1. Rappels de 6e : coefficient et passage à l'unité

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : le coefficient et son unité**

(a) $11 \div 4 = 2{,}75$: le coefficient vaut 2,75 €/kg.

(b) $27 \div 6 = 4{,}5$: le coefficient vaut 4,50 €/m.

(c) $9{,}60 \div 12 = 0{,}80$: le coefficient vaut 0,80 € par stylo.

(d) Attention à l'ordre : le prix se divise par la masse. $12 \div 1{,}5 = 8$: le coefficient vaut 8 €/kg.

(e) $240 \div 8 = 30$: le coefficient vaut 30 g par part.

(f) $195 \div 3 = 65$: le coefficient vaut 65 km/h, c'est la vitesse moyenne du car.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : passage à l'unité et linéarité**

(a) Passage à l'unité : $13{,}60 \div 8 = 1{,}70$ € pour un cahier.

(b) Passage à l'unité : $4{,}50 \div 5 = 0{,}90$ € pour un croissant, puis $0{,}90 \times 8 = 7{,}20$ €.

(c) Linéarité : $6 = 2 \times 3$, il y a 3 fois plus de places, donc c'est 3 fois plus cher : $17 \times 3 = 51$ €.

(d) Conversion : 1,2 kg = 1 200 g = 300×4 g. Linéarité : $4{,}80 \times 4 = 19{,}20$ €.

(e) $4{,}20 \div 0{,}35 = 12$: tu peux acheter 12 œufs.

(f) Passage à l'unité : $8{,}10 \div 6 = 1{,}35$ € le mètre, puis $1{,}35 \times 10 = 13{,}50$ €.

Ex. 3 ★★☆ **Le tableau des cerises**

(a) Non : le coefficient, c'est la 2e ligne ÷ la 1re ligne, ici le prix ÷ la masse. $16 \div 2{,}5 = 6{,}4$: le coefficient vaut 6,40 €/kg, c'est le prix d'un kilogramme.

(b) Coefficient : $0{,}5 \times 6{,}40 = 3{,}20$ € et $4 \times 6{,}40 = 25{,}60$ €.

(c) On remonte de la 2e ligne vers la 1re : on divise par le coefficient. $9{,}60 \div 6{,}40 = 1{,}5$. Pour 9,60 €, on achète 1,5 kg de cerises.

(d) Linéarité multiplicative : $8 = 4 \times 2$, donc le prix est aussi multiplié par 2 : $25{,}60 \times 2 = 51{,}20$. 8 kg de cerises coûtent 51,20 €.

Ex. 4 ★★☆ **Les crêpes de Noé**

(a) Non : de 4 à 6 personnes, il y a 1,5 fois plus de monde, donc chaque quantité doit être multipliée par 1,5, pas augmentée de 2. Pour les œufs, $4 + 2 = 6$ tombe juste par hasard ($4 \times 1{,}5 = 6$). Mais 202 g de farine, c'est presque autant que 200 g : la recette n'est plus respectée. Dans une situation de proportionnalité, on multiplie, on n'ajoute pas.

(b) Linéarité : pour 2 personnes (2 fois moins), on divise par 2 : 100 g, 2 œufs, 25 cl. Linéarité additive, $6 = 4 + 2$: $200 + 100 = 300$ g de farine, $4 + 2 = 6$ œufs, $50 + 25 = 75$ cl de lait.

(c) Linéarité multiplicative : $12 = 4 \times 3$, donc 3 fois plus de chaque ingrédient : $200 \times 3 = 600$ g de farine, $4 \times 3 = 12$ œufs, $50 \times 3 = 150$ cl, soit 1,5 L de lait.

(d) Passage à l'unité : $200 \div 4 = 50$ g de farine par personne. $500 \div 50 = 10$: Noé peut cuisiner pour 10 personnes au plus.

Ex. 5 ★★★ **Les olives en vrac de Malik**

(a) Je calcule le quotient « prix ÷ masse » dans chaque colonne : $5{,}20 \div 0{,}4 = 13$; $19{,}50 \div 1{,}5 = 13$; $10{,}40 \div 0{,}8 = 13$; mais $31 \div 2{,}5 = 12{,}4$. Un seul quotient différent suffit : Malik a tort, ce n'est pas un tableau de proportionnalité. Vérifier deux colonnes ne suffit pas, le tableau « commence bien » puis se trompe à la dernière colonne.

(b) Coefficient pour 0,4 kg : 13 €/kg (calculé à la question précédente). Au même tarif, $2{,}5 \times 13 = 32{,}50$ €. Différence : $32{,}50 - 31 = 1{,}50$ €. Au même tarif, 2,5 kg coûteraient 32,50 € : le prix relevé est moins cher de 1,50 €.

(c) Linéarité multiplicative : $1{,}2 = 3 \times 0{,}4$, donc on multiplie aussi le prix par 3 : $3 \times 5{,}20 = 15{,}60$ €. 3 fois plus d'olives coûtent 3 fois plus cher : 1,2 kg coûtent 15,60 €.

(d) On remonte de la 2e ligne vers la 1re : on divise le prix par le coefficient 13 €/kg, on ne multiplie pas. $9{,}10 \div 13 = 0{,}7$. Malik obtient 0,7 kg d'olives pour 9,10 €.

Ex. 6 ★★★ **Deux offres de location de vélos**

(a) Offre A : $2 \times 6{,}50 = 13$ € et $4 \times 6{,}50 = 26$ €. Offre B : $12 + 2 \times 3{,}50 = 19$ € et $12 + 4 \times 3{,}50 = 26$ €. Pour 2 h, A coûte 13 € et B 19 € ; pour 4 h, les deux offres coûtent 26 €.

(b) Offre A : $13 \div 2 = 6{,}5$ et $26 \div 4 = 6{,}5$. Le prix se calcule toujours en multipliant la durée par 6,50 : il est proportionnel à la durée, de coefficient 6,50 €/h. Offre B : la durée double (de 2 h à 4 h), mais le prix ne double pas ($2 \times 19 = 38$ € et non 26 €). Le forfait de 12 € est un montant fixe : le prix de l'offre B n'est pas proportionnel à la durée.

(c) Non : le prix de l'offre B n'est pas proportionnel à la durée. Multiplier 19 € par 3 ferait payer le forfait 3 fois. Bon calcul : $12 + 6 \times 3{,}50 = 33$ €. Offre A : $6 \times 6{,}50 = 39$ €. Pour 6 h, Zoé paie 33 € avec l'offre B, qui est la moins chère.

(d) Le forfait se paie une seule fois : on l'enlève d'abord. $40 - 12 = 28$ € pour les heures, puis $28 \div 3{,}50 = 8$. Yanis a loué son vélo 8 h. Avec l'offre A : $8 \times 6{,}50 = 52$ €, et $52 > 40$: il aurait payé plus avec l'offre A.

Ex. 7 ★★★ **Le goûter du club de handball**

(a) Thomas ajoute 9 € au prix parce qu'il ajoute 9 briquettes : on ne passe pas d'une quantité à une autre en ajoutant au prix le même nombre. Passage à l'unité : une briquette coûte $4{,}20 \div 6 = 0{,}70$ €, donc 15 briquettes coûtent $15 \times 0{,}70 = 10{,}50$ €. Le bon prix est 10,50 €.

(b) Passage à l'unité : une gourde coûte $6{,}80 \div 8 = 0{,}85$ €, donc 15 gourdes coûtent $15 \times 0{,}85 = 12{,}75$ €. Les 15 gourdes coûtent 12,75 €.

(c) Linéarité multiplicative : $1{,}2 = 2 \times 0{,}6$, donc le prix est $2 \times 5{,}40 = 10{,}80$ €. Total : $10{,}50 + 12{,}75 + 10{,}80 = 34{,}05$ €. Or $34{,}05 > 30$: le budget ne suffit pas, il manque $34{,}05 - 30 = 4{,}05$ €.

(d) Coefficient : $5{,}40 \div 0{,}6 = 9$, soit 9 €/kg (le prix d'un kilogramme de madeleines). Il reste pour les madeleines $30 - 10{,}50 - 12{,}75 = 6{,}75$ €. On remonte du prix vers la masse en divisant par le coefficient : $6{,}75 \div 9 = 0{,}75$. Léna peut acheter 0,75 kg de madeleines.

2. *Reconnaître une situation de proportionnalité*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : comparer deux quotients**

(a) $5 \div 4 = 1{,}25$ et $7{,}5 \div 6 = 1{,}25$: les quotients sont égaux.

(b) $6 \div 4 = 1{,}5$ et $8{,}7 \div 6 = 1{,}45$: ils sont presque égaux, mais différents.

(c) $3 \div 0{,}5 = 6$ et $15 \div 2{,}5 = 6$: les quotients sont égaux.

(d) $4{,}2 \div 3 = 1{,}4$ et $9{,}8 \div 7 = 1{,}4$: les quotients sont égaux.

(e) $9 \div 12 = 0{,}75$ et $16 \div 20 = 0{,}8$: les quotients sont différents.

(f) $2{,}7 \div 1{,}5 = 1{,}8$ et $7{,}2 \div 4 = 1{,}8$: les quotients sont égaux.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : proportionnel ou pas ?**

(a) Oui : le périmètre vaut 4 fois le côté. Le coefficient est 4.

(b) Non : 1 œuf cuit en 10 min environ, et 2 œufs cuits ensemble cuisent aussi en 10 min environ, pas en $2 \times 10 = 20$ min. Le temps de cuisson ne dépend pas du nombre d'œufs.

(c) Non : un enfant mesure environ 1 m à 4 ans, mais il ne mesure pas 2 m à 8 ans. Les deux grandeurs augmentent ensemble sans être proportionnelles.

(d) Oui : le prix vaut le nombre de cahiers multiplié par 1,80. Le coefficient est 1,80 €/cahier.

(e) Non : 1 pot coûte 4,50 €, mais 3 pots coûtent $2 \times 4{,}50 = 9$ €. Or $4{,}50 \div 1 = 4{,}5$ et $9 \div 3 = 3$: le tarif est dégressif.

(f) Non : 1 entrée coûte $12 + 4 = 16$ € et 2 entrées coûtent $12 + 8 = 20$ €, pas $2 \times 16 = 32$ €. C'est le montant fixe de 12 € (la carte) qui empêche la proportionnalité.

Ex. 10 ★★☆ **Trois tableaux à contrôler**

(a) Les colonnes sont dans le désordre, ce n'est pas grave : $15 \div 2{,}5 = 6$, $6 \div 1 = 6$, $24 \div 4 = 6$, $3 \div 0{,}5 = 6$. Tous les quotients sont égaux, donc c'est un tableau de proportionnalité. Le coefficient est 6 €/kg : les cerises coûtent 6 € le kilogramme.

(b) $3{,}60 \div 3 = 1{,}2$, $6 \div 5 = 1{,}2$ et $9{,}60 \div 8 = 1{,}2$: les trois quotients sont égaux. Le coefficient est 1,20 €/stylo. Méthode du coefficient, à rebours : $14{,}40 \div 1{,}20 = 12$. Pour 14,40 €, on achète 12 stylos.

Ex. 10 **(suite)**

(c) $90 \div 1{,}5 = 60$, $120 \div 2 = 60$ et $72 \div 1{,}2 = 60$, mais $25 \div 0{,}25 = 100$. Un seul quotient est différent : ce n'est pas un tableau de proportionnalité. Avec le coefficient 60 min/h, on a $0{,}25 \times 60 = 15$: 0,25 h, c'est 15 min et pas 25 min.

Ex. 11 ★★☆ **La pâte à crêpes de Jade**

(a) Non. Il faut vérifier toutes les colonnes : $150 \div 12 = 12{,}5$ et $250 \div 20 = 12{,}5$, mais $360 \div 30 = 12$. Un seul quotient différent suffit : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(b) Méthode du coefficient, ici 12,5 g par crêpe : $30 \times 12{,}5 = 375$. Pour 30 crêpes, il faut 375 g de farine : on remplace 360 par 375.

(c) Non. Le test « 0 donne 0 » sert seulement à prouver qu'une situation n'est pas proportionnelle. Pour prouver qu'elle l'est, il faut calculer les quotients de toutes les colonnes. Ici, la colonne 30 donne 12 et non 12,5.

Ex. 12 ★★★ **Deux formules au club d'escalade**

(a) Formule A : $6{,}50 \times 4 = 26$ € et $6{,}50 \times 8 = 52$ €.
Formule B : $24 + 3{,}50 \times 4 = 24 + 14 = 38$ € et $24 + 3{,}50 \times 8 = 24 + 28 = 52$ €.

(b) Oui. Avec la formule A, on obtient toujours le prix en multipliant le nombre de séances par 6,50. On vérifie avec les quotients : $26 \div 4 = 6{,}5$ et $52 \div 8 = 6{,}5$. Le prix est proportionnel au nombre de séances, de coefficient 6,50 €/séance.

(c) Non. Le double de 38 €, c'est $2 \times 38 = 76$ €, mais 8 séances coûtent 52 €. Ce seul contre-exemple suffit : à cause de l'abonnement de 24 € (un montant fixe), le prix de la formule B n'est pas proportionnel au nombre de séances.

(d) Formule A : le prix est proportionnel, donc par linéarité additive ($12 = 4 + 8$) on a $26 + 52 = 78$ €. Formule B : la linéarité ne marche pas, on calcule $24 + 3{,}50 \times 12 = 24 + 42 = 66$ €. Je conseille à Malo la formule B : il paiera 66 € au lieu de 78 €.

Ex. 13 ★★★ **Le périmètre et l'aire des carrés de Lina**

(a) Périmètre = 4× côté : $4 \times 3 = 12$ cm ; $4 \times 1{,}5 = 6$ cm ; $4 \times 4{,}5 = 18$ cm ; $4 \times 2 = 8$ cm.

(b) Aire = côté × côté : $3 \times 3 = 9$ cm² ; $1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$ cm² ; $4{,}5 \times 4{,}5 = 20{,}25$ cm² ; $2 \times 2 = 4$ cm².

Ex. 13 **(suite)**

(c) On a $12 \div 3 = 4$, $6 \div 1{,}5 = 4$, $18 \div 4{,}5 = 4$ et $8 \div 2 = 4$. Les quotients sont égaux dans toutes les colonnes : le périmètre est proportionnel au côté, de coefficient 4.

(d) On a $9 \div 3 = 3$ mais $2{,}25 \div 1{,}5 = 1{,}5$. Deux quotients sont différents, et un seul contre-exemple suffit : l'aire n'est pas proportionnelle au côté, même si les deux grandeurs augmentent ensemble.

(e) Faux. Quand on passe d'un côté de 1,5 cm à un côté de 3 cm, le côté est multiplié par 2. L'aire, elle, passe de 2,25 cm² à 9 cm² : elle est multipliée par $9 \div 2{,}25 = 4$, et pas par 2.

Ex. 14 ★★★ **Le week-end de Sacha**

(a) Nora a mélangé les unités : elle divise une fois par des minutes (30 min) et une fois par des heures (2 h). Ses deux quotients ne peuvent pas être comparés. Il faut d'abord écrire toutes les durées dans la même unité.

(b) 30 min = 0,5 h, 1 h 30 min = 1,5 h et 2 h. Quotients : $2{,}4 \div 0{,}5 = 4{,}8$; $7{,}2 \div 1{,}5 = 4{,}8$; $9{,}6 \div 2 = 4{,}8$. Ils sont égaux : la distance est proportionnelle à la durée, de coefficient 4,8 km/h
(la vitesse moyenne de Sacha).

(c) $3{,}70 \div 2 = 1{,}85$; $9 \div 5 = 1{,}8$; $6{,}30 \div 3{,}5 = 1{,}8$. Les quotients 1,85 et 1,8 sont proches mais pas égaux : un seul quotient différent suffit, ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(d) Non. Si le prix était proportionnel, 5 places coûteraient $9 \times 5 = 45$ €. Or la carte coûte 38 € : $9 \div 1 = 9$ mais $38 \div 5 = 7{,}6$. Le prix d'une place baisse quand on en achète plus (tarif dégressif) : ce n'est pas une situation de proportionnalité.

(e) Elle suppose que la taille est proportionnelle à l'âge, car $1{,}40 \times 2 = 2{,}80$. Mais l'âge et la taille augmentent ensemble sans être proportionnels : on grandit de moins en moins vite, puis on arrête de grandir. Une taille de 2,80 m n'est pas réaliste.

3. *Compléter un tableau de proportionnalité*

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : valeurs manquantes de tête**

(a) $6 = 2 \times 3$ (linéarité multiplicative) : $3{,}40 \times 3 = 10{,}20$. 6 kg de riz coûtent 10,20 €.

(b) 5, c'est la moitié de 10 : $850 \div 2 = 425$. Il faut 425 g de farine.

Ex. 15 **(suite)**

(c) On multiplie par le coefficient : $45 \times 0{,}6 = 27$.

(d) On remonte de la 2e ligne à la 1re, donc on divise par le coefficient : $78 \div 6 = 13$.

(e) $10 = 3 + 7$ (linéarité additive) : $5{,}40 + 12{,}60 = 18$. 10 cahiers coûtent 18 €.

(f) $4{,}5 = 1{,}5 \times 3$ (linéarité multiplicative) : $24 \times 3 = 72$. Le ruban pèse 72 g.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?**

(a) Faux : on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes. Prix d'une baguette : $5{,}40 \div 6 = 0{,}90$ €, donc $8 \times 0{,}90 = 7{,}20$ €.

(b) Faux : on ne multiplie pas deux colonnes entre elles. $15 = 3 \times 5$: on multiplie la colonne « 3 m » par 5, donc $21 \times 5 = 105$ €.

(c) Faux : le coefficient est $3 \div 2 = 1{,}5$ et $5 \times 1{,}5 = 7{,}5$, mais $8 \times 1{,}5 = 12$, pas 13.

(d) Faux : pour passer de la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $20 \div 2{,}5 = 8$, pas 50.

Ex. 17 ★★☆ **Les clémentines du marché**

(a) Linéarité multiplicative : $8 = 2 \times 4$, donc le prix est $5{,}60 \times 4 = 22{,}40$. 8 kg de clémentines coûtent 22,40 €.

(b) Linéarité additive : $10 = 2 + 8$, donc le prix est $5{,}60 + 22{,}40 = 28$. 10 kg de clémentines coûtent 28 €.

(c) Passage à l'unité : $5{,}60 \div 2 = 2{,}80$, le coefficient est 2,80 €/kg. On remonte de la 2e ligne à la 1re, donc on divise par le coefficient : $4{,}20 \div 2{,}80 = 1{,}5$. Avec 4,20 €, on achète 1,5 kg de clémentines.

Ex. 18 ★★☆ **La pâte à crêpes de Ben**

(a) Linéarité multiplicative : 3 est la moitié de 6, donc $750 \div 2 = 375$. Pour 3 personnes, il faut 375 mL de lait.

(b) Passage à l'unité : $375 \div 3 = 125$. Pour 1 personne, il faut 125 mL : c'est le coefficient, 125 mL par personne.

(c) On remonte de la 2e ligne à la 1re, donc on divise par le coefficient : $1\,250 \div 125 = 10$. Il faut 1 250 mL de lait pour 10 personnes.

(d) Linéarité multiplicative : $12 = 6 \times 2$, donc il faut $750 \times 2 = 1\,500$ mL. Or 1 L = 1 000 mL et $1\,500 - 1\,000 = 500$. Il manque 500 mL de lait à Ben.

Ex. 19 ★★★ **La confiture de Zoé**

(a) Coefficient : $2 \div 2{,}5 = 0{,}8$. Le coefficient de proportionnalité est 0,8 kg de sucre par kg de fruits.

(b) Coefficient : $6 \times 0{,}8 = 4{,}8$. Pour 6 kg de fruits, il faut 4,8 kg de sucre.

(c) Non. Elle obtiendrait $3{,}6 \times 0{,}8 = 2{,}88$ kg de fruits, soit moins que 3,6 kg, alors qu'il faut plus de fruits que de sucre. Pour remonter de la 2e ligne à la 1re, on divise par le coefficient : $3{,}6 \div 0{,}8 = 4{,}5$. Il faut 4,5 kg de fruits.

(d) Linéarité additive : $8{,}5 = 6 + 2{,}5$, donc la masse de sucre est $4{,}8 + 2 = 6{,}8$. Pour 8,5 kg de fruits, il faut 6,8 kg de sucre.

(e) Coefficient : $4{,}5 \times 0{,}8 = 3{,}6$ et $8{,}5 \times 0{,}8 = 6{,}8$. On retrouve bien les valeurs du tableau : il est juste.

Ex. 20 ★★★ **Les rideaux d'Inès**

(a) Linéarité multiplicative, c'est la plus rapide : $5 = 2 \times 2{,}5$, donc le prix est $9{,}60 \times 2{,}5 = 24$. 5 m de tissu coûtent 24 €.

(b) Passage à l'unité : $9{,}60 \div 2 = 4{,}80$, un mètre coûte 4,80 € (c'est le coefficient, 4,80 €/m). Puis $1{,}5 \times 4{,}80 = 7{,}20$. 1,5 m de tissu coûtent 7,20 €.

(c) Malik obtiendrait $24 \times 7{,}20 = 172{,}80$ €, beaucoup trop. La linéarité additive dit qu'on additionne les deux colonnes, on ne les multiplie pas : $24 + 7{,}20 = 31{,}20$. 6,5 m de tissu coûtent 31,20 €.

(d) On remonte de la 2e ligne à la 1re, donc on divise par le coefficient : $18 \div 4{,}80 = 3{,}75$. Avec 18 €, Inès peut acheter 3,75 m de tissu.

Ex. 21 ★★★ **Les tickets de bus de Paul**

(a) Coefficient : $16 \div 10 = 1{,}6$. Le coefficient de proportionnalité est 1,6 € par ticket : un ticket coûte 1,60 €.

(b) Coefficient : $14 \times 1{,}6 = 22{,}4 \neq 20$; $25 \times 1{,}6 = 40$, c'est juste ; $35 \times 1{,}6 = 56 \neq 60$. Les prix de 14 et de 35 tickets sont faux.

(c) On n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes : 4 tickets ne coûtent pas 4 €. Linéarité multiplicative : $4 = 10 \div 2{,}5$, donc 4 tickets coûtent $16 \div 2{,}5 = 6{,}40$ €. Linéarité additive : $16 + 6{,}40 = 22{,}40$. 14 tickets coûtent 22,40 €.

(d) Linéarité additive : $35 = 10 + 25$, donc le prix est $16 + 40 = 56$. 35 tickets coûtent 56 €, et non 60 €.

Ex. 21 **(suite)**

(e) Linéarité multiplicative, la plus rapide : $48 = 16 \times 3$, donc le nombre de tickets est $10 \times 3 = 30$. Avec 48 €, Paul peut acheter 30 tickets.

4. *Échelles d'un plan ou d'une carte*

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : du plan à la réalité**

(a) $7 \times 2\,000 = 14\,000$ cm, soit 140 m.

(b) $3{,}5 \times 100\,000 = 350\,000$ cm, soit 3,5 km.

(c) $3{,}8 \times 200 = 760$ cm, soit 7,6 m.

(d) 1 cm représente 50 000 **cm**, soit 500 m (et non 50 000 m).

(e) $6{,}2 \times 100 = 620$ cm, soit 6,2 m : à $\frac{1}{100}$, 1 cm représente 1 m.

(f) $12 \times 250\,000 = 3\,000\,000$ cm, soit 30 km.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : de la réalité au plan**

(a) 4,3 m = 430 cm ; $430 \div 100 = 4{,}3$ cm.

(b) 1,3 km = 130 000 cm ; $130\,000 \div 20\,000 = 6{,}5$ cm.

(c) 25 m = 2 500 cm ; $2\,500 \div 250 = 10$ cm.

(d) 85 km = 8 500 000 cm ; $8\,500\,000 \div 1\,000\,000 = 8{,}5$ cm.

(e) 1,5 m = 150 cm ; $150 \div 50 = 3$ cm.

Ex. 24 ★★☆ **Retrouver et comparer des échelles**

(a) Même unité : 12 m = 1 200 cm. $1\,200 \div 6 = 200$: 1 cm représente 200 cm. L'échelle est $\frac{1}{200}$.

(b) Même unité : 2 km = 200 000 cm. $200\,000 \div 8 = 25\,000$: 1 cm représente 25 000 cm. L'échelle est $\frac{1}{25\,000}$.

(c) La plus grande échelle est $\frac{1}{80\,000}$, celle qui a le plus petit n : la réalité y est moins réduite. 16 km = 1 600 000 cm ; $1\,600\,000 \div 80\,000 = 20$ cm et $1\,600\,000 \div 200\,000 = 8$ cm. La route mesure 20 cm sur la première carte et 8 cm sur la seconde.

(d) Non : les deux longueurs doivent être dans la même unité. 200 m = 20 000 cm et $20\,000 \div 4 = 5\,000$: 1 cm représente 5 000 cm. L'échelle est $\frac{1}{5\,000}$ (à $\frac{1}{50}$, 4 cm ne représenteraient que 200 cm, soit 2 m).

Ex. 25 ★★☆ **Le plan de la maison de Malik**

(a) Non. À $\frac{1}{60}$, 1 cm représente 60 **cm**, pas 60 m. $9 \times 60 = 540$ cm, soit 5,4 m. Le salon mesure 5,4 m de long.

(b) Réel = plan $\times 60$: $7 \times 60 = 420$ cm, soit 4,2 m. Le salon mesure 4,2 m de large.

Ex. 25 **(suite)**

(c) 3,3 m = 330 cm ; plan = réel $\div 60$: $330 \div 60 = 5{,}5$. La cuisine mesure 5,5 cm sur le plan.

(d) Non. Il a oublié de convertir en cm avant de diviser. 3,6 m = 360 cm et $360 \div 60 = 6$. Le couloir mesure 6 cm sur le plan.

Ex. 26 ★★★ **Deux cartes pour une randonnée**

(a) Échelle $\frac{1}{40\,000}$: 1 cm représente 40 000 cm. On multiplie par 40 000 : $12 \times 40\,000 = 480\,000$ cm. Comme 1 km = 100 000 cm, cela fait 4,8 km. Le sentier mesure 4,8 km.

(b) On écrit les deux longueurs dans la même unité : 4,8 km = 480 000 cm. On cherche ce que représente 1 cm (passage à l'unité) : $480\,000 \div 32 = 15\,000$. 1 cm représente 15 000 cm : la carte B est à l'échelle $\frac{1}{15\,000}$.

(c) Non. Sur la carte A, 1 cm représente 40 000 cm. Sur la carte B, il représente seulement 15 000 cm. La réalité est donc moins réduite sur la carte B, qui montre plus de détails (le sentier y est plus long : 32 cm contre 12 cm). La plus grande échelle est celle qui a le plus petit n : c'est la carte B.

(d) On convertit d'abord en cm : 2,1 km = 210 000 cm. Carte B : plan = réel $\div 15\,000$, donc $210\,000 \div 15\,000 = 14$. Le refuge est dessiné à 14 cm du parking sur la carte B.

(e) À 4 km/h, Léa parcourt 4 km en 1 h. Durée = distance $\div$ vitesse : $4{,}8 \div 4 = 1{,}2$ h. Or 0,2 h = $0{,}2 \times 60 = 12$ min. Léa met 1 h 12 min pour aller jusqu'au lac.

Ex. 27 ★★★ **La coccinelle agrandie**

(a) Non. L'échelle 5 : 1 est un agrandissement : 5 cm sur le dessin représentent 1 cm en réalité. Il faut donc diviser par le coefficient 5 : réel = dessin $\div 5 = 4{,}5 \div 5 = 0{,}9$ cm. Comme 1 cm = 10 mm, la coccinelle mesure en réalité 9 mm (et non 22,5 cm, plus grand que le dessin !).

(b) On convertit : 2 mm = 0,2 cm. Dessin = réel $\times 5$: $0{,}2 \times 5 = 1$. L'antenne mesure 1 cm sur l'affiche.

(c) On compare deux longueurs dans la même unité : dessin 2,7 cm, réalité 0,9 cm. Coefficient : $2{,}7 \div 0{,}9 = 3$. Le dessin est 3 fois plus grand que la réalité : l'échelle est 3 : 1.

(d) On convertit : 7 mm = 0,7 cm. Dessin = réel $\times$ coefficient. À 5 : 1 : $0{,}7 \times 5 = 3{,}5$ cm, et $3{,}5 > 3$: la fourmi ne tient pas dans la case. À 4 : 1 : $0{,}7 \times 4 = 2{,}8$ cm, et $2{,}8 < 3$: elle tient dans la case.

Ex. 28 ★★★ **Le plan du garage de Yanis**

(a) On convertit d'abord en cm : 6 m = 600 cm et 4,5 m = 450 cm. Plan = réel ÷75 : 600 ÷ 75 = 8 cm et 450 ÷ 75 = 6 cm. Comme $8 < 15$ et $6 < 10$, le plan de 8 cm sur 6 cm tient dans le cadre.

(b) Maëlys a multiplié au lieu de diviser : 12 000 cm = 120 m, c'est plus grand que le garage ! Plan = réel ÷20 : 600 ÷ 20 = 30 cm. La longueur mesure 30 cm sur le plan. Comme $30 > 15$, ce plan ne tient pas dans le cadre.

(c) Les deux longueurs en cm : 600 cm en réalité pour 15 cm sur le plan. Passage à l'unité : 600 ÷ 15 = 40, donc 1 cm représente 40 cm : l'échelle est $\frac{1}{40}$. La largeur mesure alors 450 ÷ 40 = 11,25 cm. Comme $11{,}25 > 10$, la largeur ne tient pas dans le cadre.

(d) Réel = plan ×75 : 2,4 × 75 = 180 cm et 0,8 × 75 = 60 cm. On convertit en m : l'établi mesure 1,8 m sur 0,6 m.

5. *Vitesse moyenne : distance et durée*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : écrire une durée en heures**

(a) 45 ÷ 60 = 0,75, donc 2 h 45 min = 2,75 h (et non 2,45 h).

(b) 12 ÷ 60 = 0,2, donc 1 h 12 min = 1,2 h.

(c) 30 min = 0,5 h, donc 5 h 30 min = 5,5 h (et non 5,30 h).

(d) $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$, donc 40 min = $\frac{2}{3}$ h. Ce n'est pas un nombre décimal exact, on garde la fraction.

(e) 6 ÷ 60 = 0,1, donc 1 h 6 min = 1,1 h.

(f) 15 min = 0,25 h (le quart d'une heure), donc 4 h 15 min = 4,25 h.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : vitesse, distance, durée**

(a) Distance = vitesse × durée : 85 × 3 = 255 km.

(b) 1 h 30 min = 1,5 h (et non 1,30 h) : 150 ÷ 1,5 = 100 km/h.

(c) Durée = distance ÷ vitesse : 260 ÷ 80 = 3,25 h. Comme 0,25 h = 15 min, cela fait 3 h 15 min (et non 3 h 25 min).

(d) 20 min = $\frac{1}{3}$ h, car 60 ÷ 20 = 3. En 1 h, le car parcourt donc 25 × 3 = 75 km : sa vitesse est de 75 km/h.

(e) 1 h 15 min = 1,25 h : 4 × 1,25 = 5 km.

Ex. 30 (suite)

(f) Durée = distance ÷ vitesse : 350 ÷ 50 = 7 min. Ici la vitesse est en m/min, donc la durée est en minutes et il n'y a rien à convertir.

Ex. 31 ★★☆ **La balade d'Inès le long de la Loire**

(a) Coefficient de proportionnalité : 9 ÷ 30 = 0,3 km/min. Pour 10 min, par linéarité (30 ÷ 3) : 9 ÷ 3 = 3 km. Pour 45 min : 45 × 0,3 = 13,5 km. Pour 24 km, on remonte de la 2e ligne vers la 1re : 24 ÷ 0,3 = 80 min.

(b) Par linéarité, 1 h = 60 min = 2 × 30 min, donc 2 × 9 = 18 km. La vitesse d'Inès est de 18 km/h.

(c) Durée = distance ÷ vitesse, avec le coefficient en km/min : 33 ÷ 0,3 = 110 min. Or 110 min = 60 min +50 min. Il lui faut 1 h 50 min.

(d) 15 min = 0,25 h, donc 2 h 15 min = 2,25 h (et non 2,15 h). Distance = vitesse × durée : 18 × 2,25 = 40,5 km. Inès parcourt 40,5 km.

Ex. 32 ★★☆ **Aller-retour chez la grand-mère**

(a) Durée = distance ÷ vitesse. Aller : 120 ÷ 80 = 1,5 h, soit 1 h 30 min. Retour : 120 ÷ 120 = 1 h.

(b) Non. Il faut calculer la distance totale divisée par la durée totale : 120 + 120 = 240 km en 1,5 + 1 = 2,5 h, donc 240 ÷ 2,5 = 96 km/h. Sa vitesse moyenne est de 96 km/h, pas 100 km/h. Il roule plus longtemps à 80 km/h qu'à 120 km/h.

(c) 24 ÷ 60 = 0,4, donc 2 h 24 min = 2,4 h. Vitesse moyenne : 240 ÷ 2,4 = 100 km/h.

(d) Lina roule à 100 km/h de moyenne, et Malik à 96 km/h. C'est donc Lina qui a la plus grande vitesse moyenne. D'ailleurs, elle met moins de temps : 2 h 24 min, contre 2 h 30 min pour Malik.

Ex. 33 ★★★ **Le trajet de Bordeaux à Toulouse**

(a) Une heure compte 60 minutes, pas 100 : 30 min est la moitié d'une heure, donc 30 min = 0,5 h et 3 h 30 min = 3,5 h. Coefficient de proportionnalité : 252 ÷ 3,5 = 72. La vitesse moyenne du trajet est 72 km/h.

(b) Faux. La voiture s'est arrêtée 30 min, et sur la route elle a pu ralentir ou accélérer : 72 km/h est une vitesse moyenne, pas la vitesse à chaque instant. La voiture roule pendant 3 h 30 min −30 min = 3 h, donc 252 ÷ 3 = 84. Pendant qu'elle roule, sa vitesse moyenne est 84 km/h.

Ex. 33 **(suite)**

(c) Durée = distance ÷ vitesse : $252 \div 90 = 2{,}8$ h. Il reste $0{,}8$ h à convertir : $0{,}8 \times 60 = 48$ min (et non 80 min). Le retour dure 2 h 48 min.

(d) 45 min, ce sont les trois quarts d'une heure, donc 45 min = $0{,}75$ h et 3 h 45 min = $3{,}75$ h. $252 \div 3{,}75 = 67{,}2$. Leur vitesse moyenne est $67{,}2$ km/h. Comme $67{,}2 < 72$, elle n'est pas plus grande : c'est la famille de Yanis qui a la plus grande vitesse moyenne.

Ex. 34 ★★★ **Romane et le col du Grand Ballon**

(a) Distance = vitesse × durée, par la linéarité additive : en 1 h, elle parcourt 9 km ; 20 min est le tiers d'une heure, donc en 20 min elle parcourt $9 \div 3 = 3$ km. En tout $9 + 3 = 12$ km. La montée mesure 12 km.

(b) Elle descend 12 km, et $12 = 36 \div 3$. Par la linéarité multiplicative, la durée est le tiers d'une heure : $60 \div 3 = 20$ min. Elle n'a pas raison : $0{,}2$ h = $0{,}2 \times 60 = 12$ min. Comme $60 \div 20 = 3$, on a 20 min = $\frac{1}{3}$ h, ce qui ne s'écrit pas avec un nombre décimal exact.

(c) Distance totale : $12 + 12 = 24$ km. Durée totale : 1 h 20 min +20 min = 1 h 40 min = 100 min, c'est-à-dire 5 fois 20 min. Par la linéarité : en 20 min, elle parcourt $24 \div 5 = 4{,}8$ km, donc en 60 min $4{,}8 \times 3 = 14{,}4$ km. La vitesse moyenne de la sortie est 14,4 km/h, et non 22,5 km/h : Romane a tort.

(d) Romane monte pendant 80 min et descend pendant seulement 20 min : elle passe 4 fois plus de temps à 9 km/h qu'à 36 km/h. La vitesse lente pèse donc plus dans la moyenne. C'est pour cela qu'il faut diviser la distance totale par la durée totale, et pas faire la moyenne des deux vitesses.

Ex. 35 ★★★ **À pied ou en trottinette jusqu'au collège**

(a) $4{,}8$ km = 4 800 m et 1 h = 60 min. Passage à l'unité : $4\,800 \div 60 = 80$. Hugo marche à 80 m/min.

(b) $2{,}4$ km = 2 400 m. Durée = distance ÷ vitesse : $2\,400 \div 80 = 30$ min. Il arrive à 7 h 50 min +30 min = 8 h 20 min. Il n'est pas à l'heure : il a 5 min de retard.

(c) 3 km = 3 000 m. Coefficient de proportionnalité : $3\,000 \div 40 = 75$. Zoé marche à 75 m/min. Comme $75 < 80$, elle n'a pas raison : c'est Hugo qui marche le plus vite, même si son trajet est plus court.

Ex. 35 **(suite)**

(d) Une heure compte 60 minutes, pas 100 : $12\,000 \div 60 = 200$. La vitesse de Hugo est 200 m/min. Durée : $2\,400 \div 200 = 12$ min. En trottinette, son trajet dure 12 min.

6. *Proportionnalité et graphique : reconnaître, lire, construire*

Ex. 36 ★☆☆ **Lire le graphique d'un stand de gaufres**

(a) Le point d'abscisse 3 a pour ordonnée 9. Il se trouve entre les graduations 8 et 10.
Donc 3 gaufres coûtent 9 €.

(b) C'est l'ordonnée du point d'abscisse 1 : 3. Une gaufre coûte 3 €.

(c) On cherche le point d'ordonnée 12 : son abscisse est 4. Avec 12 €, on achète 4 gaufres.

(d) Oui. Les points sont alignés avec l'origine du repère, donc le prix est proportionnel au nombre de gaufres.

(e) Non. On écrit d'abord l'abscisse (le nombre de gaufres), puis l'ordonnée (le prix). Le bon point est $(2\,;\,6)$, car $2 \times 3 = 6$.

Ex. 37 ★☆☆ **Proportionnalité ou pas ?**

(a) Non. Les points sont alignés, mais ils ne sont pas alignés avec l'origine : le point d'abscisse 0 a pour ordonnée 1, et non 0.

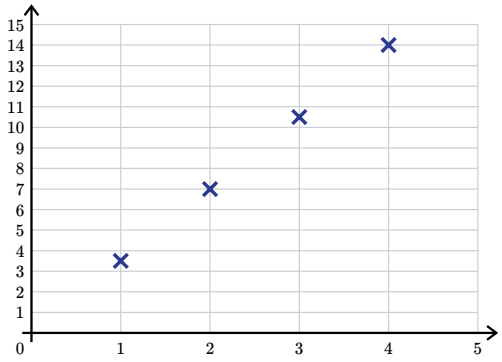
(b) Non. Le graphique monte et part de l'origine, mais les points ne sont pas alignés : $4 \div 2 = 2$ alors que $9 \div 3 = 3$.

(c) Oui. Les points sont alignés avec l'origine. Le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1 : 2,5. On le lit entre les graduations 2 et 3.

(d) Non. Le dernier point n'est pas aligné avec les autres : $6 \div 3 = 2$ mais $9 \div 4 = 2{,}25$.

Ex. 38 ★★☆ **Construire le graphique des entrées à la piscine**

(a) Chaque colonne donne un point : l'abscisse vient de la 1re ligne, l'ordonnée de la 2e. On place $(1\,;\,3{,}5)$, $(2\,;\,7)$, $(3\,;\,10{,}5)$ et $(4\,;\,14)$.



(b) Oui. Les points sont alignés avec l'origine du repère, donc le prix est proportionnel au nombre d'entrées.

(c) L'ordonnée du point d'abscisse 1 est 3,5, à mi-chemin entre les graduations 3 et 4. Vérification : $10{,}5 \div 3 = 3{,}5$ et $14 \div 4 = 3{,}5$. Le coefficient est 3,5 € par entrée.

(d) Non. On ne peut pas acheter une demi-entrée, donc on laisse les points isolés.

(e) Non. Avec le coefficient, 10 entrées coûteraient $10 \times 3{,}5 = 35$ €, pas 30 €. Le point $(10\,;\,30)$ n'est donc pas aligné avec l'origine et les autres points.

Ex. 39 ★★☆ **Deux offres de location de vélo**

(a) Liberté : le point d'abscisse 2 a pour ordonnée 8, donc 8 €. Forfait : le point d'abscisse 2 a pour ordonnée 9 (entre 8 et 10), donc 9 €.

(b) Non. Les points de l'offre Forfait sont alignés, mais pas avec l'origine : pour 0 heure, on paie déjà 5 €. C'est un montant fixe. Seule l'offre Liberté est une situation de proportionnalité.

(c) Seule l'offre Liberté est une situation de proportionnalité. Son coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1 : 4. Le coefficient est 4 €/h.

(d) Pour 4 h, on lit 16 € pour Liberté et 13 € pour Forfait (entre 12 et 14). Comme $16 > 13$, l'offre Liberté est la plus chère pour 4 heures, alors qu'elle était la moins chère pour 2 heures.

Ex. 40 ★★★ **Le graphique d'un randonneur**

(a) Les points sont alignés avec l'origine du repère : ils sont sur une droite qui passe par $(0\,;0)$. On le vérifie avec les quotients : $\frac{4{,}5}{1} = \frac{9}{2} = \frac{13{,}5}{3} = \frac{18}{4} = 4{,}5$. La distance est donc proportionnelle à la durée.

Ex. 40 (suite)

(b) Le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1. Ce point est à mi-chemin entre les graduations 4 et 5 : on lit 4,5. En 1 h, Hugo parcourt 4,5 km. Sa vitesse moyenne est donc de 4,5 km/h.

(c) Le point d'abscisse 3 a pour ordonnée 13,5, à mi-chemin entre les graduations 13 et 14 : en 3 h, Hugo parcourt 13,5 km. 6 h $= 2 \times 3$ h ; par linéarité, $2 \times 13{,}5 = 27$. En 6 h, Hugo parcourt 27 km.

(d) Non. Une demi-heure, c'est 30 min, et 30 min = 0,5 h. Donc 1 h 30 min = 1,5 h et non 1,30 h. Avec le coefficient : $1{,}5 \times 4{,}5 = 6{,}75$. En 1 h 30 min, Hugo parcourt 6,75 km.

(e) Je cherche la durée : je divise par le coefficient. $22{,}5 \div 4{,}5 = 5$. Il faut 5 h à Hugo pour parcourir 22,5 km.

Ex. 41 ★★★ **Cerises : quel verger est le plus cher ?**

(a) Les points sont alignés avec l'origine du repère : le prix est proportionnel à la masse. Le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1. On lit 7, entre les graduations 6 et 8. Vérification : $\frac{28}{4} = 7$. Le coefficient est 7 €/kg.

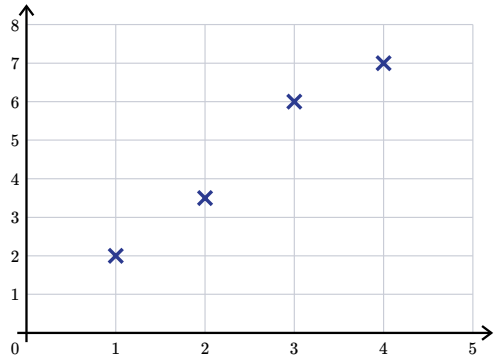
(b) Le point d'abscisse 3 est à mi-chemin entre 20 et 25 : 3 kg coûtent 22,50 €. Le point d'abscisse 5 est à mi-chemin entre 35 et 40 : 5 kg coûtent 37,50 €.

(c) Je calcule les quotients prix ÷ masse : $\frac{15}{2} = \frac{22{,}5}{3} = \frac{30}{4} = \frac{37{,}5}{5} = 7{,}5$. Ils sont tous égaux, donc le prix est proportionnel à la masse : prolongés, les points rejoindraient l'origine. Par passage à l'unité, 1 kg coûte 7,50 € au verger Roux.

(d) 7,50 € > 7 € : le verger Roux est le plus cher. Avec les coefficients : $6 \times 7{,}5 = 45$ € chez Roux et $6 \times 7 = 42$ € chez Dumas. $45 - 42 = 3$. En choisissant le verger Dumas, on économise 3 € sur 6 kg.

Ex. 42 ★★★ **Un chiot et une pension : ça monte, et alors ?**

(a) Chaque colonne donne un point : l'abscisse vient de la 1re ligne, l'ordonnée de la 2e. Les points sont $(1\,;2)$, $(2\,;3{,}5)$, $(3\,;6)$ et $(4\,;7)$. Le point $(2\,;3{,}5)$ se place à mi-chemin entre les graduations 3 et 4.



(b) Non. Les quotients masse ÷ âge ne sont pas égaux : $\frac{2}{1} = 2$, $\frac{3{,}5}{2} = 1{,}75$, $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{7}{4} = 1{,}75$. Les points ne sont pas alignés. Un graphique qui monte n'est pas forcément une situation de proportionnalité : la masse n'est pas proportionnelle à l'âge.

(c) Non. Les points sont alignés, mais pas avec l'origine : pour 0 jour, on lit déjà 6 €. C'est un montant fixe, payé une seule fois (des frais d'inscription, par exemple). Le prix n'est pas proportionnel au nombre de jours.

(d) D'un point au suivant, le prix passe de 6 à 15, puis de 15 à 24 : il augmente de $15 - 6 = 9$ € à chaque jour en plus.

(e) Lola calcule comme si c'était une proportionnalité, alors que le montant fixe de 6 € ne se paie qu'une fois. 15 € n'est pas un coefficient de proportionnalité. Le vrai prix est $6 + 4 \times 9 = 42$ €, ce qu'on lit aussi au point d'abscisse 4. 4 jours coûtent 42 €, et non 60 €.

7. *Problèmes*

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : petits problèmes express**

(a) Passage à l'unité : $7{,}50 \div 5 = 1{,}50$. Un cahier coûte 1,50 €.

(b) 1 h 30 min = 1,5 h (et non 1,30 h). Coefficient : $80 \times 1{,}5 = 120$. Le car parcourt 120 km.

(c) Passage à l'unité : $4 \div 3 = 1{,}333\ldots$ On arrondit à la fin : un kilogramme coûte environ 1,33 €.

(d) Passage par 3 personnes : $240 \div 2 = 120$ g, puis $120 \times 3 = 360$ g. Pour 9 personnes, il faut 360 g de sucre.

Ex. 43 (suite)

(e) $3 \times 200 = 600$ cm, soit 6 m. Le mur mesure 6 m.

(f) 45 min = 0,75 h. Coefficient : $4 \times 0{,}75 = 3$. Il parcourt 3 km.

Ex. 44 ★★☆ **Automatismes : choisir et nommer la méthode**

(a) Linéarité multiplicative : $18 = 6 \times 3$, donc $3{,}60 \times 3 = 10{,}80$. 18 bouteilles coûtent 10,80 €.

(b) Linéarité additive : $7 = 2 + 5$, donc $9 + 22{,}50 = 31{,}50$. 7 kg coûtent 31,50 €.

(c) Passage à l'unité : $36 \div 8 = 4{,}50$ € par mètre, puis $4{,}50 \times 3 = 13{,}50$. 3 m coûtent 13,50 €.

(d) Coefficient 18 km/h : on divise la distance par le coefficient, $45 \div 18 = 2{,}5$. Il met 2,5 h, soit 2 h 30 min.

Ex. 45 ★★☆ **Quels yaourts acheter ?**

(a) Passage à l'unité. Pack A : $3{,}90 \div 6 = 0{,}65$, soit 0,65 € le yaourt. Pack B : $2{,}70 \div 4 = 0{,}675$, soit environ 0,68 € le yaourt.

(b) On compare les prix unitaires exacts : $0{,}65 < 0{,}675$. Le pack A est le plus avantageux.

(c) Linéarité multiplicative : $3{,}90 \times 5 = 19{,}50$, donc Inès a acheté 5 packs A. $5 \times 6 = 30$. Elle a acheté 30 yaourts.

(d) 9 yaourts coûtent $9 \times 0{,}70 = 6{,}30$ € et 10 yaourts coûtent aussi 6,30 €. Les quotients $6{,}30 \div 9 = 0{,}70$ et $6{,}30 \div 10 = 0{,}63$ ne sont pas égaux : le prix n'est pas proportionnel au nombre de yaourts, on ne peut donc pas utiliser la proportionnalité ici.

Ex. 46 ★★☆ **De la carte au vélo**

(a) Échelle : $12 \times 250\,000 = 3\,000\,000$ cm. Or 1 km = 100 000 cm, donc $3\,000\,000 \div 100\,000 = 30$. Les villages sont à 30 km l'un de l'autre.

(b) Coefficient 20 km/h : $30 \div 20 = 1{,}5$. L'aller dure 1,5 h, soit 1 h 30 min.

(c) Non : 12 min = $12 \div 60 = 0{,}2$ h, soit un cinquième d'heure.
Donc 1 h 12 min = 1,2 h, et non 1,12 h.

(d) Passage à l'unité (distance parcourue en 1 h) : $30 \div 1{,}2 = 25$. Au retour, Léna roule à 25 km/h de moyenne.

Ex. 47 ★★★ **Des crêpes pour toute la classe**

(a) Non. Dans une situation de proportionnalité, on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes : on multiplie ou on divise. Par exemple, 6 personnes, c'est 1,5 fois 4 personnes, donc il faut $250 \times 1{,}5 = 375$ g de farine, et pas 252 g. Seul le nombre d'œufs (6) est juste, et c'est un hasard.

(b) Linéarité multiplicative. $2 = 4 \div 2$: pour 2 personnes, il faut $250 \div 2 = 125$ g de farine, 2 œufs, $60 \div 2 = 30$ cl de lait et $40 \div 2 = 20$ g de beurre. Ensuite $6 = 2 \times 3$: $125 \times 3 = 375$ g de farine, $2 \times 3 = 6$ œufs, $30 \times 3 = 90$ cl de lait et $20 \times 3 = 60$ g de beurre. Pour 6 personnes, il faut 375 g de farine, 6 œufs, 90 cl de lait et 60 g de beurre.

(c) Linéarité multiplicative : $30 = 6 \times 5$. Farine : $375 \times 5 = 1\,875$ g, soit 1,875 kg. Lait : $90 \times 5 = 450$ cl, soit 4,5 L. Pour 30 personnes, il faut 1,875 kg de farine et 4,5 L de lait.

(d) Coefficient : 4 œufs pour 4 personnes, donc 1 œuf par personne, soit 30 œufs. Linéarité multiplicative : $30 = 6 \times 5$, donc 5 boîtes, et $5 \times 2{,}35 = 11{,}75$. Les œufs coûtent exactement 11,75 €.

(e) Un œuf coûte $2{,}35 \div 6 = 0{,}391\,6\ldots$ €, que Gabin arrondit à 0,39 €. Il trouve alors $30 \times 0{,}39 = 11{,}70$ €. Son erreur : il a arrondi trop tôt, et l'écart s'est répété 30 fois. On garde les valeurs exactes et on arrondit seulement à la fin. Le bon prix est 11,75 €.

Ex. 48 ★★★ **Jus de pomme pour la kermesse**

(a) Passage à l'unité. Offre A : $13{,}50 \div 6 = 2{,}25$, donc 2,25 € la bouteille. Offre B : $9{,}20 \div 4 = 2{,}30$, donc 2,30 € la bouteille. La bouteille est moins chère dans l'offre A : c'est la plus avantageuse des deux.

(b) 2 bouteilles : $2 \times 2{,}60 = 5{,}20$ €. 5 bouteilles : $5 \times 2{,}60 = 13$ €. 10 bouteilles : $13 + 5 \times 1{,}90 = 13 + 9{,}50 = 22{,}50$ €. Quotients : $5{,}20 \div 2 = 2{,}60$ et $13 \div 5 = 2{,}60$, mais $22{,}50 \div 10 = 2{,}25$. Les quotients ne sont pas tous égaux : le prix n'est pas proportionnel au nombre de bouteilles (tarif dégressif).

(c) Offre A : $12 = 6 \times 2$, donc 2 lots, soit $2 \times 13{,}50 = 27$ € (linéarité multiplicative). Offre B : $12 = 4 \times 3$, donc 3 lots, soit $3 \times 9{,}20 = 27{,}60$ €. Offre C (pas de proportionnalité, on calcule directement) : $13 + 7 \times 1{,}90 = 13 + 13{,}30 = 26{,}30$ €. Yanis doit choisir l'offre C, qui coûte 26,30 € pour 12 bouteilles.

Ex. 48 **(suite)**

(d) Faux. Le double de 26,30 € donnerait 52,60 €, mais l'offre C n'est pas proportionnelle : on ne peut pas utiliser la linéarité. Calcul direct : $13 + 19 \times 1{,}90 = 13 + 36{,}10 = 49{,}10$. Avec l'offre C, 24 bouteilles coûtent 49,10 €.

Ex. 49 ★★★ **Randonnée jusqu'au lac des Sapins**

(a) 1 km = 100 000 cm. 4 cm sur la carte représentent 100 000 cm, donc 1 cm représente $100\,000 \div 4 = 25\,000$ cm. L'échelle de la carte est 1 : 25 000.

(b) Linéarité multiplicative : $36 = 4 \times 9$, donc la distance réelle est $1 \times 9 = 9$ km. (Avec l'échelle : $36 \times 25\,000 = 900\,000$ cm = 9 km.) Le sentier mesure 9 km.

(c) En 1 h, Clémence parcourt 5 km : durée $= 9 \div 5 = 1{,}8$ h. Attention : 0,8 h $= 0{,}8 \times 60 = 48$ min, donc 1,8 h = 1 h 48 min (et pas 1 h 80 min). 9 h 20 + 1 h 48 min = 11 h 08. Clémence arrive au lac à 11 h 08.

(d) Oui. Les points sont alignés avec l'origine du repère, donc la distance est proportionnelle à la durée. Le point d'abscisse 1 a pour ordonnée 3 : en 1 h, Hugo parcourt 3 km. Sa vitesse moyenne est de 3 km/h.

(e) Durée : $9 \div 3 = 3$ h. 9 h 20 + 3 h = 12 h 20. Hugo arrive au lac à 12 h 20, soit 1 h 12 min après Clémence (arrivée à 11 h 08).