1. Rappels de 6e : issues et événements

Ex. 1 ★☆☆ **Aléatoire ou pas ?**

(a) Aléatoire : on connaît les 2 issues (pile, face), mais on ne peut pas prévoir laquelle sortira.

(b) Pas aléatoire : on obtient toujours $12 \times 4 = 48$.

(c) Aléatoire : on connaît les 27 issues possibles, mais on ne peut pas prévoir le nom tiré.

(d) Pas aléatoire : le résultat est toujours 7.

(e) Aléatoire : on connaît les 4 issues (cœur, carreau, trèfle, pique), mais on ne peut pas prévoir la couleur tirée.

Ex. 2 ★☆☆ **Le dé à 8 faces**

(a) Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 : il y a 8 issues.

(b) Les issues 2, 4, 6 et 8 : 4 issues favorables.

(c) Les issues 3 et 6 : 2 issues favorables.

(d) Les issues 5, 6, 7 et 8 (4 n'est pas plus grand que 4) : 4 issues favorables.

(e) Les issues 6, 7 et 8 (6 est compris) : 3 issues favorables.

(f) Les issues 1 et 2 (2 est compris) : 2 issues favorables.

(g) C'est un événement : il regroupe plusieurs issues (1, 3, 5 et 7). Une issue est un seul résultat.

Ex. 3 ★☆☆ **Les lettres du mot PLANTE**

(a) Possible : 2 issues favorables (A et E) sur 6, mais pas toutes.

(b) Impossible : aucune issue favorable, il n'y a pas de O dans PLANTE.

(c) Certain : les 6 issues sont favorables.

(d) Possible : 4 issues favorables (P, L, N et T) sur 6, mais pas toutes.

(e) Certain : aucune lettre de PLANTE n'est un B, donc les 6 issues sont favorables.

Ex. 4 ★★☆ **Deux pièces et une erreur**

(a)

1 € ; 2 €	P	F
P	PP	PF
F	FP	FF

Chaque case est une issue : PP, PF, FP et FF.

Ex. 4 (suite)

(b) Non, Romain a tort. « 1 de chaque » regroupe deux issues différentes : PF (pile avec la pièce de 1 €) et FP (face avec la pièce de 1 €). Le tableau a $2 \times 2 = 4$ cases : il y a 4 issues, pas 3.

(c) Les issues PF et FP : 2 issues favorables. L'événement est réalisé par 2 issues.

(d) Les issues PF, FP et FF : 3 issues favorables. L'événement est réalisé par 3 issues.

Ex. 5 ★★☆ **La somme de deux dés à 4 faces**

(a)

Rouge ; bleu	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Le tableau a 4 lignes et 4 colonnes : $4 \times 4 = 16$ issues. L'expérience a 16 issues.

(b) Rouge 3 et bleu 4, rouge 4 et bleu 3 : 2 cases favorables. L'événement est réalisé par 2 issues.

(c) Les sommes 2 ou 3 : rouge 1 et bleu 1, rouge 1 et bleu 2, rouge 2 et bleu 1, soit 3 cases favorables. L'événement est réalisé par 3 issues.

(d) Faux : la plus petite somme est $1 + 1 = 2$. Aucune case ne contient 1, donc l'événement est impossible.

Ex. 6 ★★★ **Le dé à 12 faces de Léna**

(a) Non. « Au plus 3 » veut dire 3 ou moins : 3 est compris. Les issues favorables sont 1, 2 et 3, il y en a donc 3. Léna a oublié la borne 3.

(b) « Plus grand que 7 » : les issues 8, 9, 10, 11 et 12, soit $12 - 7 = 5$ issues favorables. « Au moins 7 » : les issues 7, 8, 9, 10, 11 et 12, soit $12 - 6 = 6$ issues favorables. La différence vient de 7 : « au moins 7 » compte 7, « plus grand que 7 » ne le compte pas.

(c) Par exemple : « obtenir un multiple de 3 ». Les multiples de 3 de 1 à 12 sont bien 3, 6, 9 et 12, soit $12 \div 3 = 4$ issues favorables.

Ex. 6 **(suite)**

(d) Faux. Une issue est un seul résultat, mais un événement peut regrouper plusieurs issues. Par exemple, « obtenir un nombre pair » a 6 issues favorables (2, 4, 6, 8, 10 et 12) : ce n'est pas une des 12 issues. On peut donc décrire bien plus de 12 événements.

(e) Par exemple : « obtenir au plus 0 » est impossible, car aucune face ne porte un nombre inférieur ou égal à 0 ; « obtenir au plus 12 » est certain, car les 12 issues sont favorables.

Ex. 7 ★★★ **Le stand du dé et de la roue**

(a)

Dé ; roue	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8
6	7	8	9

Chaque case contient la somme du numéro du dé et du numéro de la roue.

(b) Somme égale à 5 : les cases (dé 2 ; roue 3), (dé 3 ; roue 2) et (dé 4 ; roue 1), soit 3 cases. Somme multiple de 3 (3, 6 ou 9) : deux cases donnent 3, trois cases donnent 6 et une case donne 9, soit $2 + 3 + 1 = 6$ cases.

(c) Non. Il y a bien $9 - 2 + 1 = 8$ sommes différentes, mais une somme n'est pas une issue : c'est un événement qui peut regrouper plusieurs cases (la somme 6 en regroupe 3). Chaque case du tableau est une issue : il y en a $6 \times 3 = 18$.

(d) « Au moins 9 » : seule la case (dé 6 ; roue 3) donne 9, soit 1 issue favorable : l'événement est possible. « Égale à 10 » : la plus grande somme est $6 + 3 = 9$, aucune case ne convient : l'événement est impossible. « Au plus 9 » : les 18 cases conviennent : l'événement est certain.

Ex. 8 ★★★ **Les cartes de Sacha**

(a) Non. On sait à l'avance que la carte du dessus est 13 : le résultat se prévoit, donc ce n'est pas une expérience aléatoire.

(b) Les issues sont 13, 14, 15, …, 24. Il y en a $24 - 13 + 1 = 12$ (et non $24 - 13 = 11$: on compte 13 et 24). On ne peut pas prévoir la carte tirée : l'expérience est aléatoire et a 12 issues.

Ex. 8 **(suite)**

(c) « Impair » : les issues 13, 15, 17, 19, 21 et 23, soit $12 \div 2 = 6$ issues : l'événement est possible. « Plus grand que 24 » : aucune issue, il est impossible. « Au moins 13 » : 13 est compris, les 12 issues sont favorables : il est certain.

(d) Vrai. Multiples de 3 : les issues 15, 18, 21 et 24, soit 4 issues. « Au moins 21 » : les issues 21, 22, 23 et 24 (21 compris), soit $24 - 21 + 1 = 4$ issues. Il y a bien autant d'issues favorables.

(e) Il ne reste que les cartes 13, 15, 17, 19, 21 et 23, soit $12 - 6 = 6$ cartes. Elles sont toutes impaires : les 6 issues sont favorables, donc l'événement est maintenant certain
(avec toutes les cartes, il était seulement possible).

2. *L'échelle des probabilités : fraction, décimal, pourcentage*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : passer d'une écriture à l'autre**

(a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8 = 80\,\%$.

(b) $0{,}64 = \frac{64}{100} = \frac{16}{25} = 64\,\%$.

(c) $85\,\% = \frac{85}{100} = \frac{17}{20} = 0{,}85$.

(d) $\frac{7}{8} = 7 \div 8 = 0{,}875 = 87{,}5\,\%$.

(e) $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0{,}04 = 4\,\%$.

(f) $\frac{18}{40} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0{,}45 = 45\,\%$.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : est-ce une probabilité ?**

(a) Non : 1,2 est plus grand que 1, et une probabilité ne dépasse jamais 1.

(b) Non : $120\,\% = \frac{120}{100} = 1{,}2$, c'est plus grand que 1.

(c) Non : le numérateur 9 est plus grand que le dénominateur 7, donc $\frac{9}{7}$ est plus grand que 1.

(d) Oui : $\frac{7}{9} \approx 0{,}78$ est compris entre 0 et 1. L'événement est possible, et même assez probable.

(e) Oui : 0 est la probabilité d'un événement impossible.

(f) Oui : $100\,\% = 1$, c'est la probabilité d'un événement certain.

(g) Oui : 0,005 est compris entre 0 et 1. L'événement est presque impossible, mais il n'est pas impossible, puisque sa probabilité n'est pas 0.

Ex. 11 ★☆☆ **Comparer deux probabilités**

(a) $\frac{3}{8} = 0{,}375$ et $0{,}375 < 0{,}4$: la plus grande est 0,4.

(b) $\frac{3}{5} = 0{,}6$ et $58\,\% = 0{,}58$. Comme $0{,}6 > 0{,}58$, la plus grande est $\frac{3}{5}$.

(c) $\frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0{,}65$ et $0{,}7 > 0{,}65$: la plus grande est 0,7.

(d) $24\,\% = 0{,}24$ et $\frac{6}{25} = \frac{24}{100} = 0{,}24$: les deux probabilités sont égales.

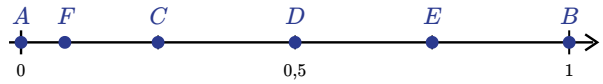
(e) $\frac{1}{10} = 0{,}1 = 0{,}10$ et $0{,}09 < 0{,}10$: la plus grande est $\frac{1}{10}$.

Ex. 12 ★★☆ **Le dé à 12 faces sur l'échelle**

(a) Il y a 12 issues équiprobables. C : 4, 8, 12, donc 3 issues : $P(C) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. D : 6 issues paires : $P(D) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. E : de 4 à 12, donc 9 issues : $P(E) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. F : 1 issue : $P(F) = \frac{1}{12}$.

(b) A est impossible (aucune face ne porte 13) : $P(A) = 0$. B est certain (toutes les faces vont de 1 à 12) : $P(B) = 1$.

(c)



(d) Il faut $\frac{1}{3}$ des 12 issues, soit $12 \div 3 = 4$ issues favorables. Par exemple, G : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 » (issues 1, 2, 3 et 4). $P(G) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

(e) Du moins probable au plus probable : A, F, C, D, E, B.

Ex. 13 ★★☆ **Deux stands à la kermesse**

(a) 8 tickets gagnants sur 64 : $P(\text{gagner}) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$. Au stand 1, la probabilité de gagner est $\frac{1}{8}$.

(b) Non. 8 tickets gagnants sur 64, c'est $\frac{8}{64} = \frac{1}{8} = 1 \div 8 = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$. Le nombre $0{,}8 = \frac{8}{10}$ correspondrait à 8 tickets gagnants sur 10 seulement.

(c) 1,43 est plus grand que 1 : ce ne peut pas être une probabilité. Sacha a inversé la division. Il y a $10 - 3 = 7$ secteurs perdants sur 10, donc $P(\text{perdre}) = \frac{7}{10} = 0{,}7 = 70\,\%$.

(d) Stand 1 : $\frac{1}{8} = 0{,}125$. Stand 2 : $\frac{3}{10} = 0{,}3$. Comme $0{,}3 > 0{,}125$, il vaut mieux jouer au stand 2.

Ex. 14 ★★★ **Le sac de Yanis : corriger les erreurs**

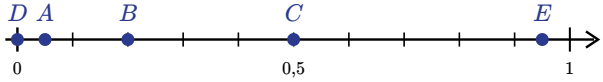
(a) Les 20 issues sont équiprobables ($1 + 4 + 5 + 10 = 20$ jetons). $P(A) = \frac{1}{20}$; $P(C) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

(b) Il y a 4 jetons rouges sur 20 : $P(B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$. C'est bien une chance sur cinq, mais pas $5\,\%$: $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0{,}2 = 20\,\%$.
Donc $P(B) = 0{,}2 = 20\,\%$. C'est $P(A)$ qui vaut $5\,\%$.

Ex. 14 (suite)

(c) Non. Il y a un jeton noir, donc A est possible : $P(A) = \frac{1}{20} = 0{,}05$. C'est très proche de 0 mais pas égal à 0. Seul un événement impossible a une probabilité de 0.

(d) Il n'y a aucun jeton bleu : D est impossible, $P(D) = 0$. Pour E, 19 jetons ne sont pas noirs : $P(E) = \frac{19}{20} = 1 - \frac{1}{20} = 0{,}95$.



(e) Non. Sac de Zoé : $P(\text{rouge}) = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0{,}16$. Sac de Yanis : $P(B) = 0{,}2$. Ils ont le même nombre de jetons rouges, mais pas le même nombre total de jetons. Comme $0{,}2 > 0{,}16$, tirer un rouge est plus probable dans le sac de Yanis.

Ex. 15 ★★★ **Quatre jeux à la fête du village**

(a) Jeu 1 : 2 issues favorables (7 et 8) sur 8, donc $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. Jeu 2 : 1 issue favorable sur 6, donc $\frac{1}{6}$.

(b) $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$. Inès a tort : 0,17 est à 0,17 de 0 et à 0,33 de 0,5. C'est donc plus près de 0 que d'une chance sur deux : gagner est peu probable.

(c) Les cartes ne se distinguent pas, donc on est dans une situation d'équiprobabilité : $\frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0{,}28 = 28\,\%$.

(d) $32\,\% = \frac{32}{100} = \frac{8}{25} = 0{,}32$.

(e) En décimal : jeu 2 $\approx 0{,}17$, jeu 1 $= 0{,}25$, jeu 3 $= 0{,}28$, jeu 4 $= 0{,}32$. Du moins favorable au plus favorable : jeu 2, jeu 1, jeu 3, jeu 4. Inès doit choisir le jeu 4, qui a la plus grande probabilité de gain.

Ex. 16 ★★★ **Retrouver le contenu de l'urne de Lucas**

(a) Rouges : $0{,}35 \times 40 = 14$. Bleues : $\frac{1}{4}$ de 40, c'est $40 \div 4 = 10$. Vertes : $40 - 14 - 10 = 16$. L'urne contient 14 rouges, 10 bleues et 16 vertes.

(b) $P(\text{vert}) = \frac{16}{40} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\,\%$.

(c) $P(\text{rouge}) = 0{,}35$, $P(\text{bleu}) = 0{,}25$ et $P(\text{vert}) = 0{,}4$. On a $0{,}35 + 0{,}25 + 0{,}4 = 1$: la somme des probabilités de toutes les issues vaut bien 1.

(d) Une chance sur deux, c'est autant de rouges que de billes non rouges. Il y a $40 - 14 = 26$ billes non rouges. Il faut donc 26 rouges : Lucas doit en ajouter $26 - 14 = 12$. On vérifie : $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$.

Ex. 16 **(suite)**

(e) Faux. Le nombre de rouges ne dépasse jamais le nombre total de billes, donc $P(\text{rouge})$ reste inférieure ou égale à 1, soit 100 %. Elle n'atteindra même jamais 1, car il restera toujours 26 billes bleues ou vertes.

3. *Calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : un sac de jetons**

(a) $6 + 9 + 5 = 20$ jetons : il y a 20 issues possibles.

(b) $P(\text{rouge}) = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$.

(c) $P(\text{bleu}) = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$.

(d) $P(\text{jaune}) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4} = 25\,\%$.

(e) $\frac{6}{20} + \frac{9}{20} + \frac{5}{20} = \frac{20}{20} = 1$.

(f) $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$
(les $6 + 5 = 11$ jetons rouges ou jaunes).

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : dés, lettres et cartes**

(a) Issues 5 et 10 : $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

(b) Issues 1, 2 et 3 : $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

(c) 5 A sur 11 lettres : $\frac{5}{11}$
(déjà simplifiée).

(d) Issues 6, 12, 18, 24, 30 et 36 : $\frac{6}{40} = \frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\,\%$.

(e) $\dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8} = 0{,}125$.

(f) $1 - \frac{1}{10} = \dfrac{9}{10} = 90\,\%$.

Ex. 19 ★★☆ **Les issues ont-elles la même chance ?**

(a) Non : les secteurs n'ont pas la même taille, donc les couleurs n'ont pas la même chance. La formule ne s'applique pas directement.

(b) $360 \div 45 = 8$ secteurs égaux. Le vert en couvre 4 : $P(\text{vert}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. Le rouge en couvre 2 : $P(\text{rouge}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

(c) Le jaune couvre 1 secteur sur 8 : $P(\text{jaune}) = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$.

(d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$. La somme vaut bien 1.

(e) Vrai : $P(\text{vert}) = \frac{4}{8}$ et $P(\text{rouge}) = \frac{2}{8}$. Le vert couvre 4 secteurs égaux et le rouge 2, donc le vert a deux fois plus de chances de sortir.

Ex. 20 ★★☆ **Quel sac choisir ?**

(a) $3 + 1 = 4$ billes : $P(\text{rouge}) = \dfrac{3}{4} = 75\,\%$.

(b) $5 + 5 = 10$ billes : $P(\text{rouge}) = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2} = 50\,\%$.

(c) Non : $75\,\% > 50\,\%$. Le sac A donne plus de chances de gagner, même s'il contient moins de billes rouges. Ce qui compte, c'est la part des rouges dans le total.

(d) Le sac B contient alors 15 rouges sur $15 + 5 = 20$ billes : $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Oui, les deux sacs donnent la même chance de gagner, $\frac{3}{4}$.

Ex. 21 ★★☆ **Retrouver la composition d'une boîte**

(a) $\frac{3}{8}$ de 48 : $48 \div 8 \times 3 = 18$. Il y a 18 boules vertes.

(b) $0{,}25 = \frac{1}{4}$, et $48 \div 4 = 12$. Il y a 12 boules jaunes.

(c) $48 - 18 - 12 = 18$ boules orange.

Couleur	verte	jaune	orange	Total
Nombre de boules	18	12	18	48

(d) $P(\text{orange}) = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}$. Vérification : $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = 1$.

(e) $1 - 0{,}25 = 0{,}75 = 75\,\%$. La probabilité de ne pas tirer une boule jaune est 75 %.

Ex. 22 ★★★ **La tombola du collège**

(a) Les multiples de 7 sont 7, 14, 21, 28, 35, 42 et 49 : il y a 7 issues favorables sur 50. $P = \frac{7}{50} = 0{,}14 = 14\,\%$. La probabilité de tirer un multiple de 7 est de 14 %.

(b) Les numéros qui se terminent par 0 sont 10, 20, 30, 40 et 50 : 5 issues sur 50, donc $\frac{5}{50} = \frac{1}{10}$. Pour « ne pas se terminer par 0 » : $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 0{,}9$. La probabilité est 0,9.

(c) $\frac{41}{9} \approx 4{,}56$ est plus grand que 1, or une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Zoé a divisé par les 9 numéros à un chiffre au lieu du nombre total d'issues. Les numéros de 10 à 50 sont au nombre de $50 - 10 + 1 = 41$.
Donc $P = \frac{41}{50} = 0{,}82$. La bonne probabilité est $\frac{41}{50}$.

(d) Les tickets vont de 1 à 50 : aucun numéro n'est supérieur à 50. Il n'y a aucune issue favorable : $P = \frac{0}{50} = 0$. L'événement est impossible.

Ex. 23 ★★★ **Deux urnes à comparer**

(a) L'urne A contient $5 + 4 + 6 = 15$ boules : 15 issues de même chance. $P(\text{rouge}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, $P(\text{verte}) = \frac{4}{15}$ (déjà simplifiée), $P(\text{blanche}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. Vérification : $\frac{5}{15} + \frac{4}{15} + \frac{6}{15} = \frac{15}{15} = 1$.

Ex. 23 **(suite)**

(b) Rouges : $\frac{3}{10}$ de 20, soit $20 \div 10 \times 3 = 6$ boules. Vertes : 45 % de 20, soit $0{,}45 \times 20 = 9$ boules. Blanches : $20 - 6 - 9 = 5$ boules. L'urne B contient 6 rouges, 9 vertes et 5 blanches.

(c) L'urne B a plus de boules rouges (6 contre 5), mais elle a aussi plus de boules en tout. Avec A : $P(\text{rouge}) = \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$. Avec B : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{10} = \frac{9}{30}$. Comme $\frac{10}{30} > \frac{9}{30}$, c'est l'urne A qui donne le plus de chances. La méthode de Léo n'est pas bonne.

(d) Les boules non blanches restent $6 + 9 = 15$. Pour une chance sur deux, il faut autant de blanches que de non blanches, donc 15 blanches. Il faut en ajouter $15 - 5 = 10$. Vérification : $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$. Il faut ajouter 10 boules blanches.

Ex. 24 ★★★ **La roue ou le dé ?**

(a) Non : les trois secteurs n'ont pas la même taille, donc les issues n'ont pas la même chance. On compare l'angle au tour complet : $P(\text{gagné}) = \frac{72}{360} = \frac{1}{5} = 20\,\%$. Sami a tort, la probabilité est $\frac{1}{5}$.

(b) $P(\text{perdu}) = \frac{216}{360} = \frac{3}{5}$ et $P(\text{rejouer}) = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$. Vérification : $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

(c) Les multiples de 3 sont 3, 6 et 9 : 3 issues favorables sur 10. $P = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\,\%$. On a 30 % de chances de gagner avec le dé.

(d) Pour une partie : roue 20 % ; dé 30 %. Comme $30\,\% > 20\,\%$, il vaut mieux choisir le dé.

(e) Non : avec un dé truqué, les faces n'ont pas toutes la même chance. Il n'y a plus équiprobabilité et la formule ne s'applique pas. On peut estimer la probabilité en lançant le dé un grand nombre de fois et en calculant la fréquence des multiples de 3.

4. *Probabilité qu'un événement ne se réalise pas*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : la probabilité qui reste**

(a) $1 - 0{,}35 = 0{,}65$.

(b) $100\,\% - 18\,\% = 82\,\%$.

(c) $1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

(d) Être à l'heure, c'est ne pas être en retard : $1 - 0{,}08 = 0{,}92$.

(e) Une chance sur cinq, c'est $\frac{1}{5}$; $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

(f) $1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : dés équilibrés**

(a) Les issues sont 1, 2, 3, 4 et 5, soit 5 issues sur 6. La probabilité est $\frac{5}{6}$.

(b) Issues favorables : 1, 3, 5 et 7, soit 4 sur 8. La probabilité est $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

(c) Les nombres à deux chiffres sont 10, 11 et 12 : 3 issues. Il en reste $12 - 3 = 9$. La probabilité est $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

(d) Le contraire est « obtenir au plus 7 » : issues 1 à 7, soit 7 sur 10. La probabilité est $\frac{7}{10}$.

(e) Rayan a donné la probabilité d'obtenir un nombre plus grand que 5 (6, 7 et 8, soit $\frac{3}{8}$). Il reste $8 - 3 = 5$ issues : 1, 2, 3, 4 et 5. La bonne probabilité est $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

Ex. 27 ★★☆ **L'urne de la kermesse**

(a) $1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} = \frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{6}{20} = \frac{9}{20}$. Cette boule est verte : la probabilité de tirer une boule verte est $\frac{9}{20}$.

(b) $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0{,}7$. La probabilité de ne pas tirer une boule bleue est de 70 %.

(c) Jaunes : $60 \div 4 = 15$. Bleues : $60 \div 10 \times 3 = 18$. Vertes : $60 \div 20 \times 9 = 27$. Vérification : $15 + 18 + 27 = 60$. Il y a donc 15 jaunes, 18 bleues et 27 vertes.

(d) Non : les couleurs n'ont pas le même nombre de boules. $P(\text{verte}) = \frac{9}{20} = 0{,}45$, alors qu'une chance sur trois fait environ 0,33. Sam a tort.

Ex. 28 ★★☆ **La tombola du club de basket**

(a) 21 tickets gagnants sur 150 : $\frac{21}{150} = \frac{7}{50} = 0{,}14$. La probabilité que le ticket soit gagnant est 0,14.

(b) Lise a fait la soustraction à l'envers : il faut enlever la probabilité de gagner à 1. $1 - 0{,}14 = 0{,}86$. La probabilité de perdre est 0,86.

(c) Non : $\frac{1}{0{,}14} \approx 7{,}1$ est plus grand que 1, alors qu'une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Théo a tort.

(d) Tickets perdants : $150 - 21 = 129$. $\frac{129}{150} = 0{,}86 = 86\,\%$. On retrouve le même résultat qu'avec $1 - 0{,}14$.

Ex. 29 ★★☆ **Deux tours de roue**

(a)

Somme	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

Ex. 29 **(suite)**

(b) Le tableau a $3 \times 3 = 9$ cases. Elles ont toutes la même chance, car les secteurs de la roue sont égaux. Il y a 9 issues.

(c) Le contraire est « la somme vaut au moins 6 » : seule la case $3 + 3 = 6$ le réalise, donc $\frac{1}{9}$. Ainsi $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$: la probabilité que la somme vaille au plus 5 est $\frac{8}{9}$.

(d) La somme 4 apparaît dans 3 cases : $1 + 3$, $2 + 2$, $3 + 1$. $1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. La probabilité que la somme ne soit pas égale à 4 est $\frac{2}{3}$.

Ex. 30 ★★★ **Le dé à 12 faces de Yanis**

(a) Le contraire de « au moins 3 » est « au plus 2 » (et non « au plus 3 ») : obtenir 1 ou 2. Ses issues sont 1 et 2.

(b) Issues favorables à A : 3, 4, 5, …, 12, soit 10 issues sur 12, donc $P(\text{A}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$. Autre façon : A ne se réalise pas pour 2 issues sur 12, soit $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, et $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Les deux méthodes donnent $P(\text{A}) = \frac{5}{6}$.

(c) Inès a divisé 1 par la probabilité au lieu de la soustraire de 1 : elle trouve 3, plus grand que 1, ce qui est impossible pour une probabilité. Multiples de 3 : 3, 6, 9 et 12, soit $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.
Donc la probabilité de ne pas obtenir un multiple de 3 est $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
(8 issues : 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11).

(d) Sur 12 : $P(\text{A}) = \frac{10}{12}$ et $P(\text{pas multiple de 3}) = \frac{8}{12}$. Comme $\frac{10}{12} > \frac{8}{12}$, l'événement A est le plus probable.

Ex. 31 ★★★ **Les perles de Capucine**

(a) Une perle ni rouge ni verte est blanche. La somme des probabilités vaut 1, donc $P(\text{blanche}) = 1 - 0{,}15 - 0{,}6 = 0{,}25$. La probabilité de tirer une perle ni rouge ni verte est 0,25.

(b) $100\,\% - 60\,\% = 40\,\%$. Vérification : rouge ou blanche, $15\,\% + 25\,\% = 40\,\%$. La probabilité de ne pas tirer une perle verte est 40 %.

(c) Rouges : $0{,}15 \times 80 = 12$; vertes : 60 % de 80, soit 48 ; blanches : $0{,}25 \times 80 = 20$. Vérification : $12 + 48 + 20 = 80$. Il y a 12 perles rouges, 48 vertes et 20 blanches.

(d) Non. Il reste $80 - 20 = 60$ perles, dont 48 vertes qui ne sont pas rouges : $\frac{48}{60} = \frac{4}{5} = 0{,}8$. Deux couleurs ne font pas « une chance sur deux » : tout dépend du nombre de perles. Ilan a tort.

Ex. 32 ★★★ **Le jeu des produits de Lucie**

(a)

×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

Il y a $4 \times 4 = 16$ cases, donc 16 issues de même chance.

(b) Le contraire de « au moins 7 » est « au plus 6 » : Lucie ne gagne pas si le produit vaut 1, 2, 3, 4 ou 6. Cases : 4 dans la ligne 1, 3 dans la ligne 2, 2 dans la ligne 3, 1 dans la ligne 4, soit 10 cases sur 16. La probabilité que Lucie ne gagne pas est $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$.

(c) $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$. Vérification : produits au moins 7 : 8 dans la ligne 2 ; 9 et 12 dans la ligne 3 ; 8, 12 et 16 dans la ligne 4, soit $1 + 2 + 3 = 6$ cases et $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$. La probabilité que Lucie gagne est $\frac{3}{8}$.

(d) Lucie perd si le produit est impair : 1, 3, 3 et 9, soit 4 cases sur 16, donc $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\,\%$. Elle gagne avec la probabilité $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, plus grande que $\frac{3}{8}$. Oui, elle a plus de chances de gagner. La probabilité de perdre est 25 %.

5. *Fréquence et probabilité*

Ex. 33 ★☆☆ **Calculer des fréquences**

(a) $\frac{18}{40} = 0{,}45$.

(b) $\frac{9}{25} = 0{,}36 = 36\,\%$.

(c) $\frac{12}{80} = \frac{3}{20}$.

(d) On divise par le nombre total d'essais (30), pas par le nombre d'issues (6) : $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

(e) $0{,}15 \times 200 = 30$: elle est sortie 30 fois.

(f) La somme des fréquences vaut 1 : $1 - 0{,}3 - 0{,}45 = 0{,}25$.

Ex. 34 ★☆☆ **Combien de fois, environ ?**

(a) $1\,200 \div 6 = 200$: environ 200 fois.

(b) $\frac{15}{100} \times 500 = 75$: environ 75 fois.

(c) 3 issues favorables (1, 2 et 3) sur 10 : $\frac{3}{10} \times 300 = 90$: environ 90 fois.

(d) $250 \div 5 = 50$: environ 50 fois.

(e) $P(\text{rouge}) = \frac{2}{5}$ et $\frac{2}{5} \times 200 = 80$: environ 80 fois.

(f) Les secteurs ne sont pas égaux : $P(\text{bleu}) = \frac{1}{4}$, et $160 \div 4 = 40$: environ 40 fois.

Ex. 34 (suite)

(g) $P(5) = \frac{1}{8}$, donc on fait environ $45 \times 8 = 360$ lancers.

Ex. 35 ★☆☆ Hasard, mémoire et fluctuation

(a) Faux : la pièce n'a pas de mémoire, $P(\text{face})$ vaut toujours $\frac{1}{2}$.

(b) Faux : 10 lancers, c'est trop peu. Ne pas obtenir de 6 peut arriver par hasard avec un dé équilibré.

(c) Faux : l'effectif ne dépasse jamais le nombre total d'essais, donc une fréquence est comprise entre 0 et 1.

(d) Vrai : sur un grand nombre d'essais, la fréquence se rapproche en général de la probabilité $\frac{1}{2}$.

(e) Faux : on attend environ $3\,000 \div 6 = 500$ fois le 3, pas exactement. C'est la fluctuation.

(f) Faux : la fréquence change d'une série à l'autre, c'est la fluctuation.

Ex. 36 ★★☆ Le tableau de Maëlys

(a) $200 - 58 - 64 = 78$: le bleu est sorti 78 fois.

(b) $\frac{58}{200} = 0{,}29$; $\frac{78}{200} = 0{,}39$; $\frac{64}{200} = 0{,}32$; total 1.

Couleur	rouge	bleu	vert	Total
Effectif	58	78	64	200
Fréquence	0,29	0,39	0,32	1

(c) 29 %, 39 % et 32 % ; $29 + 39 + 32 = 100$, donc la somme fait bien 100 %.

(d) Les 3 jetons ont la même chance : $P(\text{bleu}) = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$. La fréquence 0,39 s'en écarte un peu : c'est la fluctuation, 200 tirages ne suffisent pas pour retrouver exactement la probabilité.

Ex. 37 ★★☆ Le bouchon qui tombe sur le côté

(a) $\frac{26}{40} = 0{,}65$.

(b) $\frac{305}{500} = 0{,}61 = 61\,\%$.

(c) Non : les deux positions n'ont pas la même chance (le bouchon n'est pas symétrique). Il n'y a pas d'équiprobabilité, on ne peut donc que l'estimer.

(d) Celle d'Inès : 500 essais, c'est bien plus que 40, et sur beaucoup d'essais la fréquence se rapproche en général de la probabilité. On estime la probabilité à environ 0,61.

(e) $0{,}61 \times 2\,000 = 1\,220$: environ 1 220 fois (environ, pas exactement).

Ex. 38 ★★★ Le dé à 12 faces de Sacha est-il équilibré ?

(a) Le total vaut 1 200, donc l'effectif est $1\,200 - 288 - 312 - 294 = 306$. Le groupe « 7 à 9 » est sorti 306 fois.

(b) Jade a divisé par le nombre de groupes (4). Il faut diviser par le nombre total d'essais : $\frac{288}{1\,200} = 0{,}24$. La fréquence du groupe « 1 à 3 » est 0,24.

(c) $\frac{312}{1\,200} = 0{,}26$; $\frac{306}{1\,200} = 0{,}255$; $\frac{294}{1\,200} = 0{,}245$.

Résultat	1 à 3	4 à 6	7 à 9	10 à 12
Effectif	288	312	306	294
Fréquence	0,24	0,26	0,255	0,245

Vérification : $0{,}24 + 0{,}26 + 0{,}255 + 0{,}245 = 1$. La somme des fréquences vaut bien 1.

(d) Il y a 12 issues équiprobables, dont 3 favorables (1, 2 et 3) : $P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, soit 25 %. La probabilité vaut $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire 25 %.

(e) Non. Une fréquence n'est presque jamais exactement égale à la probabilité : c'est la fluctuation due au hasard. Sur 1 200 lancers, toutes les fréquences sont entre 0,24 et 0,26, donc très proches de 0,25. Rien n'indique que le dé est truqué.

Ex. 39 ★★★ Le dé suspect du club de jeux

(a) $\frac{9}{30} = 0{,}3$, soit 30 %. Chez Romane, la fréquence du 6 est 30 %.

(b) $750 \times \frac{28}{100} = 210$. Yanis a obtenu 210 fois le 6.

(c) Non. Les deux séries n'ont pas la même taille (30 et 750 lancers) : il faut comparer les fréquences, pas les effectifs. La fréquence du 6 est 30 % chez Romane et 28 % chez Yanis : elle n'est pas plus grande chez Yanis.

(d) Celle de Yanis, parce qu'elle compte beaucoup plus de lancers (750 contre 30). On estime la probabilité d'obtenir 6 à environ 0,28. Avec un dé équilibré, elle vaudrait $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$. Le 6 sort nettement plus souvent : le dé est sans doute truqué.

(e) $1\,500 \times \frac{28}{100} = 420$. On peut s'attendre à obtenir le 6 environ 420 fois (environ, pas exactement).

Ex. 40 ★★★ **Le gobelet de la 5e B**

(a) Effectif « côté » : $\frac{66}{100} \times 250 = 165$. Effectif « fond » : $250 - 165 - 35 = 50$. Fréquences : $\frac{50}{250} = 0{,}2$, soit 20 % ; $\frac{35}{250} = 0{,}14$, soit 14 %.

Position	côté	fond	envers	Total
Effectif	165	50	35	250
Fréquence (%)	66 %	20 %	14 %	100 %

Vérification : $66 + 20 + 14 = 100$, la somme des fréquences vaut bien 100 %.

(b) Le gobelet n'est pas symétrique : les trois positions n'ont pas la même chance de sortir, il n'y a pas équiprobabilité. D'ailleurs, sur 250 lancers, les fréquences (66 %, 20 % et 14 %) sont très éloignées de $\frac{1}{3} \approx 33\,\%$.

(c) On ne peut pas la calculer, mais on l'estime par la fréquence sur 250 lancers : environ 0,66. La probabilité qu'il ne retombe pas sur le côté vaut environ $1 - 0{,}66 = 0{,}34$.

(d) Non. Le gobelet n'a pas de mémoire : les lancers précédents ne changent rien au suivant. La probabilité de « sur le côté » reste environ 0,66.

(e) $1\,000 \times \frac{66}{100} = 660$. On peut s'attendre à le voir tomber sur le côté environ 660 fois. Ce n'est pas sûr : à cause de la fluctuation, le nombre obtenu sera en général proche de 660, mais pas forcément égal.

6. Problèmes

Ex. 41 ★☆☆ **Le dé à 12 faces**

(a) Il y a 12 issues de même chance. Les issues favorables sont 8, 10 et 12 (le 6 n'est pas plus grand que 6) : 3 issues. $P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

(b) Les issues favorables sont 3 et 9 (6 et 12 sont pairs) : $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

(c) Les multiples de 5 sont 5 et 10, donc $P(\text{multiple de 5}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ et $P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

(d) Les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12 : 6 issues. $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\,\%$.

(e) Les 12 issues sont toutes favorables : $P = \frac{12}{12} = 1$. L'événement est certain.

Ex. 41 (suite)

(f) Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Or $\frac{12}{8} = 1{,}5 > 1$: Zoé a inversé le nombre d'issues favorables et le nombre total d'issues. Les issues favorables sont 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12, soit 8 issues. $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

Ex. 42 ★★☆ **Tirage au sort du délégué**

(a) $P(\text{fille}) = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$.

(b) $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$. On retrouve bien les 16 garçons : $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$.

(c) $\frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$.

(d) $\frac{21}{28} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

(e) Aucun élève n'a 15 ans : 0 issue favorable, donc $P = \frac{0}{28} = 0$. L'événement est impossible.

(f) Il reste 27 élèves, dont 11 filles. Le total change lui aussi : $P(\text{fille}) = \frac{11}{27}$.

Ex. 43 ★★☆ **Deux roues et un produit**

(a)

A × B	2	3	4	5
1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15
4	8	12	16	20

(b) Les secteurs sont égaux, donc les 16 cases ont la même chance. Le produit 12 apparaît dans 2 cases : $P = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

(c) Les produits impairs sont 3, 5, 9 et 15 : 4 cases. Il reste $16 - 4 = 12$ cases paires : $P = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

(d) Les cases à la fois paires et plus grandes que 8 sont : 10 (ligne 2) ; 12 (ligne 3) ; 12, 16 et 20 (ligne 4), soit 5 cases (les deux cases 8 ne comptent pas). $P(\text{Mia gagne}) = \frac{5}{16}$ et $P(\text{Noé gagne}) = \frac{11}{16}$. Le jeu n'est pas équitable : il avantage Noé.

Ex. 44 ★★☆ **Les sacs de la kermesse**

(a) Le sac A contient $4 + 5 = 9$ boules : $P(\text{gagner}) = \frac{4}{9}$.

(b) Le sac B contient $7 + 11 = 18$ boules : $P(\text{gagner}) = \frac{7}{18}$.

(c) $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$ et $\frac{8}{18} > \frac{7}{18}$. Sami a tort : c'est le sac A qui donne le plus de chances de gagner, même s'il contient moins de boules gagnantes.

(d) $\frac{3}{8}$ de 24 boules : $24 \div 8 \times 3 = 9$ boules gagnantes. Vérification : $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$. Or $\frac{3}{8} = 0{,}375$ et $\frac{4}{9} \approx 0{,}44$. Le sac C est moins avantageux que le sac A, même s'il contient plus de boules gagnantes.

Ex. 45 ★★☆ **Dé truqué ou fluctuation ?**

(a) Il y a 8 issues de même chance et 1 seule favorable : $P(8) = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

(b) $\frac{7}{40} = 0{,}175$.

(c) $400 - 132 = 268$.

Résultat	8	autre que 8	Total
Effectif	132	268	400
Fréquence	0,33	0,67	1

Vérification : $0{,}33 + 0{,}67 = 1$.

(d) Hugo a fait seulement 40 lancers : l'écart entre 0,175 et 0,125 peut s'expliquer par la fluctuation. Juliette a fait 400 lancers, et sa fréquence 0,33 est très loin de 0,125. C'est Juliette qui a de bonnes raisons de penser que son dé est truqué.

Ex. 46 ★★★ **Compléter l'urne**

(a) Il y a $6 + 9 = 15$ issues, toutes de même chance, dont 6 sont favorables. $P(\text{verte}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\,\%$.

(b) Non. En ajoutant 4 boules vertes, on a 10 vertes, mais le total passe aussi à $15 + 4 = 19$ boules. $P(\text{verte}) = \frac{10}{19} \approx 0{,}53$, ce qui n'est pas $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$. Tom a oublié que le total change, donc il a tort.

(c) Si les vertes font $\frac{2}{3}$ de l'urne, les 9 jaunes en font $\frac{1}{3}$. Le total est donc $9 \times 3 = 27$ boules, dont $27 - 9 = 18$ vertes. Vérification : $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$. Il faut ajouter $18 - 6 = 12$ boules vertes.

(d) Faux. Après le premier tirage, il reste 6 vertes et 8 jaunes, soit 14 boules. $P(\text{verte}) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \approx 0{,}43$, ce qui est plus que $\frac{2}{5} = 0{,}4$. Enlever une boule jaune augmente la probabilité de tirer une verte.

Ex. 47 ★★★ **La roue de la fête foraine**

(a) Les secteurs ne sont pas égaux, donc les trois couleurs n'ont pas la même chance. On compare le rouge au tour complet : $\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$. Autre façon : on découpe la roue en 12 parts égales de 30°, et le rouge en occupe 5.
Donc $P(\text{rouge}) = \frac{5}{12}$.

(b) $P(\text{bleu}) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 25\,\%$ et $P(\text{vert}) = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.
Vérification : $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{12}{12} = 1$.

(c) La probabilité que Nina gagne est $\frac{5}{12}$. Celle qu'Oscar gagne est $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$. Comme $\frac{7}{12} > \frac{5}{12}$, le jeu n'est pas équitable : il avantage Oscar.

Ex. 47 **(suite)**

(d) Avec le sac : $P(\text{gagner}) = \frac{9}{20} = 0{,}45$. Avec la roue : $\frac{5}{12} \approx 0{,}42$. Comme $0{,}45 > 0{,}42$, Nina a intérêt à choisir le sac. On compare les probabilités, pas les 9 jetons et les 5 parts.

Ex. 48 ★★★ **Deux sacs et une somme**

(a)

+	0	2	4	6
1	1	3	5	7
2	2	4	6	8
3	3	5	7	9
4	4	6	8	10

Il y a $4 \times 4 = 16$ cases, qui ont toutes la même chance.

(b) Faux. La somme 5 apparaît dans 2 cases, donc $P(5) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$. La somme 10 n'apparaît que dans 1 case, donc $P(10) = \frac{1}{16} = 6{,}25\,\%$. La somme 5 a deux fois plus de chances de sortir que la somme 10.

(c) Les sommes au moins égales à 7 sont 7, 8, 7, 9, 8 et 10, soit $1 + 1 + 2 + 2 = 6$ cases. La probabilité que Kim gagne est $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, et celle que Malo gagne est $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$. Le jeu n'est pas équitable : il avantage Malo.

(d) La colonne 0 devient une colonne 4 : les sommes sont 5, 6, 7 et 8, dont 2 sont au moins égales à 7. La colonne 0 ne donnait aucune case gagnante. Kim gagne maintenant dans $6 + 2 = 8$ cases sur 16 :
$P(\text{Kim gagne}) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ et $P(\text{Malo gagne}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Personne n'est avantagé : le jeu devient équitable.