49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 3e : puissances d'un même nombre, exposants négatifs

À retenir : Même base $a \neq 0$: $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{m\times n}$. $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$: $7^{-2} = \frac{1}{49}$. Exposant négatif entre parenthèses : $2-(-3) = 5$. Une somme ne se regroupe pas.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : valeur d'une puissance** — Sans calculatrice, donne la valeur de chaque nombre sous la forme d'un entier, d'une fraction ou d'un décimal.

(a) 2^3 (b) 3^0 (c) 2^{-3}

(d) 10^{-3} (e) $(-4)^{-2}$ (f) 5^{-1}

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : une seule puissance** — Le nombre a est non nul. Écris chaque expression sous la forme d'une seule puissance.

(a) $a^3 \times a^4$ (b) $10^5 \times 10^{-8}$ (c) $\frac{a^6}{a^2}$

(d) $\frac{2^{-1}}{2^{-5}}$ (e) $(a^2)^3$ (f) $\frac{13^{-3}}{13^4}$

(g) $(3^{-2})^{-4}$

Ex. 3 ★★☆ **Les calculs de Lina** — Lina a écrit les égalités suivantes. Pour chacune, dis si elle a raison, justifie et corrige si besoin.

(a) $5^{-2} = -10$

(b) $5^2 \times 5^3 = 5^6$

(c) $\frac{6^4}{6^{-1}} = 6^3$

(d) $3^2 + 3^3 = 3^5$

(e) $(-2)^4 \times (-2)^{-1} = (-2)^3 = -8$

Ex. 4 ★★☆ **Simplifier en plusieurs étapes** — Écris chaque nombre sous la forme d'une seule puissance, puis donne sa valeur exacte.

(a) $A = \frac{2^5 \times 2^{-9}}{2^{-6}}$

(b) $B = \frac{(10^{-2})^3 \times 10^4}{10^{-5}}$

(c) $C = 25^2 \times 5^{-7}$
(pense à écrire 25 comme une puissance de 5).

(d) $D = \frac{(-3)^5 \times (-3)^{-4}}{(-3)^{-2}}$

Ex. 5 ★★★ **Vrai ou faux : les affirmations de Malo** — Malo a écrit cinq affirmations dans son cahier. Pour chacune, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie par un calcul ou par une règle.

(a) « $\frac{3^6}{3^2} \times 3^{-4} = 3^0 = 0$ »

(b) « Pour tout nombre x non nul, $\frac{x^5 \times (x^{-2})^3}{x^{-4}} = x^3$. »

(c) « $4^{-1} + 4^{-1} + 4^{-1} + 4^{-1} = 1$ »

(d) « $2^3 \times 5^2 = 10^5$ »

(e) « $-2^4 = (-2)^4$ »

Ex. 6 ★★★ **Montrer qu'un nombre est entier** — Sans calculatrice, ramène chaque nombre à des puissances de 2, de 3 ou de 10, puis réponds en justifiant chaque étape.

(a) Calcule $A = \frac{8^2 \times 2^{-9}}{4^{-3}}$ en l'écrivant d'abord comme une seule puissance de 2.

(b) Montre que $B = \frac{9^{-2} \times 27^3}{3^4}$ est un nombre entier.

(c) Écris $C = 10^4 \times 10^{-9} \times (0{,}01)^{-3}$ sous la forme d'une seule puissance de 10, puis donne son écriture décimale.

(d) Écris $D = \frac{6^3 \times 2^{-5}}{9^{-1}}$ sous la forme $2^a \times 3^b$. Le nombre D est-il un entier ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Au microscope avec Noé** — Noé observe des objets au microscope et note leurs tailles.

Objet	Grain de sable	Grain de pollen	Bactérie
Taille (m)	2×10^{-4}	4×10^{-5}	$0{,}2 \times 10^{-5}$

Une bactérie se divise en deux toutes les 20 minutes.

(a) Noé dit que la taille de la bactérie est écrite en notation scientifique. A-t-il raison ? Justifie et corrige si besoin.

(b) Noé affirme : « Le grain de pollen est plus grand que le grain de sable, car $4 > 2$. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Calcule le quotient de la taille du plus grand des deux grains par celle du plus petit. Conclus par une phrase.

(d) Sachant que 1 mm $= 10^{-3}$ m, combien de bactéries alignées bout à bout couvrent 1 mm ?

(e) En partant d'une seule bactérie, combien de bactéries obtient-on au bout d'une heure ? Et au bout de 3 heures ? Écris ce second nombre sous la forme d'une puissance de 2.

2. *Définition d'une puissance, exposants entiers relatifs*

À retenir : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ si $a \neq 0$, et $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$. Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif. Base négative : exposant pair, résultat positif ; exposant impair, résultat négatif. Attention : $-6^2 = -36$ mais $(-6)^2 = 36$.

Ex. 8 ★☆☆ **Signes, parenthèses et exposant nul** — Calcule sans calculatrice.

(a) $(-3)^4$ (b) -3^4 (c) $(-5)^0$

(d) -5^0 (e) 1^{37} (f) $(-4)^3$

Ex. 9 ★☆☆ **Exposants négatifs** — Calcule sans calculatrice et donne le résultat sous la forme demandée.

(a) 2^{-4} en écriture décimale.

(b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ sous forme de fraction.

(c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ sous forme de fraction.

(d) L'inverse de 10^{-4} sous forme d'une puissance de 10.

(e) $(-2)^{-3}$ sous forme de fraction.

(f) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ sous forme d'un entier.

Ex. 10 ★★☆ **La copie d'Inès** — Sur sa copie, Inès a écrit les égalités suivantes. Pour chacune, explique son erreur puis écris le bon résultat.

(a) $5^{-2} = -25$ (b) $(-2)^5 = 32$ (c) $2 \times 3^2 = 36$

(d) $0^{-1} = 0$

Ex. 11 ★★☆ **Vrai ou faux : signe et parité** — Vrai ou faux ? Justifie.

(a) Pour tout entier n, $(-1)^n = 1$.

(b) 7^{-3} est un nombre négatif.

(c) $(-2)^{10}$ et -2^{10} sont deux nombres opposés.

(d) $(-1)^{2027} + (-1)^{2026} = 0$.

Ex. 12 ★★★ **Signes et rangement sans calculatrice** — On pose $A = (-5)^{-3}$, $B = -4^{-2}$, $C = (-8)^0$, $D = -8^0$ et $E = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$. Réponds sans calculatrice et justifie chaque réponse.

(a) Sans calculer, donne le signe de $(-7)^{11}$, $(-7)^{-4}$, -7^6 et 7^{-9}.

(b) Calcule A et B et donne chaque résultat sous la forme d'une fraction.

(c) Calcule C, D et E et donne E sous la forme d'une fraction irréductible.

(d) Range les nombres A, B, C, D et E dans l'ordre croissant.

Ex. 13 ★★★ **Retrouver l'exposant** — Dans tout l'exercice, n désigne un entier relatif. Justifie chaque réponse.

(a) Trouve n tel que $\left(\frac{3}{7}\right)^n = \frac{7}{3}$, puis n tel que $\left(\frac{3}{7}\right)^n = \frac{49}{9}$.

(b) Trouve n tel que $10^n = 0{,}000\,001$. Écris ensuite l'inverse de 10^n sous la forme d'une puissance de 10.

(c) Trouve n tel que $(-3)^n = -\frac{1}{27}$. Explique pourquoi aucun entier n ne vérifie $(-3)^n = -\frac{1}{9}$.

(d) Yanis affirme : « Si $a^n = 1$ avec a non nul, alors forcément $n = 0$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 14 ★★★ **Une expression qui dépend de la parité** — On pose $M = -2^2 + (-1)^n \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, où n est un entier relatif. Réponds sans calculatrice.

(a) Calcule -2^2 et $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

(b) Montre que M ne peut prendre que deux valeurs, selon la parité de n. Donne ces deux valeurs.

(c) Calcule $(-1)^{-5}$, puis la valeur de M pour $n = -5$.

(d) Le nombre M peut-il valoir -4 ? Justifie.

3. *Règles de calcul : produit, quotient, puissance de puissance, d'un produit, d'un quotient*

À retenir : Même base : $a^n \times a^p = a^{n+p}$ et $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$. Puissance de puissance : $(a^n)^p = a^{np}$. Même exposant : $(ab)^n = a^n \times b^n$. Pas de règle pour une somme : $5^2 + 5^2 = 2 \times 5^2$.

Ex. 15 ★☆☆ **Une seule puissance, sans calculatrice** — Écris chaque nombre sous la forme d'une seule puissance. Le réel a est non nul.

(a) $7^5 \times 7^{-8}$ (b) $\frac{5^3}{5^{-4}}$

(c) $(6^{-3})^5$ (d) $10^{-2} \times 10^6 \times 10^{-7}$

(e) $(a^4)^3 \times a^{-5}$ (f) $\frac{(11^2)^{-3}}{11^{-4}}$

(g) $2^{-6} \times 7^{-6}$

Ex. 16 ★☆☆ **Puissance d'un produit ou d'un quotient** — Écris chaque expression sans parenthèses, avec un seul nombre devant une seule puissance de chaque lettre. Les réels a et x sont non nuls.

(a) $(5x)^2$ (b) $(-2a^3)^4$ (c) $\left(\frac{x}{3}\right)^4$

(d) $(-x^2)^3$ (e) $(4x^{-1})^{-2}$ (f) $3x^2 \times 5x^{-6}$

Ex. 17 ★★☆ **Vrai ou faux : sommes, bases différentes, signe** — Pour chaque égalité, réponds par vrai ou faux et justifie, par un calcul ou par une règle du cours.

(a) $5^3 + 5^4 = 5^7$ (b) $2^9 + 2^9 = 2^{10}$

(c) $2^5 \times 3^2 = 6^7$ (d) $4^3 \times 25^3 = 10^6$

(e) $(-2)^6 \times (-2)^{-3} = 8$

Ex. 18 ★★☆ **Les calculs de Lina** — Lina a écrit chaque nombre sous la forme d'une seule puissance. Pour chaque calcul, dis si elle a raison et justifie. Si elle s'est trompée, nomme son erreur et corrige-la.

(a) Lina écrit $\dfrac{25^3}{5^2} = 5^1$.

(b) Lina écrit $3^4 \times 3^5 = 3^{20}$.

(c) Lina écrit $(2^3)^{-4} = 2^{-1}$.

(d) Lina écrit $\dfrac{10^4}{10^{-3}} = 10^1$.

(e) Lina écrit $\dfrac{9^2 \times 27^{-1}}{3^{-5}} = 3^6$.

Ex. 19 ★★★ **Entier ou pas ? Puissances de 2, de 3 et de 10** — Les questions sont indépendantes. Rédige chaque étape et cite la règle du cours que tu utilises.

(a) Écris $A = \dfrac{6^4 \times 9^{-3}}{4^{-2} \times 3^{-5}}$ sous la forme $2^a \times 3^b$, puis montre que A est un entier.

(b) Le nombre $B = \dfrac{12^3 \times 18^{-2}}{8^{-1}}$ est-il un entier ? Justifie en l'écrivant sous la forme $2^a \times 3^b$.

(c) Montre que $C = 2^{10} + 2^{10} + 2^{11}$ est une puissance de 2 et donne son exposant.

(d) Montre que $D = 2^3 \times 4^3 \times 5^9$ est une puissance de 10.

(e) Trouve l'entier relatif n tel que $4^n \times 8^{-1} = 2^9$.

Ex. 20 ★★★ **Expressions littérales et signe** — Les réels a et x sont non nuls. Dans les trois premières questions, écris l'expression avec un seul nombre devant une seule puissance de chaque lettre (exposants entiers relatifs).

(a) $E = (-3x^4)^2 \times (x^{-2})^3$

(b) $F = \dfrac{(3x^2a^{-1})^3}{9xa^{-2}}$

(c) $G = \left(\dfrac{x}{2}\right)^3 \times \left(\dfrac{4}{x}\right)^2$

(d) Montre que $H = (-a)^5 \times (-a^2)^3$ est égal à a^{11}, puis donne le signe de H lorsque $a < 0$.

(e) Sans calculatrice, calcule E et G pour $x = 10^{-3}$. Donne les résultats en notation scientifique.

Ex. 21 ★★★ **Le cube découpé** — Maëlys a un grand cube d'arête 2^5 cm. Elle le découpe entièrement en petits cubes d'arête 2^{-1} cm. On rappelle que $2^{10} = 1\,024$. Sauf mention contraire, donne chaque résultat sous la forme d'une seule puissance de 2.

(a) Calcule le volume du grand cube, puis celui d'un petit cube, en cm³.

(b) Combien de petits cubes Maëlys obtient-elle ? Justifie par un quotient, puis donne ce nombre en écriture décimale.

(c) Elle aligne tous les petits cubes côte à côte. Cette ligne dépasse-t-elle 1 km ? Justifie.

Ex. 21 **(suite)**

(d) Lucas colle deux grands cubes et affirme : « le volume total est 4^{15} cm³ ». Explique son erreur et donne le bon volume.

4. *Simplifier une expression avec des puissances*

À retenir : Même base d'abord ($8 = 2^3$, $0{,}01 = 10^{-2}$), puis $a^n \times a^p = a^{n+p}$, $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$, $(a^n)^p = a^{np}$. On ne soustrait les exposants que si les bases sont égales : $\dfrac{4^5}{2^3} = \dfrac{2^{10}}{2^3} = 2^7$.

Ex. 22 ★★☆ **Une seule puissance : même base d'abord** — Sans calculatrice, écris chaque nombre sous la forme d'une seule puissance.

(a) $5^3 \times 5^{-7}$ (b) $\dfrac{7^2}{7^{-5}}$

(c) $(6^{-3})^{-2}$ (d) $\dfrac{9^5}{3^4}$

(e) $4^3 \times 2^{-5}$ (f) $25^{-2} \times 5^7$

(g) $0{,}001^2 \times 10^9$ (h) $\dfrac{8^2}{2^{-3}}$

Ex. 23 ★★☆ **Décomposer en puissances de 2 et de 3** — Sans calculatrice, écris chaque nombre sous la forme $2^a \times 3^b$, où a et b sont des entiers relatifs.

(a) 6^5 (b) 12^3 (c) $\dfrac{18^2}{4^3}$

(d) $\dfrac{6^{-2}}{27}$ (e) 24×9^{-3} (f) $\dfrac{12^2}{6^{-3}}$

(g) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} \times 16$

Ex. 24 ★★☆ **Expressions littérales avec puissances** — Dans tout l'exercice, x et y sont deux réels non nuls.

(a) Léa écrit $(x^4y^{-3})^2 = x^6y^{-1}$. Explique son erreur, puis écris $A = (x^4y^{-3})^2 \times \dfrac{x}{y}$ sous la forme x^ay^b.

(b) Écris $B = \dfrac{(2x^{-1}y)^3}{4x^2y^{-2}}$ sous la forme kx^ay^b, avec k un entier.

(c) Réduis $C = \dfrac{(3xy^2)^2 \times x^{-4}}{(x^{-1}y)^3}$.

(d) Déduis-en, sans calculatrice, la valeur de C pour $x = 2$ et $y = -1$.

Ex. 25 ★★☆ **Montrer qu'un nombre est entier** — On considère $A = \dfrac{8^4 \times 3^{-2}}{6^{-3} \times 2^9}$. Sans calculatrice :

(a) Écris 8^4 comme une puissance de 2, puis 6^{-3} sous la forme $2^a \times 3^b$.

(b) Écris A sous la forme $2^a \times 3^b$.

(c) Montre que A est un nombre entier et donne sa valeur.

(d) Noé affirme que $\dfrac{8^4}{2^9} = 4^{-5}$. A-t-il raison ? Justifie et corrige.

Ex. 26 ★★★ **Sommes de puissances : factoriser** — Sans calculatrice. Dans cet exercice, x est un entier relatif.

(a) Vrai ou faux : $2^5 + 2^5 = 2^{10}$? Justifie.

(b) Montre que, pour tout entier x, $2^{x+1} + 2^x = 3 \times 2^x$.

(c) Écris $3^{x+2} - 3^x$ sous la forme $k \times 3^x$, où k est un entier que tu préciseras.

(d) Montre que $5^{12} + 5^{11} + 5^{10}$ est un multiple de 31.

(e) Calcule $A = \frac{7^9 - 7^7}{12 \times 7^8}$ en factorisant d'abord le numérateur.

Ex. 27 ★★★ **Comparer des puissances de bases différentes** — Sans calculatrice. On admet que si $0 < a < b$ et si n est un entier positif non nul, alors $a^n < b^n$.

(a) Lina affirme : « $2^{10} > 3^7$, car $10 > 7$. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(b) Écris 2^{100} et 3^{60} sous la forme d'une puissance d'exposant 20.

(c) Compare 2^{100} et 3^{60}. Justifie.

(d) Range dans l'ordre croissant 2^{100}, 3^{60} et 5^{40}. Justifie.

(e) Compare $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$ et $\left(\frac{1}{3}\right)^{60}$. Justifie.

Ex. 28 ★★★ **Simplifier avant de calculer** — Sans calculatrice. Pense à écrire toutes les bases comme des puissances de 2, de 3, de 5 ou de 10.

(a) Soit n un entier relatif. Montre que $E = \frac{4^n \times 6^2}{2^{2n+1} \times 3}$ ne dépend pas de n et donne sa valeur.

(b) Calcule $F = \frac{0{,}2^3 \times 50^2}{0{,}04}$ sans poser de multiplication de décimaux.

(c) Un disque dur contient 8^{14} octets. Une photo occupe 16^5 octets. Combien de photos peut-il stocker ? Donne le résultat sous la forme d'une seule puissance de 2.

(d) Pour $D = \frac{6^{150}}{4^{74} \times 9^{76}}$, la calculatrice de Mathis affiche une erreur. Calcule D en simplifiant d'abord.

5. *Puissances de 10 et notation scientifique*

À retenir : Notation scientifique : $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$, sans oublier le signe pour un nombre négatif. Pour calculer, mets les décimaux d'un côté et les puissances de 10 de l'autre, puis réajuste : $12 \times 10^5 = 1{,}2 \times 10^6$. Pour les aires et les volumes : 1 cm^2 $= 10^{-4}$ m^2 et 1 mm^3 $= 10^{-9}$ m^3.

Ex. 29 ★☆☆ **Passer en notation scientifique** — Écris chaque nombre en notation scientifique, sans calculatrice.

(a) 468 000 000 (b) 0,000 037 2 (c) $-52\,900$

(d) 37×10^5 (e) $0{,}63 \times 10^{-4}$ (f) $-0{,}004\,15$

(g) 148×10^{-7}

Ex. 30 ★★☆ **Calculer en notation scientifique** — Calcule sans calculatrice. Donne le résultat en notation scientifique.

(a) $A = 3 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-7}$

(b) $B = 2{,}5 \times 10^6 \times 6 \times 10^3$

(c) $C = \frac{8 \times 10^5}{2 \times 10^{-3}}$

(d) $D = \frac{1{,}2 \times 10^{-4}}{4 \times 10^2}$

(e) $E = \left(2 \times 10^{-3}\right)^3$

(f) $F = \frac{9 \times 10^7 \times 5 \times 10^{-2}}{1{,}5 \times 10^{-3}}$

Ex. 31 ★★☆ **Préfixes, aires et volumes** — Rappels : kilo (k) $= 10^3$, centi (c) $= 10^{-2}$, milli (m) $= 10^{-3}$, micro (μ) $= 10^{-6}$, giga (G) $= 10^9$. Donne chaque résultat en notation scientifique.

(a) Un cheveu a un diamètre de 80 μm. Exprime ce diamètre en m.

(b) Une clé USB a une capacité de 64 Go. Exprime cette capacité en octets.

(c) Léa affirme : « 1 km^2 $= 10^3$ m^2 ». A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Une goutte d'eau a un volume de 50 mm^3. Exprime ce volume en m^3.

(e) L'écran d'un téléphone a une aire de 96 cm^2. Exprime cette aire en m^2.

Ex. 32 ★★☆ **La lumière dans le système solaire** — La lumière parcourt 3×10^5 km par seconde. La distance Terre-Soleil vaut environ $1{,}5 \times 10^8$ km. La distance Terre-Lune vaut environ $3{,}84 \times 10^5$ km.

(a) Calcule la durée, en s, que met la lumière pour aller du Soleil à la Terre. Donne-la en notation scientifique.

(b) Pour aller de la Lune à la Terre, Nina trouve une durée de « $12{,}8 \times 10^{-1}$ s ». Ce nombre est-il écrit en notation scientifique ? Justifie, puis corrige.

(c) Une année dure environ $3{,}15 \times 10^7$ s. Calcule, en km et en notation scientifique, la distance parcourue par la lumière en une année.

(d) Combien de fois la distance Terre-Soleil est-elle plus grande que la distance Terre-Lune ? Arrondis à l'unité.

Ex. 33 ★★★ **La copie de Malik** — Voici cinq affirmations relevées dans la copie de contrôle de Malik. Pour chacune : vraie ou fausse ? Justifie, puis corrige si besoin. Le résultat corrigé doit être en notation scientifique.

(a) « $0{,}72 \times 10^{-5}$ n'est pas une notation scientifique, et il est égal à $7{,}2 \times 10^{-4}$. »

(b) « $5\,600 \times 10^7 = 5{,}6 \times 10^4$ »

(c) « $-0{,}000\,074\,5 = -7{,}45 \times 10^5$ »

(d) « $\frac{2{,}4 \times 10^3}{8 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^{-4}$ »

Ex. 33 **(suite)**

(e) « $3{,}5 \times 10^4 + 5 \times 10^3 = 8{,}5 \times 10^4$ »

Ex. 34 ★★★ **Photos et vidéos sur un téléphone** — Le téléphone d'Inès a une mémoire de 128 Go. Une photo occupe 3,2 Mo. Une minute de vidéo 4K occupe 0,4 Go. Rappel : 1 Go $= 10^9$ octets et 1 Mo $= 10^6$ octets. Donne chaque résultat en notation scientifique.

(a) Exprime la mémoire du téléphone en octets, puis la taille d'une photo en octets.

(b) Combien de photos le téléphone peut-il stocker au maximum si sa mémoire est vide ?

(c) Inès a déjà pris 15 000 photos. Calcule l'espace qu'elles occupent, en octets.

(d) Déduis-en l'espace libre restant, en octets.

(e) Combien de minutes de vidéo 4K Inès peut-elle encore filmer ?

Ex. 35 ★★★ **Les globules rouges d'un adulte** — Un adulte a environ 5 L de sang (1 L = 1 dm³). Un mm³ de sang contient environ 5 millions de globules rouges. Chaque globule rouge a un volume d'environ 90 μm³ et vit 120 jours. Rappels : 1 dm $= 10^{-1}$ m ; 1 μm $= 10^{-6}$ m.

(a) Exprime le volume de sang en m³, puis en mm³. Donne chaque résultat en notation scientifique.

(b) Calcule le nombre de globules rouges de cet adulte. Donne le résultat en notation scientifique.

(c) Exprime le volume d'un globule rouge en m³, en notation scientifique.

(d) Calcule le volume total des globules rouges, en m³. Combien de fois le volume de sang est-il plus grand ? Arrondis au dixième.

(e) Combien de globules rouges sont renouvelés chaque jour ? Arrondis à 3 chiffres significatifs, puis donne l'ordre de grandeur.

6. *Chiffres significatifs et arrondis*

À retenir : Chiffres significatifs : on compte dès le premier chiffre non nul (0,030 5 : 3 ; 0,50 : 2). Arrondi : chiffre suivant de 0 à 4, on garde ; de 5 à 9, on ajoute 1. À la fin seulement, avec autant de chiffres significatifs que la donnée la moins précise.

Ex. 36 ★☆☆ **Compter les chiffres significatifs** — Sans calculatrice, réponds à chaque question en justifiant brièvement.

(a) Combien de chiffres significatifs a 0,000 503 ?

(b) Combien de chiffres significatifs ont 0,70 et 0,7 ? Ces deux écritures donnent-elles la même précision ?

(c) Combien de chiffres significatifs a $3{,}080 \times 10^{-5}$?

(d) Combien de chiffres significatifs a 105,00 ?

Ex. 36 **(suite)**

(e) Un journal annonce 6 300 spectateurs. Peut-on dire combien ce nombre a de chiffres significatifs ? Écris-le en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs.

(f) Lequel de $2{,}4 \times 10^6$ et 0,002 40 a le plus de chiffres significatifs ? Justifie.

Ex. 37 ★☆☆ **Arrondir sans se tromper** — Sans calculatrice, arrondis au nombre de chiffres significatifs indiqué.

(a) Arrondis 0,038 62 à 2 chiffres significatifs.

(b) Tom arrondit 5,214 8 à 3 chiffres significatifs en partant de la fin : 5,214 8 → 5,215 → 5,22. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Arrondis 736 518 à 2 chiffres significatifs. Donne l'écriture décimale, puis la notation scientifique.

(d) Écris 0,099 6 arrondi à 2 chiffres significatifs, en notation scientifique.

(e) Arrondis 1,496 2 à 3 chiffres significatifs.

(f) Arrondis $4{,}06 \times 10^7$ à 2 chiffres significatifs.

(g) Léa arrondit 8,379 à 2 chiffres significatifs et écrit 8,3. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 38 ★★☆ **Masse volumique d'une bille d'acier** — Ben pèse une bille d'acier : $m = 32{,}6$ g. Il mesure son volume : $V = 4{,}2$ cm³. La masse volumique est $\rho = \frac{m}{V}$. On rappelle que 1 cm³ $= 10^{-6}$ m³.

(a) Calcule ρ en g/cm³. Donne le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(b) Convertis m en kg et V en m³. Écris les deux résultats en notation scientifique.

(c) Déduis-en ρ en kg/m³, en notation scientifique, avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(d) Nora refait la mesure et trouve $V = 4{,}20$ cm³. Elle affirme que cela ne change rien au résultat. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 39 ★★☆ **L'année-lumière** — En une seconde, la lumière parcourt $c = 2{,}998 \times 10^8$ m. Une année-lumière est la distance que parcourt la lumière en une année de 365,25 jours. Calculatrice autorisée.

(a) Calcule le nombre exact de secondes dans une année de 365,25 jours. Écris-le en notation scientifique.

(b) Calcule une année-lumière en mètres. Donne-la avec 4 chiffres significatifs, comme c.

(c) Malik arrondit d'abord la durée d'une année à 3×10^7 s, puis il calcule. Quel résultat obtient-il ? Explique son erreur.

(d) L'étoile Proxima du Centaure est à 4,24 années-lumière. Calcule cette distance en mètres, avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Ex. 40 ★★★ **Densités de population : la bonne précision** — Le Japon compte $1{,}24 \times 10^8$ habitants pour une superficie de $3{,}78 \times 10^5$ km². La France métropolitaine compte $6{,}64 \times 10^7$ habitants pour $5{,}52 \times 10^5$ km². La densité de population est le quotient du nombre d'habitants par la superficie (en hab/km²). Calculatrice autorisée.

(a) Calcule la densité de population du Japon. Donne-la en notation scientifique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(b) Hugo calcule la densité de la France métropolitaine et annonce 120,289 855 hab/km². Critique ce résultat, puis corrige-le.

(c) Un atlas donne la population du Japon avec 2 chiffres significatifs : $1{,}2 \times 10^8$ habitants. Avec cette donnée, calcule la densité du Japon avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(d) Quelle superficie devrait avoir le Japon, avec sa population, pour avoir la même densité que la France métropolitaine ? Donne-la avec le bon nombre de chiffres significatifs, sans arrondir les étapes.

Ex. 41 ★★★ **Stocker les vidéos d'une plateforme** — Une plateforme reçoit $5{,}0 \times 10^2$ heures de vidéo par minute. Une heure de vidéo occupe en moyenne $1{,}87 \times 10^9$ octets. On rappelle que 1 Go (gigaoctet) $= 10^9$ octets et qu'un jour compte 1 440 minutes. Calculatrice autorisée.

(a) Calcule le nombre d'octets reçus en une minute. Donne-le en notation scientifique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(b) Calcule la quantité de données reçue en un jour, en Go, avec le bon nombre de chiffres significatifs. Justifie le nombre de chiffres gardés.

(c) Un disque dur a une capacité de $8{,}0 \times 10^{12}$ octets. En combien de minutes la plateforme reçoit-elle de quoi le remplir ? Donne le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Ex. 42 ★★★ **Bactéries et virus** — Une bactérie E. coli mesure 0,002 0 mm de long. Sa masse est de $9{,}5 \times 10^{-13}$ g. Un virus de la grippe mesure 0,000 12 mm. On rappelle que 1 μm (micromètre) $= 10^{-6}$ m.

(a) Combien de chiffres significatifs a la longueur de la bactérie ? Justifie, puis écris-la en notation scientifique (en mm) sans changer sa précision.

(b) Convertis la longueur de la bactérie en m, puis en μm, en gardant le même nombre de chiffres significatifs.

(c) Une colonie de ces bactéries a une masse de $4{,}75 \times 10^{-4}$ g. Combien de bactéries contient-elle ? Donne le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.

(d) Combien de fois la bactérie est-elle plus longue que le virus ? Justifie la précision de ta réponse.

7. *Ordres de grandeur et comparaisons*

À retenir : Ordre de grandeur de $a \times 10^n$: 10^n si $a < 5$, 10^{n+1} si $a \geqslant 5$. C'est toujours une puissance de 10 : $8{,}1 \times 10^{-4}$ a pour ordre de grandeur 10^{-3}. « Combien de fois plus » se calcule par un quotient. Si $a > 1$, a^n augmente avec n ; si $0 < a < 1$, a^n diminue.

Ex. 43 ★☆☆ **Ordre de grandeur d'un nombre** — Sans calculatrice, donne l'ordre de grandeur de chaque nombre avec la convention du cours.

(a) $6{,}1 \times 10^9$

(b) $3{,}6 \times 10^{-8}$

(c) 48 000

(d) 0,000 68

(e) 52×10^6

(f) 5×10^{-2}

(g) Sacha affirme que l'ordre de grandeur de $2{,}9 \times 10^5$ est 3×10^5. Corrige cette affirmation.

Ex. 44 ★☆☆ **Comparer sans calculer** — Sans calculatrice, compare les deux nombres avec $<$ ou $>$. Justifie en une phrase.

(a) $4{,}1 \times 10^{-3}$ et $9{,}6 \times 10^{-5}$

(b) $8{,}2 \times 10^{11}$ et $3{,}7 \times 10^{12}$

(c) $6{,}05 \times 10^{-7}$ et $6{,}5 \times 10^{-7}$

(d) 45×10^6 et $5{,}1 \times 10^7$

(e) 0,000 9 et 2×10^{-3}

(f) $1{,}3^9$ et $1{,}3^5$

(g) $0{,}8^{11}$ et $0{,}8^6$

Ex. 45 ★★☆ **Estimer de tête et contrôler** — Sans calculatrice. Pour estimer, remplace chaque nombre par sa valeur approchée à un chiffre significatif, puis calcule de tête.

(a) Estime $\dfrac{3\,180 \times 0{,}004\,9}{0{,}52}$.

(b) Pour $412 \times 19{,}8$, la calculatrice de Maëlle affiche 815,76. Ce résultat est-il vraisemblable ? Justifie par une estimation.

(c) Estime $(6{,}2 \times 10^5) \times (3{,}9 \times 10^{-8})$ en notation scientifique, puis donne son ordre de grandeur.

(d) Une imprimante sort 38 pages par minute, 7 h par jour, 220 jours par an. Estime le nombre de pages imprimées en un an, puis donne son ordre de grandeur.

Ex. 46 ★★☆ **Du virus au grain de sable** — Voici des tailles relevées par Ben dans un manuel de SVT ($1\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{m}$, $1\ \mu\text{m} = 10^{-6}\ \text{m}$, $1\ \text{nm} = 10^{-9}\ \text{m}$).

Objet	Virus	Bactérie	Globule rouge	Grain de sable
Taille	100 nm	$2\ \mu\text{m}$	$7{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}$	0,4 mm

(a) Écris chaque taille en mètres, en notation scientifique, puis range les quatre objets du plus petit au plus grand.

(b) Combien de fois le grain de sable est-il plus grand que la bactérie ?

(c) Donne l'ordre de grandeur, en mètres, de la taille d'un globule rouge.

(d) Combien d'ordres de grandeur séparent le virus du grain de sable ? Déduis-en l'ordre de grandeur du nombre de virus qu'on peut aligner sur un grain de sable.

Ex. 47 ★★★ **Du Soleil à la Lune** — Ben a relevé ces masses dans une revue d'astronomie.

Astre	Soleil	Jupiter	Lune
Masse (kg)	$1{,}99 \times 10^{30}$	$1{,}90 \times 10^{27}$	$7{,}35 \times 10^{22}$

(a) Donne l'ordre de grandeur de chacune des trois masses, avec la convention du cours.

(b) Noa affirme : « Le Soleil et Jupiter ont 3 ordres de grandeur d'écart, donc le Soleil est environ 3 fois plus lourd. » Cette affirmation est-elle juste ? Justifie.

(c) Calcule combien de fois le Soleil est plus lourd que la Lune. Donne le résultat en notation scientifique, arrondi à 2 chiffres significatifs.

(d) Inès écrit : « Jupiter dépasse la Lune de $1{,}90 \times 10^{27} - 7{,}35 \times 10^{22}$ kg, donc elle est environ $1{,}9 \times 10^{27}$ fois plus lourde. » Corrige son erreur et donne le bon rapport, arrondi à 2 chiffres significatifs.

(e) Sans calculatrice, contrôle la vraisemblance des rapports trouvés aux deux questions précédentes à l'aide des ordres de grandeur des masses.

Ex. 48 ★★★ **Comparer des puissances sans les calculer** — On admet : pour n entier relatif, si $a > 1$, a^n augmente quand n augmente ; si $0 < a < 1$, a^n diminue quand n augmente. De plus, si $0 < a < b$ et $n > 0$, alors $a^n < b^n$.

(a) Vrai ou faux ? « $1{,}5^{-6} > 1{,}5^{-3}$, car avec des exposants négatifs l'ordre s'inverse. » Justifie.

(b) Sans calculer, range dans l'ordre croissant : $0{,}6^{-2}$; $0{,}6^{3}$; $0{,}6^{0}$; $0{,}6^{5}$. Justifie.

(c) Écris 2^{30} et 3^{20} comme des puissances d'exposant 10, puis compare ces deux nombres sans calculatrice.

Ex. 48 (suite)

(d) Avec la calculatrice, écris 2^{30} et 3^{20} en notation scientifique arrondie à 3 chiffres significatifs. Lucas affirme : « Ils ont le même ordre de grandeur. » Cette affirmation est-elle juste ? Justifie.

(e) Montre que $\frac{3^{20}}{2^{30}} = \left(\frac{9}{8}\right)^{10}$, puis arrondis ce quotient à 2 chiffres significatifs à la calculatrice. Commente l'affirmation de Lucas.

Ex. 49 ★★★ **Une année de vidéos** — Une plateforme de vidéos reçoit environ 500 heures de vidéo par minute. Une heure de vidéo occupe en moyenne 2,5 Go, avec $1\ \text{Go} = 10^9$ octets. On compte 365 jours dans une année.

(a) Sans calculatrice, estime le nombre d'heures de vidéo reçues en un an. Garde un chiffre significatif par nombre.

(b) Jade fait le calcul exact et annonce $2{,}628 \times 10^6$ heures. Ton estimation confirme-t-elle son résultat ? Justifie, puis corrige si besoin.

(c) Calcule en notation scientifique le volume reçu en un an, en Go puis en octets. Donne l'ordre de grandeur du volume en octets.

(d) Combien de disques de 8×10^3 Go faut-il au minimum pour stocker une année de vidéos ? Donne l'ordre de grandeur de ce nombre.