Corrigé – Mettre un problème en équation

Mathématiques – Seconde

Équations · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Le programme de calcul ★

1. On suit le programme avec x :
   multiplier par 3 donne $3x$;
   soustraire 7 donne $3x - 7$;
   multiplier **le résultat** par 2 donne $2(3x - 7)$, avec des parenthèses.
   Le programme donne $2(3x - 7)$.

2. On cherche x tel que le résultat vaut 34 :
   $$\begin{aligned} & 2\,(3x - 7) = 34 \\ \iff\ & 3x - 7 = 17 \quad \textit{(on divise par } 2\textit{)} \\ \iff\ & 3x = 24 \quad \textit{(on ajoute } 7\textit{)} \\ \iff\ & x = 8 \quad \textit{(on divise par } 3\textit{)} \end{aligned}$$
   Vérification : $3 \times 8 - 7 = 17$ et $17 \times 2 = 34$.
   Il faut choisir le nombre 8.

Exercice 2 – Les âges ★

On cherche une durée : soit x le nombre d'années.
Dans x ans, Léa aura $12 + x$ ans et sa mère $40 + x$ ans.
L'âge de la mère vaut le double de celui de Léa :
$$\begin{aligned} & 40 + x = 2\,(12 + x) \\ \iff\ & 40 + x = 24 + 2x \quad \textit{(on développe)} \\ \iff\ & 40 = 24 + x \quad \textit{(on soustrait } x\textit{)} \\ \iff\ & x = 16 \quad \textit{(on soustrait } 24\textit{)} \end{aligned}$$
Vérification : dans 16 ans, Léa aura 28 ans et sa mère 56 ans, et $56 = 2 \times 28$.
Dans 16 ans, la mère aura le double de l'âge de Léa.

Exercice 3 – Le périmètre ★

1. La longueur dépasse la largeur de 7 cm : elle vaut $x + 7$.
   Périmètre $= 2 \times$ (largeur + longueur), soit $2(x + x + 7) = 2(2x + 7) = 4x + 14$.

2. Le périmètre vaut 54 cm :
   $$\begin{aligned} & 4x + 14 = 54 \\ \iff\ & 4x = 40 \quad \textit{(on soustrait } 14\textit{)} \\ \iff\ & x = 10 \quad \textit{(on divise par } 4\textit{)} \end{aligned}$$
   La largeur vaut 10 cm et la longueur $10 + 7 = 17$ cm.
   Vérification : $2(10 + 17) = 2 \times 27 = 54$.
   Le rectangle mesure 10 cm sur 17 cm.

Exercice 4 – Trois entiers qui se suivent ★

Soit x le plus petit des trois ; les deux suivants sont $x+1$ et $x+2$.

Leur somme vaut 165 :

$$\begin{aligned} & x + (x+1) + (x+2) = 165 \\ \iff\ & 3x + 3 = 165 \quad \textit{(on regroupe les } x\textit{)} \\ \iff\ & 3x = 162 \quad \textit{(on soustrait } 3\textit{)} \\ \iff\ & x = 54 \quad \textit{(on divise par } 3\textit{)} \end{aligned}$$

Les deux suivants sont 55 et 56.

Vérification : $54 + 55 + 56 = 165$.

Les trois entiers sont 54, 55 et 56.

Exercice 5 – Le partage ★★

Tout dépend de la part de Chloé : soit x cette part, en euros.

Bastien reçoit le double : $2x$.

Dylan reçoit 40 € de moins que Bastien : $2x - 40$.

Les trois parts font 680 € :

$$\begin{aligned} & x + 2x + (2x - 40) = 680 \\ \iff\ & 5x - 40 = 680 \quad \textit{(on regroupe les } x\textit{)} \\ \iff\ & 5x = 720 \quad \textit{(on ajoute } 40\textit{)} \\ \iff\ & x = 144 \quad \textit{(on divise par } 5\textit{)} \end{aligned}$$

Bastien reçoit $2 \times 144 = 288$ € et Dylan $288 - 40 = 248$ €.

Vérification : $144 + 288 + 248 = 680$.

Chloé reçoit 144 €, Bastien 288 € et Dylan 248 €.

Exercice 6 – Le carré et le triangle ★★

Soit x le côté du carré, en cm ; le côté du triangle est $x + 3$.

Périmètre du carré : $4x$ (4 côtés).

Périmètre du triangle : $3(x+3)$ (3 côtés égaux).

Les deux périmètres sont égaux :

$$\begin{aligned} & 4x = 3\,(x+3) \\ \iff\ & 4x = 3x + 9 \quad \textit{(on développe)} \\ \iff\ & x = 9 \quad \textit{(on soustrait } 3x\textit{)} \end{aligned}$$

Le triangle a pour côté $9 + 3 = 12$ cm.

Vérification : $4 \times 9 = 36$ et $3 \times 12 = 36$.

Le carré a pour côté 9 cm ; le périmètre commun vaut 36 cm.

Exercice 7 – Les soldes ★★

1. Soit x le prix initial, en euros.
   Une remise de $15\,\%$ multiplie le prix par $1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
   Le prix soldé vaut 102 € :
   $$\begin{aligned} & 0{,}85x = 102 \\ \iff\ & x = \frac{102}{0{,}85} \ \textit{(on divise par } 0{,}85\textit{)} \\ \iff\ & x = 120 \end{aligned}$$
   Vérification : $120 \times 0{,}85 = 102$.
   Le manteau coûtait 120 €.

2. Même modèle, avec un prix soldé de 85 € :
   $$\begin{aligned} & 0{,}85x = 85 \\ \iff\ & x = \frac{85}{0{,}85} \ \textit{(on divise par } 0{,}85\textit{)} \\ \iff\ & x = 100 \end{aligned}$$
   Vérification : $100 \times 0{,}85 = 85$.
   Il faut afficher 100 €.

Exercice 8 – Le croisement ★★

1. Soit x la durée en heures, jusqu'au croisement.
   Distance = vitesse × durée : la voiture parcourt $80x$ km, le camion $60x$ km.
   À eux deux, ils couvrent les 210 km qui séparent A et B :
   $$\begin{aligned} & 80x + 60x = 210 \\ \iff\ & 140x = 210 \ \textit{(on regroupe)} \\ \iff\ & x = \frac{210}{140} \ \textit{(on divise par } 140\textit{)} \\ \iff\ & x = 1{,}5 \ \textit{(}210 \div 140 = 1{,}5\textit{)} \end{aligned}$$
   Vérification : $80 \times 1{,}5 + 60 \times 1{,}5 = 120 + 90 = 210$.
   Ils se croisent au bout de $1{,}5$ h, soit 1 h 30 min.

2. Au croisement, la voiture a roulé pendant $1{,}5$ h à 80 km/h :
   $80 \times 1{,}5 = 120$ km.
   Ils se croisent à 120 km de A.

Exercice 9 – Le cadre ★★★

1. Le cadre ajoute x cm de chaque côté, donc $2x$ cm sur chaque dimension.
   Largeur totale : $20 + 2x$.
   Longueur totale : $30 + 2x$.
   L'aire d'un rectangle est le produit de ses dimensions, et elle vaut $1\,200$ cm².
   Donc x vérifie $(20 + 2x)(30 + 2x) = 1\,200$.

2. On passe tout à gauche : l'équation devient $(20+2x)(30+2x)-1\,200=0$.
   On développe le membre de gauche :
   $$\begin{aligned}&(20+2x)(30+2x)-1\,200\\&=600+40x+60x+4x^2-1\,200\\&=4x^2+100x-600\end{aligned}$$
   On développe aussi $4(x-5)(x+30)$:
   $$\begin{aligned}&4(x-5)(x+30)\\&=4(x^2+30x-5x-150)\\&=4(x^2+25x-150)\\&=4x^2+100x-600\end{aligned}$$
   Les deux expressions sont égales : l'équation s'écrit bien $4(x-5)(x+30)=0$.

3. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul (4 ne l'est pas) :
   $x-5=0$ ou $x+30=0$, soit $x=5$ ou $x=-30$.
   Une largeur est positive : on écarte -30.
   Vérification : avec $x=5$, les dimensions sont $20+10=30$ et $30+10=40$, et $30\times 40=1\,200$.
   Le cadre mesure 5 cm de large.

Exercice 10 – Le carré agrandi ★★★

1. Ancienne aire : x^2.
   Nouveau côté : $x+3$, donc nouvelle aire : $(x+3)^2$.
   La nouvelle aire vaut 4 fois l'ancienne : $(x+3)^2=4x^2$.

2. On écrit $4x^2=(2x)^2$ pour reconnaître $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$:
   $$\begin{aligned}&(x+3)^2=4x^2\\&\iff (x+3)^2-(2x)^2=0 \quad \textit{(on passe tout à gauche)}\\&\iff (x+3-2x)\,(x+3+2x)=0 \quad \textit{($a^2-b^2=(a-b)(a+b)$)}\\&\iff (3-x)\,(3x+3)=0 \quad \textit{(on réduit chaque facteur)}\end{aligned}$$
   Produit nul : $3-x=0$ ou $3x+3=0$, soit $x=3$ ou $x=-1$.
   Un côté est positif : on écarte -1, donc $x=3$.
   Vérification : le nouveau côté vaut 6 et $6^2=36=4\times 3^2$.
   Le carré a pour côté 3 cm.

Exercice 11 – Le cinéma ★★★

1. Soit x le nombre de tarifs réduits ; les $120-x$ autres spectateurs ont payé plein tarif.
   Recette : $6x$ € pour les tarifs réduits, $9(120-x)$ € pour les pleins, 891 € en tout :
   $$\begin{aligned}&6x+9\,(120-x)=891\\&\iff 6x+1080-9x=891 \quad \textit{(on développe)}\\&\iff -3x+1080=891 \quad \textit{(on regroupe les x)}\\&\iff -3x=-189 \quad \textit{(on soustrait $1\,080$)}\\&\iff x=63 \quad \textit{(on divise par -3)}\end{aligned}$$
   Il y a donc $120-63=57$ tarifs pleins.
   Vérification : $6\times 63+9\times 57=378+513=891$.
   63 spectateurs ont payé le tarif réduit.

2. Soit p ce prix plein, en euros : 63 places à 6 € et 57 places à p €.

$$\begin{aligned} & 6 \times 63 + 57p = 1005 \\ \iff\ & 378 + 57p = 1005 \ \textit{(}6 \times 63 = 378\textit{)} \\ \iff\ & 57p = 627 \ \textit{(on soustrait } 378\textit{)} \\ \iff\ & p = 11 \ \textit{(on divise par } 57\textit{)} \end{aligned}$$

Vérification : $378 + 57 \times 11 = 1\,005$.

Il faudrait un prix plein de 11 €.

Exercice 12 – Trouve l'erreur ★★

Chaque élève a mal traduit l'énoncé. Trouve l'erreur, écris la bonne équation, puis résous-la.

a) *« Le triple de la somme » : la somme entière est multipliée, il faut des parenthèses.*

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & 3\,(x + 4) = 27 \\ \iff\ & x + 4 = 9 \ \textit{(on divise par } 3\textit{)} \\ \iff\ & x = 5 \ \textit{(on soustrait } 4\textit{)} \end{aligned}$$

b) *« 5 de plus » s'ajoute : Paul a $x + 5$ ans, pas $5x$.*

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & x + x + 5 = 41 \\ \iff\ & 2x + 5 = 41 \ \textit{(on regroupe)} \\ \iff\ & 2x = 36 \ \textit{(on soustrait } 5\textit{)} \\ \iff\ & x = 18 \ \textit{(on divise par } 2\textit{)} \end{aligned}$$

c) *Une baisse de 20 % multiplie par 0,8 : on ne soustrait pas 20 €.*

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & 0{,}8x = 64 \\ \iff\ & x = \frac{64}{0{,}8} \ \textit{(on divise par } 0{,}8\textit{)} \\ \iff\ & x = 80 \end{aligned}$$

d) *Le périmètre compte chaque côté deux fois.*

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & 2\,(x + 2x) = 48 \\ \iff\ & 2\,(3x) = 48 \ \textit{(on regroupe dans la parenthèse)} \\ \iff\ & 6x = 48 \ \textit{(on développe)} \\ \iff\ & x = 8 \ \textit{(on divise par } 6\textit{)} \end{aligned}$$

e) *C'est tout « $x - 3$ » qui est divisé par 2.*

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & \frac{x - 3}{2} = 7 \\ \iff\ & x - 3 = 14 \ \textit{(on multiplie par } 2\textit{)} \\ \iff\ & x = 17 \ \textit{(on ajoute } 3\textit{)} \end{aligned}$$

f) *Le triple porte sur tout l'âge d'il y a* 6 *ans :* $3(x-6)$.

Bonne équation et résolution :

$$\begin{aligned} & x+4 = 3\,(x-6) \\ \iff\ & x+4 = 3x-18 \ \textit{(on développe)} \\ \iff\ & 22 = 2x \ \textit{(on ajoute } 18\textit{, on soustrait } x\textit{)} \\ \iff\ & x = 11 \ \textit{(on divise par } 2\textit{)} \end{aligned}$$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. « Le double de la différence entre un nombre x et 5 vaut 17 » s'écrit :

Réponse C : $2(x-5)=17$
« Le double de la différence » : la différence $x-5$ est multipliée par 2.

2. Un article coûte x €. Après une hausse de $5\,\%$, il coûte :

Réponse A : $1{,}05x$
Une hausse de $5\,\%$ multiplie par $1+0{,}05=1{,}05$.

3. Trois entiers consécutifs ont pour somme 72. Le plus petit est :

Réponse D : 23
$x+(x+1)+(x+2)=72 \iff 3x+3=72 \iff 3x=69 \iff x=23$.

4. Paul a x ans et sa sœur 3 ans de moins. Dans 5 ans, la somme de leurs âges sera :

Réponse B : $2x+7$
Dans 5 ans, Paul aura $x+5$ ans et sa sœur $x-3+5=x+2$ ans.
Somme : $(x+5)+(x+2)=2x+7$.

5. Un carré de côté x cm a une aire de 49 cm². Alors :

Réponse D : $x=7$
$x^2=49$ donne $x=-7$ ou $x=7$, mais un côté est positif.

6. Un trajet de x km parcouru à 60 km/h dure 2 h 30 min. Alors :

Réponse A : $x=150$
2 h 30 min $=2{,}5$ h, donc $x=60\times 2{,}5=150$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).