1. *Rappels de 5e : reconnaître et compléter un tableau*

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : coefficient, unité et linéarité**

(a) $13{,}80 \div 6 = 2{,}30$: le coefficient est 2,30 €/L.

(b) On multiplie par le coefficient : $0{,}15 \times 40 = 6$ kg d'engrais.

(c) Dans l'autre sens, on divise par le coefficient : $37{,}8 \div 5{,}4 = 7$ rouleaux.

(d) $19{,}50 \div 6 = 3{,}25$: le coefficient est 3,25 €/h, c'est le prix d'une heure de location.

(e) $8 \div 11$ ne tombe pas juste : on utilise la linéarité. $44 = 11 \times 4$, donc $8 \times 4 = 32$ secondes.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : proportionnel ou pas ?**

(a) Non. La taille et l'âge augmentent ensemble, mais pas en multipliant par le même nombre : personne ne mesure 2,30 m à 12 ans ($1{,}15 \times 2 = 2{,}30$).

(b) Non. Pour 1 film comme pour 3 films, on paie 17,90 €, et non $3 \times 17{,}90 = 53{,}70$ € : le prix ne dépend pas du nombre de films.

(c) Oui. $3{,}50 \div 2{,}5 = 1{,}40$ et $5{,}60 \div 4 = 1{,}40$: les quotients sont égaux, le coefficient est 1,40 €/m.

(d) Non. 1 partie coûte $2{,}50 + 6 = 8{,}50$ € ; 2 parties coûtent $2{,}50 + 12 = 14{,}50$ €, et non $2 \times 8{,}50 = 17$ €. C'est le montant fixe qui empêche la proportionnalité.

(e) Oui. On multiplie toujours par 1,20 (par exemple $3 \times 1{,}20 = 3{,}60$ €) : le coefficient est 1,20 € par baguette.

Ex. 3 ★★☆ **Tester deux tableaux**

(a) $7{,}60 \div 0{,}4 = 19$; $28{,}50 \div 1{,}5 = 19$; $15{,}20 \div 0{,}8 = 19$. Tous les quotients sont égaux : c'est un tableau de proportionnalité.

(b) Le coefficient est 19 €/kg : c'est le prix d'un kilogramme de fromage.

(c) $14 \div 2 = 7$; $35 \div 5 = 7$; $21 \div 3 = 7$; mais $54 \div 8 = 6{,}75$. Un seul quotient différent suffit : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(d) Il faudrait $8 \times 7 = 56$ € : il faudrait remplacer 54 € par 56 € pour 8 h.

Ex. 4 ★★☆ **La farine des cookies**

(a) Linéarité (addition) : $32 = 12 + 20$, donc $210 + 350 = 560$ g de farine pour 32 cookies.

(b) Linéarité (multiplication) : $60 = 20 \times 3$, donc $350 \times 3 = 1\,050$ g de farine pour 60 cookies.

(c) Passage à l'unité : $210 \div 12 = 17{,}5$ g. Le coefficient est 17,5 g par cookie.

(d) Non : on n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes. $21 \times 17{,}5 = 367{,}5$: il faut 367,5 g de farine pour 21 cookies.

(e) On divise par le coefficient : $437{,}5 \div 17{,}5 = 25$. Yanis peut préparer 25 cookies.

Ex. 5 ★★★ **La peinture de l'appartement de Malik**

(a) On n'ajoute jamais le même nombre aux deux lignes : il faut multiplier. Par linéarité, 5 L, c'est 2,5 fois 2 L, donc $25 \times 2{,}5 = 62{,}5$. Avec 5 L, Malik couvre 62,5 m², et non 28 m².

(b) Passage à l'unité : $25 \div 2 = 12{,}5$. Le coefficient est 12,5 m²/L : c'est la surface couverte par 1 litre de peinture.

(c) Dans l'autre sens, on divise par le coefficient : $87{,}5 \div 12{,}5 = 7$. Il faut 7 L de peinture pour le salon.

(d) 2 L : $6 + 4{,}50 \times 2 = 15$ € ; 4 L : $6 + 4{,}50 \times 4 = 24$ € ; 8 L : $6 + 4{,}50 \times 8 = 42$ €.

(e) Quotients : $15 \div 2 = 7{,}5$ et $24 \div 4 = 6$. Ils sont différents. On le voit aussi sans quotients : 4 L coûtent 24 €, et non $2 \times 15 = 30$ €. À cause des 6 € de livraison (un montant fixe), le prix livré n'est pas proportionnel au volume.

Ex. 6 ★★★ **La machine de la biscuiterie**

(a) $7 \div 9 = 0{,}777\ldots$ ne tombe pas juste : en arrondissant, Lina fait une erreur, que la multiplication par 45 agrandit. Par linéarité, $45 = 5 \times 9$, donc la durée est $5 \times 7 = 35$ s. Les 45 boîtes sont emballées en 35 s exactement.

(b) On additionne deux colonnes : $54 = 45 + 9$, donc $35 + 7 = 42$. Les 54 boîtes sont emballées en 42 s.

(c) Par exemple, $99 = 45 + 54$, donc $35 + 42 = 77$ (ou $99 = 11 \times 9$, donc $11 \times 7 = 77$). Les 99 boîtes sont emballées en 77 s.

(d) 2 min 20 s $= 120 + 20 = 140$ s, et $140 = 20 \times 7$. Par linéarité, la machine emballe $20 \times 9 = 180$ boîtes.

Ex. 6 **(suite)**

(e) Le coefficient est $\frac{9}{7}$ boîte par seconde : c'est le nombre de boîtes emballées en 1 s. Vérification : $77 \times \frac{9}{7} = \frac{693}{7} = 99$ boîtes, on retrouve bien la colonne de 99 boîtes.

Ex. 7 ★★★ **Le carreleur de Montpellier**

(a) Périmètres : $4 \times 15 = 60$ cm, $4 \times 20 = 80$ cm, $4 \times 35 = 140$ cm. Aires : $15 \times 15 = 225$ cm², $20 \times 20 = 400$ cm², $35 \times 35 = 1\,225$ cm².

(b) Quotients : $60 \div 15 = 4$, $80 \div 20 = 4$, $140 \div 35 = 4$. Ils sont tous égaux : le périmètre est proportionnel au côté, de coefficient 4
(on multiplie toujours le côté par 4).

(c) Non. Quotients : $225 \div 15 = 15$ et $400 \div 20 = 20$, ils sont différents. Deux grandeurs qui augmentent ensemble ne sont pas forcément proportionnelles : l'aire du carré n'est pas proportionnelle à son côté.

(d) $41{,}40 \div 6 = 6{,}90$; $105 \div 15 = 7$; $27{,}60 \div 4 = 6{,}90$; $69 \div 10 = 6{,}90$.

(e) Non : un seul quotient différent suffit pour dire que ce n'est pas un tableau de proportionnalité. Au tarif de 6,90 € par sac, 15 sacs auraient coûté $15 \times 6{,}90 = 103{,}50$ €, et non 105 €.

2. *Quatrième proportionnelle et produit en croix*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : trouver la quatrième proportionnelle**

(a) Produit en croix : $8 \times 10{,}50 \div 3 = 84 \div 3 = 28$. Le prix est 28 €.

(b) Produit en croix (l'inconnue est en haut à gauche) : $42 \times 5 \div 70 = 210 \div 70 = 3$. La durée est 3 h.

(c) Produit en croix : $250 \times 128 \div 400 = 32\,000 \div 400 = 80$. Il faut 80 g de sucre.

(d) Produit en croix : $11 \times 10{,}90 \div 6 = 119{,}9 \div 6 \approx 19{,}98$. 11 L coûtent environ 19,98 €. On arrondit seulement à la fin : en arrondissant d'abord $10{,}90 \div 6$ à 1,82, on trouverait 20,02 €, ce qui est faux.

(e) Produit en croix : $14 \times 22{,}5 \div 35 = 315 \div 35 = 9$. 9 m de câble pèsent 22,5 kg.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : tester par les produits en croix**

(a) $2{,}5 \times 11{,}2 = 28$ et $7 \times 4 = 28$. Les produits en croix sont égaux : c'est un tableau de proportionnalité.

(b) $9 \times 10{,}4 = 93{,}6$ et $6{,}3 \times 15 = 94{,}5$. Les produits en croix sont différents : ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

(c) $0{,}6 \times 9 = 5{,}4$ et $1{,}5 \times 4 = 6$. Les produits en croix sont différents : le prix n'est pas proportionnel à la masse.

(d) Non. $12 \times 30 = 360$ et $20 \times 18 = 360$: les produits en croix sont égaux, donc les colonnes sont proportionnelles. Les écarts n'ont pas à être égaux : il faut comparer les produits (ou les quotients), pas les différences.

Ex. 10 ★★☆ **Les crêpes d'Inès : choisir sa méthode**

(a) Linéarité : $12 = 8 + 4$, et 4 crêpes, c'est la moitié de 8 crêpes, soit $140 \div 2 = 70$ g.
Donc $140 + 70 = 210$. Il faut 210 g de farine.

(b) Linéarité : $28 = 3 \times 8 + 4$, donc $3 \times 140 + 70 = 420 + 70 = 490$. Le produit en croix donne le même résultat : $28 \times 140 \div 8 = 490$. Il faut 490 g de farine.

(c) On convertit d'abord : 1 kg = 1 000 g. Produit en croix : $1\,000 \times 8 \div 140 \approx 57{,}14$. Inès peut faire au maximum 57 crêpes entières.

(d) On convertit d'abord : 1 h 30 = 90 min. Produit en croix : $90 \times 8 \div 12 = 720 \div 12 = 60$. Elle peut cuire 60 crêpes en 1 h 30.

Ex. 11 ★★☆ **Erreurs d'élèves à corriger**

(a) Tom n'a pas multiplié les deux nombres de la diagonale complète : 100 et 65 sont des distances, ils ne sont pas sur la même diagonale. Le calcul juste est $65 \times 2{,}8 \div 100 = 1{,}82$. Le scooter consomme 1,82 L pour 65 km
(on vérifie : moins de km, donc moins de 2,8 L).

(b) Sarah n'a pas rangé les grandeurs de même nature sur la même ligne : 14 m² est sur la ligne des litres. Bon tableau : les m² (3 et 14) sur une ligne, les litres (0,75 et ?) sur l'autre. Produit en croix : $0{,}75 \times 14 \div 3 = 10{,}5 \div 3 = 3{,}5$. Il faut 3,5 L de peinture.

(c) La taille n'est pas proportionnelle à l'âge : on ne peut pas utiliser le produit en croix. D'ailleurs, 2,75 m n'est pas réaliste. On ne peut pas calculer la taille de Noé à 15 ans avec ces données.

Ex. 11 **(suite)**

(d) Malik a ajouté le même nombre sur les deux lignes : ce n'est pas de la linéarité (on peut additionner deux colonnes, pas ajouter un même nombre). Passage à l'unité : $22 \div 4 = 5{,}5$ €/m, donc $6 \times 5{,}5 = 33$. Contrôle par le produit en croix : $6 \times 22 \div 4 = 33$. 6 m de papier peint coûtent 33 €.

Ex. 12 ★★★ **Le stand de jus de Lucas**

(a) Tableau : masse (kg) 2,5 et 8 sur la première ligne, jus (L) 1,5 et ? sur la deuxième. Produit en croix : $1{,}5 \times 8 \div 2{,}5 = 12 \div 2{,}5 = 4{,}8$. Avec 8 kg de pommes, Lucas obtient 4,8 L de jus.

(b) Cette fois, c'est la masse qui manque, en haut du tableau : masse (kg) 2,5 et ? ; jus (L) 1,5 et 9. Produit en croix : $2{,}5 \times 9 \div 1{,}5 = 22{,}5 \div 1{,}5 = 15$. Lucas doit presser 15 kg de pommes.

(c) On convertit d'abord : 750 g = 0,75 kg (si on garde 750, on trouve 1 050 €, ce qui est absurde). Produit en croix : $16{,}80 \times 0{,}75 \div 12 = 12{,}6 \div 12 = 1{,}05$. 750 g de pommes coûtent 1,05 €.

(d) Non. Produits en croix des deux premières colonnes : $1 \times 3{,}20 = 3{,}20$ et $3 \times 1{,}20 = 3{,}60$. Ils sont différents, donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité : il y a un montant fixe (0,20 € de gobelet), et le produit en croix ne s'utilise pas. Chaque jus coûte $1{,}20 - 0{,}20 = 1$ €, donc 8 gobelets coûtent $8 \times 1 + 0{,}20 = 8{,}20$ €.

Ex. 13 ★★★ **Vrai ou faux : les pièges du produit en croix**

(a) Faux. Un carré de 6 cm de côté a une aire de $6 \times 6 = 36$ cm². Produits en croix : $3 \times 36 = 108$ et $6 \times 9 = 54$. Ils sont différents : l'aire n'est pas proportionnelle au côté, donc le produit en croix ne s'utilise pas ici.

(b) Vrai. On a $b = k \times a$ et $d = k \times c$.
Donc $a \times d = a \times k \times c$ et $b \times c = k \times a \times c$: ce sont les mêmes facteurs. Les produits en croix sont égaux.

(c) Faux, il y a deux erreurs. Les unités : 340 cm = 3,4 m. L'arrondi trop tôt : même avec 3,4 m, $8{,}67 \times 3{,}4 \approx 29{,}48$ €. Produit en croix sans arrondi intermédiaire : $13 \times 3{,}4 \div 1{,}5 = 44{,}2 \div 1{,}5 \approx 29{,}47$. 340 cm de tissu coûtent environ 29,47 €.

(d) Vrai. Linéarité : $7 = 12 - 5$, donc on peut soustraire les deux colonnes : $21 - 8{,}75 = 12{,}25$. Contrôle par le produit en croix : $7 \times 21 \div 12 = 147 \div 12 = 12{,}25$. 7 cahiers coûtent 12,25 €.

Ex. 13 **(suite)**

(e) Faux. Les deux premières colonnes sont proportionnelles : $4{,}8 \times 9{,}6 = 46{,}08$ et $7{,}2 \times 6{,}4 = 46{,}08$. Mais avec la troisième : $4{,}8 \times 12{,}4 = 59{,}52$ et $7{,}2 \times 8 = 57{,}6$. Ces produits sont différents : il faut tester toutes les colonnes.

Ex. 14 ★★★ **La chambre de Nadia**

(a) Tableau : surface (m²) 30 et 48 ; volume (L) 2,5 et ?. Produit en croix : $2{,}5 \times 48 \div 30 = 120 \div 30 = 4$. Il faut 4 L de peinture pour la chambre.

(b) Ratio $5 : 3 : 5 + 3 = 8$ parts, et une part vaut $4 \div 8 = 0{,}5$ L. Le blanc représente $\frac{5}{8}$ du mélange, et non $\frac{5}{3}$: $5 \times 0{,}5 = 2{,}5$ L de blanc et $3 \times 0{,}5 = 1{,}5$ L de bleu. Contrôle : $2{,}5 + 1{,}5 = 4$.

(c) On convertit d'abord : 1 h 12 min = 72 min (et non 1,12 h). Produit en croix : $72 \times 48 \div 9 = 3\,456 \div 9 = 384$ min. Or $384 = 6 \times 60 + 24$. Il lui faut 6 h 24 min.

(d) Le bleu représente 3 parts, donc une part vaut $2{,}1 \div 3 = 0{,}7$ L. Le mélange compte 8 parts : $8 \times 0{,}7 = 5{,}6$. Nadia obtient 5,6 L de mélange.

(e) Tableau : volume (L) 2,5 et 5,6 ; surface (m²) 30 et ?. Produit en croix : $30 \times 5{,}6 \div 2{,}5 = 168 \div 2{,}5 = 67{,}2$. Ce mélange couvre 67,2 m² de mur.

3. *Ratio : partager selon un ratio*

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : partager selon un ratio**

(a) $3 + 5 = 8$ parts, et une part vaut $40 \div 8 = 5$ bonbons. Lina reçoit $3 \times 5 = 15$ bonbons et Hugo $5 \times 5 = 25$ bonbons.

(b) $3 + 2 = 5$ parts, et une part vaut $13 \div 5 = 2{,}6$ m. Les morceaux mesurent $3 \times 2{,}6 = 7{,}8$ m et $2 \times 2{,}6 = 5{,}2$ m.

(c) $1 + 2 + 4 = 7$ parts, et une part vaut $56 \div 7 = 8$ kg. Les cagettes contiennent 8 kg, $2 \times 8 = 16$ kg et $4 \times 8 = 32$ kg.

(d) $4 + 5 = 9$ parts, donc la première part vaut $\frac{4}{9}$ du total (et non $\frac{4}{5}$). Une part vaut $2{,}7 \div 9 = 0{,}3$ m, donc la première part mesure $4 \times 0{,}3 = 1{,}2$ m.

(e) $1 + 3 = 4$ parts : le produit représente $\frac{1}{4}$ du mélange, et non un tiers. Il y a $2{,}4 \div 4 = 0{,}6$ L de produit.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : simplifier et vérifier un ratio**

(a) $18 \div 6 = 3$ et $12 \div 6 = 2$, donc $18 : 12 = 3 : 2$. Tom a inversé l'ordre des termes : 18 est le premier terme, il devient 3, et le ratio garde le même ordre.

(b) $20 \div 5 = 4$, donc on divise aussi 35 par 5 : $35 \div 5 = 7$. Ainsi $20 : 35 = 4 : 7$.

(c) On divise les deux termes par 1,5 : $4{,}5 : 1{,}5 = 3 : 1$.

(d) On divise les trois termes par 4 : $12 : 20 : 28 = 3 : 5 : 7$.

(e) $21 \div 3 = 7$ et $14 \div 2 = 7$. Les quotients sont égaux, donc 21 et 14 sont bien dans le ratio 3 : 2.

(f) $16 \div 3 \approx 5{,}33$ et $10 \div 2 = 5$. Les quotients sont différents, donc 16 et 10 ne sont pas dans le ratio 3 : 2 (leur ratio est 8 : 5).

Ex. 17 ★★☆ **Le mélange du jardin**

(a) Une part vaut $12{,}5 \div 5 = 2{,}5$ L. Il faut $2 \times 2{,}5 = 5$ L de sable.

(b) $12{,}5 + 5 = 17{,}5$. Maëlle obtient 17,5 L de mélange.

(c) La différence correspond à $5 - 2 = 3$ parts, donc une part vaut $9 \div 3 = 3$ L. Le mélange compte $5 + 2 = 7$ parts, soit $7 \times 3 = 21$ L de mélange.

(d) Non. Le mélange compte 7 parts de $14 \div 7 = 2$ L. Il faut $5 \times 2 = 10$ L de terreau et $2 \times 2 = 4$ L de sable : Karim a inversé l'ordre du ratio (terreau : sable).

(e) Non. Le mélange compte $5 + 2 = 7$ parts, dont 2 de sable. Le sable représente donc $\frac{2}{7}$ du mélange, et non $\frac{2}{5}$.

Ex. 18 ★★☆ **La facture des colocataires**

(a) Non. Le total compte $4 + 3 + 2 = 9$ parts, donc Léo paie $\frac{4}{9}$ de la facture, et non $\frac{4}{3}$. Une part vaut $157{,}50 \div 9 = 17{,}50$ €, et Léo paie $4 \times 17{,}50 = 70$ €.

(b) Yanis paie $3 \times 17{,}50 = 52{,}50$ € et Zoé $2 \times 17{,}50 = 35$ €. Contrôle : $70 + 52{,}50 + 35 = 157{,}50$ €.

(c) La part de Yanis correspond à 3 parts, donc une part vaut $45{,}60 \div 3 = 15{,}20$ €. La facture compte 9 parts : $9 \times 15{,}20 = 136{,}80$ €.

(d) Non. En divisant chaque terme par 2, on obtient $8 : 6 : 4 = 4 : 3 : 2$. C'est le même ratio, donc les parts restent identiques.

Ex. 19 ★★★ **Le prix du concours de robotique**

(a) On fait $2 + 3 + 7 = 12$ parts égales. Malo reçoit 3 parts sur 12 : $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Malo reçoit donc un quart du prix.

(b) Sacha a 7 parts et Inès en a 2. L'écart est donc de $7 - 2 = 5$ parts, et ces 5 parts valent 85 €. Une part vaut $85 \div 5 = 17$ €. Le prix total vaut $12 \times 17 = 204$ €.

(c) Inès reçoit $2 \times 17 = 34$ €, Malo $3 \times 17 = 51$ € et Sacha $7 \times 17 = 119$ €. Contrôle : $34 + 51 + 119 = 204$ € et $119 - 34 = 85$ €.

(d) Faux. $\frac{2}{7}$ compare la part d'Inès à celle de Sacha, pas au prix total. Inès a 2 parts sur 12 : elle reçoit $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ du prix. On vérifie : $34 \div 204 = \frac{1}{6}$, alors que $\frac{2}{7} \times 204 \approx 58{,}29$ €.

Ex. 20 ★★★ **Le sirop de Romane**

(a) Faux. Le ratio 1 : 4 donne $1 + 4 = 5$ parts : 1 part de sirop et 4 parts d'eau. Le sirop représente donc $\frac{1}{5}$ de la boisson, et non $\frac{1}{4}$.

(b) On fait 5 parts, et une part vaut $1{,}6 \div 5 = 0{,}32$ L. Il faut 0,32 L de sirop et $4 \times 0{,}32 = 1{,}28$ L d'eau. Contrôle : $0{,}32 + 1{,}28 = 1{,}6$ L.

(c) Le sirop correspond à 1 part, donc une part vaut 0,45 L. La boisson compte 5 parts : $5 \times 0{,}45 = 2{,}25$ L. Elle peut préparer au plus 2,25 L de boisson, avec 1,8 L d'eau.

(d) Il obtient le ratio $1{,}2 : 0{,}3 = 12 : 3 = 4 : 1$ (on divise par 3). Nathan a inversé l'ordre : il a mis 4 parts de sirop pour 1 part d'eau. Or le ratio 1 : 4 suit l'ordre des mots « sirop : eau ».

(e) Elle obtient le ratio $0{,}25 : 1{,}25 = 25 : 125 = 1 : 5$ (on divise par 25). Ce n'est pas 1 : 4 : elle ne respecte pas le ratio. Sa boisson contient trop d'eau.

Ex. 21 ★★★ **Le béton de la terrasse**

(a) On divise les trois nombres par 5 : $10 \div 5 = 2$, $25 \div 5 = 5$ et $35 \div 5 = 7$. Le ratio simplifié est 2 : 5 : 7.

(b) On fait $2 + 5 + 7 = 14$ parts, et une part vaut $336 \div 14 = 24$ kg. Il faut $2 \times 24 = 48$ kg de ciment, $5 \times 24 = 120$ kg de sable et $7 \times 24 = 168$ kg de gravier. Contrôle : $48 + 120 + 168 = 336$ kg.

(c) Le gravier correspond à 7 parts, donc une part vaut $210 \div 7 = 30$ kg. Le mélange pèse $14 \times 30 = 420$ kg. Il lui faut $2 \times 30 = 60$ kg de ciment et $5 \times 30 = 150$ kg de sable.

Ex. 21 **(suite)**

(d) On calcule les quotients : $45 \div 2 = 22{,}5$, puis $110 \div 5 = 22$ et $160 \div 7 \approx 22{,}86$. Ces trois quotients ne sont pas égaux, donc le voisin ne respecte pas le ratio 2 : 5 : 7.

4. *Représentation graphique de la proportionnalité*

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : proportionnalité ou non ?**

(a) Oui : c'est une droite ET elle passe par l'origine. On a bien les deux conditions.

(b) Non : c'est une droite, mais pour l'abscisse 0 l'ordonnée vaut 3, pas 0. Elle ne passe pas par l'origine, donc il y a un montant fixe.

(c) Non : la courbe passe bien par l'origine, mais ce n'est pas une droite. Les quotients le confirment : $1 \div 1 = 1$ mais $16 \div 4 = 4$. C'est l'aire d'un carré en fonction de son côté.

(d) Oui : $1{,}5 \div 2 = 0{,}75$ et $4{,}5 \div 6 = 0{,}75$. Les quotients sont égaux, donc les points sont alignés avec l'origine.

(e) Non : les points partent bien de l'origine, mais $3 \div 2 = 1{,}5$ et $5 \div 4 = 1{,}25$. Les quotients sont différents, donc les points ne sont pas alignés.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : lire le coefficient**

(a) C'est l'ordonnée du point d'abscisse 1 : le coefficient vaut 6,5 €/kg.

(b) $38 \div 4 = 9{,}5$: le coefficient vaut 9,5 m²/L.

(c) Le coefficient est ordonnée ÷ abscisse, et non l'inverse : $17 \div 5 = 3{,}4$. Le coefficient vaut 3,4 €/m.

(d) $2 \div 3 = \frac{2}{3}$: le coefficient vaut $\frac{2}{3}$ kg de compote par kg de pommes. Le quotient ne tombe pas juste, on garde la fraction.

(e) La formule est de la forme $y = k \times x$ avec $k = 1{,}8$: le coefficient vaut 1,8 €/m.

(f) Non : avec $y = x + 3$, pour $x = 0$ on a $y = 3$, donc la droite ne passerait pas par l'origine. Le coefficient est l'ordonnée du point d'abscisse 1, soit 3. La bonne formule est $y = 3 \times x$.

Ex. 24 ★★☆ **Presque alignés : le calcul tranche**

(a) $8{,}40 \div 3 = 2{,}8$ et $14 \div 5 = 2{,}8$. Ces deux achats donnent le même coefficient : 2,80 €/m.

Ex. 24 **(suite)**

(b) Non : $22{,}50 \div 8 = 2{,}8125$, ce qui n'est pas égal à 2,8. Pour être sur la droite, il faudrait $8 \times 2{,}8 = 22{,}40$ €. Le troisième point est donc juste à côté de la droite, et le prix n'est pas proportionnel à la longueur.

(c) Sur la droite, $6{,}5 \times 2{,}8 = 18{,}2$: le point d'abscisse 6,5 a pour ordonnée exacte 18,2, soit 18,20 €. La lecture « environ 18 € » était approchée.

(d) On divise par le coefficient : $35 \div 2{,}8 = 12{,}5$. Pour 35 €, on a 12,5 m de tissu.

Ex. 25 ★★☆ **Deux tarifs d'escalade**

(a) Libre : $y = 9 \times x$. Carte : $y = 24 + 5 \times x$. La formule du tarif Libre est de la forme $y = k \times x$: le prix est proportionnel au nombre de séances, avec un coefficient de 9 €/séance.

(b) Non : les points sont bien alignés, mais leur droite coupe l'axe vertical en 24, pas en 0. On le voit aussi aux quotients : $29 \div 1 = 29$ mais $34 \div 2 = 17$. Il faut les deux conditions : une droite ET l'origine.

(c) En abscisse, on a un nombre de séances, c'est-à-dire un nombre entier : on ne fait pas 2,5 séances. On place donc des points sans les relier.

(d) Chaque séance coûte $9 - 5 = 4$ € de plus au tarif Libre, et il faut rattraper les 24 € de la carte : $24 \div 4 = 6$ séances. On vérifie : $9 \times 6 = 54$ et $24 + 5 \times 6 = 54$. Le point commun est $(6; 54)$.

(e) Pour 7 séances : Libre $9 \times 7 = 63$ € et Carte $24 + 5 \times 7 = 59$ €. Après le point $(6; 54)$, chaque séance coûte 4 € de moins au tarif Carte. Donc, à partir de 7 séances, le tarif Carte est le moins cher.

Ex. 26 ★★★ **Tirages photo : deux magasins**

(a) Magasin A : $10 \times 0{,}35 = 3{,}50$; $30 \times 0{,}35 = 10{,}50$; $50 \times 0{,}35 = 17{,}50$. Magasin B : $4 + 10 \times 0{,}15 = 5{,}50$; $4 + 30 \times 0{,}15 = 8{,}50$; $4 + 50 \times 0{,}15 = 11{,}50$. Les prix sont en €.

(b) Oui : $3{,}50 \div 10 = 10{,}50 \div 30 = 17{,}50 \div 50 = 0{,}35$. Les quotients sont égaux, donc les points sont alignés avec l'origine. Le prix A est proportionnel au nombre de tirages, avec un coefficient de 0,35 €/tirage. On divise par le coefficient : $12{,}60 \div 0{,}35 = 36$. Gabriel a commandé 36 tirages.

Ex. 26 **(suite)**

(c) $5{,}50 \div 10 = 0{,}55$; $8{,}50 \div 30 \approx 0{,}28$; $11{,}50 \div 50 = 0{,}23$. Les quotients ne sont pas égaux : le prix B n'est pas proportionnel au nombre de tirages. Pour 0 tirage, on paie déjà 4 € : les points sont alignés, mais sur une droite qui coupe l'axe vertical en 4, pas à l'origine.

(d) Non. Avec sa formule, 10 tirages coûteraient $10 + 0{,}35 = 10{,}35$ €, au lieu de 3,50 €. Pour une situation de proportionnalité, on multiplie par le coefficient : la bonne formule est $y = 0{,}35 \times x$.

(e) Chaque tirage coûte $0{,}35 - 0{,}15 = 0{,}20$ € de plus chez A. Les 4 € de livraison de B sont rattrapés après $4 \div 0{,}20 = 20$ tirages. Pour 20 tirages : A coûte $20 \times 0{,}35 = 7$ € et B coûte $4 + 20 \times 0{,}15 = 7$ €. Le point $(20; 7)$ est commun aux deux représentations. Au-delà de 20 tirages, c'est le magasin B le moins cher : par exemple, pour 30 tirages, B coûte 8,50 € et A 10,50 €.

Ex. 27 ★★★ **Carrés de feutrine et disques**

(a) Périmètre : $4 \times 3 = 12$; $4 \times 5 = 20$; $4 \times 7{,}5 = 30$ (en cm). Aire : $3 \times 3 = 9$; $5 \times 5 = 25$; $7{,}5 \times 7{,}5 = 56{,}25$ (en cm^2).

(b) $8 \div 2 = 12 \div 3 = 20 \div 5 = 30 \div 7{,}5 = 4$: les quotients sont égaux, donc le périmètre est proportionnel au côté. La formule est $P = 4 \times c$: le coefficient de proportionnalité est 4 (des cm pour des cm, il n'a pas d'unité).

(c) Non. $4 \div 2 = 2$, $9 \div 3 = 3$ et $25 \div 5 = 5$: les quotients ne sont pas égaux. Les points partent bien de l'origine, mais ils sont sur une courbe, pas sur une droite. Il faut les deux conditions : l'aire n'est pas proportionnelle au côté. D'ailleurs, $A = c \times c$ n'est pas de la forme $k \times c$ avec un nombre k fixé.

(d) $L = \pi \times d$ est de la forme $y = k \times x$: la longueur est proportionnelle au diamètre, avec un coefficient π. Le point d'abscisse 1 a pour ordonnée $\pi \approx 3{,}14$.

(e) On divise par le coefficient : $d = 50 \div \pi \approx 15{,}9$ cm. Il faut un diamètre d'environ 15,9 cm.

Ex. 28 ★★★ **Le carnet de bord de Lina**

(a) Le coefficient est le quotient ordonnée ÷ abscisse : $15 \div 250 = 0{,}06$. Le point d'abscisse 1 a pour ordonnée 0,06 : la voiture consomme 0,06 L par km. Le coefficient de proportionnalité est 0,06 L/km.

Ex. 28 **(suite)**

(b) $475 \times 0{,}06 = 28{,}5$: ce point est sur la droite. $180 \times 0{,}06 = 10{,}8$: ce point est sur la droite. $320 \times 0{,}06 = 19{,}2$ et non 19,5 : ce point est tout près de la droite, mais pas dessus. Le calcul tranche : seuls les trajets de 475 km et de 180 km sont sur la droite.

(c) Quatrième proportionnelle : $40 \div 0{,}06 \approx 667$ km. La lecture de 650 km est approchée : avec 40 L, Lina parcourt environ 667 km.

(d) Le carburant coûte $0{,}06 \times 1{,}90 = 0{,}114$ € par km, donc prix $= 45 + 0{,}114\times$ distance. Pour 0 km, elle paie déjà 45 € : c'est un montant fixe. La représentation est une droite qui coupe l'axe vertical en 45, pas à l'origine. Le prix n'est pas proportionnel à la distance.

(e) $45 + 500 \times 0{,}114 = 45 + 57 = 102$. Pour 500 km, Lina paie 102 € au total.

5. *Pourcentages : appliquer, augmenter, diminuer*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : le coefficient multiplicateur**

(a) $1 + \frac{6}{100} = 1{,}06$. Le coefficient multiplicateur est 1,06.

(b) $1 - \frac{45}{100} = 0{,}55$. Le coefficient multiplicateur est 0,55 (et non 0,45, qui correspondrait à une baisse de 55 %).

(c) $0{,}92 = 1 - 0{,}08$: c'est une baisse de 8 %.

(d) Non : augmenter de 9 %, c'est multiplier par $1 + 0{,}09 = 1{,}09$. Multiplier par 1,9 correspond à une hausse de 90 %.

(e) $1{,}3 = 1 + 0{,}3$: c'est une hausse de 30 %.

(f) Non : $0{,}7 = 1 - 0{,}3$, c'est une baisse de 30 %. Une baisse de 70 % se traduirait par $\times 0{,}3$.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : appliquer et calculer un pourcentage**

(a) $250 \times 0{,}18 = 45$.

(b) $28 \div 80 \times 100 = 35$: 35 % des adhérents sont mineurs.

(c) Coefficient $1 - 0{,}15 = 0{,}85$: $240 \times 0{,}85 = 204$. Le vélo coûte 204 € (plus petit : normal après une baisse).

(d) Coefficient 1,04 : $650 \times 1{,}04 = 676$. Le loyer est de 676 € (plus grand : normal après une hausse).

(e) $58 \div 50 = 1{,}16 = 1 + 0{,}16$: c'est une hausse de 16 %.

(f) $48 \div 64 = 0{,}75 = 1 - 0{,}25$: c'est une baisse de 25 %.

Ex. 31 ★★☆ **Soldes : prix soldé et prix de départ**

(a) Baisse de 40 % : coefficient multiplicateur $1 - 0{,}4 = 0{,}6$. $125 \times 0{,}6 = 75$. La veste soldée coûte 75 €.

(b) Coefficient multiplicateur : $1 - 0{,}25 = 0{,}75$. Pour remonter, je divise : $36 \div 0{,}75 = 48$. Le pull coûtait 48 €
(contrôle : $48 \times 0{,}75 = 36$).

(c) Non : Yanis trouve $179{,}20 - 0{,}12 \times 179{,}20 \approx 157{,}70$ €, et $157{,}70 \times 1{,}12 \approx 176{,}62$ ne redonne pas 179,20. Il faut diviser par le coefficient : $179{,}20 \div 1{,}12 = 160$. Le sac coûtait 160 €
(contrôle : $160 \times 1{,}12 = 179{,}20$).

(d) $24{,}96 \div 32 = 0{,}78 = 1 - 0{,}22$: la remise est de 22 %. Bonnet : $14 \times 0{,}78 = 10{,}92$. Le bonnet soldé coûte 10,92 €.

Ex. 32 ★★☆ **Deux évolutions successives**

(a) Non : on multiplie les coefficients : $1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$, et $30 \times 1{,}21 = 36{,}30$. L'abonnement coûte 36,30 €, c'est une hausse de 21 % et non de 20 %.

(b) On multiplie les coefficients : $0{,}8 \times 0{,}95 = 0{,}76 = 1 - 0{,}24$. Le coefficient global est 0,76 : c'est une baisse de 24 %, et non de 25 %.

(c) Non : $40 \times 1{,}25 = 50$ €, puis $50 \times 0{,}75 = 37{,}50$ €. L'abonnement finit à 37,50 € : +25 % puis −25 % ne ramène pas au départ.

(d) Faux : $0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 = 1 - 0{,}75$. C'est une baisse de 75 % : l'abonnement coûte encore le quart de son prix.

Ex. 33 ★★★ **Le devoir de Malo : repérer et corriger les erreurs**

(a) Faux. Le coefficient multiplicateur d'une hausse de 5 % est $1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$ et non 1,5 (qui correspond à une hausse de 50 %). Correction : $72 \times 1{,}05 = 75{,}60$. Le nouveau prix est 75,60 €.

(b) Faux. Malo a calculé le montant de la remise et non le prix final. Le coefficient d'une baisse de 35 % est $1 - 0{,}35 = 0{,}65$. Correction : $140 \times 0{,}65 = 91$. Le prix soldé est 91 €.

(c) Faux. Pour remonter à la valeur de départ, on divise par le coefficient multiplicateur 1,2 : $186 \div 1{,}2 = 155$. Contrôle : $155 \times 1{,}2 = 186$. Avant la hausse, le vélo coûtait 155 €.
(Avec 148,80 € on aurait $148{,}80 \times 1{,}2 = 178{,}56 \neq 186$.)

Ex. 33 (suite)

(d) Faux. On multiplie les coefficients : $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96 = 1 - 0{,}04$. Au final, le prix a baissé de 4 % : une baisse de 20 % n'annule pas une hausse de 20 %.

Ex. 34 ★★★ **Le festival d'Inès**

(a) On divise la nouvelle valeur par l'ancienne : $54 \div 48 = 1{,}125 = 1 + 0{,}125$. Le coefficient multiplicateur est plus grand que 1 : le prix du billet a augmenté de 12,5 %.

(b) Pourcentage = partie ÷ total × 100 :
$780 \div 1\,200 \times 100 = 65$. La prévente représente 65 % des places.

(c) On divise par le coefficient multiplicateur 1,08 :
$4{,}86 \div 1{,}08 = 4{,}50$. Contrôle : $4{,}50 \times 1{,}08 = 4{,}86$, et $4{,}86 > 4{,}50$, ce qui est normal après une hausse. Avant la hausse, la boisson coûtait 4,50 €.

(d) Faux. On multiplie les coefficients : $1{,}05 \times 1{,}2 = 1{,}26 = 1 + 0{,}26$. C'est une hausse de 26 % et non de 25 % : les pourcentages ne s'additionnent pas.

(e) On divise par le coefficient global 1,26 :
$113{,}40 \div 1{,}26 = 90$. Contrôle : $90 \times 1{,}05 = 94{,}50$, puis $94{,}50 \times 1{,}2 = 113{,}40$. Avant les hausses, le pass coûtait 90 €.

Ex. 35 ★★★ **Quelle trottinette pour Sacha ?**

(a) Première remise : $260 \times 0{,}7 = 182$. Seconde remise : $182 \times 0{,}85 = 154{,}70$. Dans le magasin A, la trottinette coûte 154,70 €.

(b) Non. On multiplie les coefficients : $0{,}7 \times 0{,}85 = 0{,}595 = 1 - 0{,}405$. Les deux remises font une baisse de 40,5 %, et non de 45 % : les pourcentages successifs ne s'additionnent pas.

(c) Magasin B : $260 \times 0{,}55 = 143$, soit 143 €. Écart : $154{,}70 - 143 = 11{,}70$. Le magasin B est moins cher de 11,70 €.

(d) Faux. Nouveau prix : $143 \times 1{,}1 = 157{,}30$ €. Coefficient global : $0{,}55 \times 1{,}1 = 0{,}605 = 1 - 0{,}395$. La remise par rapport aux 260 € est de 39,5 % et non de 35 %
(contrôle : $157{,}30 \div 260 = 0{,}605$).

6. *Échelles*

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : du plan à la réalité, et retour**

(a) Réel = plan ×500 : $4{,}2 \times 500 = 2\,100$ cm, soit 21 m.

(b) 3,6 m = 360 cm. Plan = réel ÷40 : $360 \div 40 = 9$ cm.

Ex. 36 **(suite)**

(c) $7 \times 200\,000 = 1\,400\,000$ cm. Comme 1 km = 100 000 cm, cela fait 14 km.

(d) 2,5 km = 250 000 cm (et non 2 500 cm). $250\,000 \div 20\,000 = 12{,}5$ cm.

(e) C'est un agrandissement : $0{,}8 \times 30 = 24$ cm sur le dessin.

(f) Sur A, 1 cm représente 15 000 cm = 150 m. Sur B, 1 cm représente 60 000 cm = 600 m. Plus n est grand, plus la réalité est réduite : la route paraît plus longue sur la carte A.

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : trouver l'échelle**

(a) 12 m = 1 200 cm ; plan ÷ réel $= \frac{4}{1\,200} = \frac{1}{300}$ (car $1\,200 \div 4 = 300$) : l'échelle est $\frac{1}{300}$.

(b) 2 km = 200 000 cm ; plan ÷ réel $= \frac{5}{200\,000} = \frac{1}{40\,000}$: l'échelle est $\frac{1}{40\,000}$.

(c) 4,5 m = 450 cm ; plan ÷ réel $= \frac{6}{450} = \frac{1}{75}$ (car $450 \div 6 = 75$) : l'échelle est $\frac{1}{75}$.

(d) 50 km = 5 000 000 cm ; plan ÷ réel $= \frac{2{,}5}{5\,000\,000} = \frac{1}{2\,000\,000}$ (car $5\,000\,000 \div 2{,}5 = 2\,000\,000$) : l'échelle est $\frac{1}{2\,000\,000}$.

(e) Le dessin est plus grand que la réalité : plan ÷ réel $= 12 \div 0{,}6 = 20$. L'échelle est 20 : 1.

Ex. 38 ★★☆ **Une carte de randonnée près d'Annecy**

(a) Les longueurs sont proportionnelles : $10 \times 6 \div 4 = 60 \div 4 = 15$. Les 10 cm représentent 15 km.

(b) Quatrième proportionnelle : $21 \times 4 \div 6 = 84 \div 6 = 14$. La boucle mesure 14 cm sur la carte.

(c) Non : 1 km = 100 000 cm, donc 6 km = 600 000 cm. $600\,000 \div 4 = 150\,000$: l'échelle est $\frac{1}{150\,000}$.

(d) 21 km = 2 100 000 cm et $2\,100\,000 \div 50\,000 = 42$ cm. La boucle est plus longue sur cette carte (42 cm contre 14 cm), car $50\,000 < 150\,000$: la réalité y est moins réduite.

Ex. 39 ★★☆ **Le potager d'un jardin à Rennes**

(a) Réel = plan ×400 : $3{,}5 \times 400 = 1\,400$ cm = 14 m et $2{,}5 \times 400 = 1\,000$ cm = 10 m. Le potager mesure 14 m sur 10 m.

(b) Aire $= 14 \times 10 = 140$. L'aire réelle du potager est 140 m².

Ex. 39 **(suite)**

(c) Non. L'aire sur le plan est $3{,}5 \times 2{,}5 = 8{,}75$ cm². Inès a calculé $8{,}75 \times 400 = 3\,500$ cm² = 0,35 m², mais une aire est multipliée par 400×400 : $8{,}75 \times 400 \times 400 = 1\,400\,000$ cm² = 140 m².

(d) 1 cm² du plan représente $400 \times 400 = 160\,000$ cm². 24 m² = 240 000 cm² et $240\,000 \div 160\,000 = 1{,}5$. La terrasse occupe 1,5 cm² sur le plan.

Ex. 40 ★★★ **Deux cartes de la presqu'île de Crozon**

(a) Non : 1 km = 100 000 cm et pas 1 000 cm.
Donc 9 km = 900 000 cm, et plan = réel ÷n : $900\,000 \div 25\,000 = 36$. La route mesure 36 cm sur la carte A.

(b) Réel = plan ×n : $13{,}4 \times 100\,000 = 1\,340\,000$ cm.
Comme 1 km = 100 000 cm, cela fait 13,4 km. Le sentier mesure 13,4 km.

(c) Plan = réel ÷n : $1\,340\,000 \div 25\,000 = 53{,}6$. Sur la carte A, le sentier mesure 53,6 cm.

(d) Faux. Plus n est grand, plus la réalité est réduite. Le même sentier mesure 53,6 cm sur la carte A et seulement 13,4 cm sur la carte B ($53{,}6 \div 13{,}4 = 4$) : sur la carte B, il est dessiné 4 fois plus court.

(e) Une aire est le produit de deux longueurs. Elle est donc multipliée par $n \times n$, pas par n : $2 \times 25\,000 \times 25\,000 = 1\,250\,000\,000$ cm². Comme 1 m² = 10 000 cm², on divise : $1\,250\,000\,000 \div 10\,000 = 125\,000$. Le lac a une aire de 125 000 m².

Ex. 41 ★★★ **Un poster d'insectes agrandis**

(a) Jules divise des cm par des mm. Il faut d'abord écrire les deux longueurs dans la même unité : 12 mm = 1,2 cm. Ensuite, plan ÷ réel $= 7{,}2 \div 1{,}2 = 6$. C'est un agrandissement : l'échelle est 6 : 1.

(b) 9 mm = 0,9 cm. On agrandit 6 fois : $0{,}9 \times 6 = 5{,}4$. Sur le dessin, l'aile mesure 5,4 cm.

(c) Réel = dessin ÷6 : $2{,}1 \div 6 = 0{,}35$ cm, soit 3,5 mm. L'antenne mesure 3,5 mm en réalité.

(d) 7 mm = 0,7 cm et $0{,}7 \times 8 = 5{,}6$ cm. Or $5{,}6 > 5$: le dessin de la coccinelle ne rentre pas.

(e) 4,5 mm = 0,45 cm. À l'échelle 11 : 1, le dessin mesure $0{,}45 \times 11 = 4{,}95$ cm, ce qui est inférieur ou égal à 5 cm. À l'échelle 12 : 1, il mesure $0{,}45 \times 12 = 5{,}4$ cm, ce qui est trop grand. La plus grande échelle possible est 11 : 1.

Ex. 42 ★★★ **Le plan d'un appartement à Toulouse**

(a) On écrit les deux longueurs dans la même unité : 0,9 m = 90 cm. Échelle = plan ÷ réel = $\frac{1{,}8}{90} = \frac{1}{50}$ (car $90 \div 1{,}8 = 50$) : 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité. L'échelle est $\frac{1}{50}$.

(b) 6,5 m = 650 cm. Plan = réel ÷50 : $650 \div 50 = 13$. Sur le plan, le couloir mesure 13 cm.

(c) Chaque longueur est multipliée par 50, donc une aire est multipliée par $50 \times 50 = 2\,500$ (et non par 50). Sur le plan : $11 \times 8 = 88$ cm². En réalité : $88 \times 2\,500 = 220\,000$ cm². Comme 1 m² = 10 000 cm², cela fait 22 m². Le salon a une aire de 22 m².

(d) Le prix est proportionnel à l'aire : $22 \times 34{,}50 = 759$. Le parquet du salon coûte 759 €.

(e) Dimensions réelles du salon : $11 \times 50 = 550$ cm et $8 \times 50 = 400$ cm. À l'échelle $\frac{1}{20}$: $550 \div 20 = 27{,}5$ cm et $400 \div 20 = 20$ cm. Or $27{,}5 \leq 29{,}7$ et $20 \leq 21$: le dessin tient sur la feuille.

7. *Problèmes*

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : réfléchis avant de calculer**

(a) $9 \div 3 = 3$ et $36 \div 6 = 6$: les quotients ne sont pas égaux. L'aire du carré n'est donc pas proportionnelle à son côté.

(b) Il y a $1 + 4 = 5$ parts, dont 1 part de sirop : $\frac{1}{5} = 20\,\%$ (et non $\frac{1}{4} = 25\,\%$). Le sirop représente 20 % de la boisson.

(c) Le coefficient multiplicateur d'une baisse de 20 % est $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Prix de départ : $56 \div 0{,}8 = 70$ €. Attention : $56 \times 1{,}2 = 67{,}20$ € est faux, car la remise porte sur le prix de départ. La veste coûtait 70 € avant les soldes.

(d) Non, ce n'est pas vraisemblable : moins de 4 kg à moins de 3 €/kg font moins de 12 €. On a $3{,}5 \times 2{,}60 = 9{,}10$. Hugo va payer 9,10 €
(il a mal placé la virgule).

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : calculs en contexte**

(a) Produit en croix : $300 \times 10 \div 4 = 3\,000 \div 4 = 750$. Il faut 750 g de farine pour 10 personnes.

(b) On convertit : 1 h = 60 min, et $60 = 3 \times 20$. Par linéarité, $42 \times 20 = 840$. L'imprimante imprime 840 pages en 1 heure.

Ex. 44 (suite)

(c) $6 \times 25\,000 = 150\,000$ cm. Or 1 km = 100 000 cm, donc 150 000 cm = 1,5 km. Les villages sont à 1,5 km l'un de l'autre.

(d) On convertit d'abord les longueurs : $2 \times 200 = 400$ cm = 4 m et $3 \times 200 = 600$ cm = 6 m. Aire : $4 \times 6 = 24$ m². Contrôle : l'aire sur le plan, 6 cm², est multipliée par 200×200, ce qui donne 240 000 cm² = 24 m². La chambre mesure 24 m².

(e) Passage à l'unité (le kg) : A coûte $4{,}20 \div 0{,}75 = 5{,}60$ €/kg et B coûte $6{,}60 \div 1{,}2 = 5{,}50$ €/kg. Le pot B est le moins cher au kilo.

Ex. 45 ★★☆ **Deux tarifs pour la piscine**

(a) Tarif A : $6 \times 4{,}5 = 27$ € ; $10 \times 4{,}5 = 45$ € ; $15 \times 4{,}5 = 67{,}50$ €. Tarif B : $24 + 6 \times 2{,}5 = 39$ € ; $24 + 10 \times 2{,}5 = 49$ € ; $24 + 15 \times 2{,}5 = 61{,}50$ €.

(b) Le tarif A est proportionnel : on multiplie toujours par 4,5, le coefficient de proportionnalité est 4,50 € par entrée. Le tarif B ne l'est pas : $39 \div 6 = 6{,}5$ mais $49 \div 10 = 4{,}9$. Les quotients sont différents, à cause du montant fixe de 24 €.

(c) Les points du tarif A sont alignés avec l'origine (le point d'abscisse 1 a pour ordonnée 4,5). Les points du tarif B sont alignés sur une droite qui coupe l'axe vertical en 24 : elle ne passe pas par l'origine. On ne relie pas les points, car le nombre d'entrées est un nombre entier.

(d) Chaque entrée coûte $4{,}50 - 2{,}50 = 2$ € de moins avec B. Il faut donc $24 \div 2 = 12$ entrées pour rattraper l'abonnement. Pour 12 entrées, les deux tarifs coûtent 54 €. Pour 13 entrées, A coûte 58,50 € et B coûte 56,50 €. Le tarif B est plus avantageux à partir de 13 entrées.

Ex. 46 ★★☆ **Le béton de Malik**

(a) Il y a $1 + 2 + 3 = 6$ parts, et une part vaut $90 \div 6 = 15$ kg. Ciment : 15 kg ; sable : $2 \times 15 = 30$ kg ; gravier : $3 \times 15 = 45$ kg. Contrôle : $15 + 30 + 45 = 90$. Il faut 15 kg de ciment, 30 kg de sable et 45 kg de gravier.

(b) Le ciment représente 1 part sur 6 (et non 1 sur 5) : $\frac{1}{6} \times 100 \approx 16{,}7$. Le ciment représente environ 16,7 % de la masse du béton.

(c) Une part vaut 25 kg. Gravier : $3 \times 25 = 75$ kg. Béton : $6 \times 25 = 150$ kg. Il lui faut 75 kg de gravier, et il obtiendra 150 kg de béton.

Ex. 46 **(suite)**

(d) Non. Le sable représente 2 parts sur $1+2+3=6$, soit $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ de la masse du béton. Sa sœur a comparé le sable au gravier (2 parts contre 3) au lieu de le comparer au total.

Ex. 47 ★★★ **Le parquet du salon de Yanis**

(a) Échelle $\frac{1}{50}$: 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité. $9\times 50=450$ cm $=4{,}5$ m et $7{,}2\times 50=360$ cm $=3{,}6$ m. Le salon mesure 4,5 m sur 3,6 m.

(b) Léo a multiplié l'aire par 50, mais chaque longueur est multipliée par 50, donc l'aire est multipliée par $50\times 50=2\,500$. Sur le plan : $9\times 7{,}2=64{,}8$ cm², puis $64{,}8\times 2\,500=162\,000$ cm² $=16{,}2$ m². Contrôle : $4{,}5\times 3{,}6=16{,}2$ m². Le salon a une aire de 16,2 m² (le résultat de Léo, 0,324 m², est bien trop petit pour un salon).

(c) Passage à l'unité. Magasin A : $45{,}60\div 2{,}4=19$ €/m². Magasin B : $32{,}94\div 1{,}8=18{,}30$ €/m². Le magasin B est le moins cher au mètre carré.

(d) Ordre de grandeur : environ 16 m² à environ 20 €/m², soit à peu près $16\times 20=320$ €. 2 964,60 €, c'est environ dix fois trop. Magasin B : $16{,}2\div 1{,}8=9$ packs, et $9\times 32{,}94=296{,}46$ €. Magasin A : $16{,}2\div 2{,}4=6{,}75$, il faut donc 7 packs entiers, et $7\times 45{,}60=319{,}20$ €. Le parquet coûte 296,46 € chez B et 319,20 € chez A : le magasin B reste le moins cher.

Ex. 48 ★★★ **Le punch de la fête de quartier**

(a) Quotients prix ÷ nombre de gobelets : $3{,}50\div 25=0{,}14$; $12\div 100=0{,}12$; $6{,}50\div 50=0{,}13$. Ils ne sont pas égaux, donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de gobelets. Le lot de 100 gobelets est le plus avantageux : 0,12 € par gobelet.

(b) Coefficient : $30\div 8=3{,}75$. Jus d'orange : $1{,}2\times 3{,}75=4{,}5$ L ; jus d'ananas : $0{,}6\times 3{,}75=2{,}25$ L ; limonade : $0{,}3\times 3{,}75=1{,}125$ L. Pour 30 personnes, il faut 4,5 L de jus d'orange, 2,25 L de jus d'ananas et 1,125 L de limonade.

(c) 1,2 : 0,6 : 0,3 ; en divisant par 0,3, on obtient le ratio 4 : 2 : 1. Il y a $4+2+1=7$ parts, et le jus d'ananas en représente 2 : $\frac{2}{7}\approx 0{,}286$. On divise par le total de 7 parts, et non par les 5 parts des autres ingrédients. Le punch contient environ 29 % de jus d'ananas.

Ex. 48 **(suite)**

(d) Coefficient multiplicateur de la remise : $1-\frac{15}{100}=0{,}85$. Prix de départ : $2{,}04\div 0{,}85=2{,}40$ € (ajouter 15 % à 2,04 € donnerait un résultat faux). Il faut $4{,}5\div 1{,}5=3$ bouteilles, donc $3\times 2{,}04=6{,}12$ €. La bouteille coûtait 2,40 € et Margaux paie 6,12 € de jus d'orange.

Ex. 49 ★★★ **Le voyage de Sacha et Lou**

(a) $35\times 1\,500\,000=52\,500\,000$ cm. Comme 1 km $=100\,000$ cm (et non 1 000 cm), $52\,500\,000\div 100\,000=525$ km. L'itinéraire mesure 525 km.

(b) Quotients carburant ÷ distance : $17{,}6\div 275=0{,}064$; $9{,}6\div 150=0{,}064$; $25{,}6\div 400=0{,}064$. Ils sont égaux, donc le carburant consommé est proportionnel à la distance. Le coefficient de proportionnalité est 0,064 L/km (soit 6,4 L pour 100 km).

(c) Carburant : $525\times 0{,}064=33{,}6$ L. Prix : $33{,}6\times 1{,}75=58{,}80$ €. Le voyage demande 33,6 L de carburant, qui coûtent 58,80 €.

(d) Lou a conduit $525-300=225$ km. Produit en croix : Sacha paie $58{,}80\times 300\div 525=33{,}60$ € et Lou paie $58{,}80\times 225\div 525=25{,}20$ €. Contrôle : $33{,}60+25{,}20=58{,}80$ €. Sacha paie 33,60 € et Lou 25,20 €.