1. Reconnaître une situation de proportionnalité

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes — calculer des quotients**

(a) $15 \div 4 = 3{,}75$

(b) $17 \div 5 = 3{,}4$

(c) $22 \div 8 = 2{,}75$

(d) $4{,}5 \div 18 = 0{,}25$
(la 2e ligne est plus petite, donc le quotient est plus petit que 1)

(e) $3{,}5 \div 5 = 0{,}7$

(f) $3 \div 0{,}5 = 6$

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes — vrai ou faux ?**

(a) Vrai : le périmètre vaut toujours 4 fois le côté. Côté 7 cm $\to 4 \times 7 = 28$ cm ; côté 14 cm $\to 4 \times 14 = 56$ cm, le double. Le coefficient est 4.

(b) Faux : $2 \times 30 = 60$, mais doubler l'âge ne double pas la pointure (un adulte chausse rarement plus que du 46). La pointure augmente avec l'âge, mais ça ne suffit pas pour que ce soit proportionnel.

(c) Vrai : le prix d'un litre ne change pas, donc le prix est proportionnel au volume, de coefficient 1,74. $15 \times 1{,}74 = 26{,}10$ et $30 \times 1{,}74 = 52{,}20 = 2 \times 26{,}10$: doubler le volume double le prix.

(d) Faux : 10 SMS $\to 5 + 10 \times 0{,}10 = 6{,}00$ € ; 20 SMS $\to 5 + 20 \times 0{,}10 = 7{,}00$ €, et non $2 \times 6{,}00 = 12{,}00$ €. Le montant fixe de 5 € empêche la proportionnalité.

(e) Faux : $2 \times 10 = 20$, mais plus il y a d'ouvriers, moins il faut de jours. S'ils travaillent tous au même rythme, 6 ouvriers mettront $10 \div 2 = 5$ jours. Doubler le nombre d'ouvriers ne double pas le nombre de jours : ce n'est pas proportionnel.

Ex. 3 ★☆☆ **Tableau de proportionnalité ou non ?**

(a) $6{,}60 \div 3 = 2{,}2$; $8{,}80 \div 4 = 2{,}2$; $13{,}20 \div 6 = 2{,}2$; mais $23 \div 10 = 2{,}3$. La dernière colonne donne un autre quotient : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(b) $9 \div 12 = 0{,}75$; $3 \div 4 = 0{,}75$; $7{,}5 \div 10 = 0{,}75$; $4{,}5 \div 6 = 0{,}75$. Tous les quotients sont égaux (même avec les colonnes en désordre) : c'est un tableau de proportionnalité de coefficient 0,75
(0,75 L par bouteille).

Ex. 3 (suite)

(c) $1{,}80 \div 1 = 1{,}8$; $3{,}60 \div 2 = 1{,}8$; mais $6{,}40 \div 4 = 1{,}6$ et $12{,}80 \div 8 = 1{,}6$. Le tarif baisse (tarif dégressif) : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(d) $36 \div 3 = 12$; $84 \div 7 = 12$; $120 \div 10 = 12$; $180 \div 15 = 12$. C'est un tableau de proportionnalité de coefficient 12
(12 biscuits par paquet).

Ex. 4 ★★☆ **Des livres en ligne ou en magasin**

(a) 1 roman : $8{,}50 + 4 = 12{,}50$ €. 2 romans : $2 \times 8{,}50 + 4 = 21$ €. Inès paie 12,50 € pour 1 roman et 21,00 € pour 2 romans.

(b) Si c'était proportionnel, 2 romans coûteraient $2 \times 12{,}50 = 25$ €. Or ils coûtent 21,00 €. Les frais fixes empêchent la proportionnalité : ce n'est pas proportionnel.

(c) $8{,}50 \div 1 = 8{,}5$; $34 \div 4 = 8{,}5$; $59{,}50 \div 7 = 8{,}5$. Tous les quotients sont égaux : le prix est proportionnel, de coefficient 8,5
(un roman coûte 8,50 €).

(d) On enlève d'abord les frais fixes : $46{,}50 - 4 = 42{,}50$. Puis on divise par le prix d'un roman : $42{,}50 \div 8{,}50 = 5$. Inès a commandé 5 romans.

Ex. 5 ★★☆ **L'erreur de Tom**

(a) $375 \div 6 = 62{,}5$ et $125 \div 2 = 62{,}5$.

(b) Non. $500 \div 8 = 62{,}5$ mais $260 \div 4 = 65$. Un quotient est différent : ce n'est pas un tableau de proportionnalité. Tom aurait dû calculer le quotient dans toutes les colonnes.

(c) Avec le coefficient 62,5 : $4 \times 62{,}5 = 250$. Pour 4 personnes, il faut 250 g de farine, et non 260 g.

(d) Le coefficient 62,5 est la masse de farine pour une personne : il faut 62,5 g de farine par personne.

Ex. 6 ★★★ **Trois tarifs à la piscine**

(a) Chaque entrée coûte toujours le même prix, donc on multiplie par le coefficient 4,20 : $3 \times 4{,}20 = 12{,}60$; $5 \times 4{,}20 = 21$; $12 \times 4{,}20 = 50{,}40$. Au tarif A, 3 entrées coûtent 12,60 €, 5 entrées 21,00 € et 12 entrées 50,40 €. On passe toujours du nombre d'entrées au prix en multipliant par 4,20 : le prix est proportionnel au nombre d'entrées, de coefficient 4,20
(le prix d'une entrée).

Ex. 6 **(suite)**

(b) 5 entrées : $15 + 5 \times 2{,}70 = 15 + 13{,}50 = 28{,}50$; 10 entrées : $15 + 10 \times 2{,}70 = 15 + 27 = 42$. Contrôle par le double : $2 \times 28{,}50 = 57$, mais 10 entrées coûtent 42,00 €, et non 57,00 €. Doubler le nombre d'entrées ne double pas le prix : à cause du montant fixe de la carte (15 €), le prix au tarif B n'est pas proportionnel au nombre d'entrées.

(c) Quotients « prix ÷ nombre d'entrées » : $4{,}50 \div 1 = 4{,}50$; $20 \div 5 = 4$; $36 \div 10 = 3{,}60$. Les quotients ne sont pas égaux : l'entrée coûte 4,50 €, puis 4,00 €, puis 3,60 €. Le tarif est dégressif, donc le prix au tarif C n'est pas proportionnel au nombre d'entrées.

(d) Tarif A : $8 \times 4{,}20 = 33{,}60$. Tarif B : $15 + 8 \times 2{,}70 = 15 + 21{,}60 = 36{,}60$. Tarif C : un carnet de 5 et 3 entrées seules, $20 + 3 \times 4{,}50 = 20 + 13{,}50 = 33{,}50$ (le carnet de 10 coûte 36 €, c'est plus cher). Pour 8 entrées, Léa paie 33,60 € au tarif A, 36,60 € au tarif B et 33,50 € au tarif C : elle doit choisir le tarif C.

Ex. 7 ★★★ **L'enquête de Sami**

(a) Quotients « taille ÷ âge » : $75 \div 1 = 75$; $86 \div 2 = 43$; $102 \div 4 = 25{,}5$. Les quotients ne sont pas égaux. Contrôle par le double : à 2 ans il mesure 86 cm, à 4 ans il devrait mesurer $2 \times 86 = 172$ cm, or il mesure 102 cm. Sami a tort : « les deux grandeurs augmentent ensemble » ne suffit pas, la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

(b) Quotients « durée ÷ nombre d'ouvriers » : $12 \div 2 = 6$; $6 \div 4 = 1{,}5$: ils ne sont pas égaux. En doublant le nombre d'ouvriers (de 2 à 4), la durée ne double pas ($2 \times 12 = 24$ jours) : elle passe de 12 à 6 jours, elle diminue. La durée n'est pas proportionnelle au nombre d'ouvriers.

(c) Avec une seule colonne, on trouve un seul quotient : $22{,}50 \div 3 = 7{,}50$. On ne peut pas comparer avec un autre quotient : il y a peut-être un tarif dégressif ou un montant fixe pour d'autres longueurs. Sami ne peut pas conclure, il lui faut au moins une autre longueur avec son prix.

(d) Les quotients « 1re ligne ÷ 2e ligne » valent tous 2,5, donc les quotients dans l'autre sens sont tous égaux aussi : $2 \div 5 = 0{,}4$; $3{,}2 \div 8 = 0{,}4$; $4{,}8 \div 12 = 0{,}4$; $8 \div 20 = 0{,}4$. C'est un tableau de proportionnalité, de coefficient 0,4 (et non 2,5) : il faut 0,4 L de peinture pour 1 m² de façade.

Ex. 8 ★★★ **L'affiche de Chloé au marché**

(a) $7{,}20 \div 3 = 2{,}4$; $3{,}60 \div 1{,}5 = 2{,}4$; $14{,}70 \div 6 = 2{,}45$; $1{,}20 \div 0{,}5 = 2{,}4$; $9{,}60 \div 4 = 2{,}4$. Le quotient de la colonne « 6 kg » est différent : l'affiche n'est pas un tableau de proportionnalité.

(b) La case fausse est le prix de 6 kg. Somme de colonnes : $6 = 4 + 1{,}5 + 0{,}5$, donc le prix est $9{,}60 + 3{,}60 + 1{,}20 = 14{,}40$. Vérification avec le coefficient : $6 \times 2{,}4 = 14{,}40$. Le prix correct pour 6 kg est 14,40 €.

(c) Le coefficient vaut 2,4 : 1 kg coûte 2,40 €. On fait le calcul inverse et on divise par le coefficient : $12 \div 2{,}4 = 5$. Pour 12,00 €, Paul achète 5 kg de clémentines.

(d) 2 filets : $2 \times 2{,}90 = 5{,}80$. 3 filets : on en paie 2, donc 5,80. 6 filets : deux fois l'offre, on en paie 4, donc $4 \times 2{,}90 = 11{,}60$. Le tableau complété : 2,90 € ; 5,80 € ; 5,80 € ; 11,60 €.

(e) Chloé a tort. C'est vrai que $2 \times 5{,}80 = 11{,}60$, mais il faut contrôler toutes les colonnes : 3 filets devraient coûter $3 \times 2{,}90 = 8{,}70$ si c'était proportionnel, or ils coûtent 5,80 €. Autre contrôle : $2{,}90 \div 1 = 2{,}90$ et $5{,}80 \div 2 = 2{,}90$, mais le quotient de la colonne « 3 filets » n'est pas 2,90. Avec l'offre « 3 pour le prix de 2 », le prix n'est pas proportionnel au nombre de filets.

2. *Compléter un tableau : le coefficient*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : calculer le coefficient**

(a) $21 \div 14 = 1{,}5$: le coefficient est 1,5 (il n'est pas entier, même si les données le sont).

(b) $34 \div 40 = 0{,}85$: le coefficient est 0,85 (plus petit que 1, car la 2e ligne est plus petite).

(c) $10 \div 8 = 1{,}25$: le coefficient est 1,25.

(d) $3 \div 20 = 0{,}15$: le coefficient est 0,15 (et non $20 \div 3$).

(e) $9 \div 12 = 0{,}75$: le coefficient est 0,75.

(f) $26 \div 4 = 6{,}5$: le coefficient est 6,5.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : multiplier ou diviser ?**

(a) De la 1re à la 2e ligne, on multiplie : $6 \times 2{,}5 = 15$.

(b) De la 2e à la 1re ligne, on divise : $20 \div 2{,}5 = 8$.

(c) On multiplie : $18 \times 0{,}25 = 4{,}5$.

Ex. 10 (suite)

(d) On divise : $3{,}5 \div 0{,}25 = 14$ (diviser par un nombre plus petit que 1 donne un résultat plus grand).

(e) On divise : $15 \div 1{,}25 = 12$.

(f) On divise : $2{,}6 \div 4 = 0{,}65$.

Ex. 11 ★☆☆ Les pommes du marché

(a) $4{,}40 \div 2 = 2{,}2$. Le coefficient est 2,2 : c'est le prix d'un kilogramme de pommes, 2,20 €.

(b) Coefficient : $5 \times 2{,}2 = 11$. 5 kg coûtent 11,00 €.

(c) On divise par le coefficient : $17{,}60 \div 2{,}2 = 8$. Cela correspond à 8 kg.

(d) Coefficient : $0{,}5 \times 2{,}2 = 1{,}1$. 0,5 kg coûte 1,10 €.

(e) On divise : $29{,}70 \div 2{,}2 = 13{,}5$. Cela correspond à 13,5 kg.

Ex. 12 ★★☆ Les erreurs de Tom

(a) Le coefficient se calcule 2e ligne ÷ 1re ligne : $200 \div 8 = 25$. Tom a fait l'inverse. Le coefficient est 25.

(b) C'est la masse de farine pour une personne : 25 g de farine par personne.

(c) Coefficient : $12 \times 25 = 300$. Pour 12 personnes, il faut 300 g de farine.

(d) Non : on n'ajoute pas le même nombre aux deux lignes. $10 \times 25 = 250$. Pour 10 personnes, il faut 250 g de farine.

(e) Tom a multiplié au lieu de diviser : de la 2e ligne (grammes) à la 1re (personnes), on divise par le coefficient : $350 \div 25 = 14$. Avec 350 g, on fait un gâteau pour 14 personnes.

Ex. 13 ★★☆ Le sirop d'Inès

(a) $35 \div 10 = 3{,}5$. Le coefficient est 3,5 : il faut 3,5 cL d'eau pour 1 cL de sirop.

(b) On multiplie par le coefficient : $4 \times 3{,}5 = 14$ et $9 \times 3{,}5 = 31{,}5$. Il faut 14 cL et 31,5 cL d'eau.

(c) On divise par le coefficient : $21 \div 3{,}5 = 6$ et $42 \div 3{,}5 = 12$. Il faut 6 cL et 12 cL de sirop.

(d) Colonne × 2 : $21 \times 2 = 42$ et $6 \times 2 = 12$. Les deux lignes sont bien multipliées par 2 : la colonne est juste.

(e) $9 + 31{,}5 = 40{,}5$. Inès obtient 40,5 cL de boisson.

Ex. 14 ★★★ Le voyage de Lina au Canada

(a) Non. Le coefficient se calcule 2e ligne ÷ 1re ligne : $25 \div 20 = 1{,}25$. Le coefficient est 1,25 : 1 € donne 1,25 dollar.

(b) Avec le coefficient (de la 1re ligne à la 2e, on multiplie) : $60 \times 1{,}25 = 75$ et $7 \times 1{,}25 = 8{,}75$. On obtient 75 dollars et 8,75 dollars.

(c) De la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $100 \div 1{,}25 = 80$ et $43{,}75 \div 1{,}25 = 35$. On obtient 80 € et 35 €.

(d) Somme de colonnes : $20 + 60 = 80$ et $25 + 75 = 100$. La colonne 80 € correspond bien à 100 dollars : la case est juste.

(e) Faux : on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes. On divise par le coefficient : $30 \div 1{,}25 = 24$. Lina récupère 24,00 €.

Ex. 15 ★★★ Le plein de Chloé

(a) Colonne ÷ 2 : $6 = 12 \div 2$, donc le prix est $22{,}20 \div 2 = 11{,}10$. 6 L coûtent 11,10 €.

(b) Coefficient : $22{,}20 \div 12 = 1{,}85$. C'est le prix d'un litre d'essence : 1,85 € par litre.

(c) Avec le coefficient : $30 \times 1{,}85 = 55{,}50$. 30 L coûtent 55,50 €. Somme de colonnes : $36 = 30 + 6$, donc $55{,}50 + 11{,}10 = 66{,}60$. 36 L coûtent 66,60 €.

(d) De la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $38{,}85 \div 1{,}85 = 21$. Chloé obtient 21 L.

(e) $27 \times 1{,}85 = 49{,}95$ et $28 \times 1{,}85 = 51{,}80$, c'est plus que 50 €. Chloé peut acheter 27 L au maximum (pour 49,95 €).

Ex. 16 ★★★ Le jus d'oranges de la fête

(a) Coefficient = 2e ligne ÷ 1re ligne : $4 \div 5 = 0{,}8$. Ilan a tort : le coefficient est 0,8, plus petit que 1, car on obtient moins de litres de jus que de kg d'oranges. Il représente 0,8 L de jus par kg d'oranges.

(b) Colonne × 3 : $15 = 5 \times 3$, donc $4 \times 3 = 12$ L. Somme de colonnes : $20 = 5 + 15$, donc $4 + 12 = 16$ L.

(c) Avec le coefficient : $3{,}5 \times 0{,}8 = 2{,}8$. On obtient 2,8 L de jus.

(d) De la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $10 \div 0{,}8 = 12{,}5$. Il faut 12,5 kg. Vérification : $10 = 4 \times 2{,}5$ et $5 \times 2{,}5 = 12{,}5$ kg.

(e) Masse d'oranges : $30 \div 0{,}8 = 37{,}5$ kg. Prix : $37{,}5 \times 2{,}40 = 90$. Sacha va payer 90,00 €.

3. *Compléter un tableau : multiplier une colonne, additionner deux colonnes*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : multiplier ou diviser une colonne**

(a) Colonne × 3 ($9 = 3 \times 3$) : $2{,}70 \times 3 = 8{,}10$. Neuf baguettes coûtent 8,10 €.

(b) Colonne ÷ 3 ($7 = 21 \div 3$) : $12 \div 3 = 4$. Avec 7 €, tu achètes 4 stylos.

(c) Colonne ÷ 2 (moitié, $3 = 6 \div 2$) : $45 \div 2 = 22{,}5$. Trois sacs couvrent 22,5 m².

(d) Colonne × 3 ($12 = 4 \times 3$) : $250 \times 3 = 750$. Il faut 750 g de pâtes.

(e) Colonne ÷ 5 ($2 = 10 \div 5$) : $37 \div 5 = 7{,}4$. Deux mètres coûtent 7,40 €.

(f) Colonne × 4 ($40 = 10 \times 4$) : $2{,}5 \times 4 = 10$. Il faut 10 L de jus.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : additionner ou soustraire deux colonnes**

(a) Somme de colonnes : $7 = 2 + 5$, donc $17 + 42{,}50 = 59{,}50$. 7 kg coûtent 59,50 €.

(b) Différence de colonnes : $3 = 5 - 2$, donc $42{,}50 - 17 = 25{,}50$. 3 kg coûtent 25,50 €.

(c) Somme de colonnes : $12 = 5 + 7$, donc $42{,}50 + 59{,}50 = 102$. 12 kg coûtent 102,00 €.

(d) Somme de colonnes : $10 = 3 + 7$, donc $25{,}50 + 59{,}50 = 85$. Oui, Bastien a raison : 10 kg coûtent 85,00 €
(il a fait colonne × 2 sur les deux lignes).

Ex. 19 ★★☆ **Des pots de peinture : colonnes en désordre**

(a) Colonne ÷ 4 ($3 = 12 \div 4$) : $38{,}40 \div 4 = 9{,}60$. Trois pots coûtent 9,60 €.

(b) $15 = 12 + 3$ (colonne ÷ 4 puis somme) : $38{,}40 + 9{,}60 = 48$. Quinze pots coûtent 48,00 €.

(c) Passage par l'unité : $38{,}40 \div 12 = 3{,}20$, donc un pot coûte 3,20 €. Puis $7 \times 3{,}20 = 22{,}40$: sept pots coûtent 22,40 €.

(d) Somme de colonnes : $10 = 7 + 3$, donc $22{,}40 + 9{,}60 = 32$. Vérification : $10 \times 3{,}20 = 32$. Dix pots coûtent 32,00 €.

Ex. 20 ★★☆ **Au marché : deux erreurs à corriger**

(a) $9 \div 5 = 1{,}8$. Le coefficient est 1,8 : c'est le prix d'un kilogramme, soit 1,80 €.

(b) Non : on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes. Avec le coefficient : $8 \times 1{,}80 = 14{,}40$. Huit kilogrammes coûtent 14,40 €.

(c) Zoé a additionné les masses mais a ajouté la masse 8 au prix. Il faut additionner les prix : $9 + 14{,}40 = 23{,}40$. Treize kilogrammes coûtent 23,40 €.

(d) Colonne × 3 : $27 = 9 \times 3$, donc $5 \times 3 = 15$. Avec 27 €, tu achètes 15 kg de pommes de terre.

Ex. 21 ★★☆ **La piscine : une carte, puis des entrées**

(a) Quotients prix ÷ nombre d'entrées : $20 \div 2 = 10$; $30 \div 4 = 7{,}5$; $35 \div 5 = 7$. Ils ne sont pas égaux : ce n'est pas une situation de proportionnalité
(à cause de la carte).

(b) La situation n'est pas proportionnelle, donc on ne peut pas additionner deux colonnes (Nolan paierait la carte deux fois). Vrai prix : $10 + 5 \times 6 = 40$. Six entrées coûtent 40,00 €.

(c) Faux : on ne peut pas multiplier une colonne par 2, car ce n'est pas proportionnel. $10 + 5 \times 8 = 50$: huit entrées coûtent 50,00 €, et pas $2 \times 30 = 60$ €.

Ex. 22 ★★★ **À la station-service : compléter sans passer par l'unité**

(a) Colonne × 3 : $24 = 8 \times 3$, donc le prix est $14{,}80 \times 3 = 44{,}40$. Vingt-quatre litres coûtent 44,40 €.

(b) Somme de deux colonnes : $32 = 8 + 24$, donc le prix est $14{,}80 + 44{,}40 = 59{,}20$. Trente-deux litres coûtent 59,20 €.

(c) Colonne ÷ 4 : on divise la colonne « 8 L » par 4 : $8 \div 4 = 2$, donc le prix est $14{,}80 \div 4 = 3{,}70$. Deux litres coûtent 3,70 €.

(d) Somme de deux colonnes : $26 = 24 + 2$, donc le prix est $44{,}40 + 3{,}70 = 48{,}10$. Vérification par l'unité : $14{,}80 \div 8 = 1{,}85$, donc un litre coûte 1,85 €, et $26 \times 1{,}85 = 48{,}10$. Vingt-six litres coûtent 48,10 €.

(e) Non : on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes. Somme de deux colonnes : $10 = 8 + 2$, donc le prix est $14{,}80 + 3{,}70 = 18{,}50$ (vérification : $10 \times 1{,}85 = 18{,}50$). Dix litres coûtent 18,50 €, pas 16,80 €.

Ex. 23 ★★★ **Des crêpes pour la fête : colonnes en désordre**

(a) Somme de deux colonnes : $10 = 6 + 4$, donc la masse est $300 + 200 = 500$. Pour 10 personnes, il faut 500 g de farine.

(b) Différence de deux colonnes : $2 = 6 - 4$, donc la masse est $300 - 200 = 100$. Pour 2 personnes, il faut 100 g de farine.

(c) Colonne $\times 2$, puis somme de deux colonnes : $14 = 6 \times 2 + 2$, donc la masse est $300 \times 2 + 100 = 700$. Vérification par l'unité : $300 \div 6 = 50$ g par personne et $14 \times 50 = 700$. Pour 14 personnes, il faut 700 g de farine.

(d) Conversion : 1,5 kg $= 1{,}5 \times 1\,000 = 1\,500$ g. Colonne $\times 5$: $1\,500 = 300 \times 5$, donc le nombre de personnes est $6 \times 5 = 30$. Avec tout le paquet, Nora fait des crêpes pour 30 personnes.

(e) Sami a multiplié la 1re ligne par 2 mais la 2e ligne par 4 : il faut multiplier les deux lignes par le même nombre. Colonne $\times 2$: $8 = 4 \times 2$, donc la masse est $200 \times 2 = 400$ (vérification : $8 \times 50 = 400$). Pour 8 personnes, il faut 400 g de farine, pas 800 g.

Ex. 24 ★★★ **Location de vélos : quel loueur choisir ?**

(a) Chez A, l'énoncé dit que le prix est proportionnel à la durée. Chez B, on calcule les quotients « prix ÷ durée » : $10 \div 2 = 5$; $12 \div 3 = 4$; $14 \div 4 = 3{,}5$. Ils ne sont pas égaux : chez B, ce n'est pas proportionnel (à cause du forfait), donc les propriétés des colonnes ne marchent pas.

(b) Colonne $\times 2$: $4 = 2 \times 2$, donc $7 \times 2 = 14$. Chez A, 4 h coûtent 14,00 €. Chez B, 4 h coûtent aussi 14,00 € (tableau : $6 + 2 \times 4 = 14$). Pour 4 h, les deux loueurs coûtent le même prix.

(c) Loueur A (proportionnel), passage par l'unité : $7 \div 2 = 3{,}5$, donc une heure coûte 3,50 € ; 3 h coûtent $3 \times 3{,}5 = 10{,}5$, soit 10,50 €. Colonne $\times 4$: $8 = 2 \times 4$, donc 8 h coûtent $7 \times 4 = 28$, soit 28,00 €. Loueur B : 3 h coûtent 12,00 € (tableau) et 8 h coûtent $6 + 2 \times 8 = 22$, soit 22,00 €. Pour 3 h, Inès choisit A (10,50 € au lieu de 12,00 €) ; pour 8 h, elle choisit B (22,00 € au lieu de 28,00 €).

(d) Chez A, le coefficient est 3,5 (le prix d'une heure). De la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $24{,}5 \div 3{,}5 = 7$. Inès a loué son vélo pendant 7 h.

4. *Le passage par l'unité*

Ex. 25 ★★☆ **Automatismes : le prix d'une unité**

(a) $7 \div 4 = 1{,}75$. Un stylo coûte 1,75 €.

(b) On divise le prix par la quantité, pas l'inverse : $12 \div 5 = 2{,}4$. Un kilogramme coûte 2,40 €.

(c) $4{,}20 \div 3 = 1{,}4$. Un mètre coûte 1,40 €.

(d) $450 \div 6 = 75$. Il faut 75 g par personne.

(e) $84 \div 6 = 14$. Elle imprime 14 pages en 1 minute.

(f) $9{,}20 \div 8 = 1{,}15$. Un croissant coûte 1,15 €.

Ex. 26 ★★☆ **Automatismes : au rayon fromage**

(a) Passage par l'unité : $4 \div 250 = 0{,}016$. 1 g coûte 0,016 €.

(b) $100 \times 0{,}016 = 1{,}6$. 100 g coûtent 1,60 €.

(c) $340 \times 0{,}016 = 5{,}44$. 340 g coûtent 5,44 €.

(d) À rebours, on divise par le prix de 1 g : $7{,}20 \div 0{,}016 = 450$. On achète 450 g.

Ex. 27 ★★☆ **Des crêpes pour tout le monde**

(a) Passage par l'unité (1 personne) : $360 \div 6 = 60$ g de farine, $0{,}9 \div 6 = 0{,}15$ L de lait, $3 \div 6 = 0{,}5$ œuf.

(b) $8 \times 60 = 480$; $8 \times 0{,}15 = 1{,}2$; $8 \times 0{,}5 = 4$. Pour 8 personnes, il faut 480 g de farine, 1,2 L de lait et 4 œufs.

(c) $15 \times 60 = 900$, donc 900 g de farine. $15 \times 0{,}5 = 7{,}5$: on ne peut pas casser un demi-œuf, on en prend 8.

(d) 1,5 kg $= 1\,500$ g. $1\,500 \div 60 = 25$. Tom peut faire la pâte pour 25 personnes.

Ex. 28 ★★☆ **Le meilleur prix au litre**

(a) Pot A : $31 \div 2{,}5 = 12{,}4$, donc un litre coûte 12,40 €. Pot B : $47{,}60 \div 4 = 11{,}9$, donc un litre coûte 11,90 €.

(b) À rebours, on divise par le prix de 1 L : $18{,}60 \div 12{,}4 = 1{,}5$. On obtiendrait 1,5 L de peinture.

(c) $35 \div 3 = 11{,}666\ldots \approx 11{,}67$. Avec le pot C, un litre coûte environ 11,67 €. C'est le pot C qui a le meilleur prix au litre.

(d) $35 \div 3 \times 5 = 175 \div 3 = 58{,}333\ldots \approx 58{,}33$. Les 5 L coûteraient 58,33 €. Si on arrondit trop tôt, on trouve $11{,}67 \times 5 = 58{,}35$ €, ce qui est faux.

Ex. 29 ★★☆ **Tomates du marché et sauce maison**

(a) Non : il a divisé la quantité par le prix. Pour le prix de 1 kg, on divise le prix par la quantité : $5{,}70 \div 3 = 1{,}9$. Un kilogramme coûte 1,90 €.

(b) $4{,}5 \times 1{,}9 = 8{,}55$. Les 4,5 kg coûtent 8,55 €.

Ex. 29 **(suite)**

(c) À rebours : $15{,}20 \div 1{,}9 = 8$. On peut acheter 8 kg de tomates.

(d) $7 \times 0{,}4 = 2{,}8$. Hugo obtient 2,8 L de sauce.

(e) $2{,}8 \div 0{,}25 = 11{,}2$. Pour ranger toute la sauce, il doit prévoir 12 pots (on arrondit au-dessus). Seuls 11 pots seront pleins (on arrondit au-dessous).

Ex. 30 ★★★ **L'essence de la tondeuse**

(a) Passage par l'unité : $13 \div 7 = 1{,}857\ldots$ Un litre coûte environ 1,86 €.

(b) 1,86 est une valeur arrondie : en la multipliant par 12, l'erreur est multipliée aussi ($12 \times 1{,}86 = 22{,}32$). On arrondit seulement à la fin : $13 \times 12 \div 7 = 156 \div 7 = 22{,}285\ldots$ Douze litres coûtent 22,29 €.

(c) 10 L coûtent $13 \times 10 \div 7 = 18{,}57\ldots$ €, soit environ 18,57 € : c'est possible. 11 L coûtent $13 \times 11 \div 7 = 20{,}43\ldots$ €, soit environ 20,43 € : c'est trop cher. On arrondit au-dessous : Malik peut acheter 10 L au plus.

(d) En 1 minute : $0{,}8 \div 16 = 0{,}05$ L. Puis $10 \div 0{,}05 = 200$. Avec 10 L, la tondeuse tourne pendant 200 minutes (3 h 20 min).

Ex. 31 ★★★ **Salade de fruits pour la fête de l'école**

(a) Ajouter 14 personnes n'ajoute pas 14 g : on n'ajoute pas le même nombre aux deux lignes. Passage par l'unité : $320 \div 4 = 80$ g par personne, puis $80 \times 18 = 1\,440$. Il faut 1 440 g de fraises.

(b) Pour 1 personne : $3 \div 4 = 0{,}75$ banane. Puis $0{,}75 \times 18 = 13{,}5$. On ne peut pas acheter une demi-banane et il en faut assez : on arrondit au-dessus. Chloé doit acheter 14 bananes.

(c) 1 kg = 1 000 g. Barquette A : $1\,000 = 250 \times 4$, donc $2{,}90 \times 4 = 11{,}60$ €. Barquette B : $1\,000 = 500 \times 2$, donc $5{,}40 \times 2 = 10{,}80$ €. La barquette B est la plus avantageuse (10,80 € le kg).

(d) $1\,440 \div 500 = 2{,}88$: 2 barquettes ne suffisent pas, on arrondit au-dessus, donc 3 barquettes. Prix : $3 \times 5{,}40 = 16{,}20$. Chloé achète 3 barquettes et paie 16,20 €.

Ex. 32 ★★★ **Du tissu au mètre pour les costumes**

(a) Propriété multiplicative : $1{,}5 = 6 \div 4$, donc colonne ÷4 : $27 \div 4 = 6{,}75$. 1,5 m de tissu coûtent 6,75 €.

(b) Propriété additive : $7{,}5 = 6 + 1{,}5$, donc $27 + 6{,}75 = 33{,}75$. 7,5 m de tissu coûtent 33,75 €.

(c) Passage par l'unité : $27 \div 6 = 4{,}5$, donc 1 m coûte 4,50 €. Puis $4 \times 4{,}5 = 18$. 4 m de tissu coûtent 18,00 €.

(d) $40 \div 4{,}5 = 8{,}88\ldots$ m. On vérifie au dixième : $8{,}8 \times 4{,}5 = 39{,}6$ (possible) et $8{,}9 \times 4{,}5 = 40{,}05$ (trop cher). On arrondit au-dessous : Zoé peut acheter 8,8 m au plus, pour 39,60 €.

(e) Quotients prix ÷ longueur : dans le tableau, $27 \div 6 = 4{,}5$; pour le rouleau, $50 \div 12 = 4{,}166\ldots \approx 4{,}17$. Au prix du tableau, 12 m coûteraient $12 \times 4{,}5 = 54$ €. Les quotients sont différents : le tableau ne serait plus un tableau de proportionnalité.

5. *Échelles : plans et cartes*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : conversions et échelle**

(a) $7 \times 100\,000 = 700\,000$: 7 km = 700 000 cm.

(b) $2{,}8 \times 100\,000 = 280\,000$: 2,8 km = 280 000 cm.

(c) $64\,000 \div 100 = 640$: 64 000 cm = 640 m.

(d) $350\,000 \div 100\,000 = 3{,}5$: 350 000 cm = 3,5 km.

(e) 1 cm représente 45 000 **cm** (pas 45 000 m) ; $45\,000 \div 100 = 450$: soit 450 m.

(f) 1 cm représente 75 000 cm ; $75\,000 \div 100\,000 = 0{,}75$: soit 0,75 km.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : du plan à la réalité, et retour**

(a) $6 \times 20\,000 = 120\,000$ cm, soit 1 200 m.

(b) $2{,}5 \times 40\,000 = 100\,000$ cm, soit 1 km.

(c) $7{,}6 \times 100 = 760$ cm, soit 7,6 m.

(d) 24 km = 2 400 000 cm, puis $2\,400\,000 \div 300\,000 = 8$: 8 cm.

(e) 35 m = 3 500 cm, puis $3\,500 \div 500 = 7$: 7 cm.

(f) 3 km = 300 000 cm, puis $300\,000 \div 125\,000 = 2{,}4$: 2,4 cm.

Ex. 35 ★☆☆ **Le tableau de l'échelle**

(a) Échelle 1/60 000 : 1 cm représente 60 000 cm. Le coefficient est 60 000.

(b) Coefficient : $3 \times 60\,000 = 180\,000$ cm.

(c) On divise par le coefficient : $420\,000 \div 60\,000 = 7$ cm.

(d) $0{,}5 \times 60\,000 = 30\,000$ cm.

(e) $8{,}5 \times 60\,000 = 510\,000$ cm.

(f) $1\,200\,000 \div 60\,000 = 20$ cm.

Ex. 36 ★★☆ **Trouver l'échelle**

(a) 4,8 km = 480 000 cm ; $480\,000 \div 16 = 30\,000$. 1 cm représente 30 000 cm : l'échelle est 1/30 000.

(b) 3,2 m = 320 cm ; $320 \div 4 = 80$. L'échelle du plan est 1/80.

(c) Non. Tom a oublié de convertir : 350 m = 35 000 cm et $35\,000 \div 5 = 7\,000$. L'échelle est 1/7 000.

(d) Faux. 9 km = 900 000 cm. Carte A : $900\,000 \div 6 = 150\,000$, l'échelle est 1/150 000. Carte B : $900\,000 \div 1{,}8 = 500\,000$, l'échelle est 1/500 000. Plus n est grand, plus la réalité est réduite : c'est la carte B qui réduit le plus.

Ex. 37 ★★☆ **Les maquettes de Zoé**

(a) 4,3 m = 430 cm ; $430 \div 43 = 10$. La maquette de la voiture mesure 10 cm.

(b) Non : à 1/43, 1 cm représente 43 **cm**, soit 0,43 m, et non 43 m.

(c) $23 \times 87 = 2\,001$ cm, soit 20,01 m. La vraie locomotive mesure 20,01 m.

(d) 26,1 m = 2 610 cm ; $2\,610 \div 87 = 30$. Le wagon miniature mesure 30 cm.

Ex. 38 ★★★ **Le plan de l'appartement de Malik**

(a) Erreur : à 1/50, 1 cm représente 50 **cm**, pas 50 m. On multiplie par le coefficient 50 : $11{,}2 \times 50 = 560$ cm, puis on convertit : 560 cm = 5,6 m. Le salon mesure 5,6 m de long.

(b) On multiplie par le coefficient 50 : $8{,}4 \times 50 = 420$ cm, et 420 cm = 4,2 m. Le salon mesure 4,2 m de large.

(c) On convertit d'abord en cm : 2,35 m = 235 cm. Puis on divise par 50 : $235 \div 50 = 4{,}7$. Malik doit tracer 4,7 cm.

(d) Distance réelle : $6{,}3 \times 50 = 315$ cm, soit 3,15 m. Or 3,15 m est plus petit que 3,2 m : la bibliothèque ne tient pas, il manque 5 cm.

Ex. 39 ★★★ **Deux cartes pour une randonnée**

(a) Carte IGN : 1 cm représente 25 000 cm = 250 m. Carte routière : 1 cm représente 250 000 cm = 2 500 m. Plus n est grand, plus la réalité est réduite : c'est la carte routière qui réduit le plus.

(b) Longueur sur la carte : $6{,}4 + 3{,}8 + 5{,}8 = 16$ cm. Distance réelle : $16 \times 25\,000 = 400\,000$ cm, et 400 000 cm = 4 km. Le circuit mesure 4 km.

(c) La distance réelle est 400 000 cm. On divise par 250 000 : $400\,000 \div 250\,000 = 1{,}6$. Le circuit mesurerait 1,6 cm sur la carte routière.

(d) On convertit d'abord : 37 km = 3 700 000 cm (1 km = 100 000 cm). Puis $3\,700\,000 \div 250\,000 = 14{,}8$ cm. Or 14,8 cm est moins que 15 cm : c'est vrai.

Ex. 40 ★★★ **L'échelle effacée du plan du parc**

(a) On convertit en cm : 150 m = 15 000 cm. Puis n = réel ÷ plan = $15\,000 \div 7{,}5 = 2\,000$: 1 cm représente 2 000 cm. L'échelle est 1/2 000.

(b) On multiplie par le coefficient 2 000 : $2{,}3 \times 2\,000 =$ 4 600 cm, et 4 600 cm = 46 m. Le bassin mesure 46 m de long.

(c) 840 m = 84 000 cm, puis $84\,000 \div 2\,000 = 42$ cm. Or 42 cm est plus que 29,7 cm : ce n'est pas possible, le parc ne tient pas sur la feuille.

(d) $84\,000 \div 4\,000 = 21$. Léa doit tracer 21 cm. Comme 21 cm est moins que 29,7 cm, le parc tient sur sa feuille.

6. *Problèmes de proportionnalité*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : calcul mental**

(a) Colonne $\times 2$: $4 \times 2 = 8$, donc 10 stylos coûtent 8 €.

(b) Passage par l'unité : $7{,}50 \div 3 = 2{,}50$, donc 1 kg coûte 2,50 €.

(c) Coefficient 1,80 : $1{,}80 \times 4 = 7{,}20$, donc 4 L coûtent 7,20 €.

(d) Colonne $\div 3$: $13{,}50 \div 3 = 4{,}50$, donc 3 cahiers coûtent 4,50 €.

(e) Passage par l'unité : $300 \div 4 = 75$ g par personne, puis $75 \times 6 = 450$ g de farine.

(f) Colonne $\times 4$ ($8 = 2 \times 4$) : $15 \times 4 = 60$, donc 60 L en 8 minutes.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : proportionnel ou pas ?**

(a) Vrai : prix = masse × 2,40 (coefficient 2,40). Par exemple, 2 kg coûtent $2 \times 2{,}40 = 4{,}80$ €.

(b) Faux : 1 km coûte $4 + 1{,}50 = 5{,}50$ € et 2 km coûtent $4 + 3 = 7$ €, pas $2 \times 5{,}50 = 11$ €.

(c) Vrai : le périmètre vaut 3 fois le côté. Par exemple, pour un côté de 2 cm : $3 \times 2 = 6$ cm ; pour un côté de 5 cm : $3 \times 5 = 15$ cm. Les quotients sont égaux : $6 \div 2 = 15 \div 5 = 3$. Le coefficient est 3.

(d) Faux : doubler le nombre de yaourts devrait donner $2 \times 2 = 4$ €, or le lot de 6 coûte 3,50 € (tarif réduit).

(e) Vrai : $10 \div 4 = 2{,}5$; $15 \div 6 = 2{,}5$; $25 \div 10 = 2{,}5$. Tous les quotients sont égaux, coefficient 2,5.

(f) Faux : $17 \div 2 = 8{,}5$ et $25{,}50 \div 3 = 8{,}5$, mais $43 \div 5 = 8{,}6$. Un quotient est différent.

Ex. 43 ★☆☆ **Farine en vrac : choisis ton outil**

(a) $3{,}20 \div 2 = 1{,}6$: le coefficient est 1,6, c'est le prix de 1 kg de farine (1,60 €).

(b) $5 \times 1{,}6 = 8$: 5 kg coûtent 8 €.

(c) Propriété additive : $7 = 2 + 5$, donc $3{,}20 + 8 = 11{,}20$: 7 kg coûtent 11,20 €.

(d) Colonne ÷ 4 ($0{,}5 = 2 \div 4$) : $3{,}20 \div 4 = 0{,}80$: 0,5 kg coûte 0,80 €.

(e) À rebours, on divise par le coefficient : $16 \div 1{,}6 = 10$ (ou colonne 5 kg × 2). On achète 10 kg.

Ex. 44 ★★☆ **Le miel du marché**

(a) 1 kg = 1 000 g = 4×250 g. Colonne × 4 : $3{,}40 \times 4 = 13{,}60$. En pots A, 1 kg coûte 13,60 €.

(b) 1 kg = 2×500 g. Colonne × 2 : $6{,}60 \times 2 = 13{,}20$. En pots C, 1 kg coûte 13,20 €.

(c) Pour 1 kg : A coûte 13,60 €, B coûte 12,90 € et C coûte 13,20 €. Le pot B est le plus avantageux.

(d) Reste : $20 - 12{,}90 = 7{,}10$ €. Or $2 \times 3{,}40 = 6{,}80$ € et $3 \times 3{,}40 = 10{,}20$ € (trop cher). Léa peut acheter 2 pots A, et il lui reste 0,30 €.

Ex. 45 ★★☆ **Terreau livré à domicile**

(a) $4 \times 3{,}75 = 15$ et $15 + 9 = 24$. La commande de 4 sacs coûte 24,00 €.

Ex. 45 (suite)

(b) Non : les 9 € de livraison ne sont payés qu'une fois. $8 \times 3{,}75 + 9 = 30 + 9 = 39$ €, et non $2 \times 24 = 48$ €. Le prix n'est pas proportionnel au nombre de sacs.

(c) On enlève d'abord la livraison : $54 - 9 = 45$ €, puis $45 \div 3{,}75 = 12$. Ben a commandé 12 sacs.

(d) En ligne, chaque sac coûte $5 - 3{,}75 = 1{,}25$ € de moins, mais il faut d'abord rattraper les 9 € de livraison. Pour 7 sacs : magasin $7 \times 5 = 35$ €, en ligne $7 \times 3{,}75 + 9 = 35{,}25$ € (plus cher). Pour 8 sacs : magasin 40 €, en ligne 39 €. La commande en ligne est moins chère à partir de 8 sacs.

Ex. 46 ★★★ **Crêpes pour toute la classe**

(a) Coefficient : $28 \div 8 = 3{,}5$. On multiplie toutes les quantités par 3,5. Farine : $250 \times 3{,}5 = 875$ g. Il faut 875 g de farine (un paquet de 1 kg suffit).

(b) 0,5 L = 50 cL et $50 \times 3{,}5 = 175$ cL, soit 1,75 L. Une bouteille (100 cL) ne suffit pas : Nora doit acheter 2 bouteilles de lait.

(c) $4 \times 3{,}5 = 14$ œufs. 2 boîtes donnent 12 œufs, ce n'est pas assez ; 3 boîtes donnent $3 \times 6 = 18$ œufs. Nora doit acheter 3 boîtes d'œufs.

(d) Beurre : $40 \times 3{,}5 = 140$ g, donc une plaquette de 250 g suffit. Total : $1{,}20 + 2 \times 1{,}15 + 3 \times 2{,}10 + 2{,}45 = 12{,}25$ €. Reste : $15 - 12{,}25 = 2{,}75$ €. Les courses coûtent 12,25 € et il restera 2,75 € à Nora.

(e) Pour 56 élèves, on multiplie la recette par $56 \div 8 = 7$: farine $250 \times 7 = 1\,750$ g, soit 2 paquets ; lait $50 \times 7 = 350$ cL, soit 4 bouteilles ; œufs $4 \times 7 = 28$, soit 5 boîtes ; beurre $40 \times 7 = 280$ g, soit 2 plaquettes. Prix : $2 \times 1{,}20 + 4 \times 1{,}15 + 5 \times 2{,}10 + 2 \times 2{,}45 = 22{,}40$ €, et non $2 \times 12{,}25 = 24{,}50$ €. Léo a tort : comme on achète par lots entiers, le prix n'est pas proportionnel au nombre d'élèves. Pour 56 élèves, Nora paierait 22,40 €.

Ex. 47 ★★★ **La teinte de la chambre**

(a) Quotients « 2e ligne ÷ 1re ligne » : $12 \div 2 = 6$; $30 \div 5 = 6$; $3 \div 0{,}5 = 6$; $50 \div 8 = 6{,}25$. Le dernier quotient est différent : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(b) Les trois premières colonnes donnent le coefficient 6 (6 cL de colorant par litre de blanc). Pour 8 L : $8 \times 6 = 48$. Il faut 48 cL de colorant : la case « 50 » du vendeur est fausse.

Ex. 47 **(suite)**

(c) Coefficient : $12{,}5 \times 6 = 75$ cL, et 75 cL $= 75 \div 100 = 0{,}75$ L. Il lui faut 75 cL de colorant, soit $0{,}75$ L.

(d) Dans l'autre sens, on divise par le coefficient : $21 \div 6 = 3{,}5$. Théo doit mélanger $3{,}5$ L de peinture blanche à ses 21 cL de colorant.

(e) 5 petits pots : $5 \times 18{,}90 = 94{,}50$ €. 1 grand pot et 1 petit pot : $71{,}50 + 18{,}90 = 90{,}40$ €. Écart : $94{,}50 - 90{,}40 = 4{,}10$ €. Il vaut mieux acheter 1 grand pot et 1 petit pot : Théo paie $90{,}40$ €, soit $4{,}10$ € de moins.

Ex. 48 ★★★ **Deux bureaux de change à Londres**

(a) $50 \times 0{,}86 = 43$ et $43 - 4 = 39$ £. $100 \times 0{,}86 = 86$ et $86 - 4 = 82$ £. Yanis reçoit 39 £ pour 50 € et 82 £ pour 100 €.

(b) Doubler la somme en euros ne double pas les livres : $2 \times 39 = 78$ £, mais on reçoit 82 £. Les quotients sont différents : $39 \div 50 = 0{,}78$ et $82 \div 100 = 0{,}82$. À cause des frais fixes, ce n'est pas proportionnel.

(c) Ici, c'est proportionnel, de coefficient $0{,}82$: $50 \times 0{,}82 = 41$ £ et $150 \times 0{,}82 = 123$ £. On reçoit 41 £ pour 50 € et 123 £ pour 150 €.

(d) Pour 50 € : A donne 41 £ et B donne 39 £, donc le bureau A est plus avantageux. Pour 150 € : B donne $150 \times 0{,}86 - 4 = 125$ £ et A donne 123 £, donc le bureau B est plus avantageux. Le meilleur bureau dépend de la somme échangée.

(e) Avec 73 €, on recevrait $73 \times 0{,}82 = 59{,}86$ £, ce n'est pas assez : il faut donc plus de 73 €. Avec des billets de 10 € : $70 \times 0{,}82 = 57{,}40$ £, pas assez ; $80 \times 0{,}82 = 65{,}60$ £, c'est assez. Yanis doit donner au minimum 80 € et il reçoit $65{,}60$ £.