Corrigé – Probabilités : événements, réunion, intersection

Mathématiques – Seconde

Probabilités conditionnelles · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Compter les issues ★

Chaque tirage se fait au hasard (issues équiprobables). Donne $\text{Card}(\Omega)$, $\text{Card}(A)$, puis $P(A)$ en fraction irréductible.

a) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 6$.
$A = \{5\,;\,6\}$, donc $\text{Card}(A) = 2$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

b) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 32$.
Un roi dans chacune des 4 couleurs, donc $\text{Card}(A) = 4$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$.

c) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 30$.
$A = \{4\,;\,8\,;\,12\,;\,16\,;\,20\,;\,24\,;\,28\}$, donc $\text{Card}(A) = 7$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{7}{30}$.

d) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 30$.
$A = \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,5\,;\,6\,;\,10\,;\,15\,;\,30\}$, donc $\text{Card}(A) = 8$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{8}{30} = \dfrac{4}{15}$.

e) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 30$.
$A = \{2\,;\,3\,;\,5\,;\,7\,;\,11\,;\,13\,;\,17\,;\,19\,;\,23\,;\,29\}$, donc $\text{Card}(A) = 10$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.

f) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 11$.
On compte les 11 lettres, pas les 4 lettres différentes ; le mot contient 4 S, donc $\text{Card}(A) = 4$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{4}{11}$.

g) Nombre d'issues : $\text{Card}(\Omega) = 365$.
2027 n'est pas bissextile : février 2027 a 28 jours, donc $\text{Card}(A) = 28$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{28}{365}$.

h) Nombre d'issues : $99 - 10 + 1 = 90$ entiers, $\text{Card}(\Omega) = 90$.
$A = \{11\,;\,22\,;\ldots\,;\,99\}$ (un par chiffre de 1 à 9), donc $\text{Card}(A) = 9$.
Issues équiprobables : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \dfrac{9}{90} = \dfrac{1}{10}$.

Exercice 2 – Incompatibles ou non ? ★

Dans chaque cas, dis si les événements A et B sont incompatibles. Justifie par une issue commune, ou en montrant qu'il n'y en a aucune.

a) **Incompatibles** : $A = \{6\}$ et $B = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
Aucune issue commune : $A \cap B = \varnothing$.
Ils ne sont pas contraires : 2 n'est ni dans A ni dans B.

b) **Incompatibles** : $A = \{2\,;\,4\,;\,6\}$ et $B = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
Aucune issue commune : $A \cap B = \varnothing$.
Ici, ils sont même contraires : chaque issue est dans A ou dans B, donc $B = \overline{A}$.

c) **Pas incompatibles** : $A = \{4\,;\,5\,;\,6\}$ et $B = \{2\,;\,4\,;\,6\}$.
4 et 6 sont dans les deux : $A \cap B = \{4\,;\,6\} \neq \varnothing$.

d) **Incompatibles** : $A = \{7\,;\,14\,;\,21\,;\,28\}$: aucun de ces nombres n'est multiple de 5.
Aucune issue commune : $A \cap B = \varnothing$ (le premier multiple commun de 7 et 5 est 35, plus grand que 30).

e) **Pas incompatibles** : 2 est premier et pair : c'est une issue commune, donc $A \cap B = \{2\} \neq \varnothing$.

f) **Pas incompatibles** : le roi de cœur est à la fois un cœur et un roi : c'est une issue commune, $A \cap B \neq \varnothing$.

g) **Incompatibles** : une carte rouge est un cœur ou un carreau, un pique est noir.
Aucune issue commune : $A \cap B = \varnothing$.
Ils ne sont pas contraires : un trèfle n'est ni rouge ni pique.

h) **Incompatibles** : février 2027 n'a que 28 jours, il n'y a pas de 30 février.
Aucune issue commune : $A \cap B = \varnothing$.

Exercice 3 – Une loi de probabilité ★

Une roue de loterie fait gagner G euros, avec la loi de probabilité ci-dessous.

Gain G (en €)	0	1	2	5	10	20
Probabilité	0,4	0,25	0,15	0,1	p	0,02

a) Les probabilités d'une loi ont pour somme 1.
$p = 1 - (0{,}4 + 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}02)$
$p = 1 - 0{,}92 = 0{,}08$.

b) $G \geqslant 5$: G vaut 5, 10 ou 20.
On additionne leurs probabilités.
$P(G \geqslant 5) = 0{,}1 + 0{,}08 + 0{,}02 = 0{,}2$.

c) « Gagner quelque chose » : $G > 0$.
C'est le contraire de « $G = 0$ ».
$P(G > 0) = 1 - P(G = 0) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

d) $G \leqslant 2$: G vaut 0, 1 ou 2.
$P(G \leqslant 2) = 0{,}4 + 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}8$.

e) 0 *est pair.*

Les gains pairs sont 0, 2, 10 et 20.

$P = 0{,}4 + 0{,}15 + 0{,}08 + 0{,}02 = 0{,}65.$

f) G vaut 1, 2 ou 5 (10 est exclu).

$P(1 \leqslant G < 10) = 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}1 = 0{,}5.$

g) Le plus grand gain est 20 : aucune issue ne vérifie $G > 20$.

C'est l'événement impossible, $P(G > 20) = 0$.

Exercice 4 – Réunion et intersection ★★

On choisit au hasard un entier de 1 à 50. A : « multiple de 6 » ; B : « multiple de 4 » ; C : « supérieur ou égal à 41 » ; D : « multiple de 25 ». Donne chaque probabilité en fraction irréductible.

a) Un nombre est multiple de 6 et de 4 quand il est multiple de 12.

$A \cap B = \{12\,;\,24\,;\,36\,;\,48\}$, donc $\text{Card}(A \cap B) = 4$.

50 issues équiprobables : $P(A \cap B) = \dfrac{4}{50} = \dfrac{2}{25}$.

b) $A = \{6\,;\,12\,;\,18\,;\,24\,;\,30\,;\,36\,;\,42\,;\,48\}$: $\text{Card}(A) = 8$.

$B = \{4\,;\,8\,;\,12\,;\,\ldots\,;\,48\}$: $\text{Card}(B) = 12$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = \dfrac{8}{50} + \dfrac{12}{50} - \dfrac{4}{50} = \dfrac{16}{50} = \dfrac{8}{25}$.

c) $A \cap C$: les multiples de 6 entre 41 et 50.

$A \cap C = \{42\,;\,48\}$, donc $P(A \cap C) = \dfrac{2}{50} = \dfrac{1}{25}$.

d) $C = \{41\,;\,42\,;\,43\,;\,\ldots\,;\,50\}$: $\text{Card}(C) = 10$.

Multiples de 4 dans C : $B \cap C = \{44\,;\,48\}$.

$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

$P(B \cup C) = \dfrac{12 + 10 - 2}{50} = \dfrac{20}{50} = \dfrac{2}{5}$.

e) $\overline{A} \cap C$: les nombres de 41 à 50 qui ne sont pas multiples de 6.

Dans C (10 nombres), on enlève 42 et 48 : $10 - 2 = 8$.

$P(\overline{A} \cap C) = \dfrac{8}{50} = \dfrac{4}{25}$.

f) « Ni dans A ni dans B » est le contraire de $A \cup B$.

$P = 1 - P(A \cup B) = 1 - \dfrac{8}{25} = \dfrac{17}{25}$.

g) $D = \{25\,;\,50\}$: ni 25 ni 50 n'est multiple de 6.

Aucune issue commune : $A \cap D = \varnothing$, ils sont incompatibles.

Donc $P(A \cap D) = 0$ et la formule devient $P(A \cup D) = P(A) + P(D)$.

$P(A \cup D) = \dfrac{8}{50} + \dfrac{2}{50} = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$.

Exercice 5 – La formule de la réunion ★★

Pour chaque cas, dis si A et B sont incompatibles (la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ se

simplifie-t-elle ?), puis réponds.

a) $P(A \cap B) = 0{,}1 \neq 0$: pas incompatibles, on garde la formule complète.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}7$.

b) Incompatibles : $A \cap B = \varnothing$, donc $P(A \cap B) = 0$.
La formule devient $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
$P(A \cup B) = 0{,}25 + 0{,}4 = 0{,}65$.

c) On part de $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ et on isole $P(A \cap B)$.
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}45 - 0{,}8 = 0{,}15$.
Ce n'est pas 0 : A et B ne sont pas incompatibles.

d) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$P(A \cap B) = 0{,}35 + 0{,}25 - 0{,}6 = 0$.
Autrement dit $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$: oui, ils sont incompatibles.

e) S'ils l'étaient, on aurait $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}6 + 0{,}7 = 1{,}3$.
Impossible : une probabilité ne dépasse pas 1.
Donc non.
Plus précisément, $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ et $P(A \cup B) \leqslant 1$, donc $P(A \cap B) \geqslant 1{,}3 - 1 = 0{,}3$.

f) $P(A \cap B) \neq 0$: pas incompatibles.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Dénominateur commun 12 : $\dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{12}$ et $\dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{12}$.
$P(A \cup B) = \dfrac{4}{12} + \dfrac{3}{12} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$.

g) *On donne $P(\overline{A})$, pas $P(A)$.*
$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0{,}55 = 0{,}45$.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = 0{,}45 + 0{,}35 - 0{,}05 = 0{,}75$.

Exercice 6 – Deux dés : le tableau à double entrée ★★

On lance un dé rouge équilibré à 6 faces et un dé bleu équilibré à 4 faces (numérotées de 1 à 4). Une issue est un couple (rouge ; bleu). Dresse le tableau des sommes, puis réponds.

rouge \ bleu	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8
5	6	7	8	9
6	7	8	9	10

a) Chacune des 6 faces du dé rouge va avec chacune des 4 faces du dé bleu.
$6 \times 4 = 24$ couples, équiprobables car les dés sont équilibrés.

b) Dans le tableau, la somme 5 apparaît dans 4 cases : $(1\,;4)$, $(2\,;3)$, $(3\,;2)$, $(4\,;1)$.
$P = \dfrac{\text{cases favorables}}{\text{nombre de cases}} = \dfrac{4}{24} = \dfrac{1}{6}$.

c) Une seule case donne 10 : $(6\,;4)$.
$P = \dfrac{1}{24}$.
Non : la somme 5 a 4 cases, la somme 10 une seule ; la somme 5 est quatre fois plus probable.

d) Le dé bleu s'arrête à 4 : les doubles sont $(1\,;1)$, $(2\,;2)$, $(3\,;3)$, $(4\,;4)$.
$P = \dfrac{4}{24} = \dfrac{1}{6}$.

e) Le contraire de « au moins un 4 » est « aucun 4 ».
Sans 4 : 5 faces possibles pour le rouge, 3 pour le bleu, soit $5 \times 3 = 15$ couples.
$P(\text{au moins un 4}) = 1 - P(\text{aucun 4})$
$P = 1 - \dfrac{15}{24} = \dfrac{9}{24} = \dfrac{3}{8}$.

f) *Le tableau donne les sommes : ici on calcule les produits rouge × bleu.*
Produits au moins égaux à 12 : $(3\,;4)$, $(4\,;3)$, $(4\,;4)$, $(5\,;3)$, $(5\,;4)$, $(6\,;2)$, $(6\,;3)$, $(6\,;4)$, soit 8 couples.
$P = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}$.

Exercice 7 – Le cinéma ★★★

1. « N'a rien acheté » = « ni pop-corn ni boisson » : c'est le contraire de $C \cup D$ (« au moins un des deux »).
   $P(C \cup D) = 1 - P(\overline{C \cup D}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

2. On isole $P(C \cap D)$ dans la formule de la réunion.
   $P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D)$
   $P(C \cap D) = 0{,}55 + 0{,}4 - 0{,}7 = 0{,}25$.
   Ce n'est pas 0 : C et D ne sont pas incompatibles (25 % des spectateurs ont acheté les deux).

3. Seulement du pop-corn : $C \cap \overline{D}$.
   Les acheteurs de pop-corn se partagent en deux : avec boisson ou sans.
   $P(C) = P(C \cap D) + P(C \cap \overline{D})$, donc $P(C \cap \overline{D}) = P(C) - P(C \cap D)$.
   $P(C \cap \overline{D}) = 0{,}55 - 0{,}25 = 0{,}3$.

4. Exactement un produit : dans $C \cup D$, mais pas dans $C \cap D$.
   $P = P(C \cup D) - P(C \cap D) = 0{,}7 - 0{,}25 = 0{,}45$.

5. Comme à la question 1 : $P(C \cup D) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.
   Comme à la question 2 : $P(C \cap D) = P(C) + P(D) - P(C \cup D)$.
   $P(C \cap D) = 0{,}35 + 0{,}25 - 0{,}6 = 0$.
   C et D sont incompatibles : ce jour-là, aucun spectateur n'a acheté à la fois du pop-corn et une boisson.

Exercice 8 – Le bureau de l'association ★★★

prés. \ trés.	A	B	C	D	E
A	—	GF	GF	GG	GF
B	FG	—	FF	FG	FF
C	FG	FF	—	FG	FF
D	GG	GF	GF	—	GF
E	FG	FF	FF	FG	—

1. $5 \times 5 = 25$ cases, moins les 5 cases de la diagonale (une même personne ne peut pas avoir les deux postes) : 20 issues équiprobables.

2. Chloé présidente : ligne de Chloé, 4 trésoriers possibles, soit 4 issues.
   20 issues équiprobables : $P = \dfrac{4}{20} = \dfrac{1}{5}$.

3. Présidente fille : 3 choix ; trésorière fille parmi les 2 autres filles : 2 choix.
   $3 \times 2 = 6$ issues, donc $P = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$.
   « Au moins un garçon » est le contraire de « deux filles ».
   $P = 1 - \dfrac{3}{10} = \dfrac{7}{10}$.

4. F : 3 présidentes possibles, 4 trésoriers chacune, soit $3 \times 4 = 12$ issues : $P(F) = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$.
   G : 2 garçons trésoriers, 4 présidents possibles chacun, soit $2 \times 4 = 8$ issues : $P(G) = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$.
   $F \cap G$: une fille présidente (3 choix) et un garçon trésorier (2 choix) : $P(F \cap G) = \dfrac{3 \times 2}{20} = \dfrac{3}{10}$.
   $P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$
   $P(F \cup G) = \dfrac{12}{20} + \dfrac{8}{20} - \dfrac{6}{20} = \dfrac{14}{20} = \dfrac{7}{10}$.

5. Si Amir est dans le bureau, le bureau n'est pas formé de deux filles.
   Aucune issue commune : ces deux événements sont incompatibles.
   H et F ne le sont pas : l'issue (Bérénice ; Amir) est dans les deux (présidente fille, Amir trésorier).

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) *Les 11 sommes ne sont pas équiprobables.*

Les issues équiprobables sont les $6 \times 6 = 36$ couples.
La somme 7 est donnée par $(1\,;6)$, $(2\,;5)$, $(3\,;4)$, $(4\,;3)$, $(5\,;2)$, $(6\,;1)$: 6 couples.
$P = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

b) *Les issues communes sont comptées deux fois.*

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}1 = 0{,}8$.

c) *Incompatibles ne veut pas dire contraires.*

$\overline{A} = \{2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$, alors que $B = \{2\}$.
B a une seule issue sur 6 : $P(B) = \dfrac{1}{6}$.

d) *Le contraire de « au moins un » est « aucun ».*

« Au plus un pile » contient aussi les issues avec un pile, comme PFF.

« Aucun pile » = FFF : 1 issue sur les $2 \times 2 \times 2 = 8$.

$P(\text{au moins un pile}) = 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$.

e) *Une probabilité ne dépasse jamais 1.*

Le résultat 1,25 est impossible, donc l'hypothèse aussi : A et B ne peuvent pas être incompatibles.

Comme $P(A \cup B) \leqslant 1$: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geqslant 1{,}25 - 1 = 0{,}25$.

f) *Les 4 lettres différentes ne sont pas équiprobables.*

On tire une des 6 lettres (B, A, N, A, N, E) : ce sont elles qui sont équiprobables.

Le mot contient 2 A : $P = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. A et B sont incompatibles signifie :

Réponse C : $A \cap B = \varnothing$

Aucune issue commune. $P(A) + P(B) = 1$ et $A \cup B = \Omega$ sont vraies pour des événements contraires, pas pour tous les incompatibles.

2. $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cup B) = 0{,}7$. Alors $P(A \cap B)$ vaut :

Réponse A : 0,2

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}7 = 0{,}2$.

3. On lance deux dés équilibrés à 6 faces. La probabilité d'obtenir un double est :

Réponse D : $\dfrac{1}{6}$

Doubles : $(1\,;1)$, …, $(6\,;6)$, soit 6 issues sur les $6 \times 6 = 36$ couples équiprobables.

$P = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

4. Une famille a trois enfants. Le contraire de « au moins une fille » est :

Réponse B : « aucune fille »

« Au moins une » est faux seulement s'il n'y en a aucune.

5. Une loi donne aux issues 1, 2, 3, 4 les probabilités 0,1 ; 0,3 ; 0,25 ; p. Alors p vaut :

Réponse D : 0,35

La somme des probabilités vaut 1.

$p = 1 - (0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}25) = 1 - 0{,}65 = 0{,}35$.

6. On choisit un entier de 1 à 20 au hasard. La probabilité qu'il soit pair ou multiple de 5 est :

Réponse A : $\dfrac{3}{5}$

Pairs : 10 nombres ; multiples de 5 : 5, 10, 15, 20 ; les deux : 10 et 20.

$P = \dfrac{10}{20} + \dfrac{4}{20} - \dfrac{2}{20} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$: 10 et 20 ne se comptent qu'une fois.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).