Probabilités : événements, réunion, intersection – exercices

Mathématiques – Seconde

Probabilités conditionnelles · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $\text{Card}(A) \div \text{Card}(\Omega)$ seulement si les issues sont **équiprobables** (pas pour la somme de deux dés).
- Dans $A \cup B$, une issue commune à A et à B ne se compte **qu'une fois**.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; la somme $P(A) + P(B)$ seule ne suffit que si A et B sont incompatibles.
- Incompatibles ($A \cap B = \varnothing$) ne veut pas dire contraires : « tirer un cœur » et « tirer un pique ».
- Le contraire de « au moins un » est « aucun », pas « au plus un ».
- Une probabilité est entre 0 et 1, et les probabilités d'une loi ont pour somme 1.

Exercice 1 – Compter les issues ★

Chaque tirage se fait au hasard (issues équiprobables). Donne $\text{Card}(\Omega)$, $\text{Card}(A)$, puis $P(A)$ en fraction irréductible.

a) On lance un dé équilibré à 6 faces. A : « obtenir au moins 5 ».

b) On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. A : « tirer un roi ».

c) On tire un jeton d'un sac de 30 jetons numérotés de 1 à 30. A : « multiple de 4 ».

d) Même sac. A : « le numéro est un diviseur de 30 ».

e) Même sac. A : « le numéro est un nombre premier ».

f) On tire une lettre du mot MISSISSIPPI. A : « tirer un S ».

g) On choisit un jour de l'année 2027 (365 jours). A : « un jour de février ».

h) On choisit un entier de 10 à 99. A : « ses deux chiffres sont égaux ».

Exercice 2 – Incompatibles ou non ? ★

Dans chaque cas, dis si les événements A et B sont incompatibles. Justifie par une issue commune, ou en montrant qu'il n'y en a aucune.

a) Dé à 6 faces. A : « obtenir 6 » ; B : « obtenir un nombre impair ».

b) Dé à 6 faces. A : « nombre pair » ; B : « nombre impair ».

c) Dé à 6 faces. A : « obtenir au moins 4 » ; B : « nombre pair ».

d) Jetons de 1 à 30. A : « multiple de 7 » ; B : « multiple de 5 ».

e) Jetons de 1 à 30. A : « nombre premier » ; B : « nombre pair ».

f) Jeu de 32 cartes. A : « tirer un cœur » ; B : « tirer un roi ».

g) Jeu de 32 cartes. A : « carte rouge » ; B : « tirer un pique ».

h) Un jour de 2027. A : « un jour de février » ; B : « le 30 du mois ».

Exercice 3 – Une loi de probabilité ★

Une roue de loterie fait gagner G euros, avec la loi de probabilité ci-dessous.

Gain G (en €)	0	1	2	5	10	20
Probabilité	0,4	0,25	0,15	0,1	p	0,02

a) Calcule p.

b) Calcule $P(G \geqslant 5)$.

c) Calcule la probabilité de gagner quelque chose.

d) Calcule $P(G \leqslant 2)$.

e) Calcule la probabilité que le gain soit un nombre pair.

f) Calcule $P(1 \leqslant G < 10)$.

g) Calcule $P(G > 20)$.

Exercice 4 – Réunion et intersection ★★

On choisit au hasard un entier de 1 à 50. A : « multiple de 6 » ; B : « multiple de 4 » ; C : « supérieur ou égal à 41 » ; D : « multiple de 25 ». Donne chaque probabilité en fraction irréductible.

a) Écris $A \cap B$, puis calcule $P(A \cap B)$.

b) Calcule $P(A \cup B)$ avec la formule.

c) Calcule $P(A \cap C)$.

d) Calcule $P(B \cup C)$.

e) Calcule $P(\overline{A} \cap C)$.

f) Calcule la probabilité de n'être ni dans A ni dans B.

g) A et D sont-ils incompatibles ? Déduis-en $P(A \cup D)$.

Exercice 5 – La formule de la réunion ★★

Pour chaque cas, dis si A et B sont incompatibles (la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ se simplifie-t-elle ?), puis réponds.

a) $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}5$, $P(A \cap B) = 0{,}1$. Calcule $P(A \cup B)$.

b) A et B sont incompatibles, $P(A) = 0{,}25$ et $P(B) = 0{,}4$. Calcule $P(A \cup B)$.

c) $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}45$, $P(A \cup B) = 0{,}8$. Calcule $P(A \cap B)$.

d) $P(A) = 0{,}35$, $P(B) = 0{,}25$, $P(A \cup B) = 0{,}6$. A et B sont-ils incompatibles ?

e) $P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}7$. A et B peuvent-ils être incompatibles ?

f) $P(A) = \dfrac{1}{3}$, $P(B) = \dfrac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \dfrac{1}{12}$. Calcule $P(A \cup B)$.

g) $P(\overline{A}) = 0{,}55$, $P(B) = 0{,}35$, $P(A \cap B) = 0{,}05$. Calcule $P(A \cup B)$.

Exercice 6 – Deux dés : le tableau à double entrée ★★

On lance un dé rouge équilibré à 6 faces et un dé bleu équilibré à 4 faces (numérotées de 1 à 4). Une issue est un couple (rouge ; bleu). Dresse le tableau des sommes, puis réponds.

a) Combien y a-t-il d'issues ? Sont-elles équiprobables ?

b) Calcule la probabilité que la somme vaille 5.

c) Calcule la probabilité que la somme vaille 10. Les sommes sont-elles équiprobables ?

d) Calcule la probabilité d'obtenir deux fois le même nombre.

e) Calcule la probabilité d'obtenir au moins un 4.

f) Calcule la probabilité que le produit soit au moins 12.

Exercice 7 – Le cinéma ★★★

À la sortie d'une séance, on interroge un spectateur au hasard. C : « il a acheté du pop-corn », D : « il a acheté une boisson ». Ce soir-là, 55 % des spectateurs ont acheté du pop-corn, 40 % une boisson, et 30 % n'ont rien acheté.

1. Traduis « n'a rien acheté » à l'aide de C et D, puis calcule $P(C \cup D)$.
2. Calcule $P(C \cap D)$. C et D sont-ils incompatibles ?
3. Calcule la probabilité que le spectateur ait acheté seulement du pop-corn.
4. Calcule la probabilité qu'il ait acheté exactement un des deux produits.
5. Le lendemain, 35 % ont acheté du pop-corn, 25 % une boisson et 40 % rien. Démontre que, ce jour-là, C et D sont incompatibles. Qu'en conclus-tu ?

Exercice 8 – Le bureau de l'association ★★★

Cinq lycéens se présentent au bureau d'une association : Amir, Bérénice, Chloé, David et Emma. On tire au sort le président, puis le trésorier parmi les quatre autres. Une issue est un couple (président ; trésorier).

1. Dresse un tableau à double entrée (président en ligne, trésorier en colonne). Combien y a-t-il d'issues ?
2. Calcule la probabilité que Chloé soit présidente.
3. Calcule la probabilité que le bureau soit formé de deux filles, puis qu'il compte au moins un garçon.
4. F : « le président est une fille » ; G : « le trésorier est un garçon ». Calcule $P(F)$, $P(G)$, $P(F \cap G)$, puis $P(F \cup G)$.
5. H : « Amir fait partie du bureau ». H et « le bureau est formé de deux filles » sont-ils incompatibles ? Et H et F ?

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) On lance deux dés à 6 faces. « Il y a 11 sommes possibles (de 2 à 12), donc $P(\text{somme} = 7) = \dfrac{1}{11}$. »

b) $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$, $P(A \cap B) = 0{,}1$, donc $P(A \cup B) = 0{,}9$.

c) Dé à 6 faces. « A : obtenir 1 et B : obtenir 2 sont incompatibles, donc $B = \overline{A}$ et $P(B) = \dfrac{5}{6}$. »

d) On lance trois pièces. « Le contraire de “au moins un pile” est “au plus un pile”. »

e) $P(A) = 0{,}8$ et $P(B) = 0{,}45$; A et B sont incompatibles, donc $P(A \cup B) = 1{,}25$.

f) On tire une lettre du mot BANANE. « Il y a 4 lettres différentes, donc $P(\text{A}) = \dfrac{1}{4}$. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. A et B sont incompatibles signifie :
   A $P(A) + P(B) = 1$ **B** $A \cup B = \Omega$ **C** $A \cap B = \varnothing$ **D** $P(A) = P(B)$
2. $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cup B) = 0{,}7$. Alors $P(A \cap B)$ vaut :
   A 0,2 **B** 0,9 **C** 0 **D** 0,1

3. On lance deux dés équilibrés à 6 faces. La probabilité d'obtenir un double est :

A $\frac{1}{36}$ **B** $\frac{1}{12}$ **C** $\frac{2}{7}$ **D** $\frac{1}{6}$

4. Une famille a trois enfants. Le contraire de « au moins une fille » est :

A « au plus une fille » **B** « aucune fille » **C** « exactement une fille » **D** « trois filles »

5. Une loi donne aux issues 1, 2, 3, 4 les probabilités 0,1 ; 0,3 ; 0,25 ; p. Alors p vaut :

A 0,65 **B** 0,25 **C** 0,4 **D** 0,35

6. On choisit un entier de 1 à 20 au hasard. La probabilité qu'il soit pair ou multiple de 5 est :

A $\frac{3}{5}$ **B** $\frac{7}{10}$ **C** $\frac{1}{10}$ **D** $\frac{1}{2}$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).