Corrigé – Produit scalaire : les quatre façons de le calculer

Mathématiques – Première spécialité

Produit scalaire · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Avec le cosinus ★

Calcule le produit scalaire avec la formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 4 \times \cos 60°$
$= 3 \times 4 \times \dfrac{1}{2}$
$= 6$

b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \times 5 \times \cos 120°$
$= 2 \times 5 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)$
$= -5$

Angle obtus : le cosinus est négatif, le produit scalaire aussi.

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times 3 \times \cos 45°$
$= 4 \times 3 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$= 6\sqrt{2}$

d) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5 \times 2 \times \cos 90°$
$= 5 \times 2 \times 0$
$= 0$

Angle droit : les vecteurs sont orthogonaux, le produit scalaire est nul.

e) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{3} \times 4 \times \cos 30°$
$= \sqrt{3} \times 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$= 6$

f) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \times 7 \times \cos 150°$
$= 2 \times 7 \times \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$= -7\sqrt{3}$

Angle obtus : résultat négatif.

g) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times \cos 180°$
$= \dfrac{1}{2} \times 6 \times (-1)$
$= -3$

Vecteurs de sens contraires : $\cos 180° = -1$.

h) Les deux vecteurs partent de A : leur angle est $\widehat{BAC} = 60°$ (triangle équilatéral).
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos 60°$
$= 6 \times 6 \times \dfrac{1}{2}$
$= 18$

Exercice 2 – Avec les coordonnées ★

Le repère est orthonormé. Calcule le produit scalaire avec $xx' + yy'$.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 4 + (-2) \times 5$
$= 12 - 10$
$= 2$

b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1) \times (-3) + 6 \times (-2)$
$= 3 - 12$
$= -9$

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \times (-5) + 5 \times 2$
$= -10 + 10$
$= 0$

Le produit scalaire est nul : les vecteurs sont orthogonaux.

d) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2} \times 4 + 3 \times \left(-\dfrac{1}{3}\right)$
$= 2 - 1$
$= 1$

e) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \times 7 + (-4) \times 3$
$= 0 - 12$
$= -12$

f) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 1 \times (-3)$
$= 2 - 3$
$= -1$

g) $\vec{w} \cdot \vec{w} = 2 \times 2 + (-5) \times (-5)$
$= 4 + 25$
$= 29$

$\vec{w} \cdot \vec{w} = \|\vec{w}\|^2$, donc $\|\vec{w}\| = \sqrt{29}$.

h) On calcule d'abord les coordonnées des vecteurs (arrivée moins départ).
$\overrightarrow{AB}\,(4 - 1\,;\,(-1) - 2)$, soit $\overrightarrow{AB}\,(3\,;\,-3)$.
$\overrightarrow{AC}\,(0 - 1\,;\,5 - 2)$, soit $\overrightarrow{AC}\,(-1\,;\,3)$.
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times (-1) + (-3) \times 3$
$= -3 - 9$
$= -12$

Exercice 3 – Avec les normes ★

Calcule $\vec{u} \cdot \vec{v}$ à partir des normes données.

a) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(6^2 - 3^2 - 4^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(36 - 9 - 16)\\ &= \frac{1}{2} \times 11\\ &= \frac{11}{2}\end{aligned}$$

b) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{13}\right)^2 - 2^2 - 5^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(13 - 4 - 25)\\ &= \frac{1}{2} \times (-16)\\ &= -8\end{aligned}$$

c) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(13^2 - 5^2 - 12^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(169 - 25 - 144)\\ &= \frac{1}{2} \times 0\\ &= 0\end{aligned}$$

Le produit scalaire est nul : les vecteurs sont orthogonaux.

d) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(4^2 + 6^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(16 + 36 - 28)\\ &= \frac{1}{2} \times 24\\ &= 12\end{aligned}$$

e) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{2}\right)^2 + 3^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(2 + 9 - 5)\\ &= \frac{1}{2} \times 6\\ &= 3\end{aligned}$$

f) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1^2 - 2^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(3 - 1 - 4)\\ &= \frac{1}{2} \times (-2)\\ &= -1\end{aligned}$$

g) On utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(6^2 + 3^2 - 9^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(36 + 9 - 81)\\ &= \frac{1}{2} \times (-36)\\ &= -18\end{aligned}$$

h) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

On utilise donc la formule avec $\|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\| = BC$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right) = \frac{1}{2}\left(4^2 + 5^2 - 6^2\right)\\ &= \frac{1}{2}(16 + 25 - 36)\\ &= \frac{1}{2} \times 5\\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Exercice 4 – Bilinéarité et identités ★★

On sait que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. Calcule.

a) $(2\vec{u}) \cdot (-3\vec{v})$

$$\begin{aligned}&= 2 \times (-3) \times \vec{u} \cdot \vec{v}\\ &= -6 \times (-1)\\ &= 6\end{aligned}$$

b) On développe comme $(a+b)^2$: le double produit est $2\,\vec{u} \cdot \vec{v}$.

$$\begin{aligned}&\|\vec{u} + \vec{v}\|^2\\ &= \|\vec{u}\|^2 + 2\,\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2\\ &= 9 + 2 \times (-1) + 4\\ &= 11\end{aligned}$$

c) $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$

$$\begin{aligned}&= \|\vec{u}\|^2 - 2\,\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2\\ &= 9 - 2 \times (-1) + 4\\ &= 9 + 2 + 4\\ &= 15\end{aligned}$$

Deux signes moins : $-2 \times (-1) = +2$.

d) Comme $(a+b)(a-b)$: les termes $\vec{u} \cdot \vec{v}$ s'annulent.

$$\begin{aligned}&(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})\\ &= \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\\ &= 9 - 4\\ &= 5\end{aligned}$$

e) On développe terme à terme, avec $\vec{v}\cdot\vec{u} = \vec{u}\cdot\vec{v}$.

$$\begin{aligned}
&(2\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+3\vec{v}) \\
&\quad = 2\,\vec{u}\cdot\vec{u} + 6\,\vec{u}\cdot\vec{v} - \vec{v}\cdot\vec{u} - 3\,\vec{v}\cdot\vec{v} \\
&\quad = 2\|\vec{u}\|^2 + 5\,\vec{u}\cdot\vec{v} - 3\|\vec{v}\|^2 \\
&\quad = 2\times 9 + 5\times(-1) - 3\times 4 \\
&\quad = 18 - 5 - 12 \\
&\quad = 1
\end{aligned}$$

f) On calcule d'abord le carré de la norme.

$$\begin{aligned}
&\|3\vec{u}+2\vec{v}\|^2 \\
&\quad = 9\|\vec{u}\|^2 + 2\times 3\times 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + 4\|\vec{v}\|^2 \\
&\quad = 9\times 9 + 12\times(-1) + 4\times 4 \\
&\quad = 81 - 12 + 16 \\
&\quad = 85
\end{aligned}$$

Donc $\|3\vec{u}+2\vec{v}\| = \sqrt{85}$.

Pas $3\times 3 + 2\times 2$ *: la norme d'une somme n'est pas la somme des normes.*

Exercice 5 – Le rectangle et les projetés ★★

1. Le projeté orthogonal de C sur (AB) est B, car $(BC)\perp(AB)$: on remplace $\overrightarrow{AC}$ par $\overrightarrow{AB}$.

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} \\
&\quad = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB} \\
&\quad = AB^2 \\
&\quad = 6^2 \\
&\quad = 36
\end{aligned}$$

2. Le projeté orthogonal de I sur (AB) est le milieu K de $[AB]$, donc $AK = 3$.

   $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}$ ont le même sens :

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AI} \\
&\quad = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AK} \\
&\quad = AB\times AK \\
&\quad = 6\times 3 \\
&\quad = 18
\end{aligned}$$

3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et de sens contraires.

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} \\
&\quad = -AB\times CD \\
&\quad = -6\times 6 \\
&\quad = -36
\end{aligned}$$

   Sens contraires : signe moins.

4. Le projeté orthogonal de D sur (AB) est A, donc $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EA}$.

   A est de l'autre côté de E par rapport à B : $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EA}$ sont de sens contraires.

   $$\begin{aligned}\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED} &= -EB \times EA \\ &= -4 \times 2 \\ &= -8\end{aligned}$$

   Le projeté tombe du mauvais côté : résultat négatif.

5. $I(3\,;\,4)$ et $E(2\,;\,0)$.

   $\overrightarrow{AB}\,(6\,;\,0)$ et $\overrightarrow{AI}\,(3\,;\,4)$:

   $$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} &= 6 \times 3 + 0 \times 4 \\ &= 18 + 0 \\ &= 18\end{aligned}$$

   $\overrightarrow{EB}\,(4\,;\,0)$ et $\overrightarrow{ED}\,(-2\,;\,4)$:

   $$\begin{aligned}\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED} &= 4 \times (-2) + 0 \times 4 \\ &= -8 + 0 \\ &= -8\end{aligned}$$

   On retrouve bien 18 et -8.

Exercice 6 – Choisir la bonne formule ★★

Calcule le produit scalaire. Commence par écrire la méthode choisie (cosinus, projeté, coordonnées ou normes).

a) Méthode : on connaît les normes et l'angle, on utilise le cosinus.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= 2 \times 3 \times \cos 150^\circ \\ &= 2 \times 3 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -3\sqrt{3}\end{aligned}$$

b) Méthode : on connaît les coordonnées, on utilise $xx' + yy'$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (-2) \times 3 + 5 \times 1 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1\end{aligned}$$

c) Méthode : on ne connaît que des normes, on utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{5}\right)^2 + 2^2 - 3^2\right) \\ &= \frac{1}{2}(5 + 4 - 9) \\ &= \frac{1}{2} \times 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

Les vecteurs sont orthogonaux.

d) Méthode : la figure a un angle droit, on utilise un projeté.
Le projeté orthogonal de C sur (BA) est A, car $(AC) \perp (AB)$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA} \\ &= BA^2 \\ &= 5^2 \\ &= 25\end{aligned}$$

La longueur $BC = 7$ ne sert pas.

e) Méthode : des normes seulement, on utilise $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{21}\right)^2 - 4^2 - 5^2\right) \\ &= \frac{1}{2}(21 - 16 - 25) \\ &= \frac{1}{2} \times (-20) \\ &= -10\end{aligned}$$

Avec le cosinus : $\cos(\vec{u},\vec{v}) = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|} = \dfrac{-10}{4 \times 5} = -\dfrac{1}{2}$.
Donc $(\vec{u},\vec{v}) = 120°$.

Exercice 7 – Le triangle équilatéral ★★★

1. Les deux vecteurs partent de A : leur angle est $\widehat{BAC} = 60°$.
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= AB \times AC \times \cos 60° \\ &= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 8\end{aligned}$$

2. Les vecteurs ne partent pas du même point : on écrit $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$, et $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ partent de B.
$$\begin{aligned}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= BA \times BC \times \cos 60° \\ &= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 8\end{aligned}$$

   Donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -8$.
   L'angle de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ vaut $120°$, pas $60°$.

3. Dans un triangle équilatéral, la médiane (AH) est aussi la hauteur : $(AH) \perp (BC)$.
   Donc $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

4. Le triangle ABH est rectangle en H, avec $BH = 2$.
   D'après le théorème de Pythagore :
   AH^2
   $= AB^2 - BH^2$
   $= 16 - 4$
   $= 12$

   Donc $AH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
   Le projeté orthogonal de B sur (AH) est H :
   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$
   $= \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AH}$
   $= AH^2$
   $= 12$

5. On calcule le carré de la norme avec l'identité, et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$ (question 1) :
   $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|^2$
   $= AB^2 + 2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + AC^2$
   $= 16 + 2 \times 8 + 16$
   $= 48$

   Donc $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\| = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.
   Contrôle : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$ (règle du parallélogramme) et $2AH = 4\sqrt{3}$.

Exercice 8 – Le carré et les deux milieux ★★★

1. $(DA) \perp (AB)$, donc $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.
   $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont colinéaires de sens contraires ($\overrightarrow{BJ}$ va vers C, $\overrightarrow{DA}$ vers A) :
   $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BJ}$
   $= -DA \times BJ$
   $= -4 \times 2$
   $= -8$

   $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = AI \times AB = 2 \times 4 = 8$.
   $(AB) \perp (BC)$, donc $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ} = 0$.

2. On développe par bilinéarité, puis on utilise la question 1 :
   $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{AJ}$
   $= (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AI}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ})$
   $= \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ}$
   $= 0 - 8 + 8 + 0$
   $= 0$

   Le produit scalaire est nul : les droites (DI) et (AJ) sont perpendiculaires.

3. $I(2\,;\,0)$ et $J(4\,;\,2)$, donc $\overrightarrow{DI}\,(2\,;\,-4)$ et $\overrightarrow{AJ}\,(4\,;\,2)$.
$\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{AJ} = 2\times 4 + (-4)\times 2$
$= 8 - 8$
$= 0$

On retrouve un produit scalaire nul.

4. En coordonnées : $\overrightarrow{DB}\,(4\,;\,-4)$.
$\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{DB} = 2\times 4 + (-4)\times(-4)$
$= 8 + 16$
$= 24$

$DI = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ et $DB = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.
$\cos\widehat{IDB}$
$= \dfrac{\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{DB}}{DI\times DB}$
$= \dfrac{24}{2\sqrt{5}\times 4\sqrt{2}}$
$= \dfrac{3}{\sqrt{10}}$
$= \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque calcul d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris le bon résultat.

a) *On multiplie abscisse par abscisse et ordonnée par ordonnée, pas « en croix ».*
$\vec{u}\cdot\vec{v}$
$= 2\times 4 + (-3)\times 1$
$= 8 - 3$
$= 5$

b) *Le double produit $2\,\vec{u}\cdot\vec{v}$ a été oublié.*
$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$
$= \|\vec{u}\|^2 + 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$
$= 4 + 2\times 2 + 9$
$= 17$

c) 135° *est un angle obtus :* $\cos 135^\circ = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
$\vec{u}\cdot\vec{v}$
$= 4\times 5\times\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$= -10\sqrt{2}$

d) *Les vecteurs ne partent pas du même point : leur angle est* $120°$*, pas* $60°$*.*

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}\\&\quad=-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}\\&\quad=-8\times 8\times\cos 60°\\&\quad=-32\end{aligned}$$

e) *Le projeté de* C *sur* (AB) *est bien* B*, mais* $\overrightarrow{CA}$ *va de* C *vers* A *: il faut* $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$*.*

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}\\&\quad=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\\&\quad=-AB^2\\&\quad=-25\end{aligned}$$

f) $(-3)^2=9$ *: le carré porte sur le signe moins aussi.*

$$\begin{aligned}&\vec{u}\cdot\vec{u}\\&\quad=(-3)^2+4^2\\&\quad=9+16\\&\quad=25\end{aligned}$$

C'est $\|\vec{u}\|^2$: un carré de norme n'est jamais négatif.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Dans un repère orthonormé, $\vec{u}\,(3\,;\,-1)$ et $\vec{v}\,(2\,;\,5)$. Alors $\vec{u}\cdot\vec{v}$ vaut :

Réponse C : 1

$3\times 2+(-1)\times 5=6-5=1$.

2. $\|\vec{u}\|=6$, $\|\vec{v}\|=2$ et $(\vec{u},\vec{v})=120°$. Alors $\vec{u}\cdot\vec{v}$ vaut :

Réponse A : -6

$6\times 2\times\cos 120°=12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-6$.

3. $\|\vec{u}\|=3$, $\|\vec{v}\|=4$ et $\|\vec{u}-\vec{v}\|=\sqrt{37}$. Alors $\vec{u}\cdot\vec{v}$ vaut :

Réponse D : -6

$\dfrac{1}{2}(9+16-37)=\dfrac{1}{2}\times(-12)=-6$.

4. $ABCD$ est un carré de côté 3. Alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ vaut :

Réponse B : 9

Le projeté de C sur (AB) est B : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB^2=9$.

5. $\|\vec{u}\|=5$ et $\|\vec{v}\|=2$. Alors $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$ vaut :

Réponse D : 21

$\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2=25-4=21$.

6. $\|\vec{u}\|=1$, $\|\vec{v}\|=3$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=-2$. Alors $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$ vaut :

Réponse A : 6

$1+2\times(-2)+9=6$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).