48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels : calculer une probabilité, événement contraire*

À retenir : Équiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{favorables}}{\text{total}}$ (le total, pas les défavorables : 3 rouges sur 12 boules donnent $\frac{1}{4}$). $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$. Le contraire de « au moins 4 » est « au plus 3 ». On a toujours $0 \leq P \leq 1$.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : le dé à 12 faces** — Sacha lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. Donne chaque probabilité sous la forme demandée.

(a) Calcule la probabilité d'obtenir un nombre pair, en pourcentage.

(b) Calcule la probabilité d'obtenir un nombre premier, en fraction.

(c) Calcule la probabilité d'obtenir au plus 9, en décimal, en passant par l'événement contraire.

(d) Calcule la probabilité d'obtenir 13.

(e) Calcule la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 12.

(f) Calcule la probabilité de ne pas obtenir un multiple de 3, en fraction simplifiée.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : écrire et contrôler une probabilité** — Réponds à chaque question en justifiant brièvement.

(a) Écris 0,4 en fraction simplifiée, puis en pourcentage.

(b) Écris $\frac{7}{8}$ en décimal, puis en pourcentage.

(c) Range ces probabilités dans l'ordre croissant : 0,3 ; $\frac{7}{25}$; 31 %.

(d) On a $P(A) = 0{,}27$. Calcule $P(\overline{A})$ en pourcentage.

(e) On a $P(B) = \frac{5}{9}$. Calcule $P(\overline{B})$.

(f) Lina trouve $P(C) = \frac{8}{5}$ pour un tirage dans une urne. Ce résultat peut-il être juste ? Justifie.

(g) Vrai ou faux : « Un événement de probabilité 0,01 est impossible. » Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **L'urne d'Inès** — Une urne contient 30 boules indiscernables au toucher : 12 bleues, 11 jaunes et 7 noires. On tire une boule au hasard.

(a) Inès dit : « $P(\text{bleue}) = \frac{12}{18}$, car il y a 12 bleues et 18 autres boules. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Calcule la probabilité de ne pas tirer une boule noire.

Ex. 3 (suite)

(c) On ajoute 10 boules noires dans l'urne. La probabilité de tirer une bleue a-t-elle changé ? Justifie, en donnant la nouvelle probabilité en pourcentage.

(d) Après cet ajout, combien de boules jaunes faut-il encore ajouter pour que la probabilité de tirer une jaune soit égale à $\frac{1}{2}$?

Ex. 4 ★★☆ **Le sac de jetons de Mila** — Un sac contient 80 jetons indiscernables au toucher : des rouges, des verts et des blancs. On tire un jeton au hasard. On sait que $P(\text{rouge}) = \frac{11}{40}$ et $P(\text{vert}) = 0{,}45$.

(a) Combien y a-t-il de jetons rouges, de jetons verts et de jetons blancs dans le sac ?

(b) Calcule la probabilité de ne pas tirer un jeton vert, en fraction simplifiée.

(c) Calcule la probabilité de tirer un jeton blanc, en pourcentage.

(d) Mila propose un jeu : « Si le jeton est rouge, je gagne ; s'il est blanc, tu gagnes ; s'il est vert, on rejoue. » Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

Ex. 5 ★★☆ **Le jeu de 32 cartes d'Hugo** — Un jeu de 32 cartes compte 4 couleurs (cœur, carreau, pique, trèfle). Chaque couleur a 8 cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as. Cœur et carreau sont rouges. Les figures sont le valet, la dame et le roi. On tire une carte au hasard, faces cachées.

(a) Hugo dit : « Il y a deux issues, roi ou pas roi, donc $P(\text{roi}) = \frac{1}{2}$. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) Calcule la probabilité de ne pas tirer une figure noire (pique ou trèfle).

(c) Calcule la probabilité de tirer un as rouge, en décimal.

(d) Vrai ou faux : « Tirer un trèfle et ne pas tirer un trèfle ont la même probabilité. » Justifie.

Ex. 6 ★★★ **L'urne de Yanis à Brest** — Une urne contient 20 boules indiscernables au toucher : 8 rouges, 3 vertes, et les autres sont blanches. Yanis tire une boule au hasard.

(a) Calcule la probabilité de tirer une boule blanche. Donne-la en écriture décimale.

(b) Calcule la probabilité de ne pas tirer une boule rouge. Donne-la en fraction simplifiée, puis en pourcentage.

(c) Yanis veut que $P(\text{rouge}) = \frac{1}{4}$ en ajoutant seulement des boules vertes. Combien de boules vertes doit-il ajouter ?

Ex. 6 **(suite)**

(d) Après cet ajout, Yanis dit : « J'ai maintenant moins d'une chance sur deux de tirer une boule verte. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Le jeu de Noé et Clara à Annecy** — Noé et Clara lancent un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. Noé gagne si le résultat est au moins 6. Dans tous les autres cas, c'est Clara qui gagne.

(a) Calcule la probabilité que Noé gagne. Donne-la en fraction, en décimal, puis en pourcentage.

(b) Clara dit : « Le contraire de "obtenir au moins 6" est "obtenir au plus 6". » Corrige-la, puis calcule la probabilité de ce contraire.

(c) Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

(d) La règle devient : « Noé gagne si le résultat est au moins k ». Quel nombre k rend le jeu équitable ? Justifie.

(e) Clara écrit : « $P(\text{obtenir au plus 9}) = \frac{9}{8}$ ». Explique pourquoi c'est forcément faux, puis donne la bonne valeur.

Ex. 8 ★★★ **Le sachet de bonbons de Romane à Colmar** — Un sachet contient 40 bonbons indiscernables au toucher, à la fraise, au citron ou à la menthe. Romane en prend un au hasard. On sait que $P(\text{fraise}) = 0{,}1$ et $P(\text{citron}) = 25\,\%$.

(a) Combien y a-t-il de bonbons de chaque parfum dans le sachet ?

(b) Calcule la probabilité de prendre un bonbon à la menthe. Donne-la en fraction simplifiée, puis en pourcentage.

(c) Calcule la probabilité que le bonbon pris ne soit pas à la fraise, en écriture décimale.

(d) Romane mange 2 bonbons à la fraise et 3 à la menthe, puis en reprend un au hasard. Tom dit : « $P(\text{citron})$ n'a pas changé, il reste 10 citrons. » A-t-il raison ? Justifie.

2. *Événements « et », « ou », incompatibles*

À retenir : « A et B » : issues communes. « A ou B » : A, B ou les deux. Incompatibles (aucune issue commune) : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$; sinon, on compte une seule fois les issues communes. Contraire de « A ou B » : « ni A ni B ».

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : « et », « ou » avec un dé à 12 faces** — On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. A : « obtenir un nombre pair », B : « obtenir un multiple de 3 », C : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 10 ».

(a) Le résultat 12 réalise-t-il l'événement « A ou B » ? Justifie.

(b) Écris les issues de « A et B », puis calcule $P(A \text{ et } B)$.

Ex. 9 **(suite)**

(c) Écris les issues de « A ou B », puis calcule $P(A \text{ ou } B)$.

(d) Les événements B et C sont-ils incompatibles ? Justifie.

(e) Calcule $P(B \text{ ou } C)$ et donne le résultat en pourcentage.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : additionner ou pas ?** — Dans chaque cas, réponds en justifiant.

(a) Une urne contient 40 jetons indiscernables au toucher : 12 verts, 18 jaunes et 10 violets. On en tire un. Calcule $P(\text{vert ou violet})$ en décimal.

(b) Dans une expérience aléatoire, $P(A) = 0{,}45$ et $P(B) = 0{,}7$. Les événements A et B peuvent-ils être incompatibles ?

(c) A et B sont incompatibles, avec $P(A) = 35\,\%$ et $P(B) = 40\,\%$. Calcule $P(A \text{ ou } B)$, puis la probabilité de « ni A ni B ».

(d) On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. Calcule $P(\text{obtenir 8 ou un nombre impair})$.

Ex. 11 ★☆☆ **L'association sportive** — On tire au sort un élève parmi les 200 inscrits à l'association sportive d'un collège de Quimper. Chaque élève pratique une seule activité.

	Badminton	**Escalade**	**Handball**	**Total**
Filles	36	24	30	90
Garçons	44	26	40	110
Total	80	50	70	200

(a) Calcule la probabilité que l'élève fasse de l'escalade. Donne le résultat en décimal.

(b) Calcule la probabilité que l'élève soit une fille et fasse du badminton. Donne le résultat en pourcentage.

(c) Calcule la probabilité que l'élève soit un garçon ou fasse de l'escalade.

(d) Calcule la probabilité que l'élève soit un garçon qui ne fait pas de badminton. Donne le résultat en pourcentage.

(e) Les événements « badminton » et « escalade » sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifie.

Ex. 12 ★★☆ **Un jeu de 32 cartes** — Un jeu de 32 cartes compte 4 couleurs de 8 cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as). Cœur et carreau sont rouges, pique et trèfle sont noirs. Les figures sont le valet, la dame et le roi. On tire une carte au hasard.

(a) Calcule la probabilité de tirer une figure noire, c'est-à-dire une carte noire et une figure.

(b) Calcule la probabilité de tirer un as ou une carte rouge.

(c) Léna écrit : $P(\text{figure ou cœur}) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} = \frac{5}{8}$. A-t-elle raison ? Justifie et corrige si besoin.

Ex. 12 (suite)

(d) Les événements « tirer un 7 » et « tirer un 8 » sont-ils incompatibles ? Justifie, puis calcule $P(7 \text{ ou } 8)$ en pourcentage.

Ex. 13 ★★☆ **Vélo ou voiture ?** — On a interrogé 240 habitants de Colmar sur leurs moyens de transport. On tire au sort un de ces habitants.

	Voiture	Pas de voiture	Total
Vélo	84		132
Pas de vélo			
Total	150		240

(a) Complète le tableau.

(b) Calcule la probabilité que l'habitant ait un vélo et une voiture. Donne le résultat en décimal.

(c) Un article affirme : « Plus de 80 % des habitants interrogés ont un vélo ou une voiture. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Décris par une phrase l'événement contraire de « avoir un vélo ou une voiture », puis calcule sa probabilité.

Ex. 14 ★★★ **As, piques et figures** — Un jeu de 52 cartes compte 4 couleurs de 13 cartes (as, 2 à 10, valet, dame, roi) : cœur, carreau, pique et trèfle. Les figures sont le valet, la dame et le roi. Inès tire une carte au hasard. On note A : « tirer un as », Q : « tirer un pique », F : « tirer une figure ».

(a) L'as de pique réalise-t-il l'événement « A ou Q » ? Justifie.

(b) Noé écrit : « $P(A \text{ ou } Q) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} = \frac{17}{52}$ ». Explique son erreur, puis calcule la bonne probabilité.

(c) Décris par une phrase l'événement contraire de « A ou Q », puis calcule sa probabilité.

(d) Les événements A et F sont-ils incompatibles ? Sont-ils contraires ? Justifie.

(e) Calcule la probabilité de tirer un as, une figure ou un pique.

Ex. 15 ★★★ **Cantine et musique** — Les 160 élèves de 4e et de 3e d'un collège de Montauban sont demi-pensionnaires ou externes, et jouent ou non d'un instrument. On tire un élève au sort. On note D : « l'élève est demi-pensionnaire » et M : « l'élève est musicien ». On sait que $P(D) = 0{,}75$, que $P(M) = 25\,\%$ et que $P(D \text{ et } M) = \frac{3}{20}$.

	Demi-pensionnaire	Externe	Total
Musicien			
Non musicien			
Total			160

(a) Complète le tableau en utilisant les trois probabilités données.

(b) Calcule la probabilité que l'élève soit externe et non musicien. Donne le résultat en pourcentage.

Ex. 15 (suite)

(c) Mila affirme : « $P(D) + P(M) = 0{,}75 + 0{,}25 = 1$, donc on est sûr de tirer un demi-pensionnaire ou un musicien. » A-t-elle raison ? Justifie et donne $P(D \text{ ou } M)$ en décimal.

(d) Le nombre total d'élèves ne change pas. Combien d'externes non musiciens devraient se mettre à la musique pour que $P(M) = 30\,\%$?

Ex. 16 ★★★ **Le dé truqué de Ben** — Ben a truqué un dé à 6 faces. Le tableau donne la probabilité d'obtenir chaque face. On lance ce dé une fois. On note A : « obtenir un nombre pair » et B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ».

Face	Probabilité
1	0,1
2	0,15
3	0,2
4	0,1
5	0,25
6	0,2

(a) Calcule $P(A)$ et $P(B)$.

(b) Écris les issues de « A et B » et de « A ou B », puis calcule leurs probabilités.

(c) Jade affirme : « Obtenir 1 et obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 sont incompatibles, donc ce sont des événements contraires. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Calcule de deux façons la probabilité de l'événement « ni A ni B ». Donne le résultat en pourcentage.

(e) Vrai ou faux : « Un événement C de probabilité 0,5 peut être incompatible avec B. » Justifie.

3. *Issues non équiprobables, fréquence et simulation*

À retenir : Sans équiprobabilité, $P(A)$ = somme des probabilités de ses issues ; roue : angle ÷ 360° ($\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$). Sur beaucoup d'essais, fréquence ≈ probabilité ; sur peu d'essais, elle fluctue. Le hasard n'a pas de mémoire.

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes — une roue à secteurs inégaux** — À la fête de Brest, une roue de loterie a quatre secteurs : jaune de 150°, orange de 120°, violet de 54° et gris. Chaque point de la roue a la même chance de s'arrêter devant le repère.

(a) Calcule l'angle du secteur gris.

(b) Calcule $P(\text{jaune})$ sous forme de fraction simplifiée.

(c) Calcule $P(\text{violet})$ sous forme décimale.

(d) Calcule $P(\text{gris})$ en pourcentage.

(e) On note J l'événement « obtenir jaune ». Calcule $P(\overline{J})$.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes — un dé à 4 faces truqué** — Un dé à 4 faces, numérotées de 1 à 4, est truqué. Le tableau donne la probabilité de chaque face, sauf une.

Face	1	2	3	4
Probabilité	$\frac{1}{5}$	0,35	15 %	

(a) Calcule la probabilité d'obtenir la face 4, sous forme décimale.

(b) Range les quatre faces de la moins probable à la plus probable.

(c) Yanis dit : « 2 faces paires sur 4, donc $P(\text{pair}) = \frac{1}{2}$ ». Calcule la vraie probabilité d'obtenir un nombre pair, en pourcentage.

(d) Calcule la probabilité d'obtenir au moins 2, sous forme de fraction simplifiée.

Ex. 19 ★☆☆ **Automatismes — fréquence, tableur et hasard** — Réponds à chaque question en justifiant.

(a) On lance une punaise 250 fois ; elle tombe 95 fois sur le dos. Donne la fréquence de « sur le dos » en décimal puis en pourcentage.

(b) Avec cette fréquence, combien de fois environ la punaise tombera-t-elle sur le dos sur 1 500 lancers ?

(c) Pour simuler un dé équilibré à 8 faces, Léo écrit =ALEA.ENTRE.BORNES(1;9). Explique son erreur et corrige la formule.

(d) Avec un dé équilibré à 6 faces, Maëlle n'a eu aucun 6 en 15 lancers. Elle pense que le 6 a plus de chances de sortir au lancer suivant. A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Sacha lance 25 fois un dé équilibré à 6 faces et obtient 9 fois le 1. Il en déduit que $P(1) = 0{,}36$. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 20 ★★☆ **Une urne mystère simulée** — Une urne contient 10 boules rouges ou blanches, indiscernables au toucher. Hugo ne connaît pas leur répartition. Un logiciel simule des tirages d'une boule avec remise et compte les rouges.

Nombre de tirages	20	200	2 000	20 000
Nombre de rouges	9	74	612	6 018
Fréquence des rouges				

(a) Complète la ligne des fréquences, en écriture décimale exacte.

(b) Pourquoi la fréquence n'est-elle pas la même sur 20 et sur 200 tirages ?

(c) Quelle colonne donne la meilleure estimation de $P(\text{rouge})$? Donne cette estimation arrondie au dixième et justifie.

(d) Combien de boules rouges l'urne contient-elle probablement ? Justifie.

Ex. 20 (suite)

(e) Combien de rouges peut-on attendre sur 500 nouveaux tirages ? Ce nombre est-il garanti ?

Ex. 21 ★★☆ **La roue de la kermesse** — À la kermesse de Colmar, une roue a trois secteurs : A de 160°, B de 110° et C de 90°. Chaque point de la roue a la même chance de s'arrêter devant le repère. Zoé gagne si la roue s'arrête sur A, Paul gagne si elle s'arrête sur B ou sur C.

(a) Zoé dit : « Il y a trois secteurs, donc j'ai une chance sur trois de gagner. » Corrige son erreur en calculant sa probabilité de gagner.

(b) Calcule la probabilité que Paul gagne.

(c) Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

(d) On agrandit A et on réduit seulement C pour rendre le jeu équitable. Donne les nouveaux angles de A et de C.

Ex. 22 ★★★ **Le dé à 8 faces truqué d'Inès** — À Nantes, Inès joue avec un dé à 8 faces, numérotées de 1 à 8. Ce dé est truqué : les faces 1 à 7 ont toutes la même probabilité, et la face 8 a une probabilité de 0,3.

(a) Calcule la probabilité d'obtenir la face 3, sous forme décimale.

(b) Calcule la probabilité d'obtenir un nombre pair. Donne-la en pourcentage.

(c) Inès dit : « 4 faces sur 8 portent un nombre premier (2, 3, 5 et 7), donc j'ai une chance sur deux d'en obtenir un. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Inès va lancer le dé 600 fois. Combien de fois peut-elle s'attendre à obtenir le 8 ? Est-ce certain ? Justifie.

Ex. 23 ★★★ **Malik simule un dé à 12 faces** — À Poitiers, Malik veut simuler au tableur un dé équilibré à 12 faces, numérotées de 1 à 12. Il s'intéresse à l'événement M : « obtenir un multiple de 4 ». Le tableau donne les résultats de quatre simulations de tailles différentes.

Nombre de lancers	30	300	3 000	30 000
Nombre de multiples de 4	12	68	771	7 479

(a) Malik tape d'abord =ALEA.ENTRE.BORNES(0;12). Explique pourquoi cette formule ne simule pas le dé, puis corrige-la.

(b) Calcule $P(M)$ sous forme de fraction simplifiée.

(c) Léa calcule la fréquence de M sur 30 lancers et dit : « Elle est trop loin de $P(M)$, donc la formule est fausse. » Calcule cette fréquence, puis corrige Léa.

(d) Calcule la fréquence de M sur 30 000 lancers. Explique pourquoi on pouvait s'attendre à ce qu'elle soit proche de $P(M)$.

(e) Malik relance une simulation de 300 lancers. Obtiendra-t-il de nouveau 68 multiples de 4 ? Justifie.

Ex. 24 ★★★ **La roue aux angles cachés** — À Annecy, une roue de loterie a trois secteurs : rouge de 126°, bleu et vert. Ben ne connaît pas les angles du bleu et du vert, mais il sait que chaque angle est un multiple de 18°. Chaque point de la roue a la même chance de s'arrêter devant le repère. Ben fait tourner la roue 4 000 fois : le vert sort 994 fois.

(a) Calcule la probabilité d'obtenir rouge. Donne-la en pourcentage.

(b) Calcule la fréquence du vert sur les 4 000 tours. Explique pourquoi on peut l'utiliser pour estimer $P(\text{vert})$.

(c) Déduis-en l'angle du secteur vert (multiple de 18°), puis celui du secteur bleu.

(d) Calcule la probabilité d'obtenir bleu, en fraction simplifiée.

(e) Après quatre « bleu » de suite, Chloé dit : « Le bleu ne peut pas sortir une cinquième fois, le hasard doit se rattraper. » Corrige-la.

4. *Deux épreuves : tableau à double entrée*

À retenir : Issue = couple : lignes = 1re épreuve, colonnes = 2de ; nombre de cases = produit ($4 \times 4 = 16$), pas somme. $(1;3)$ et $(3;1)$ sont deux cases. Objets de même couleur : numérote-les (R1, R2). « Au moins un » : compte le contraire.

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : compter les cases** — Toutes les pièces, tous les dés et toutes les roues sont équilibrés. Réponds à chaque question en justifiant.

(a) On lance une pièce puis un dé à 6 faces. Combien de cases compte le tableau à double entrée ?

(b) On lance deux fois le même dé équilibré. La probabilité d'obtenir le couple $(1;1)$ vaut $\frac{1}{144}$. Combien de faces ce dé a-t-il ? Justifie.

(c) On lance un dé à 20 faces puis un dé à 4 faces. Calcule la probabilité d'obtenir le couple $(13;2)$, en fraction puis en pourcentage.

(d) Une roue a 3 secteurs égaux numérotés 1, 2 et 3. On la fait tourner deux fois et on note le plus grand des deux nombres. Calcule la probabilité que ce nombre soit 3.

(e) On tourne deux fois une roue à 3 secteurs égaux numérotés 1, 2 et 3. Lucie dit : « Les cas sont $\{1\ ;\ 1\}$, $\{2\ ;\ 2\}$, $\{3\ ;\ 3\}$, $\{1\ ;\ 2\}$, $\{1\ ;\ 3\}$ et $\{2\ ;\ 3\}$, donc $P(\text{même numéro}) = \frac{3}{6}$. » Corrige son erreur.

(f) On lance une pièce puis un dé à 6 faces. Calcule, en écriture décimale, la probabilité d'obtenir Face et un nombre pair.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : somme de deux dés à 4 faces** — On lance deux dés équilibrés à 4 faces (numérotées de 1 à 4), un vert puis un jaune, et on additionne les deux nombres. Les lignes du tableau donnent le dé vert, les colonnes le dé jaune.

	1	**2**	**3**	**4**
1	2	3	4	5
2	3			
3				
4			7	8

(a) Complète le tableau des sommes.

(b) Calcule la probabilité que la somme vaille 5.

(c) Calcule la probabilité que la somme soit supérieure ou égale à 7. Donne-la en pourcentage.

(d) Yanis affirme : « Une somme égale à 3 s'obtient seulement avec $1 + 2$, donc une seule case est favorable. » Corrige son erreur, puis calcule la probabilité que la somme vaille 3.

(e) Calcule, en écriture décimale, la probabilité que la somme soit un nombre premier.

Ex. 27 ★★☆ **Pièce puis dé : le jeu du produit** — À la fête d'Annecy, on lance une pièce équilibrée (Pile vaut 1 point, Face vaut 2 points), puis un dé équilibré à 4 faces numérotées de 1 à 4. Le score est le produit des deux nombres.

	1	**2**	**3**	**4**
P				
F				

(a) Combien y a-t-il d'issues ? Complète le tableau des scores.

(b) Calcule la probabilité d'obtenir un score supérieur ou égal à 4.

(c) Rayan gagne si le score est pair, Lina s'il est impair. Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

(d) Donne la probabilité de chaque score possible, puis vérifie que leur somme vaut 1.

Ex. 28 ★★☆ **Numéroter les boules de même couleur** — Une urne contient 3 boules rouges et 1 boule verte, indiscernables au toucher. On tire une boule, on note sa couleur, on la remet, puis on en tire une seconde (tirage avec remise). On numérote les boules R1, R2, R3 et V.

	R1	**R2**	**R3**	**V**
R1				
R2				
R3				
V				

(a) Complète le tableau à double entrée en écrivant les couples (lignes : 1er tirage, colonnes : 2d tirage).

(b) Adam dit : « Il y a 3 issues : deux rouges, une de chaque, deux vertes ; Donc $P(\text{deux vertes}) = \frac{1}{3}$. » Corrige son erreur.

(c) Calcule, en écriture décimale, la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

(d) Calcule la probabilité de tirer au moins une boule verte, en passant par l'événement contraire.

Ex. 29 ★★☆ **L'écart entre deux dés** — À Rennes, Ben et Sacha lancent deux dés équilibrés à 6 faces, un blanc puis un noir. L'écart est le plus grand nombre moins le plus petit (0 pour un double). Imagine le tableau à double entrée : lignes pour le dé blanc, colonnes pour le dé noir.

(a) Combien de cases compte ce tableau ?

(b) Calcule la probabilité que l'écart vaille 1.

(c) Calcule la probabilité que l'écart soit supérieur ou égal à 4.

(d) Ben gagne si l'écart vaut au plus 1, Sacha s'il vaut au moins 2. Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

Ex. 30 ★★★ **Deux dés à 8 faces : le défi de Lille** — À Lille, Inès lance deux dés équilibrés à 8 faces numérotées de 1 à 8 : un orange, puis un violet. Imagine le tableau à double entrée : les lignes donnent le dé orange et les colonnes le dé violet.

(a) Malo affirme : « Il y a $8 + 8 = 16$ issues. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) On note A l'événement « obtenir au moins un 8 ». Compte ses cases favorables à l'aide de la dernière ligne et de la dernière colonne, puis calcule $P(A)$.

(c) Calcule $P(A)$ d'une autre façon, en passant par l'événement contraire $\overline{A}$. Donne ensuite $P(A)$ en pourcentage arrondi au dixième.

(d) Malo affirme : « La probabilité d'obtenir un 3 et un 5 vaut $\frac{1}{64}$. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Inès gagne si la somme des deux nombres vaut au moins 13. Malo gagne si le plus grand des deux nombres vaut au plus 3. Ce jeu est-il équitable ? Justifie.

Ex. 31 ★★★ **La tombola de Brest : sans remise** — À Brest, une boîte contient 4 tickets indiscernables au toucher : 2 gagnants, numérotés G_1 et G_2, et 2 perdants, numérotés P_1 et P_2. Zoé tire un ticket et le garde. Hugo tire ensuite un ticket parmi ceux qui restent. Les lignes donnent le ticket de Zoé, les colonnes celui de Hugo.

	G_1	G_2	P_1	P_2
G_1				
G_2				
P_1				
P_2				

(a) Complète le tableau en écrivant chaque couple possible et en barrant les cases impossibles. Combien y a-t-il d'issues ?

(b) Hugo affirme : « Zoé a déjà pris un ticket, donc j'ai moins de chances qu'elle de tirer un ticket gagnant. » A-t-il raison ? Justifie avec le tableau.

(c) Léa affirme : « Il n'y a que trois résultats possibles : deux gagnants, un seul gagnant ou aucun gagnant. Chacun a donc la probabilité $\frac{1}{3}$. » A-t-elle raison ? Justifie et vérifie que tes probabilités ont pour total 1.

(d) Cette fois, Zoé remet son ticket dans la boîte avant que Hugo tire le sien (avec remise). Combien y a-t-il d'issues ? Calcule la probabilité d'obtenir deux tickets gagnants, en pourcentage.

(e) Avec remise, calcule la probabilité d'obtenir au moins un ticket gagnant en passant par l'événement contraire. Est-elle plus grande ou plus petite que sans remise ? Justifie.

Ex. 32 ★★★ **Le nombre mystère de la kermesse** — À la kermesse de Toulouse, on fait tourner une roue équilibrée à 3 secteurs de même taille, numérotés 1, 2 et 3. On lance ensuite un dé équilibré à 4 faces numérotées de 1 à 4. On forme un nombre à deux chiffres : la roue donne le chiffre des dizaines, le dé celui des unités. Les lignes donnent la roue, les colonnes le dé.

	1	**2**	**3**	**4**
1				
2				
3				

(a) Complète le tableau avec les nombres obtenus. Combien y a-t-il d'issues ?

(b) Calcule la probabilité que le nombre soit pair, en pourcentage. Calcule ensuite la probabilité qu'il soit un multiple de 3.

(c) Nina affirme : « $P(\text{pair ou multiple de 3}) = P(\text{pair}) + P(\text{multiple de 3})$. » A-t-elle raison ? Calcule cette probabilité.

Ex. 32 **(suite)**

(d) Tom affirme : « Obtenir 23 a la même probabilité qu'obtenir un nombre écrit avec les chiffres 2 et 3. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Le stand offre un lot si le nombre est supérieur ou égal à 22. Combien de lots le forain doit-il prévoir environ pour 600 parties ? Justifie.

5. *Deux épreuves : arbre, avec ou sans remise (complément)*

À retenir : Complément (hors programme de 3e) : on multiplie le long d'un chemin et on additionne les chemins. Les branches qui partent d'un même point ont une somme égale à 1. Sans remise, il reste un objet de moins : $\frac{3}{6} \times \frac{2}{5}$.

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : branches et chemins** — Complément (hors programme de 3e). Tu calcules sans dessiner d'arbre. Donne chaque résultat sous la forme demandée, simplifié.

(a) Deux branches partent d'un même point. L'une porte $\frac{2}{7}$. Quelle probabilité porte l'autre ?

(b) Trois branches partent d'un même point. Deux d'entre elles portent 0,3 et 0,45. Quelle probabilité porte la troisième ?

(c) Un chemin passe par une branche $\frac{2}{3}$, puis par une branche $\frac{3}{8}$. Quelle est la probabilité de ce chemin ?

(d) Un chemin passe par une branche 0,6, puis par une branche 0,5. Donne sa probabilité en pourcentage.

(e) Un événement est formé de deux chemins, de probabilités $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{4}$. Quelle est la probabilité de cet événement ?

(f) Un arbre a quatre chemins. Trois d'entre eux ont pour probabilités $\frac{9}{20}$, $\frac{3}{20}$ et $\frac{3}{20}$. Quelle est la probabilité du quatrième ?

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : avec ou sans remise, la seconde branche** — Complément (hors programme de 3e). Une urne contient 7 jetons indiscernables au toucher : 3 verts (V) et 4 jaunes (J). On tire un jeton au hasard, puis un second.

(a) Avec remise, le premier jeton est vert. Quelle est la probabilité que le second soit vert ?

(b) Sans remise, le premier jeton est vert. Combien reste-t-il de jetons dans l'urne, et combien de verts ?

(c) Sans remise, le premier jeton est vert. Quelle est la probabilité que le second soit vert ?

(d) Sans remise, le premier jeton est jaune. Écris les deux branches qui partent de J, puis vérifie leur somme.

(e) Avec remise, calcule $P(\text{V puis V})$.

(f) Sans remise, calcule $P(\text{J puis J})$.

Ex. 35 ★★☆ **Un arbre décrit en texte, sans remise** — Complément (hors programme de 3e). Lucas a 6 cartes de même dos, retournées et mélangées : 2 portent un cœur (C) et 4 un pique (P). Il tire une carte au hasard, la garde, puis il en tire une seconde.

Chemin	C puis C	C puis P	P puis C	P puis P
Probabilité				

(a) Décris l'arbre en texte : donne les branches qui partent de la racine, puis celles qui partent de C et celles qui partent de P.

(b) Complète le tableau avec la probabilité de chaque chemin, sous forme de fraction simplifiée.

(c) Fais le contrôle : calcule la somme des probabilités des quatre chemins.

(d) En utilisant l'événement contraire, calcule la probabilité que Lucas obtienne au moins un cœur.

Ex. 36 ★★☆ **Erreurs d'élèves : un bonbon de chaque parfum** — Complément (hors programme de 3e). Un sachet contient 8 bonbons indiscernables au toucher : 5 à la fraise (F) et 3 au citron (C). Noé en prend un au hasard et le mange, puis il en prend un second.

(a) Clara écrit : $P(\text{F puis C}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8}$. Quelle est son erreur ? Corrige son calcul.

(b) Calcule $P(\text{C puis F})$.

(c) Pour l'événement « un bonbon de chaque parfum », Hugo multiplie les probabilités des deux chemins. A-t-il raison ? Justifie et donne la bonne probabilité.

(d) On numérote les bonbons. Combien y a-t-il de couples possibles sans remise ? Combien sont formés de deux parfums différents ? Retrouve ainsi la probabilité de la question précédente.

Ex. 37 ★★☆ **Retrouver le contenu d'une urne** — Complément (hors programme de 3e). À la kermesse de Rodez, une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : des noires (N) et des blanches (B). On tire une boule au hasard, on la remet, puis on en tire une seconde. La probabilité d'obtenir deux noires est 0,49.

(a) Avec remise, les deux branches N ont la même probabilité p, et $p \times p = 0{,}49$. Trouve p, puis le nombre de boules noires.

(b) Calcule la probabilité d'obtenir deux boules blanches. Donne-la en pourcentage.

(c) Calcule la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur. Fais ensuite le contrôle avec la somme des chemins.

(d) Inès affirme : « Sans remise, la probabilité d'obtenir deux noires reste 0,49. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 38 ★★★ **Avec ou sans remise : le jeu du forain** — Complément (hors programme de 3e). À la fête foraine d'Annecy, une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : 6 orange (O) et 3 grises (G). Mathis tire une boule au hasard, note sa couleur, puis en tire une seconde. Il gagne si les deux boules ont la même couleur. Sinon, c'est le forain qui gagne.

(a) Avec remise, calcule la probabilité que Mathis gagne. Donne le résultat sous forme de fraction simplifiée.

(b) Avec remise, Jade écrit : $P(\text{une boule de chaque couleur}) = \frac{6}{9} \times \frac{3}{9}$. Corrige son erreur. Puis contrôle ton résultat avec celui de la question précédente.

(c) Sans remise, quelles probabilités portent les branches qui partent de O ? Et celles qui partent de G ? Calcule ensuite la probabilité que Mathis gagne.

(d) Le forain affirme : « Que l'on remette la boule ou non, mon jeu est équitable. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Sans remise, on numérote les 9 boules. Combien y a-t-il de couples possibles ? Combien sont formés de deux boules de même couleur ? Retrouve la probabilité que Mathis gagne sans remise.

Ex. 39 ★★★ **Une roue, puis une urne** — Complément (hors programme de 3e). À la fête de quartier de Saint-Malo, Yanis fait tourner une roue dont l'aiguille s'arrête au hasard. Le secteur jaune mesure 144°, le reste de la roue est bleu. Sur jaune, il tire une boule au hasard dans l'urne J : 3 gagnantes (G) et 2 perdantes (P). Sur bleu, il tire dans l'urne K : 1 gagnante et 4 perdantes. Les boules sont indiscernables au toucher.

(a) Quelle est la probabilité que l'aiguille s'arrête sur le bleu ? Donne-la en décimal, puis en pourcentage.

(b) Décris l'arbre en texte : les branches qui partent de la racine, puis celles qui partent de chaque couleur, avec leurs probabilités en décimal. Vérifie chaque somme.

(c) Yanis calcule : $P(\text{gagner}) = 0{,}24 \times 0{,}12 = 0{,}0288$. Explique son erreur. Puis donne $P(\text{gagner})$ en pourcentage.

(d) Combien de boules gagnantes faut-il ajouter dans l'urne K pour que la probabilité de gagner soit de 44 % ? Justifie.

(e) Les urnes reprennent leur contenu de départ. Sur 250 parties, combien de parties gagnées peut-on attendre ?

Ex. 40 ★★★ **Un code à deux chiffres, avec ou sans remise** — Complément (hors programme de 3e). Dans un escape game à Colmar, un sac contient 6 jetons indiscernables au toucher, numérotés de 1 à 6. Lou tire un jeton au hasard : son numéro donne le chiffre des dizaines. Elle tire ensuite un second jeton : son numéro donne le chiffre des unités. Elle forme ainsi un code : un nombre à deux chiffres.

(a) Combien de nombres différents Lou peut-elle former sans remise ? Et avec remise ? Explique la différence.

Ex. 40 (suite)

(b) Sans remise, Sam dit : « Si le premier jeton est impair, la probabilité que le second soit pair est $\frac{3}{6}$. » Corrige-le. Puis calcule la probabilité que le nombre soit pair.

(c) Calcule la probabilité que les deux chiffres soient supérieurs à 4, sans remise puis avec remise. « On trouve la même chose », dit Sam. Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Sans remise, calcule la probabilité que le code contienne au moins un 6 en passant par l'événement contraire. Vérifie ensuite en comptant les couples.

(e) Lou gagne si le code contient au moins un 6. A-t-elle intérêt à jouer avec remise ou sans remise ? Justifie par un calcul.

6. *Exercices type brevet*

À retenir : Deux épreuves : tableau à double entrée, nombre de cases = produit ($4 \times 3 = 12$), et $(1;2)$, $(2;1)$ sont deux cases. « Au moins un » : $1 - P(\text{aucun})$. Jeu équitable : mêmes probabilités. Une fréquence approche la probabilité sans l'égaler.

Ex. 41 ★★☆ **Automatismes : une urne qui change** — Une urne contient 7 boules vertes, 5 boules jaunes et 8 boules noires, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Chaque question part de cette urne de départ.

(a) Calcule la probabilité de tirer une boule jaune, en fraction simplifiée.

(b) Calcule la probabilité de tirer une boule verte, en écriture décimale.

(c) Calcule la probabilité de ne pas tirer une boule noire, en pourcentage.

(d) Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? Comment appelle-t-on cet événement ?

(e) On ajoute 4 boules jaunes dans l'urne. Calcule la nouvelle probabilité de tirer une boule jaune.

(f) On retire 3 boules noires de l'urne. Calcule la nouvelle probabilité de tirer une boule verte.

Ex. 42 ★★☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Pour chaque affirmation, réponds « vrai » ou « faux » et justifie par un calcul ou un argument.

(a) On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. La probabilité d'obtenir un nombre premier est $\frac{1}{2}$.

(b) Si $P(A) = 0{,}28$, alors $P(\overline{A}) = 72\,\%$.

(c) On lance deux fois une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir une fois pile et une fois face est $\frac{1}{3}$.

(d) On lance deux dés équilibrés à 4 faces. Cette expérience a $4 + 4 = 8$ issues.

(e) Pierre a obtenu 5 fois face de suite avec une pièce équilibrée. Au 6e lancer, pile a plus d'une chance sur deux de sortir.

Ex. 42 **(suite)**

(f) On lance deux dés équilibrés à 4 faces, un vert et un blanc. La probabilité d'obtenir un double est $\frac{1}{4}$.

Ex. 43 ★★☆ **Un dé, une urne, deux joueurs** — On lance un dé équilibré à 4 faces (1 à 4), puis on tire une boule dans une urne de 3 boules indiscernables au toucher, numérotées 1, 2 et 3. On note la somme. Lignes : dé ; colonnes : urne.

+	**1**	**2**	**3**
1	2		4
2		4	
3	4		6
4		6	7

(a) Complète le tableau à double entrée.

(b) Combien cette expérience a-t-elle d'issues ? Justifie par un calcul.

(c) Calcule la probabilité que la somme soit égale à 5.

(d) Calcule la probabilité que la somme soit au moins égale à 3, en passant par l'événement contraire.

(e) Lina gagne si la somme est un multiple de 3, Malo si elle est paire. Qui a le plus de chances de gagner ? Justifie.

Ex. 44 ★★☆ **La roue de la kermesse de Vannes** — Une roue de loterie a trois secteurs : rouge (150°), bleu (90°) et vert (120°). Pour la simuler au tableur, Zoé tape =ALEA.ENTRE.BORNES(1;12) : 1 à 5 donne rouge, 6 à 8 bleu, 9 à 12 vert. Sur 800 simulations, elle obtient :

Couleur	**rouge**	**bleu**	**vert**
Effectif	344	188	268

(a) Justifie que la formule de Zoé simule bien la roue, en comparant les probabilités de chaque couleur.

(b) Calcule la fréquence de vert dans la simulation, en écriture décimale, puis compare-la à la probabilité de vert.

(c) Donne la probabilité de bleu en pourcentage, puis le nombre de bleus attendu sur 800 lancers.

(d) Zoé affirme : « La probabilité d'obtenir rouge est 0,43. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **Le sac de billes de Théo** — Le sac de Théo contient 8 billes rouges ou vertes, indiscernables au toucher. La probabilité de tirer une bille verte est $\frac{1}{4}$.

(a) Combien le sac contient-il de billes vertes ?

(b) Calcule la probabilité de tirer une bille rouge, en pourcentage.

(c) Théo tire une bille, la remet, puis en tire une seconde. Les billes sont numérotées. Combien de cases a le tableau à double entrée ?

(d) Calcule la probabilité de tirer deux billes vertes.

Ex. 45 **(suite)**

(e) Déduis-en la probabilité de tirer au moins une bille rouge.

Ex. 46 ★★★ **Deux tirages avec remise chez Elsa** — Une urne contient 4 boules indiscernables au toucher : 2 rouges (R1 et R2), 1 verte (V) et 1 bleue (B). Elsa tire une boule, note sa couleur, la remet dans l'urne, puis tire une seconde boule. Dans le tableau, les lignes donnent le premier tirage, les colonnes le second, et chaque case le nombre de boules rouges obtenues.

	R1	**R2**	**V**	**B**
R1	2	2		
R2				
V	1			
B				

(a) Pour commencer, Elsa ne fait qu'un seul tirage. Calcule la probabilité qu'elle tire une boule rouge, puis la probabilité qu'elle ne tire pas la boule verte.

(b) Complète le tableau à double entrée.

(c) Calcule la probabilité qu'Elsa tire deux boules de la même couleur. Donne le résultat en pourcentage.

(d) Kenza affirme : « Il y a trois résultats possibles, 0, 1 ou 2 boules rouges, donc la probabilité d'obtenir exactement une boule rouge est $\frac{1}{3}$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(e) En passant par l'événement contraire, calcule la probabilité qu'Elsa obtienne au moins une boule rouge. Donne le résultat en écriture décimale.

Ex. 47 ★★★ **La tombola du club de handball de Colmar** — Une urne contient 40 boules rouges, blanches ou jaunes, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. La probabilité de tirer une rouge est 30 % et celle de tirer une blanche est $\frac{1}{8}$. Hugo gagne si la boule est rouge, Maëlys gagne si elle est jaune.

(a) Combien l'urne contient-elle de boules de chaque couleur ?

(b) Hugo et Maëlys ont-ils autant de chances de gagner ? Justifie par le calcul des deux probabilités.

(c) Combien de boules jaunes faut-il retirer de l'urne de départ pour que Hugo et Maëlys aient autant de chances de gagner ? Donne alors la probabilité de gagner de chacun.

(d) On repart de l'urne de départ. Combien de boules rouges faut-il ajouter pour que la probabilité de tirer une rouge soit égale à 0,5 ?

(e) Lucas affirme : « Après l'ajout de la question précédente, la probabilité de tirer une blanche vaut toujours $\frac{1}{8}$, puisqu'on n'a pas touché aux blanches. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le jeu de l'écart** — Sacha et Romane lancent deux dés équilibrés à 6 faces, un rouge et un bleu. L'écart est le plus grand nombre moins le plus petit (0 pour un double). Sacha gagne si l'écart vaut 0 ou 1, Romane gagne sinon. Romane simule 500 parties au tableur : =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) en colonnes A et B, l'écart en colonne C.

Écart	0 ou 1	2 ou plus	Total
Nombre de parties	212	288	500

(a) Calcule la fréquence des parties gagnées par Sacha dans cette simulation, en écriture décimale.

(b) Imagine le tableau à double entrée des issues (lignes : dé rouge, colonnes : dé bleu). Calcule la probabilité que Sacha gagne, puis compare-la à sa fréquence de victoire.

(c) Romane dit : « Sacha a perdu plus souvent que prévu, donc aux prochaines parties il va gagner plus souvent, pour rattraper. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Les deux amis jouent 9 000 parties. Combien de parties Romane peut-elle s'attendre à gagner ?

(e) Sacha propose de gagner aussi quand l'écart vaut 5. Le jeu devient-il équitable ? Justifie.