48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 5e : issues, événements, équiprobabilité*

À retenir : Équiprobabilité : $P(A) = \dfrac{\text{issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$, un nombre entre 0 et 1. Le dénominateur compte TOUTES les issues : 2 billets gagnants sur 10, c'est $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, pas $\frac{2}{8}$. Deux couleurs ne donnent pas forcément une chance sur deux.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : fraction, décimal, pourcentage** — Une probabilité peut s'écrire en fraction, en décimal ou en pourcentage.

(a) Écris $\frac{7}{8}$ en décimal, puis en pourcentage.

(b) Écris $\dfrac{9}{25}$ en pourcentage.

(c) Écris 0,45 en fraction simplifiée.

(d) Écris 12 % en fraction simplifiée.

(e) Range du plus petit au plus grand : $\frac{2}{5}$; 0,38 ; 41 %.

(f) Lina trouve $P(A) = \frac{9}{7}$. Ce résultat est-il possible ? Justifie.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : une carte au hasard** — On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes bien mélangé. Il y a 4 couleurs de 8 cartes : cœur et carreau (rouges), pique et trèfle (noires). Chaque couleur a un as, un roi, une dame, un valet, un 10, un 9, un 8 et un 7. Les figures sont les rois, les dames et les valets. Donne chaque probabilité en fraction simplifiée.

(a) Calcule la probabilité de tirer un as.

(b) Calcule la probabilité de tirer une figure rouge.

(c) Calcule la probabilité de tirer une carte qui n'est pas une figure.

(d) Calcule la probabilité de tirer le roi de pique.

(e) Calcule la probabilité de tirer une carte noire qui n'est pas un as.

(f) Calcule la probabilité de tirer un 7 rouge. Donne-la en décimal et en pourcentage.

Ex. 3 ★★☆ **Trouve l'erreur** — Chaque élève donne une probabilité. Lis bien chaque situation.

(a) Kermesse de Vannes : 40 billets de tombola, dont 6 gagnants. Hugo prend un billet au hasard et dit : « $P(\text{gagner}) = \frac{6}{34}$ ». A-t-il raison ? Justifie et corrige.

Ex. 3 (suite)

(b) Une urne contient 3 boules jaunes et 9 boules violettes, indiscernables au toucher. Noé dit : « Il y a deux couleurs, donc une chance sur deux de tirer une jaune ». A-t-il raison ? Justifie et corrige.

(c) On lance un dé à 20 faces équilibré, numéroté de 1 à 20. Maëlle dit : « Obtenir au plus 12, c'est obtenir 1 à 11, donc $P = \frac{11}{20}$ ». A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

(d) Donne une urne de 10 boules de deux couleurs dans laquelle la phrase de Noé serait juste.

Ex. 4 ★★☆ **Une pièce, puis un dé à 4 faces** — On lance une pièce équilibrée (P pour pile, F pour face), puis un dé à 4 faces équilibré, numéroté de 1 à 4.

Pièce puis dé	1	2	3	4
P	P1			
F				

(a) Complète le tableau à double entrée des issues.

(b) Combien d'issues compte cette expérience ? Justifie par un calcul.

(c) Calcule la probabilité de l'événement B : « le dé affiche 3 ».

(d) Calcule la probabilité de C : « obtenir pile et un nombre strictement supérieur à 1 ».

(e) Calcule la probabilité de D : « obtenir face ou un nombre au plus égal à 2 ».

Ex. 5 ★★☆ **Le sac de la fête de quartier** — À la fête de quartier de Colmar, Sacha prépare un sac de 60 billes bleues, rouges ou vertes, indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard : $P(\text{bleue}) = \frac{3}{10}$ et $P(\text{rouge}) = 0{,}45$.

(a) Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?

(b) Combien y a-t-il de billes rouges dans le sac ?

(c) Calcule le nombre de billes vertes, puis $P(\text{verte})$ en fraction et en pourcentage.

(d) Combien de billes vertes Sacha doit-il ajouter pour que $P(\text{bleue})$ devienne $\frac{1}{5}$?

Ex. 6 ★★★ **Deux stands à la kermesse** — À la kermesse de Montauban, Inès hésite entre deux stands. Stand 1 : une urne contient 7 boules rouges et 13 boules blanches, indiscernables au toucher ; on gagne si on tire une boule rouge. Stand 2 : une roue à 12 secteurs égaux numérotés de 1 à 12 ; on gagne si on obtient un nombre strictement supérieur à 8.

a. Calcule la probabilité de gagner au stand 1, en fraction, puis en décimal, puis en pourcentage.

b. Au stand 1, calcule la probabilité de tirer une boule blanche. Que vaut la somme des probabilités des deux couleurs ? Explique.

c. Au stand 2, liste les issues favorables au gain, puis calcule la probabilité de gagner.

d. À quel stand Inès a-t-elle le plus de chances de gagner ? Justifie.

e. L'organisateur veut que le stand 1 donne la même probabilité de gagner que le stand 2, en ajoutant seulement des boules blanches. Combien doit-il en ajouter ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Une lettre, puis une roue** — Dans un jeu de plateau, à Annecy, Romane tire au hasard un jeton parmi trois jetons indiscernables au toucher, marqués M, A et I (les lettres du mot MAI). Elle fait ensuite tourner une roue à 4 secteurs égaux numérotés de 1 à 4. Une issue s'écrit par exemple A3.

a. Combien cette expérience a-t-elle d'issues ? Justifie sans toutes les écrire, puis dresse le tableau à double entrée.

b. Jules affirme : « La probabilité d'obtenir le nombre 1 est $\frac{1}{12}$, car c'est une seule case. » A-t-il raison ? Justifie.

c. Calcule la probabilité de l'événement E : « obtenir une voyelle et un nombre au plus égal à 2 ».

d. Liste les issues de l'événement G : « obtenir la lettre M ou un nombre au moins égal à 4 », puis calcule $P(G)$.

e. Calcule la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 4. Comment appelle-t-on cet événement ?

Ex. 8 ★★★ **Le jeu de cartes du club** — Au club de jeux de Quimper, Ben utilise un jeu de 32 cartes : 4 couleurs (cœur et carreau, qui sont rouges ; pique et trèfle, qui sont noirs) de 8 cartes chacune : as, roi, dame, valet, 10, 9, 8 et 7. Les figures sont les rois, les dames et les valets. On tire une carte au hasard.

a. Combien ce jeu compte-t-il de figures ? Calcule la probabilité de tirer une figure de trèfle.

b. Propose un événement dont la probabilité vaut 18,75 %. Justifie par un calcul.

c. Calcule la probabilité de tirer un cœur ou une figure. Explique comment tu comptes les issues.

d. Ben retire les 4 as du jeu, puis tire une carte parmi celles qui restent. Yanis dit : « La probabilité de tirer un roi vaut toujours $\frac{4}{32}$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 8 **(suite)**

e. Dans ce jeu sans les as, Ben retire maintenant des figures, sans rien ajouter. Combien doit-il en retirer pour que la probabilité de tirer une figure soit $\frac{1}{5}$? Justifie.

2. *Propriétés des probabilités et événement contraire*

À retenir : $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ et la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$: si $P(A) = 0{,}3$, alors $P(\overline{A}) = 0{,}7$. Le contraire de « au moins 4 » est « au plus 3 ».

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : probabilité du contraire** — Calcule la probabilité demandée. Donne-la sous la même forme que la donnée (fraction, décimal ou pourcentage).

a. $P(A) = \frac{3}{11}$. Calcule $P(\overline{A})$.

b. $P(B) = 0{,}37$. Calcule $P(\overline{B})$.

c. La probabilité qu'une graine germe est 15 %. Quelle est la probabilité qu'elle ne germe pas ?

d. $P(\overline{C}) = 0{,}04$. Calcule $P(C)$.

e. La probabilité qu'un ticket à gratter soit gagnant est $\frac{2}{13}$. Quelle est la probabilité qu'il soit perdant ?

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : est-ce une probabilité ?** — Ce nombre peut-il être la probabilité d'un événement ? Justifie.

a. 1,2 b. $-0{,}3$ c. $\frac{7}{5}$

d. 0 e. 105 % f. $\frac{5}{7}$

g. 0,999

Ex. 11 ★★☆ **Le dé à 20 faces de Chloé** — Pour un jeu de plateau, Chloé lance un dé équilibré à 20 faces, numérotées de 1 à 20. Elle note le numéro obtenu.

a. A est l'événement « obtenir au plus 9 ». Décris $\overline{A}$ par une phrase et donne le nombre de ses issues.

b. Calcule $P(A)$ et $P(\overline{A})$.

c. B est l'événement « obtenir au moins 5 ». Décris $\overline{B}$, puis utilise-le pour calculer $P(B)$.

d. C est l'événement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 20 ». Décris $\overline{C}$ et calcule $P(\overline{C})$.

Ex. 12 ★★☆ **La tombola de la kermesse d'Annecy** — À la kermesse d'un collège d'Annecy, 60 tickets sont numérotés de 1 à 60. On en tire un au hasard ; chaque ticket a la même chance d'être tiré.

a. D est l'événement « le numéro n'est pas un multiple de 6 ». Décris $\overline{D}$ et compte ses issues.

b. Calcule $P(D)$.

Ex. 12 **(suite)**

(c) E est l'événement « le numéro ne contient aucun chiffre 5 ». Liste les issues de $\overline{E}$.

(d) Calcule $P(E)$ en écriture décimale.

Ex. 13 ★★☆ **Repère l'erreur** — Quatre élèves ont fait une affirmation. Dis si chacun a raison. Justifie et corrige si besoin.

(a) Inès : « $P(A) = 0{,}25$, donc $P(\overline{A}) = \frac{1}{0{,}25} = 4$. » A-t-elle raison ?

(b) Bastien : « $P(A) = \frac{4}{15}$, donc $P(\overline{A}) = -\frac{4}{15}$. » A-t-il raison ?

(c) Malo lance un dé équilibré à 6 faces : « Le contraire de "obtenir au moins 3" est "obtenir au plus 3". » A-t-il raison ? Calcule P(au moins 3).

(d) Léna a écrit ce tableau pour une roue à 4 secteurs et dit que c'est une liste valable. A-t-elle raison ?

Couleur	rouge	bleu	vert	jaune
Probabilité	0,35	0,25	0,15	0,2

Ex. 14 ★★★ **Le dé à 4 faces truqué de Malik** — Malik a truqué un dé à 4 faces, numérotées de 1 à 4. Il affirme que les probabilités d'obtenir chaque face sont les suivantes :

Face	1	2	3	4
Probabilité	0,15	0,2	0,35	0,4

Sa sœur Lou vérifie : les probabilités des faces 1, 2 et 3 sont justes, mais celle de la face 4 est fausse.

(a) Sans faire d'expérience, explique pourquoi le tableau de Malik ne peut pas être juste.

(b) Calcule la vraie probabilité d'obtenir la face 4.

(c) Lou affirme : « "Obtenir 1" et "obtenir 4" sont des événements contraires. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) A est l'événement « obtenir au moins 3 ». Donne les issues de $\overline{A}$, puis calcule $P(\overline{A})$ et $P(A)$.

(e) B est l'événement « ne pas obtenir 4 ». Calcule $P(B)$ et donne-la en pourcentage.

Ex. 15 ★★★ **La playlist aléatoire de Yanis** — Yanis a une playlist de 40 titres, numérotés de 1 à 40. En mode aléatoire, son application choisit le premier titre au hasard ; chaque titre a la même chance d'être choisi.

(a) A est l'événement « le numéro ne contient pas le chiffre 3 ». Décris $\overline{A}$, donne la liste de ses issues, puis calcule $P(A)$ en fraction et en pourcentage.

(b) Lina affirme : « Le contraire de "le numéro est au plus 9" est "le numéro est au moins 9" ». A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule la probabilité de ce contraire en décimal.

Ex. 15 **(suite)**

(c) Yanis ajoute 10 titres, numérotés de 41 à 50. Calcule la nouvelle probabilité que le numéro ne contienne pas le chiffre 3. Donne-la en fraction simplifiée et en pourcentage.

Ex. 16 ★★★ **Les deux dés de Noé à Brest** — À Brest, Noé lance en même temps un dé équilibré à 4 faces (numérotées de 1 à 4) et un dé équilibré à 6 faces (numérotées de 1 à 6). Il note la somme des deux numéros.

6 faces ↓ 4 faces →	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				
5				
6				

(a) Complète le tableau des sommes. Combien d'issues équiprobables cette expérience a-t-elle ?

(b) A est l'événement « aucun des deux dés ne montre 1 ». Décris $\overline{A}$, compte ses issues, puis calcule $P(A)$.

(c) G est l'événement « la somme est au moins 5 ». Décris $\overline{G}$ par ses sommes, puis calcule $P(G)$.

(d) Hugo trouve $\frac{25}{24}$ pour la probabilité que la somme soit au plus 6. Sans refaire son calcul, explique pourquoi il s'est trompé, puis calcule la bonne valeur.

3. *Événements « et », « ou », incompatibles*

À retenir : « A et B » : les issues communes. « A ou B » : les issues de A, de B ou des deux, chacune comptée une fois. Incompatibles (aucune issue commune) : on additionne, ex. dé à 8 faces : $P(1 \text{ ou } 8) = \frac{2}{8}$. Contraires ⇒ incompatibles, pas l'inverse.

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : « et », « ou » avec un dé à 8 faces** — Inès lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. A : « obtenir un nombre pair » ; B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 6 ».

(a) Liste les issues de A, puis celles de B.

(b) Liste les issues de l'événement « A et B ».

(c) Calcule $P(A \text{ et } B)$.

(d) Liste les issues de l'événement « A ou B ».

(e) Calcule $P(A \text{ ou } B)$.

(f) Calcule la probabilité de l'événement « ni A ni B ».

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : incompatibles ou contraires ?** — On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. Pour chaque paire d'événements, dis s'ils sont incompatibles, puis s'ils sont contraires. Justifie en listant les issues.

(a) « Obtenir un multiple de 5 » et « obtenir un nombre impair ».

(b) « Obtenir au plus 4 » et « obtenir au moins 5 ».

(c) « Obtenir un multiple de 4 » et « obtenir un nombre impair ».

(d) « Obtenir un diviseur de 12 » et « obtenir un nombre supérieur à 10 ».

(e) « Obtenir un multiple de 3 » et « obtenir un multiple de 5 ».

Ex. 19 ★★☆ **L'erreur de Lina** — Un jeu de 52 cartes comporte 4 couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle) de 13 cartes : as, 2 à 10, valet, dame, roi. Les figures sont le valet, la dame et le roi. Lina tire une carte au hasard. F : « tirer une figure » ; S : « tirer un pique ».

(a) Le roi de pique réalise-t-il l'événement « F ou S » ? Justifie.

(b) Quelles cartes réalisent « F et S » ? Calcule $P(F \text{ et } S)$.

(c) Lina écrit : $P(F \text{ ou } S) = \frac{12}{52} + \frac{13}{52} = \frac{25}{52}$. A-t-elle raison ? Justifie et corrige.

(d) Calcule la probabilité de tirer une carte qui n'est ni une figure ni un pique.

Ex. 20 ★★☆ **La tombola de Quimper** — À la tombola de l'école de Quimper, Noé tire au hasard un ticket parmi 40 tickets numérotés de 1 à 40. A : « le numéro est un multiple de 6 » ; B : « le numéro est un multiple de 8 ».

(a) Liste les issues de A, puis celles de B.

(b) Liste les issues de « A et B ». Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifie.

(c) Calcule $P(A \text{ ou } B)$ et donne-la en pourcentage.

(d) C : « le numéro est inférieur ou égal à 5 ». Justifie que A et C sont incompatibles, puis calcule $P(A \text{ ou } C)$ en décimal.

Ex. 21 ★★☆ **La roue de la fête de Colmar** — À la fête de Colmar, Sacha fait tourner une roue à 4 secteurs inégaux. A : « obtenir un nombre pair » ; B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 3 ».

Secteur	1	2	3	4
Angle	72°	108°	144°	36°
Probabilité				

(a) Complète la ligne des probabilités (en décimal).

(b) Liste les issues de « A et B » et calcule sa probabilité.

Ex. 21 (suite)

(c) Calcule $P(A \text{ ou } B)$. Explique pourquoi on ne peut pas additionner $P(A)$ et $P(B)$.

(d) Décris le contraire de « A et B » par ses issues et calcule sa probabilité.

Ex. 22 ★★★ **Deux dés à 4 faces au club de jeux de Lorient** — Au club de jeux de Lorient, Maël lance deux dés équilibrés à 4 faces numérotées de 1 à 4 : un rouge et un bleu. Il additionne les deux nombres. Dans le tableau, chaque ligne donne le résultat du dé rouge et chaque colonne celui du dé bleu. A : « la somme vaut 5 » ; B : « au moins un des deux dés donne 4 ».

Somme	1	2	3	4
1	2	3		5
2	3		5	6
3			6	7
4	5	6		8

(a) Complète le tableau des sommes.

(b) Combien d'issues compte cette expérience ? Calcule $P(A)$ et $P(B)$.

(c) Liste les issues de l'événement « A et B », puis calcule $P(A \text{ et } B)$.

(d) Tom affirme : « Pour calculer $P(A \text{ ou } B)$, il suffit d'additionner $P(A)$ et $P(B)$. » A-t-il raison ? Justifie et calcule $P(A \text{ ou } B)$.

(e) C : « la somme est au plus 3 ». A et C sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifie, puis calcule $P(A \text{ ou } C)$.

Ex. 23 ★★★ **Figures et cartes rouges** — Un jeu de 32 cartes comporte 4 couleurs : pique et trèfle (noires), cœur et carreau (rouges). Chaque couleur a 8 cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as. Les figures sont le valet, la dame et le roi. On tire une carte au hasard. F : « tirer une figure » ; R : « tirer une carte rouge ».

(a) Combien de cartes réalisent l'événement « F et R » ? Calcule $P(F \text{ et } R)$.

(b) Calcule $P(F \text{ ou } R)$ et donne le résultat en écriture décimale.

(c) Décris par une phrase l'événement « ni F ni R », puis calcule sa probabilité de deux façons.

(d) Hugo affirme : « Le contraire de « F et R », c'est « ni F ni R ». » Vrai ou faux ? Justifie, puis calcule la probabilité du contraire de « F et R ».

(e) Nina tire une carte 400 fois de suite, en la remettant à chaque fois dans le jeu. Combien de fois peut-elle s'attendre à obtenir « F ou R » ?

Ex. 24 ★★★ **La playlist aléatoire de Zoé** — À Annecy, Zoé écoute sa playlist de 40 morceaux en lecture aléatoire : chaque morceau a la même probabilité d'être joué en premier. Le tableau donne le nombre de morceaux par langue et par genre. R : « le premier morceau est du rap » ; F : « le premier morceau est en français ».

Langue	Rap	Pop	Rock
Français	6	10	4
Anglais	8	7	5

(a) Calcule $P(R)$ et $P(F)$ et donne-les en pourcentage.

(b) Décris l'événement « R et F » par une phrase, puis donne sa probabilité en pourcentage.

(c) Zoé affirme : « Un rap en français ne réalise pas « R ou F », car il est les deux à la fois. » A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule $P(R \text{ ou } F)$ en pourcentage.

(d) G : « le premier morceau est de la pop ». Justifie que R et G sont incompatibles, puis calcule $P(R \text{ ou } G)$ en pourcentage.

(e) Zoé ajoute seulement des raps en anglais pour que $P(R \text{ ou } F)$ soit égale à 75 %. Combien doit-elle en ajouter ? Justifie.

4. *Issues non équiprobables : tableau de probabilités*

À retenir : La somme des probabilités des issues vaut 1 : case manquante $= 1 - 0{,}6 - 0{,}25 = 0{,}15$. Un événement : on ADDITIONNE les probabilités de ses issues. Roue : angle $\div$ 360°. Trois issues ne valent pas $\frac{1}{3}$ chacune.

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : la case manquante** — Dans chaque cas, utilise le fait que la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

(a) Une punaise retombe « pointe en l'air » avec la probabilité 0,38, sinon « sur le côté ». Calcule $P(\text{sur le côté})$.

(b) Une roue a trois secteurs : $P(\text{rouge}) = 0{,}46$ et $P(\text{vert}) = 0{,}27$. Calcule $P(\text{jaune})$.

(c) Une fléchette tombe dans la zone A, B ou C d'une cible : $P(A) = \frac{1}{4}$ et $P(B) = \frac{1}{3}$. Calcule $P(C)$.

(d) Une application de musique aléatoire joue du rap à 35 %, du rock à 20 %, de la pop à 30 %, sinon du jazz. Calcule $P(\text{jazz})$ en pourcentage.

(e) Un dé à 8 faces est truqué : $P(8) = 0{,}3$ et les sept autres faces ont la même probabilité. Calcule $P(1)$.

(f) Un dé à 20 faces est truqué : $P(20) = \frac{1}{10}$ et $P(1) = \frac{1}{20}$. Calcule la probabilité d'obtenir un nombre de 2 à 19.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : une roue à secteurs inégaux** — Une roue de loterie de kermesse est partagée en quatre secteurs. On la fait tourner et on note la couleur obtenue.

Couleur	rouge	bleu	vert	jaune
Angle	135°	45°	72°	

(a) Calcule l'angle du secteur jaune.

(b) Calcule $P(\text{rouge})$ en fraction simplifiée.

(c) Calcule $P(\text{vert})$ en écriture décimale.

(d) Calcule $P(\text{jaune})$ en pourcentage.

(e) Calcule $P(\text{rouge ou bleu})$.

(f) Mia dit : « Le rouge a trois fois plus de chances de sortir que le bleu. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 27 ★☆☆ **Un événement, c'est une somme** — Un dé à quatre faces numérotées de 1 à 4 est truqué. On le lance et on lit la face obtenue.

Face	1	2	3	4
Probabilité	0,15	0,35	0,1	0,4

(a) Calcule la probabilité de l'événement A « obtenir un nombre pair ».

(b) Calcule la probabilité de l'événement B « obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ».

(c) Calcule, en pourcentage, la probabilité d'obtenir un nombre premier.

(d) Hugo affirme : « Obtenir un nombre impair, c'est 2 issues sur 4, donc la probabilité vaut $\frac{1}{2}$. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Quelle est la face qui a le plus de chances de sortir ? Justifie.

Ex. 28 ★★☆ **Un sac de jetons regardé par couleur** — Inès met dans un sac 6 jetons verts, 10 jetons bleus et 4 jetons rouges, indiscernables au toucher. Elle tire un jeton au hasard et ne regarde que sa couleur.

Couleur	vert	bleu	rouge
Probabilité			

(a) Complète le tableau de probabilités en fractions simplifiées.

(b) Inès dit : « Il y a trois couleurs, donc chaque couleur a la probabilité $\frac{1}{3}$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Calcule, en pourcentage, la probabilité de tirer un jeton rouge ou vert.

(d) Combien de jetons rouges Inès doit-elle ajouter pour que la probabilité de tirer un rouge soit égale à $\frac{1}{3}$?

Ex. 29 ★★☆ **Le dé truqué de Sacha** — Sacha a un dé à six faces truqué : le 6 sort deux fois plus souvent que le 1, et les faces 1, 2, 3, 4 et 5 ont toutes la même probabilité. On note $p = P(1)$.

(a) Exprime la somme des probabilités des six faces en fonction de p.

(b) Déduis-en $P(1)$ et $P(6)$.

(c) Calcule la probabilité d'obtenir un nombre pair avec ce dé.

(d) Pour un autre dé à quatre faces, Sacha écrit $P(1) = \frac{1}{2}$, $P(2) = \frac{1}{3}$ et $P(3) = \frac{1}{4}$. Calcule ce que vaudrait $P(4)$: ce dé peut-il exister ? Justifie.

Ex. 30 ★★★ **Trois tableaux pour une toupie** — Une toupie truquée a quatre faces, marquées A, B, C et E. On la lance et on lit la lettre de la face sur laquelle elle s'arrête. Trois élèves proposent chacun un tableau de probabilités :

Face	A	B	C	E
Noé	0,4	0,3	0,2	0,2
Jade	0,5	0,45	−0,15	0,2
Yanis	0,35	0,25	0,1	

(a) Explique pourquoi le tableau de Noé est impossible.

(b) Jade affirme : « La somme de mes probabilités fait 1, donc mon tableau est correct. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Le tableau de Yanis est le bon. Calcule la probabilité de la face E.

(d) On note V l'événement « obtenir une voyelle ». Calcule $P(V)$ et donne le résultat en pourcentage.

(e) Les événements V et « obtenir B » sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifie.

Ex. 31 ★★★ **La roue ou l'urne ?** — À la fête de l'école d'Annecy, Maëlys doit choisir un jeu. Elle gagne si elle obtient « vert ». Jeu 1 : une roue à trois secteurs

Couleur	vert	rouge	bleu
Angle	105°	165°	90°

Jeu 2 : elle tire une boule au hasard dans une urne qui contient 4 boules vertes, 6 rouges et 3 bleues, et ne regarde que la couleur.

(a) Kylian dit : « La roue a trois couleurs, donc chaque couleur a la probabilité $\frac{1}{3}$. » Vérifie que la roue est complète, puis montre qu'il a tort.

(b) Calcule la probabilité de gagner au jeu 1, en fraction simplifiée.

(c) Calcule la probabilité de gagner au jeu 2.

(d) À quel jeu Maëlys a-t-elle le plus de chances de gagner ? Justifie par un calcul.

Ex. 32 ★★★ **Le dé à huit faces de Romane** — Romane a un dé truqué à huit faces, numérotées de 1 à 8. Les quatre faces impaires ont la même probabilité p, et chaque face paire a la probabilité $2 \times p$. On lance le dé une fois. On note A « obtenir un multiple de 3 » et B « obtenir un nombre supérieur ou égal à 6 ».

(a) Montre que $12 \times p = 1$, puis donne $P(1)$ et $P(8)$ en fractions simplifiées.

(b) Calcule $P(A)$ et $P(B)$.

(c) Romane écrit : « $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$. » Liste les issues de « A et B » et de « A ou B », puis explique son erreur.

(d) Calcule $P(A \text{ ou } B)$.

(e) Romane lance ce dé 450 fois. Environ combien de fois peut-elle s'attendre à obtenir 8 ?

5. *Fréquence et probabilité*

À retenir : Fréquence = nombre de réalisations ÷ nombre TOTAL d'essais ($\frac{12}{40} = 0{,}3 = 30\,\%$). Elle fluctue d'une série à l'autre. Sur un grand nombre d'essais, elle donne une estimation de $P(A)$. Sur n essais, on attend environ $n \times P(A)$ réalisations. Le hasard n'a pas de mémoire.

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : calculer une fréquence** — Calcule la fréquence demandée, sous la forme indiquée.

(a) Inès lance une pièce 40 fois et obtient 18 fois « pile ». Donne la fréquence de « pile » en fraction simplifiée.

(b) Romane fait 25 tirages avec remise dans une urne et tire 7 fois une boule bleue. Donne la fréquence de « bleue » en pourcentage.

(c) On tourne une roue 80 fois : 26 fois rouge, 30 fois vert, et bleu les autres fois. Donne la fréquence de « bleu » en décimal.

(d) Basile lance une punaise : 36 fois « pointe en haut » et 44 fois « pointe en bas ». Donne la fréquence de « pointe en haut » en pourcentage.

(e) On lance 200 fois un dé à 20 faces et le 20 sort 11 fois. Donne la fréquence du 20 en décimal.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : nombre attendu** — Pour chaque situation, réponds à la question posée.

(a) On lance 400 fois un dé équilibré à 8 faces. Environ combien de fois peut-on s'attendre à obtenir le 3 ?

(b) Sur une roue, $P(\text{vert}) = 0{,}35$. On la tourne 300 fois. Environ combien de fois le vert peut-il sortir ?

(c) Une application de musique aléatoire choisit un morceau de rap avec une probabilité de 20 %. Sur 150 morceaux, environ combien de morceaux de rap peut-on attendre ?

Ex. 34 **(suite)**

(d) On lance 600 fois un dé équilibré à 12 faces. Environ combien de fois peut-on s'attendre à obtenir un multiple de 4 ?

(e) Le secteur jaune d'une roue mesure 72°. Combien de fois faut-il tourner la roue pour s'attendre à obtenir le jaune environ 70 fois ?

(f) Vrai ou faux ? « Si on lance 60 fois un dé équilibré à 6 faces, on obtiendra exactement 10 fois le 6. » Justifie.

Ex. 35 ★★☆ **La punaise de Noé** — Noé lance une punaise et note combien de fois elle retombe « pointe en haut ».

Nombre de lancers	**10**	**50**	**500**	**5000**
Pointe en haut	7	24	312	3080
Fréquence				

(a) Complète la ligne des fréquences, en écriture décimale.

(b) Au bout de 10 lancers, Noé affirme : « $P(\text{pointe en haut}) = 0{,}7$. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Donne une estimation de la probabilité de « pointe en haut », puis de celle de « pointe en bas ».

(d) Noé lance encore la punaise 200 fois. Environ combien de fois peut-il s'attendre à obtenir « pointe en haut » ?

Ex. 36 ★★☆ **Un dé truqué ?** — Yanis et Chloé pensent que leur dé à 6 faces est truqué. Yanis le lance 150 fois et obtient 39 fois le 6. Chloé lance le même dé 350 fois et obtient 84 fois le 6.

(a) Calcule la fréquence du 6 pour Yanis, puis pour Chloé, en écriture décimale.

(b) Les deux fréquences sont différentes, alors que le dé est le même. Explique pourquoi.

(c) Laquelle des deux séries donne la meilleure estimation de $P(6)$? Justifie.

(d) Leur ami Max dit : « Sur les 500 lancers, la fréquence du 6 est $\frac{0{,}26+0{,}24}{2} = 0{,}25$. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Peut-on penser que ce dé est truqué ? Justifie en comparant avec $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$, la probabilité d'obtenir le 6 avec un dé équilibré.

Ex. 37 ★★☆ **Vrai ou faux sur le hasard** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

(a) Sofiane a obtenu 8 fois « pile » de suite avec une pièce équilibrée. Au lancer suivant, $P(\text{face})$ est plus grande que $\frac{1}{2}$.

(b) Elsa lance 12 fois un dé à 6 faces et n'obtient jamais le 2. Son dé est donc truqué.

(c) Une roue a 5 secteurs égaux, dont un orange. Sur 2 000 tours, la fréquence d'« orange » sera proche de 0,2.

(d) Deux classes lancent 50 fois la même pièce. Elles trouveront forcément la même fréquence de « face ».

Ex. 37 **(suite)**

(e) Sur 64 lancers d'un dé à 8 faces, le 8 est sorti 10 fois. La fréquence du 8 est donc de 10 %.

Ex. 38 ★★★ **L'urne mystère du club de Rennes** — Au club de jeux de Rennes, une urne contient 20 boules rouges ou blanches, indiscernables au toucher. Lina et Malo veulent estimer le nombre de boules rouges. Lina fait 40 tirages avec remise et obtient 14 boules rouges. Malo fait 160 tirages avec remise et obtient 36 boules rouges.

(a) Calcule la fréquence de « rouge » pour Lina, puis pour Malo, en écriture décimale.

(b) Malo dit : « Sur nos 200 tirages, la fréquence de rouge est la moyenne de nos deux fréquences. » Calcule cette moyenne et la vraie fréquence. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Lina dit : « D'après ma série, l'urne contient 7 boules rouges. » Estime le nombre de boules rouges grâce aux 200 tirages. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 39 ★★★ **Le dé à 4 faces de Clara** — Clara se demande si son dé à 4 faces (numérotées de 1 à 4) est équilibré. Elle le lance 800 fois et note ses résultats.

Face	**1**	**2**	**3**	**4**
Effectif	176	248		192
Fréquence (en %)				

(a) Combien de fois Clara a-t-elle obtenu le 3 ?

(b) Complète la ligne des fréquences, en pourcentage.

(c) Ce dé semble-t-il équilibré ? Justifie en comparant avec la probabilité de chaque face pour un dé équilibré.

(d) Estime la probabilité d'obtenir un nombre pair avec ce dé, en écriture décimale.

(e) Les 5 derniers lancers de Clara ont donné le 2. Hugo dit : « Au prochain lancer, le 2 a moins de chances de sortir. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 40 ★★★ **La roue de la kermesse de Colmar** — À la kermesse de Colmar, une roue est partagée en deux secteurs : un secteur « Gagné » de 54° et un secteur « Perdu » de 306°. Le samedi matin, la roue a tourné 60 fois : 12 fois « Gagné » et 48 fois « Perdu ». L'après-midi, elle a tourné 240 fois, dont 33 fois « Gagné ».

(a) Calcule la probabilité de tomber sur « Gagné », en fraction puis en pourcentage.

(b) Enzo calcule la fréquence de « Gagné » le matin : $\frac{12}{48} = 0{,}25$. Explique son erreur, puis donne la bonne fréquence en pourcentage.

(c) Calcule la fréquence de « Gagné » l'après-midi, en pourcentage. Pourquoi est-elle différente de celle du matin, alors que la roue n'a pas changé ?

(d) Dimanche, la roue devrait tourner 2 000 fois. Environ combien de lots faut-il prévoir ? Faut-il en prévoir exactement ce nombre ? Justifie.

6. *Problèmes : jeux, urnes, roues, expériences en deux étapes*

À retenir : $P(A) = \dfrac{\text{issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$: ajouter ou retirer des boules change le total. Pour comparer, même dénominateur : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} < \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. Deux dés : $(2\,;5)$ et $(5\,;2)$ sont deux issues. « Au moins un » : passe par le contraire « aucun ».

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : calculs directs** — Toutes les expériences sont équiprobables. Calcule chaque probabilité sous la forme demandée.

(a) On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. Probabilité d'obtenir un multiple de 4 (fraction simplifiée) ?

(b) On tire au hasard une lettre du mot PROBABILITÉ. Probabilité de tirer la lettre I (fraction) ?

(c) Un jeu de 32 cartes compte 4 couleurs (cœur, carreau, pique, trèfle) de 8 cartes : as, roi, dame, valet, 10, 9, 8, 7. On tire une carte. Probabilité de tirer un as (décimal) ?

(d) Une roue a 20 secteurs égaux, dont 9 jaunes. Probabilité qu'elle s'arrête sur un secteur jaune (pourcentage) ?

(e) On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. Probabilité d'obtenir un nombre premier (fraction simplifiée) ?

(f) Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles. On tire un élève au sort. Probabilité de tirer un garçon (décimal) ?

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : on ajoute, on retire** — Une urne contient 6 boules rouges, 4 bleues et 2 vertes, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Chaque question repart de l'urne de départ. Donne la probabilité en fraction simplifiée.

(a) Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?

(b) On ajoute 3 boules bleues. Quelle est maintenant la probabilité de tirer une boule bleue ?

(c) On retire 2 boules rouges. Quelle est maintenant la probabilité de tirer une boule rouge ?

(d) On retire les 2 boules vertes. Quelle est maintenant la probabilité de tirer une boule rouge ?

(e) On ajoute 4 boules vertes. Quelle est maintenant la probabilité de tirer une boule verte ?

Ex. 43 ★★☆ **Quel stand choisir à la kermesse ?** — À la kermesse de Nantes, Inès hésite entre deux stands. Stand A : une roue à 12 secteurs égaux, dont 5 gagnants. Stand B : un sac de 8 jetons indiscernables, dont 3 gagnants.

(a) Calcule la probabilité de gagner au stand A.

(b) Calcule la probabilité de gagner au stand B.

(c) Écris ces deux probabilités avec le même dénominateur. À quel stand Inès a-t-elle intérêt à jouer ?

Ex. 43 (suite)

(d) Malo dit : « Le stand B est meilleur, il n'y a que 5 jetons perdants contre 7 secteurs perdants. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) On ajoute un jeton gagnant dans le sac du stand B. Quel stand est maintenant le plus avantageux ? Justifie.

Ex. 44 ★★☆ **Composer une urne à rebours** — À Rennes, Lina prépare une urne de 30 boules rouges, vertes et noires pour un jeu de société. On tirera une boule au hasard.

(a) Elle veut que $P(\text{rouge}) = \frac{3}{10}$. Combien de boules rouges doit-elle mettre ?

(b) Elle veut aussi que $P(\text{verte}) = 0{,}2$. Combien de boules vertes doit-elle mettre ?

(c) Toutes les autres boules sont noires. Calcule $P(\text{noire})$ en pourcentage.

(d) Son frère veut une autre urne de 30 boules où $P(\text{jaune}) = \frac{1}{4}$. Est-ce possible ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **Deux dés et un jeu de plateau** — Pour avancer sur un jeu de plateau, Noé lance deux dés équilibrés à 6 faces, un rouge et un bleu, et il ajoute les deux résultats.

(a) Construis le tableau à double entrée des sommes. Combien y a-t-il d'issues ?

(b) Noé affirme : « $P(\text{somme } 7) = \frac{3}{36}$, car $7 = 1+6 = 2+5 = 3+4$. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Quelle somme a la plus grande probabilité ? Justifie à l'aide du tableau.

(d) Compte les issues sans aucun 6, puis déduis-en la probabilité d'obtenir au moins un 6.

(e) Noé rejoue s'il fait un double. Calcule la probabilité de faire un double, puis celle de ne pas rejouer, en pourcentage arrondi à 0,1 %.

Ex. 46 ★★★ **Les deux roues de la fête foraine** — À la fête foraine de Lille, Mathis fait tourner deux roues, une verte et une orange. Chacune a 4 secteurs égaux numérotés de 1 à 4. Il multiplie les deux nombres obtenus.

(a) Complète le tableau à double entrée des produits (lignes : roue verte ; colonnes : roue orange). Combien y a-t-il d'issues ?

×	1	2	3	4
1	1			
2				
3				
4				16

(b) Hugo dit : « Il y a 9 produits différents, donc $P(\text{produit } 4) = \frac{1}{9}$. » Explique son erreur, puis calcule la bonne probabilité.

(c) Calcule la probabilité que le produit soit pair, en pourcentage.

Ex. 46 **(suite)**

(d) Mathis gagne une peluche si le produit est un multiple de 3 ou s'il est supérieur ou égal à 12. Calcule la probabilité qu'il gagne.

Ex. 47 ★★★ **Contraires ou incompatibles ? Une soirée cartes** — À Grenoble, Chloé tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes : 13 cœurs et 13 carreaux (rouges), 13 piques et 13 trèfles (noirs). Chaque couleur a 3 figures : valet, dame, roi. A : « tirer un cœur », B : « tirer une carte noire », C : « tirer une figure ».

(a) Calcule $P(A)$, $P(B)$ et $P(C)$.

(b) Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifie chaque réponse.

(c) Calcule $P(A \text{ ou } B)$.

(d) Léa écrit : $P(A \text{ ou } C) = \frac{1}{4} + \frac{3}{13}$. Explique son erreur, puis calcule $P(A \text{ ou } C)$ en comptant les issues.

(e) Décris par une phrase l'événement contraire de « A ou B », puis calcule sa probabilité.

Ex. 48 ★★★ **Le dé à 20 faces ou l'urne dorée ?** — À la fête de l'école de Toulouse, Sacha choisit un jeu. Jeu 1 : on lance un dé équilibré à 20 faces (1 à 20) ; on gagne avec un nombre premier. Jeu 2 : on tire au hasard une boule dans une urne de 4 boules dorées (gagnantes) et 5 blanches, indiscernables au toucher.

(a) Calcule la probabilité de gagner à chaque jeu, en fraction puis en pourcentage (arrondi à 0,1 % près si besoin).

(b) Quel jeu Sacha doit-il choisir ? Justifie par un calcul.

(c) Sacha joue 90 parties au jeu 2. Environ combien peut-il en gagner ? Il en gagne 37 : est-ce anormal ? Justifie.

(d) L'organisateur ajoute seulement des boules dorées dans l'urne de départ pour que $P(\text{dorée}) = \frac{2}{3}$. Combien doit-il en ajouter ?

(e) Peut-on obtenir $P(\text{dorée}) = \frac{2}{5}$ en retirant seulement des boules dorées de l'urne de départ ? Justifie.