacte, puis l'arrondi au dixième quand il est demandé.

(a) x est une longueur en cm et $x^2 = 37$. Donne x en valeur exacte, puis son arrondi.

(b) Léo écrit : $(x+3)^2 = x^2 + 9$. Corrige son développement.

(c) Le triangle PRT est rectangle en R, avec $PR = 5$ cm et $RT = 6$ cm. Calcule PT en valeur exacte, puis son arrondi.

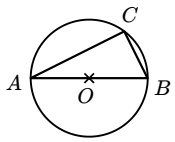


(d) Le triangle EFG est rectangle en G, avec $EF = 9$ cm et $EG = 7$ cm. Calcule FG en valeur exacte, puis son arrondi.

(e) Un segment $[UV]$ mesure $\sqrt{19}$ cm. Calcule UV^2. Sami a d'abord arrondi UV à 4,4 cm et trouve $UV^2 = 19{,}36$: explique son erreur.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : la bonne propriété à citer** — Pour chaque question, cite la propriété utilisée et conclus par une phrase.

(a) Le point C est sur le cercle de centre O et de diamètre $[AB]$, et il est différent de A et de B. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

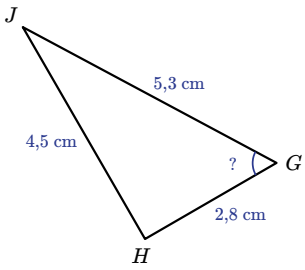


(b) Dans le triangle RST, I est le milieu de $[RS]$, J le milieu de $[RT]$, et $ST = 7{,}6$ cm. Calcule IJ et donne la position de (IJ) par rapport à (ST).

(c) Les droites (d_1) et (d_2) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (UV). Quelle est la position relative de (d_1) et (d_2) ? Justifie.

(d) Dans le triangle XYZ, M est le milieu de $[XY]$. La parallèle à (YZ) qui passe par M coupe $[XZ]$ en N, et $XZ = 9$ cm. Calcule XN en justifiant.

Ex. 31 ★★☆ **Prouver l'angle droit avant le sinus** — Le triangle GHJ a pour côtés $GH = 2{,}8$ cm, $HJ = 4{,}5$ cm et $GJ = 5{,}3$ cm. Aucun angle droit n'est codé sur la figure. Arrondis les angles au degré.

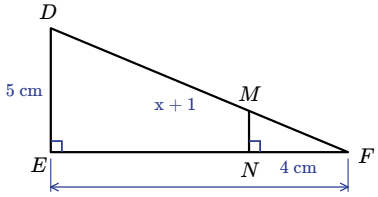


(a) Démontre que le triangle GHJ est rectangle et précise en quel sommet.

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{HGJ}$ en utilisant le sinus.

(c) Léa écrit $\cos(\widehat{HGJ}) = \frac{HJ}{GJ}$ et trouve $32°$. Explique son erreur et indique quel angle du triangle elle a calculé en réalité.

Ex. 32 ★★☆ **Une longueur en fonction de x, puis Thalès** — Le triangle DEF est rectangle en E, avec $DE = 5$ cm, $EF = x$ cm et $DF = (x + 1)$ cm. Le point N est sur $[FE]$ avec $FN = 4$ cm, et M est sur $[FD]$ avec $(MN) \perp (EF)$. Arrondis au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Exprime DF^2 en fonction de x en développant $(x + 1)^2$.

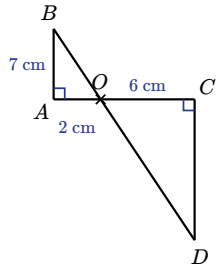
(b) Écris l'égalité de Pythagore dans le triangle DEF, puis calcule x.

Ex. 32 (suite)

(c) Démontre que les droites (MN) et (DE) sont parallèles.

(d) Calcule la longueur FM en valeur exacte, puis son arrondi.

Ex. 33 ★★★ **Type brevet : parallèles à prouver, papillon et valeur exacte** — Les points A, O, C sont alignés, ainsi que les points B, O, D. Les droites (AB) et (CD) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AC). On donne $OA = 2$ cm, $AB = 7$ cm et $OC = 6$ cm. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis les longueurs au dixième et les angles au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Démontre que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

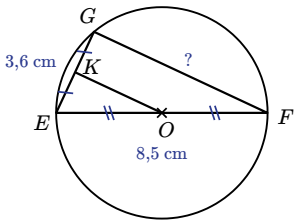
(b) Calcule OB en valeur exacte.

(c) Calcule OD. Donne sa valeur exacte, puis son arrondi.

(d) Pour la question précédente, Inès a d'abord arrondi OB à 7,3 cm et elle trouve $OD \approx 21{,}9$ cm. Explique d'où vient l'écart avec ton résultat.

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{COD}$.

Ex. 34 ★★★ **Demi-cercle, droite des milieux et cosinus** — Le cercle de centre O a pour diamètre $[EF]$, avec $EF = 8{,}5$ cm. Le point G est sur ce cercle et $EG = 3{,}6$ cm. Le point K est le milieu de $[EG]$. Aucun angle droit n'est codé sur la figure. Arrondis les angles au degré.



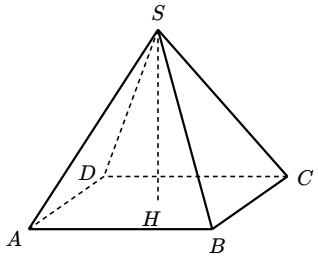
(a) Justifie que le triangle EGF est rectangle, puis calcule GF.

(b) Démontre que $(OK) \parallel (GF)$, puis calcule OK.

(c) Déduis-en que le triangle EKO est rectangle en K.

(d) Dans le triangle EKO, Noé écrit $\sin(\widehat{KEO}) = \frac{EK}{EO}$ et trouve $25°$. Explique son erreur, puis calcule la bonne mesure de $\widehat{KEO}$.

Ex. 35 ★★★ **Toit pyramidal : $x^2 = a$, arête, angle et section** — À Vichy, le toit d'un kiosque à musique a la forme d'une pyramide régulière $SABCD$. Sa base est un carré de côté x m et de centre H. La hauteur $[SH]$ mesure 6 m et la diagonale $[AC]$ de la base mesure 9 m. Arrondis les longueurs au dixième et les angles au degré.



(a) En te plaçant dans le triangle ABC, montre que $x^2 = 40{,}5$. Donne ensuite x en valeur exacte, puis son arrondi.

(b) Calcule la longueur SA de l'arête du toit.

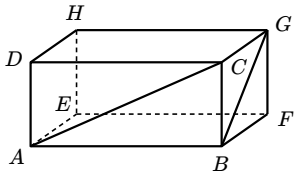
(c) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SAH}$ entre l'arête $[SA]$ et la base.

(d) Un plafond décoratif parallèle à la base coupe la hauteur $[SH]$ en H', avec $SH' = 2$ m. La section est un carré, réduction de la base de rapport $k = \frac{SH'}{SH}$. Calcule son aire en valeur exacte.

6. *Dans l'espace : pavé, cône, pyramide*

À retenir : Dans un solide, je repère un triangle rectangle (pyramide : AH = demi-diagonale) ; l'angle droit se justifie, il ne se voit pas sur la perspective. Sphère : $r^2 = R^2 - OH^2$ avec R le rayon, pas le diamètre ($R = 13$, $OH = 12$: $r = 5$).

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : la boîte de craies** — Une boîte de craies a la forme du pavé droit $ABCDEFGH$ avec $AB = 15$ cm, $BF = 8{,}8$ cm et $AD = 6{,}6$ cm. Arrondis au dixième et au degré.



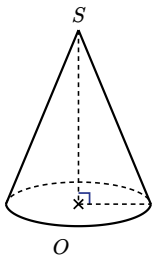
(a) Sur le dessin, l'angle $\widehat{BFG}$ n'a pas l'air droit. Calcule pourtant la diagonale BG de la face $BFGC$.

(b) Calcule la valeur exacte de la diagonale AC de la face $ABCD$, puis son arrondi.

(c) Calcule l'angle $\widehat{BAC}$.

(d) Calcule l'angle $\widehat{FBG}$.

Ex. 37 ★★☆ **Automatismes : le cornet de glace** — Le cornet de Maëlle est un cône de sommet S. Sa base est le disque de centre O et de diamètre 9 cm ; A est un point du cercle de base et la génératrice mesure $SA = 11{,}7$ cm. Rappel : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$. Arrondis l'angle au degré et le volume au cm^3.



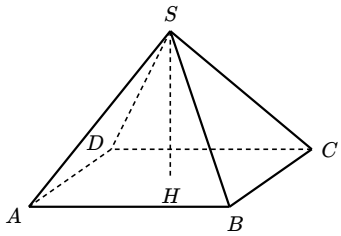
(a) Donne le rayon r de la base du cône.

(b) Calcule la hauteur SO du cornet.

(c) Calcule l'angle $\widehat{OSA}$ entre la hauteur et une génératrice.

(d) Calcule le volume du cornet.

Ex. 38 ★★☆ **Le presse-papier pyramidal** — Un presse-papier en verre a la forme d'une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée, de hauteur $[SH]$ (H centre du carré). On donne $AB = 5{,}6$ cm et $SA = 5{,}7$ cm. Rappel : $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur. Arrondis au dixième.



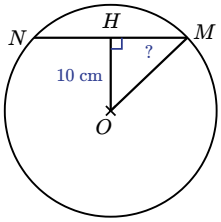
(a) Calcule la diagonale AC du carré $ABCD$: valeur exacte, puis arrondi.

(b) Noé écrit : « $AH = 5{,}6 \div 2 = 2{,}8$ cm, donc $SH^2 = 5{,}7^2 - 2{,}8^2 = 24{,}65$. » Explique son erreur.

(c) Calcule la hauteur SH de la pyramide.

(d) Calcule le volume du presse-papier.

Ex. 39 ★★☆ **La tranche de pastèque** — Ben assimile une pastèque à une boule de centre O et de diamètre 29 cm. Il la coupe par un plan situé à 10 cm de O : H est le pied de la perpendiculaire au plan menée de O, M un point du bord de la section. Arrondis au dixième.



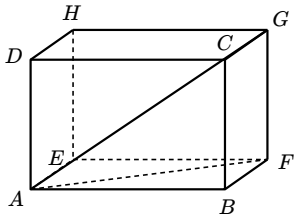
(a) Quelle est la nature de la section ? Explique pourquoi le triangle OHM est rectangle en H.

(b) Calcule le rayon HM de la section.

(c) Calcule l'aire de la section.

(d) Ben veut une section de rayon 14 cm. À quelle distance de O doit-il couper ?

Ex. 40 ★★★ **L'aquarium de Lina** — L'aquarium de Lina a la forme du pavé droit $ABCDEFGH$ ci-dessous, avec $AB = 60$ cm, $BF = 32$ cm et $AD = 40$ cm. Arrondis au dixième et au degré.



(a) Calcule la longueur AF, diagonale du fond $ABFE$.

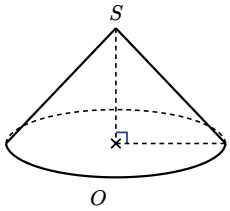
(b) Sur le dessin, l'angle $\widehat{AFG}$ n'a pas l'air droit. Explique pourquoi le triangle AFG est quand même rectangle en F.

(c) Calcule la valeur exacte de la diagonale AG du pavé, puis son arrondi.

(d) Lina veut ranger une baguette rigide de 79 cm dans l'aquarium fermé. Est-ce possible ? Justifie sans utiliser d'arrondi.

(e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{GAF}$ que fait la diagonale $[AG]$ avec le fond.

Ex. 41 ★★★ **Le tas de sel d'Inès** — Le tas de sel d'Inès a la forme d'un cône de sommet S. Sa base est le disque de centre O, de diamètre 4 m, et sa hauteur est $SO = 2{,}1$ m. $[AB]$ est un diamètre du cercle de base. On rappelle que le volume d'un cône est $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$. Arrondis au dixième et au degré.



(a) Calcule la longueur SA d'une génératrice du cône.

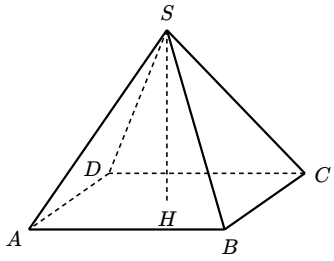
(b) Calcule la mesure de l'angle au sommet $\widehat{ASB}$ du cône.

(c) On coupe le tas par un plan parallèle à la base, à 1,4 m du sol. Donne la nature de la section, puis son rayon en valeur exacte et arrondie.

(d) Calcule le volume V du tas de sel, en m^3.

(e) Inès affirme : « Le petit cône situé au-dessus de la section contient le tiers du sel du tas. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **La verrière du hall** — La verrière d'un hall d'Annecy a la forme d'une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée, de hauteur $[SH]$ (H est le centre du carré). On donne $AB = 8$ m et $SH = 7$ m. On rappelle que $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur. Arrondis au dixième et au degré.



(a) Calcule la valeur exacte de la diagonale AC du carré, puis celle de HA^2.

(b) Calcule la longueur de l'arête latérale SA.

(c) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SAH}$ entre l'arête $[SA]$ et la base.

(d) Un plan parallèle à la base coupe $[SH]$ en K, avec $SK = 2{,}8$ m. Donne la nature de la section, puis calcule son côté et son aire.

(e) Calcule le volume de la petite pyramide de sommet S découpée par ce plan, en m^3.

7. Exercices type brevet

À retenir : Au brevet, nomme l'outil à chaque réponse : angle droit prouvé avant cos, sin ou tan, parallèles justifiées avant Thalès. Garde les valeurs exactes ($\sqrt{40}$, pas 6,3) et n'arrondis que le résultat final, dans l'unité demandée.

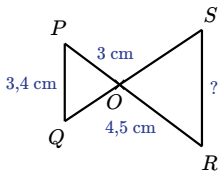
Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : quel outil pour quelle figure ?** — Pour chaque situation, nomme l'outil (théorème ou formule), vérifie ses hypothèses, puis calcule.

(a) Le triangle KLM est rectangle en L, avec $KL = 5$ cm et $LM = 8$ cm. Calcule la valeur exacte de KM.

(b) Le triangle PQR a pour côtés $PQ = 3{,}3$ cm, $QR = 5{,}6$ cm et $PR = 6{,}5$ cm. Démontre qu'il est rectangle.

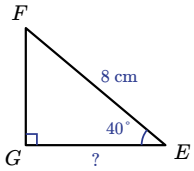
(c) Le triangle UVW est rectangle en V, avec $UW = 10$ cm et $\widehat{VUW} = 30°$. Calcule VW.

(d) Les droites (PR) et (QS) se coupent en O et $(PQ) \parallel (RS)$. On a $OP = 3$ cm, $OR = 4{,}5$ cm et $PQ = 3{,}4$ cm. Calcule RS.



Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : trigonométrie, unités et pente** — Arrondis au dixième.

(a) Le triangle EFG est rectangle en G, avec $EF = 8$ cm et $\widehat{GEF} = 40°$. Calcule EG.

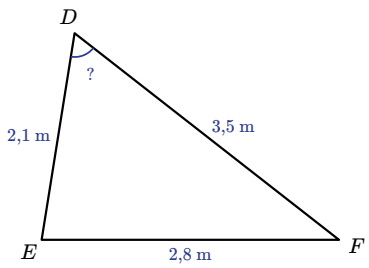


(b) Le triangle HIJ est rectangle en I, avec $HI = 45$ mm et $IJ = 8$ cm. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IHJ}$.

(c) Le triangle RST est rectangle en S, avec $ST = 5$ cm et $\widehat{SRT} = 25°$. Calcule RT.

(d) Une route monte de 21 m pour une distance horizontale de 0,3 km. Calcule sa pente en pourcentage.

Ex. 45 ★★☆ **La voile d'ombrage d'Inès** — À Lorient, Inès installe dans son jardin une voile d'ombrage triangulaire DEF avec $DE = 2{,}1$ m, $EF = 2{,}8$ m et $DF = 3{,}5$ m. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis l'angle au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

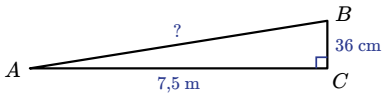
(a) Démontre que le triangle DEF est rectangle. Précise en quel sommet.

Ex. 45 (suite)

(b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EDF}$.

(c) La toile coûte 15 € le m². Calcule le prix de la toile de cette voile.

Ex. 46 ★★☆ **La rampe de la médiathèque** — À Valence, une rampe $[AB]$ mène à l'entrée d'une médiathèque. Le sol (AC) est horizontal et $[BC]$ est vertical, avec $AC = 7{,}5$ m et $BC = 36$ cm. La pente vaut $\frac{BC}{AC}$ (en %) ; une rampe est conforme si sa pente ne dépasse pas 5 %. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis AB au centimètre et le prix au centime.



La figure n'est pas à l'échelle.

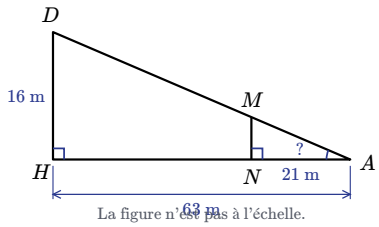
(a) Calcule la pente de la rampe en pourcentage. La rampe est-elle conforme ? Justifie.

(b) Le triangle ABC est rectangle en C. Calcule la longueur AB de la rampe.

(c) On veut ramener la pente à 4 % en gardant la même hauteur BC. Calcule la longueur horizontale nécessaire.

(d) On garde la rampe $[AB]$ de départ. Une main courante la longe de A à B et coûte 45 € le mètre. Calcule son prix.

Ex. 47 ★★★ **La tyrolienne de Yanis** — À Gérardmer, Yanis teste une tyrolienne. Le câble $[DA]$ part du sommet D d'une tour verticale $[DH]$ et arrive en A, sur le sol horizontal, avec $DH = 16$ m et $HA = 63$ m. Un poteau $[MN]$ perpendiculaire à (HA) soutient le câble : M est sur $[DA]$, N est sur $[HA]$ et $AN = 21$ m. À chaque question, nomme le théorème utilisé. Arrondis les longueurs au centimètre et les angles au degré.



La figure n'est pas à l'échelle.

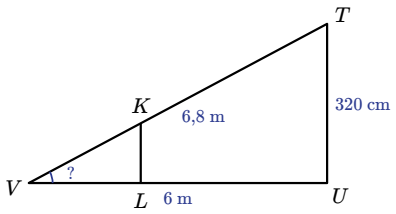
(a) Calcule la longueur DA du câble.

(b) La notice demande que l'angle entre le câble et le sol soit compris entre 5° et 15°. Calcule $\widehat{DAH}$. La notice est-elle respectée ? Justifie.

(c) Démontre que les droites (MN) et (DH) sont parallèles, puis calcule la hauteur MN du poteau.

(d) Le câble acheté mesure DA plus 4 m pour les attaches. Il coûte 12,50 € le mètre. Calcule le prix du câble.

Ex. 48 ★★★ **Le toit de l'abri de Clémence** — À Rodez, Clémence construit un abri de jardin. Vu de côté, le toit forme le triangle TUV, avec le montant $TU = 320$ cm, la poutre $UV = 6$ m et le chevron $TV = 6{,}8$ m. Une jambe de force $[KL]$ relie K sur $[VT]$ et L sur $[VU]$, avec $VK = 2{,}55$ m et $VL = 2{,}25$ m. La figure n'est pas à l'échelle. Arrondis au dixième.



La figure n'est pas à l'échelle.

(a) Clémence affirme que le montant $[TU]$ est perpendiculaire à la poutre $[UV]$. A-t-elle raison ? Justifie.

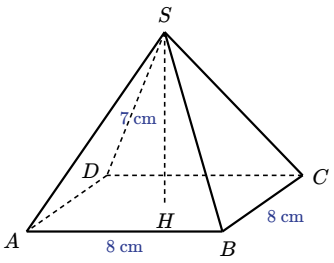
(b) Le fabricant des plaques exige que l'angle $\widehat{TVU}$ du toit avec la poutre mesure au moins $25°$. Calcule cet angle. L'abri convient-il ? Justifie.

(c) Les droites (KL) et (TU) sont-elles parallèles ? Justifie.

(d) Calcule la longueur KL de la jambe de force.

(e) Un pan du toit est un rectangle de longueur TV et de largeur 4,5 m. Calcule son aire.

Ex. 49 ★★★ **La verrière du musée** — À Nantes, le hall d'un musée est couvert d'une verrière qui a la forme d'une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée. Son côté mesure $AB = 8$ m et sa hauteur $SH = 7$ m (H est le centre du carré $ABCD$). Arrondis les longueurs au centimètre, l'angle au degré et l'aire au centième de m².



(a) Calcule la valeur exacte de la diagonale AC de la base.

(b) Calcule la longueur SA d'une arête de la verrière.

(c) Noé arrondit AC à 11 m, en déduit $AH = 5{,}5$ m, puis trouve $SA \approx 8{,}9$ m. Explique son erreur.

(d) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SAH}$ que fait une arête avec le sol.

(e) Un plan parallèle à la base coupe la verrière selon un carré $A'B'C'D'$, avec A' sur $[SA]$ et $SA' = 300$ cm. Calcule l'aire de ce carré.