48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 4e : puissances d'exposant positif et puissances de 10*

À retenir : a^n : produit de n facteurs égaux à a ; $a^1 = a$ et $a^0 = 1$. Base négative entre parenthèses : exposant pair → positif, impair → négatif ; $-2^4 = -16$. 10^{-n} a n chiffres après la virgule ; $\times 10^{-n}$ décale la virgule de n rangs à gauche.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : calculer une puissance** — Calcule chaque nombre sans calculatrice. Donne un entier ou un décimal.

(a) 4^3 (b) 2^5 (c) $8{,}4^1$

(d) $(-2)^5$ (e) $(-4)^2$ (f) -4^2

(g) 23^0 (h) $0{,}2^4$

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : puissances de 10** — Réponds sans calculatrice.

(a) Donne l'écriture décimale de 10^7.

(b) Combien de chiffres après la virgule a l'écriture décimale de 10^{-5} ? Écris-la.

(c) Donne l'écriture décimale de $0{,}38 \times 10^4$.

(d) Trouve l'exposant manquant : $46 \times 10^{\cdots} = 0{,}046$.

(e) Calcule $0{,}72 \times 10^{-2}$ et donne le résultat en écriture décimale.

(f) Trouve l'entier n tel que $10^n = 0{,}000\,000\,1$.

(g) Écris 100 000 000 sous la forme d'une puissance de 10.

(h) Trouve l'exposant manquant : $0{,}9 \times 10^{\cdots} = 900$.

Ex. 3 ★☆☆ **Le signe sans calculer** — Sans calculer, dis si le nombre est positif ou négatif. Justifie en une phrase.

(a) $(-7)^6$ (b) $(-3)^9$ (c) -2^8

(d) $(-1{,}5)^{11}$ (e) 10^{-8} (f) $(-8)^0$

(g) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

Ex. 4 ★★☆ **Préfixes : du virus à la clé USB** — Utilise les préfixes de nano à giga.

(a) Complète le tableau.

Préfixe	giga	méga	kilo	milli	micro	nano
Puissance de 10	?	?	?	?	?	?

Ex. 4 (suite)

(b) Une clé USB a une capacité de 64 Go. Écris cette capacité en octets, d'abord avec une puissance de 10, puis en écriture décimale.

(c) Un grain de pollen mesure 25 μm. Lina écrit : « 25 μm = 0,025 m ». A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Un virus mesure 120 nm. Donne cette longueur en mètres, en écriture décimale.

(e) Combien de mégaoctets (Mo) y a-t-il dans 5 Go ? Justifie avec des puissances de 10.

Ex. 5 ★★☆ **Repère l'erreur** — Réponds à chaque question en justifiant, puis donne le bon résultat.

(a) Hugo écrit : $5 \times 2^3 = 10^3 = 1\,000$. A-t-il raison ? Justifie et donne le bon résultat.

(b) Inès affirme : « $-6^2 = 36$ ». Vrai ou faux ? Justifie.

(c) Malo calcule $0{,}4^3$ et trouve 0,64. Trouve son erreur et corrige-la.

(d) Sofia écrit : $75 \times 10^{-3} = 75\,000$. Explique son erreur et donne l'écriture décimale correcte.

(e) Nina affirme : « $10^{-4} = 0{,}000\,1$ ». Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 6 ★★★ **Calculs rédigés avec priorités** — Calcule chaque expression en détaillant les étapes. Commence par les puissances. Donne un entier ou un décimal.

(a) $A = 4 \times 3^2 - 2^6$

(b) $B = -3^4 + (-3)^4 + 9^0$

(c) $C = (-5)^3 \times 7^1 - 0{,}3^4 \times 10^4$

(d) $D = 0{,}5^3 + 86 \times 10^{-2} + 10^{-6}$

Ex. 7 ★★★ **La feuille pliée** — Une feuille de papier a une épaisseur de 0,1 mm. Quand on la plie en deux, le nombre d'épaisseurs de papier double à chaque fois. On rappelle que 1 mm = 10^{-3} m.

(a) Combien y a-t-il d'épaisseurs avant tout pliage, puis après 1 pliage ? Écris chaque nombre comme une puissance de 2.

(b) Après 7 pliages, Léa annonce $2 \times 7 = 14$ épaisseurs. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Montre que 0,1 mm = 10^{-4} m, puis donne en mètres l'écriture décimale de l'épaisseur après 7 pliages.

(d) En théorie, après 10 pliages, le paquet dépasse-t-il 10 cm d'épaisseur ? Justifie.

(e) Combien de pliages faut-il au minimum pour dépasser 1 m d'épaisseur ? Justifie avec des puissances de 2.

Ex. 8 ★★★ **Mémoire et gravure (type brevet)** — Le téléphone de Karim a une mémoire de 128 Go (gigaoctets). Une photo occupe 4 Mo (mégaoctets). Les circuits de sa puce sont gravés avec une finesse de 3 nm. Un cheveu a un diamètre de 60 μm.

(a) Combien de photos Karim peut-il stocker au maximum ? Justifie avec des puissances de 10.

(b) Karim a déjà 20 Go de vidéos et 9 000 photos. Combien de photos peut-il encore ajouter ? Justifie.

(c) Sami affirme : « 3 nm $= 3 \times 10^{-6}$ m ». A-t-il raison ? Justifie et donne l'écriture décimale de 3 nm en mètres.

(d) Combien de fois le diamètre du cheveu est-il plus grand que la finesse de gravure ? Justifie.

2. *Puissances d'exposant négatif*

À retenir : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ est l'inverse de a^n, pas son opposé : $3^{-3} = \frac{1}{27}$. Une fraction se retourne : $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2}$. Le signe dépend seulement de la base : $(-3)^{-1} = -\frac{1}{3}$.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : calculer une puissance d'exposant négatif** — Calcule. Donne le résultat sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

(a) 5^{-3} (b) 12^{-1} (c) $(-4)^{-2}$

(d) 7^{0} (e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ (f) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

(g) $(-1)^{-7}$ (h) $(-10)^{-3}$

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : écrire un nombre comme une puissance d'exposant négatif** — Écris chaque nombre sous la forme d'une seule puissance d'exposant négatif. Quand une base est indiquée, utilise-la.

(a) $\frac{1}{6^4}$

(b) $\frac{1}{11 \times 11 \times 11}$

(c) $\frac{1}{49}$, avec la base 7

(d) 0,000 1, avec la base 10

(e) $\frac{1}{625}$, avec la base 5

(f) $-\frac{1}{32}$, avec la base -2

(g) $\frac{7}{3}$, avec la base $\frac{3}{7}$

Ex. 11 ★☆☆ **Le signe d'une puissance d'exposant négatif** — Sans calculer, dis si le nombre est positif ou négatif. Justifie.

(a) 7^{-5} (b) $(-3)^{-4}$ (c) $(-7)^{-3}$

(d) -2^{-4} (e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (f) $(-0{,}3)^{-2}$

Ex. 12 ★★☆ **Repérer et corriger l'erreur** — Chaque élève a écrit une égalité. A-t-il raison ? Justifie et corrige si besoin.

(a) Lina écrit : $6^{-2} = -36$.

(b) Noé écrit : $7^{-1} = -7$.

(c) Inès écrit : $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{4}{25}$.

(d) Tom écrit : $(-5)^{-2} = -\frac{1}{25}$.

(e) Sacha écrit : $0{,}1^{-2} = 0{,}01$.

Ex. 13 ★★☆ **Écriture décimale et comparaison** — Réponds à chaque question en justifiant.

(a) Donne l'écriture décimale de 2^{-4}.

(b) Donne l'écriture décimale de 10^{-6}.

(c) Donne l'écriture décimale de $0{,}5^{-3}$. Est-il plus grand ou plus petit que 1 ?

(d) Compare 9^{-2} et 2^{-7}.

(e) Range dans l'ordre croissant : 5^{-1} ; $(-2)^{-1}$; $0{,}5^{-1}$; 10^{-1}.

Ex. 14 ★★★ **Problème : dilutions successives** — Yanis prépare un colorant à 1 g/L. À chaque dilution, la concentration est divisée par 10.

(a) Explique pourquoi la concentration après 3 dilutions vaut 10^{-3} g/L, puis donne son écriture décimale.

(b) Nathan affirme : « Après 2 dilutions, il reste $10^{-2} = -100$ g/L. » A-t-il raison ? Justifie et corrige.

(c) Le colorant devient invisible sous 0,000 05 g/L. Combien de dilutions faut-il au minimum ? Justifie.

(d) Avec une autre méthode, on divise par 4 à chaque étape. Donne la concentration après 1 étape, puis après 3 étapes, sous forme d'une puissance de 4 et en écriture décimale.

(e) Qu'est-ce qui est le plus concentré : 3 étapes de la méthode « divisé par 4 » ou 2 dilutions par 10 ? Justifie.

Ex. 15 ★★★ **Comparer des puissances d'exposant négatif** — Réponds à chaque question en justifiant. Donne les résultats sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

(a) Vrai ou faux ? « 3^{-2} est plus grand que 2^{-3}, car 9 est plus grand que 8. » Justifie.

(b) Calcule $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ et $0{,}2^{-3}$.

(c) Calcule $(-6)^{-1}$ et $(-2)^{-3}$. Est-ce le « $-$ » de l'exposant qui donne leur signe ? Justifie.

(d) Range dans l'ordre croissant : $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$; $0{,}2^{-3}$; $(-6)^{-1}$; $(-2)^{-3}$; $(-9)^{0}$.

(e) Trouve l'entier n tel que $\left(\frac{3}{2}\right)^{n} = \frac{8}{27}$. Justifie.

Ex. 16 ★★★ **Problème : la feuille pliée** — Lou plie en deux une feuille d'aire 1 m², puis encore en deux, et ainsi de suite. La feuille a une épaisseur de 0,1 mm. On appelle « aire du dessus » l'aire de la face visible du paquet plié.

(a) Montre que l'aire du dessus après 5 pliages vaut 2^{-5} m², puis donne son écriture décimale.

(b) Après 5 pliages, combien d'épaisseurs de papier le paquet compte-t-il ? Quelle est son épaisseur en mm ?

(c) Calcule $2^5 \times 2^{-5}$. Explique ce que ce résultat signifie pour l'aire et le nombre d'épaisseurs.

(d) Convertis en cm² l'aire du dessus après 5 pliages ($1\ \text{m}^2 = 10^4\ \text{cm}^2$).

(e) Lou affirme : « Après 8 pliages, l'aire du dessus est inférieure à 50 cm². » Est-ce vrai ? Justifie.

3. *Produit de puissances d'un même nombre*

À retenir : Même base : $a^m \times a^n = a^{m+n}$; négatifs entre parenthèses : $7^{-4} \times 7^6 = 7^{(-4)+6} = 7^2$. Même exposant : $a^n \times b^n = (a \times b)^n$. On ne multiplie ni les exposants ni les bases. Une somme ne se regroupe pas.

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : une seule puissance** — Écris chaque produit sous la forme d'une seule puissance.

(a) $7^4 \times 7^3$ (b) $9^{-2} \times 9^6$

(c) $4^{-3} \times 4^{-5}$ (d) 11×11^5

(e) $(-3)^5 \times (-3)^{-2}$ (f) $0{,}3^{-4} \times 0{,}3^7$

(g) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ (h) $8^0 \times 8^{-6}$

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : l'exposant manquant** — Trouve l'exposant manquant.

(a) $5^3 \times 5^{\cdots} = 5^{10}$

(b) $2^{\cdots} \times 2^4 = 2^{-1}$

(c) $10^{-6} \times 10^{\cdots} = 10^{-2}$

(d) $(-7)^{-3} \times (-7)^{\cdots} = (-7)^{-9}$

(e) $12^{\cdots} \times 12 = 12^4$

(f) $0{,}6^8 \times 0{,}6^{\cdots} = 1$

Ex. 19 ★☆☆ **Regrouper ou calculer ?** — Écris sous la forme d'une seule puissance quand c'est possible. Sinon, calcule le nombre.

(a) $2^4 \times 3^4$ (b) $5^{-2} \times 2^{-2}$ (c) $2^2 \times 5^3$

(d) $4^2 + 4^3$ (e) $(-2)^3 \times 4^3$ (f) $7^2 - 7$

Ex. 20 ★★☆ **Se ramener à une même base** — Commence par écrire chaque facteur comme une puissance de la base indiquée.

(a) Écris 16×2^{-7} sous la forme d'une puissance de 2, puis donne son écriture fractionnaire.

(b) Trouve l'exposant manquant : $49^3 \times 7^{\cdots} = \frac{1}{7}$. Écris d'abord 49^3 et $\frac{1}{7}$ comme des puissances de 7.

(c) Écris $25^{-2} \times 125$ sous la forme d'une puissance de 5, puis donne son écriture décimale.

(d) Noé affirme : « $8^2 \times 4^{-3}$ est égal à 1. » A-t-il raison ? Justifie avec des puissances de 2.

Ex. 21 ★★☆ **Les calculs de Lina** — Lina a écrit les égalités ci-dessous. Pour chacune, dis si elle a raison. Sinon, explique son erreur et corrige.

(a) Lina écrit : « $5^3 \times 5^4 = 5^{12}$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Lina écrit : « $7^5 \times 7 = 49^5$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Lina écrit : « $3^{-6} \times 3^2 = 3^{-8}$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Lina écrit : « $5^2 + 5^2 = 5^4$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Lina écrit : « $4^{-2} \times 4^5 = 4^3$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 22 ★★★ **Calculs rédigés en plusieurs étapes** — Calcule chaque expression en écrivant une ligne par étape et en justifiant chaque calcul d'exposants entre parenthèses. Donne le résultat sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

(a) $A = \dfrac{3^5 \times 3^{-8}}{3^{-1}}$

(b) $B = (-5) \times (-5)^{-4} \times (-5)^2$

(c) $C = \left(\dfrac{2}{3}\right)^4 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6}$

(d) $D = \dfrac{10^{-3} \times 10^7}{(10^2)^{-1}}$

(e) $E = \dfrac{9^2 \times 3^{-6}}{27^{-1}}$
(écris d'abord 9 et 27 comme des puissances de 3)

Ex. 23 ★★★ **Comparer sans calculatrice** — Pour chaque question, compare les nombres sans calculatrice en justifiant. Quand c'est utile, ramène-toi à une même base.

(a) Écris 4^5 et 8^3 sous la forme de puissances de 2. Lequel de ces deux nombres est le plus grand ?

(b) Écris 16^{-2}, 4^{-3} et 8^{-1} sous la forme de puissances de 2, puis range ces trois nombres dans l'ordre croissant.

(c) Compare $100^3 \times 10^{-8}$ et $1\,000^{-1}$ en écrivant chaque nombre comme une puissance de 10.

(d) Écris $2^5 \times 5^5$ comme une puissance de 10, puis calcule $2^5 \times 5^4$. Lequel est le plus grand ?

(e) Écris $(-4)^3 \times (-4)^4$ et $(-4)^2 \times (-4)^4$ sous la forme d'une seule puissance. Lequel est le plus grand ? Justifie sans calculer.

Ex. 24 ★★★ **La feuille pliée en deux** — Une feuille carrée a une aire de 1 m² et une épaisseur de 0,1 mm. À chaque pli en deux, le nombre de couches double et l'aire d'une couche est divisée par 2.

(a) Combien de couches obtient-on après 5 plis ? Écris le résultat sous la forme d'une puissance de 2, puis comme un entier.

(b) Mia fait 5 plis, puis encore 3 plis. Écris son nombre de couches comme un produit de deux puissances de 2, puis comme une seule puissance de 2.

(c) Après 8 plis, donne l'aire d'une couche sous la forme d'une puissance de 2, puis en écriture décimale.

(d) Après 8 plis, montre par un calcul de puissances que le nombre de couches multiplié par l'aire d'une couche donne bien 1 m².

(e) Après 8 plis, quelle est l'épaisseur du paquet, en mm ?

4. *Quotient de puissances d'un même nombre*

À retenir : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$: exposant du haut moins celui du bas, les négatifs entre parenthèses : $\frac{9^{-2}}{9^{-5}} = 9^{-2-(-5)} = 9^3$. On ne divise pas les exposants. $\frac{a^n}{a^n} = a^0 = 1$. Même exposant : $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$.

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : une seule puissance** — Écris chaque quotient sous la forme d'une seule puissance (exposant du haut moins exposant du bas).

(a) $\frac{7^5}{7^2}$ (b) $\frac{4^3}{4^8}$

(c) $\frac{2^6}{2^{-3}}$ (d) $\frac{11^{-4}}{11^{-7}}$

(e) $\frac{(-2)^3}{(-2)^7}$ (f) $\frac{0{,}3^{-1}}{0{,}3^4}$

(g) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : l'exposant manquant** — Trouve l'exposant qui remplace le point d'interrogation.

(a) $\frac{5^{?}}{5^3} = 5^4$ (b) $\frac{8^6}{8^{?}} = 8^{-2}$

(c) $\frac{3^{-2}}{3^{?}} = 3^5$ (d) $\frac{10^{?}}{10^{-4}} = 10^1$

(e) $\frac{6^9}{6^{?}} = 1$ (f) $\frac{1{,}5^{?}}{1{,}5^2} = 1{,}5^{-2}$

Ex. 27 ★☆☆ **Puissance, puis valeur** — Écris chaque quotient sous la forme d'une puissance, puis donne son écriture décimale ou fractionnaire.

(a) $\frac{2^3}{2^8}$ (b) $\frac{10^{-2}}{10^3}$

(c) $\frac{(-7)^5}{(-7)^3}$ (d) $\frac{3^{-3}}{3^{-1}}$

(e) $\frac{(-5)^{-1}}{(-5)^2}$ (f) $\frac{12^{-2}}{12^{-2}}$

Ex. 28 ★★☆ **Un produit au dénominateur** — Calcule en étapes : d'abord le numérateur et le dénominateur, puis le quotient. Donne le résultat sous la forme d'une puissance, puis en écriture décimale.

(a) $A = \frac{3^7}{3^2 \times 3^4}$

(b) $B = \frac{2^{-1}}{2^5 \times 2^{-9}}$

(c) $C = \frac{10^4 \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-8}}$

(d) $D = \frac{24^3}{2^3 \times 3^3}$
(commence par regrouper le dénominateur : même exposant)

Ex. 29 ★★☆ **Erreurs d'élèves sur les quotients** — Pour chaque affirmation, dis si elle est juste en justifiant, puis donne le résultat correct.

(a) Lina affirme : « $\frac{9^{12}}{9^3} = 9^4$, car $12 \div 3 = 4$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Tom a écrit $\frac{3^2}{3^6} = 3^4$. Trouve son erreur, puis donne le résultat sous forme de puissance et de fraction.

(c) Vrai ou faux ? $\frac{4^{-3}}{4^{-5}} = 4^{-8}$. Justifie, puis calcule ce quotient.

(d) Sacha dit : « $\frac{20^3}{5^3} = 4^0 = 1$ ». Explique son erreur et donne la bonne valeur.

(e) Maya trouve $\frac{(-8)^5}{(-8)^5} = 0$. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 30 ★★★ **Calculs rédigés avec des exposants négatifs** — Calcule en étapes, en justifiant chaque calcul d'exposants entre parenthèses. Donne le résultat sous la forme d'une puissance, puis en écriture décimale ou fractionnaire.

(a) $A = \frac{2^7 \times 2^{-10}}{2^{-5}}$

(b) $B = \frac{(3^{-2})^3 \times 3^4}{3^{-1}}$

(c) $C = \frac{0{,}2^{-1}}{0{,}2^3 \times 0{,}2^{-6}}$

(d) $D = \frac{(-4)^6}{(-4)^2 \times (-4)^7}$
(donne le signe de D avant de calculer sa valeur)

Ex. 31 ★★★ **Vrai ou faux sur les quotients** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un calcul. Si l'égalité est fausse, donne le résultat correct sous la forme d'une puissance, puis en écriture décimale ou fractionnaire.

(a) $\frac{25^{-2}}{5^{-3}} = 5^1$

(b) $\frac{(-3)^4 \times (-3)^{-7}}{(-3)^{-5}} = -9$

(c) $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{8}{125}$

(d) $\frac{(2^{-3})^4}{2^{-10}} = 0{,}25$

Ex. 31 **(suite)**

(e) $\dfrac{21^{-2}}{7^{-2}} = 3^{1}$

Ex. 32 ★★★ **Problème : la clé USB de Maëlys** — La clé USB de Maëlys a une capacité de 2^{36} octets. Une de ses photos occupe 2^{22} octets et une de ses vidéos 2^{30} octets. Son ami Noé a une carte mémoire de 4^{16} octets. Pour chaque question, donne le résultat sous la forme d'une puissance de 2, puis en écriture décimale ou fractionnaire.

(a) Combien de photos Maëlys peut-elle stocker sur sa clé vide ?

(b) Combien de fois une vidéo est-elle plus lourde qu'une photo ?

(c) Quelle fraction de la clé une seule vidéo occupe-t-elle ?

(d) Écris 4^{16} comme une puissance de 2. Combien de fois la clé de Maëlys est-elle plus grande que la carte de Noé ?

5. *Puissance d'une puissance et calculs combinés*

À retenir : Même base : produit → j'ajoute les exposants, quotient → haut moins bas, puissance de puissance → je multiplie : $(5^{-2})^{4} = 5^{-8}$. J'écris les exposants négatifs entre parenthèses : $3-(-2)=5$. Une somme ne se regroupe pas.

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : puissance d'une puissance** — Écris chaque nombre sous la forme d'une seule puissance.

(a) $(3^{3})^{2}$ (b) $(5^{-2})^{3}$

(c) $\dfrac{1}{(2^{-3})^{-4}}$ (d) $\dfrac{(7^{2})^{3}}{7^{6}}$

(e) $((-2)^{2})^{3}$ (f) $(0{,}5^{-1})^{3}$

(g) $\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}\right)^{2}$ (h) $(10^{-4})^{-2}\times 10^{-3}$

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : l'exposant manquant** — Complète par l'exposant qui convient.

(a) $2^{5}\times 2^{\cdots} = 2^{-2}$ (b) $\dfrac{3^{\cdots}}{3^{4}} = 3^{-6}$

(c) $\dfrac{7^{2}}{7^{\cdots}} = 7^{7}$ (d) $(5^{\cdots})^{3} = 5^{-12}$

(e) $(10^{-2})^{\cdots} = 10^{6}$ (f) $0{,}1^{\cdots}\times 0{,}1^{-3} = 0{,}1^{0}$

Ex. 35 ★★☆ **Se ramener à une même base** — Écris chaque nombre comme une puissance de la base indiquée, puis calcule. Donne le résultat sous forme décimale ou de fraction irréductible.

(a) $A = 8^{3}\times 4^{-5}$: passe par des puissances de 2.

(b) $B = \dfrac{9^{-2}\times 3^{5}}{27}$: passe par des puissances de 3.

(c) $C = 125\times 25^{-2}$: passe par des puissances de 5.

(d) $D = 0{,}01^{3}\times 1\,000$: passe par des puissances de 10.

Ex. 36 ★★☆ **Les erreurs de la classe** — Chaque élève a fait une erreur. Trouve-la, explique-la, puis écris le calcul correct.

(a) Léa écrit : $(6^{-2})^{3} = 6^{-2+3} = 6^{1} = 6$.

(b) Tom écrit : $\dfrac{2^{3}}{2^{-4}} = 2^{3-4} = 2^{-1} = 0{,}5$.

(c) Inès écrit : $((-0{,}1)^{3})^{2} = (-0{,}1)^{6} = -0{,}000\,001$.

(d) Hugo écrit : $4^{3}\times 25^{3} = 100^{6}$.

Ex. 37 ★★☆ **Calculs rédigés en étapes** — Calcule chaque expression en écrivant une étape par ligne et en justifiant chaque calcul d'exposants. Donne le résultat sous forme décimale.

(a) $A = \dfrac{3^{-2}\times 3^{6}}{3^{-1}}$

(b) $B = \dfrac{(10^{-2})^{3}\times 10^{4}}{10^{-5}}$

(c) $C = 2^{-4}\times 5^{-4}\times 10^{6}$

(d) $D = 8\times 2^{-5} - 7^{0}$

Ex. 38 ★★★ **Vrai ou faux ? Justifie.** — Pour chaque égalité, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie en écrivant le calcul des exposants ou en revenant à la définition.

(a) $(-10^{2})^{3} = 10^{6}$

(b) $(4^{-3})^{2}\times 4^{4} = \dfrac{1}{16}$

(c) $(0{,}2^{-1})^{2}\times 0{,}2^{-1} = 0{,}008$

(d) $(10^{3})^{2} = 10^{9}$

(e) $\dfrac{0{,}001^{2}}{10^{-4}} = 0{,}01$
(écris d'abord 0,001 comme une puissance de 10)

Ex. 39 ★★★ **Problème : la feuille pliée** — Chloé plie une feuille de papier de 0,1 mm d'épaisseur et de 600 cm² de surface. À chaque pliage en deux, l'épaisseur est multipliée par 2 et la surface du dessus est divisée par 2.

(a) Écris l'épaisseur après 5 pliages avec une puissance de 2, puis calcule-la en mm.

(b) Écris la surface du dessus après 5 pliages sous la forme $600\times 2^{\cdots}$, puis calcule-la en cm².

(c) Montre que $2^{10} = (2^{5})^{2}$, puis calcule l'épaisseur après 10 pliages, en cm.

(d) Ben affirme : « Après 20 pliages, la feuille est 2 fois plus épaisse qu'après 10 pliages. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 40 ★★★ **Comme au brevet : calculer puis comparer** — On considère $A = \dfrac{9^{2}\times 3^{-5}}{(3^{-2})^{2}}$, $B = 2^{5}\times 5^{3}\times 10^{-2}$, $C = 5\times 4^{-1} + (-3)^{2} - 3^{2}$ et $D = (-2)^{3}\times(-5)^{3}$. Écris une étape par ligne.

(a) Écris A sous la forme d'une puissance de 3, puis donne sa valeur entière.

(b) Montre que B est un nombre entier en écrivant d'abord $2^{5} = 2^{2}\times 2^{3}$.

Ex. 40 (suite)

(c) Calcule C en respectant les priorités. Donne le résultat sous forme décimale.

(d) Sans calculer chaque puissance, donne le signe de D, puis sa valeur.

(e) Range A, B, C et D dans l'ordre croissant.

6. *Problèmes avec des puissances*

À retenir : Après n étapes : si on multiplie par 2 à chaque étape, on multiplie par 2^n (pas par $2n$). Si on divise par 2, on multiplie par 2^{-n} : $24 \times 2^{-3} = 3$. « Combien de fois plus ? » : je divise le plus grand par le plus petit, dans la même unité. Je réponds par une phrase, avec l'unité.

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : multiplier ou diviser à chaque étape** — Réponds par un calcul en ligne.

(a) Une quantité double 6 fois de suite. Par quelle puissance de 2 est-elle multipliée ? Donne sa valeur.

(b) Un nombre vaut 3 au départ. On le multiplie par 2 à chaque étape. Combien vaut-il après 5 étapes ?

(c) Tom dit : « Après 4 doublements, on a multiplié par 8. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Une quantité est divisée par 2 trois fois de suite. Par quelle puissance de 2 est-elle multipliée ? Écris-la aussi sous forme de fraction.

(e) On part de 80 et on divise par 2 à chaque étape. On obtient 5. Combien d'étapes a-t-on faites ?

(f) Le nombre de vues d'une vidéo double chaque jour. Lundi, elle a 50 vues. Combien de vues a-t-elle jeudi ?

(g) Une quantité est multipliée par 3 à chaque étape. Après combien d'étapes est-elle multipliée par 81 ?

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : préfixes et puissances de 10** — 1 Go = 1 gigaoctet, 1 Mo = 1 mégaoctet, 1 ko = 1 kilooctet.

(a) Complète le tableau :

Préfixe	giga	méga	kilo	milli	micro	nano
Puissance de 10	?	?	?	?	?	?

(b) Écris 4 nm en mètre, en écriture décimale.

(c) Combien de Mo y a-t-il dans 1 Go ? Réponds par une puissance de 10.

(d) Une clé USB de 1 Go reçoit des fichiers de 1 ko. Combien de fichiers peut-elle contenir ? Réponds par une puissance de 10.

(e) Combien de fois 1 μm est-il plus grand que 1 nm ?

(f) Écris 0,005 m avec le préfixe milli.

Ex. 43 ★★☆ **La feuille pliée** — Inès plie en deux une feuille de papier de 0,1 mm d'épaisseur. Elle replie ensuite la liasse en deux, et ainsi de suite.

(a) Combien d'épaisseurs de papier y a-t-il après 3 pliages ? Et après 7 pliages ? Écris chaque nombre sous la forme d'une puissance de 2.

(b) Calcule l'épaisseur de la liasse après 7 pliages, en mm puis en cm.

(c) Ben affirme : « Après 10 pliages, la liasse fait plus de 10 cm. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Combien de pliages faut-il au minimum pour que la liasse dépasse 5 cm ?

Ex. 44 ★★☆ **Le tournoi par élimination** — Un tournoi de tennis de table commence avec 64 joueurs. À chaque tour, les joueurs jouent deux par deux et seul le gagnant de chaque match continue.

(a) Combien de matchs se jouent au premier tour ?

(b) Combien de joueurs restent après 3 tours ? Écris le calcul avec une puissance de 2 d'exposant négatif.

(c) Combien de tours faut-il pour désigner le vainqueur ? Justifie avec une puissance de 2.

(d) Hugo affirme : « Avec deux fois plus de joueurs, il faudrait deux fois plus de tours. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **La balle qui rebondit** — On lâche une balle d'une hauteur de 3,2 m. À chaque rebond, elle remonte à la moitié de la hauteur d'où elle est tombée.

(a) Par quelle puissance de 0,5 la hauteur est-elle multipliée après 4 rebonds ? Donne sa valeur décimale, puis écris-la comme une puissance de 2.

(b) Calcule la hauteur atteinte après le 4e rebond, en mètre puis en centimètre.

(c) Pour 3 rebonds, Léo calcule $3{,}2 \times 0{,}5 \times 3 = 4{,}8$ m. Trouve son erreur et corrige son calcul.

(d) Après combien de rebonds la hauteur devient-elle inférieure à 4 cm pour la première fois ?

Ex. 46 ★★★ **La culture de bactéries** — À 8 h, une culture contient 500 bactéries. Leur nombre double toutes les 20 minutes. Réponds à chaque question par une phrase.

(a) Combien de doublements y a-t-il entre 8 h et 10 h ? Écris le nombre de bactéries à 10 h sous la forme 500×2^n, puis calcule-le.

(b) Maël affirme : « Entre 9 h et 10 h, le nombre de bactéries est multiplié par 2. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) À quelle heure la culture compte-t-elle 8 000 bactéries ? Justifie avec une puissance de 2.

(d) À 10 h, on dilue la culture : chaque dilution divise le nombre de bactéries par 10. Après combien de dilutions en reste-t-il 32 ? Écris le calcul avec une puissance de 10 d'exposant négatif.

Ex. 47 ★★★ **La clé USB d'Ambre** — On rappelle : 1 ko $= 10^3$ octets, 1 Mo $= 10^6$ octets et 1 Go $= 10^9$ octets. Ambre a une clé USB de 32 Go. Chacune de ses photos pèse 4 Mo.

(a) Écris 32 Go et 4 Mo en octets, chacun sous la forme d'un entier multiplié par une puissance de 10.

(b) Combien de photos Ambre peut-elle stocker au maximum sur sa clé ? Détaille le calcul avec les puissances de 10.

(c) Un fichier texte pèse 20 ko. Combien de fois une photo est-elle plus lourde que ce fichier ?

(d) Certains logiciels comptent 1 Kio $= 2^{10}$ octets. Calcule 2^{10} et compare ce nombre à 10^3.

(e) Noé affirme : « 2^{30} est plus petit que 10^9. » Vrai ou faux ? Justifie sans calculer 2^{30} en entier.

Ex. 48 ★★★ **D'après une question de brevet : au microscope** — Le tableau donne la taille de trois objets observés au microscope. On rappelle : 1 μm $= 10^{-6}$ m et 1 nm $= 10^{-9}$ m.

Objet	**cheveu**	**globule rouge**	**virus**
Taille	60 μm	8 μm	100 nm

(a) Écris chaque taille en mètres, sous la forme d'un entier multiplié par une puissance de 10. Pour le virus, donne une seule puissance de 10.

(b) Combien de fois le globule rouge est-il plus grand que le virus ?

(c) Sacha calcule $100 \div 8 = 12{,}5$ et conclut : « Le virus est 12,5 fois plus grand que le globule rouge. » Explique ses deux erreurs.

(d) Un microscope grossit 10^3 fois. Quelle est la taille du virus sur l'image ? Donne-la en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en millimètres.