42 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 2nde : probabilité, contraire, équiprobabilité*

À retenir : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$: avec « pas », « aucun » ou « au moins un », passe par le contraire. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, par exemple $0{,}5 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}7$. Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.

Ex. 1 ★☆☆ **Tirage d'un dossard** — Pour une course, on tire au sort un dossard parmi 20 dossards numérotés de 1 à 20. A : « le numéro est premier » ; B : « le numéro est un multiple de 4 ». Donne chaque probabilité sous forme de fraction irréductible.

(a) Pourquoi les 20 issues sont-elles équiprobables ?

(b) Écris A en extension, puis calcule $P(A)$.

(c) Écris B en extension, puis calcule $P(B)$.

(d) Calcule la probabilité que le numéro ne soit pas premier.

(e) Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifie.

(f) Calcule $P(A \cup B)$.

(g) Calcule la probabilité que le numéro ne soit ni premier ni multiple de 4.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : contraire, somme, comptage** — Questions indépendantes. Donne les résultats en écriture décimale, ou sous forme de fraction irréductible quand c'est plus simple.

(a) Dans un lycée, 38 % des élèves viennent en bus. On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il ne vienne pas en bus ?

(b) Un élève trouve $P(A) = 1{,}15$. Que peux-tu en conclure ? Justifie.

(c) Une urne contient 7 boules rouges, 5 vertes et 3 bleues. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité de ne pas tirer une verte ?

(d) Un trajet domicile-travail se fait en voiture avec la probabilité 0,48, en transports en commun avec 0,31, et sinon à vélo ou à pied. Quelle est la probabilité « à vélo ou à pied » ?

(e) Un code d'accès est un chiffre de 0 à 9 choisi au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un multiple de 3 ?

(f) Traduis en notation l'événement « ni A ni B ».

Ex. 3 ★☆☆ **Achats en pharmacie** — Dans une pharmacie, 45 % des clients achètent un médicament (événement M) et 30 % un produit d'hygiène (événement H). 12 % achètent les deux. On choisit un client au hasard.

(a) Traduis en notation « le client achète les deux », puis donne sa probabilité en écriture décimale.

(b) Calcule $P(M \cup H)$.

(c) Calcule la probabilité que le client achète un médicament mais pas de produit d'hygiène.

(d) Calcule la probabilité que le client achète exactement un des deux produits.

(e) Un jour, la pharmacie reçoit 400 clients. Estime le nombre de clients qui n'achètent aucun médicament.

Ex. 4 ★★☆ **Une carte dans un jeu de 32** — Un jeu de 32 cartes compte 4 couleurs (cœur, carreau, trèfle, pique). Chaque couleur a 8 cartes : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as. On tire une carte au hasard. F : « la carte est une figure (valet, dame ou roi) » ; K : « la carte est un carreau ». Donne les résultats en fraction irréductible, puis arrondis au centième.

(a) Justifie l'équiprobabilité, puis calcule $P(F)$.

(b) Décris l'événement $F \cap K$, puis calcule sa probabilité.

(c) Calcule la probabilité que la carte soit une figure ou un carreau.

(d) Les cœurs et les carreaux sont rouges. Calcule la probabilité que la carte ne soit pas une figure rouge.

Ex. 5 ★★☆ **Deux dés au jeu de société** — Dans un jeu de société, on lance deux dés équilibrés à 6 faces, un rouge et un bleu. On note le couple (rouge ; bleu). Donne les probabilités sous forme de fraction irréductible, puis arrondis au centième.

(a) Combien d'issues compte l'univers Ω ? Pourquoi sont-elles équiprobables ?

(b) Calcule la probabilité que la somme des deux dés soit égale à 9.

(c) Calcule la probabilité de n'obtenir aucun 6.

(d) Sam affirme : « la probabilité d'avoir au moins un 6 vaut $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ ». A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 6 ★★★ **La roue de la kermesse** — À la kermesse, une roue est partagée en quatre secteurs : rouge 90°, bleu 108°, vert 117°, jaune 45°. La probabilité que la flèche s'arrête sur une couleur vaut l'angle de son secteur divisé par 360°. Donne les probabilités en écriture décimale.

(a) Léa affirme : « Il y a 4 couleurs, donc la probabilité d'obtenir jaune vaut $\frac{1}{4}$. » A-t-elle raison ? Justifie, puis calcule $P(\text{jaune})$.

(b) Calcule la probabilité d'obtenir rouge, puis bleu, puis vert. Vérifie que la somme des probabilités des quatre couleurs vaut 1.

(c) On gagne un lot si la flèche ne s'arrête pas sur le vert. Calcule la probabilité de gagner un lot en passant par l'événement contraire.

(d) Sur 200 lancers, Léa a obtenu 31 fois le jaune. Calcule la fréquence observée. Est-ce que cela prouve que la roue est truquée ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **Abonnés de la médiathèque** — Une médiathèque compte 200 abonnés. Le mois dernier, 130 ont emprunté des romans, 110 des BD et 70 les deux. On choisit un abonné au hasard. R : « il a emprunté des romans » ; D : « il a emprunté des BD ». Donne les probabilités en écriture décimale.

(a) Complète le tableau croisé d'effectifs :

	D	$\bar{D}$	Total
R	70	?	130
$\bar{R}$	?	?	?
Total	110	?	200

(b) Hugo écrit : « $P(R \cup D) = 0{,}65 + 0{,}55 = 1{,}2$ ». Explique pourquoi ce résultat est forcément faux et d'où vient l'erreur, puis calcule $P(R \cup D)$.

(c) Traduis en notation l'événement « l'abonné n'a emprunté ni roman ni BD », puis calcule sa probabilité de deux façons : avec le tableau et avec le contraire.

(d) Vrai ou faux ? Justifie : « R et D sont incompatibles, car un abonné peut emprunter seulement des romans. »

(e) Calcule la probabilité que l'abonné n'ait pas emprunté les deux types de livres, en passant par l'événement contraire.

2. *Probabilité conditionnelle et tableau croisé*

À retenir : La condition (« sachant », « parmi », « chez les ») va en indice et son effectif au dénominateur : $P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$, pas le total.
$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$, ex. $0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}1$;
$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$; $P_A(B) \neq P_B(A)$.

Ex. 8 ★★★ **Lire un tableau croisé** — Un club d'escalade compte 360 licenciés. On choisit un licencié au hasard. F : « c'est une fille », C : « le licencié fait de la compétition ». Donne les valeurs exactes, puis arrondis au centième si besoin.

	C	$\bar{C}$	Total
F	63	99	162
$\bar{F}$	81	117	198
Total	144	216	360

(a) Calcule la probabilité que le licencié soit une fille.

(b) Calcule $P(F \cap C)$.

(c) Calcule la probabilité que le licencié fasse de la compétition sachant que c'est une fille.

(d) Parmi les licenciés qui font de la compétition, quelle est la probabilité de choisir une fille ?

(e) Calcule la probabilité que le licencié soit un garçon qui ne fait pas de compétition.

(f) Calcule $P_{\overline{F}}(C)$.

Ex. 9 ★★★ **Traduire une phrase en notation** — Une ligne de trains régionaux est étudiée. On choisit un train au hasard. M : « le train circule le matin », R : « le train est en retard ». $\overline{R}$ signifie donc « le train est à l'heure ».

(a) Traduis en notation : « 10 % des trains qui ne circulent pas le matin sont en retard ».

(b) Traduis en notation : « si un train est en retard, il circule le matin une fois sur deux ».

(c) Écris une phrase en français qui traduit $P(M \cap \overline{R}) = 0{,}34$.

(d) Écris une phrase en français qui traduit $P_M(\overline{R}) = 0{,}85$.

(e) On sait que $P(M) = 0{,}4$ et $P_M(R) = 0{,}15$. Calcule $P(M \cap R)$.

Ex. 10 ★★★ **Compléter un tableau à partir de pourcentages** — Une enseigne interroge 1\,000 clients. J : « le client a moins de 35 ans », B : « il achète des produits bio ». 38 % des clients ont moins de 35 ans. Parmi eux, 45 % achètent bio. Parmi les autres, 30 % achètent bio. On choisit un client au hasard. Arrondis au centième.

	B	$\bar{B}$	Total
J	?	?	?
$\bar{J}$	?	?	?
Total	?	?	1000

(a) Recopie et complète le tableau d'effectifs.

(b) Calcule $P(J \cap B)$, puis $P_J(B)$. Explique pourquoi ces deux nombres sont différents.

(c) Ben affirme : « parmi les clients qui achètent bio, 45 % ont moins de 35 ans ». A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 10 **(suite)**

(d) Calcule la probabilité que le client ait 35 ans ou plus et n'achète pas bio.

Ex. 11 ★★☆ **Corriger l'erreur d'un élève** — Un cabinet médical a suivi 500 patients pendant un hiver. V : « le patient est vacciné contre la grippe », G : « il a eu la grippe ». On choisit un patient au hasard. Arrondis au centième si besoin.

	G	$\bar{G}$	Total
V	12	228	240
$\bar{V}$	52	208	260
Total	64	436	500

(a) Léa écrit : $P_V(G) = \frac{12}{500} = 0{,}024$. Explique son erreur, puis corrige.

(b) Calcule la proportion de vaccinés parmi les patients qui ont eu la grippe. Écris-la d'abord en notation.

(c) Calcule $P_{\overline{V}}(G)$. Compare avec $P_V(G)$ et interprète.

(d) Déduis $P_V(\overline{G})$ de $P_V(G)$, sans revenir au tableau.

Ex. 12 ★★☆ **Vrai ou faux sur une plateforme de jeux** — Sur une plateforme de jeux vidéo, 30 % des joueurs sont abonnés (A). Parmi les abonnés, 80 % jouent en ligne (L). En tout, 52 % des joueurs jouent en ligne. On choisit un joueur au hasard. Vrai ou faux ? Justifie.

(a) « 24 % des joueurs sont des abonnés qui jouent en ligne. »

(b) « Parmi les joueurs en ligne, 80 % sont abonnés. »

(c) « Si un joueur est abonné, la probabilité qu'il ne joue pas en ligne est 0,7. »

(d) « 28 % des joueurs ne sont pas abonnés et jouent en ligne. »

Ex. 13 ★★★ **Téléphone le soir et fatigue** — Un lycée interroge 400 élèves sur leur sommeil. On en choisit un au hasard. E : « il utilise son téléphone après 23 h », F : « il se dit fatigué le matin ». 30 % des élèves sont dans E. 16,5 % des élèves interrogés sont dans E et se disent fatigués. Parmi les autres, 20 % se disent fatigués. Arrondis au millième.

(a) Recopie et complète le tableau. Pour chaque case calculée à partir d'un pourcentage, précise sur quel effectif tu prends ce pourcentage.

	F	$\bar{F}$	Total
E	?	?	?
$\bar{E}$	?	?	?
Total	?	?	400

(b) Calcule $P_E(F)$ puis $P_E(\overline{F})$. Traduis chaque résultat par une phrase commençant par « parmi les… ».

(c) Calcule $P(F)$. Range $P(F)$, $P_E(F)$ et $P_{\overline{E}}(F)$ dans l'ordre croissant, puis interprète.

Ex. 13 **(suite)**

(d) Inès affirme : « Plus de la moitié des élèves fatigués utilisent leur téléphone après 23 h. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 14 ★★★ **Permis de conduire et conduite accompagnée** — Une auto-école présente 400 candidats au permis. On en choisit un au hasard. C : « il a suivi la conduite accompagnée », R : « il est reçu du premier coup ». 25 % des candidats sont dans C ; parmi eux, 76 % sont reçus. Parmi les autres, 52 % sont reçus. Donne les valeurs exactes, puis arrondies au millième.

(a) Recopie et complète le tableau d'effectifs.

	R	$\bar{R}$	Total
C	?	?	?
$\bar{C}$	?	?	?
Total	?	?	400

(b) Le directeur annonce : « Notre taux de réussite est de 64 %, la moyenne de 76 % et de 52 %. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Écris en notation, puis calcule : la probabilité qu'un candidat ait suivi la conduite accompagnée et ait échoué ; la proportion d'échecs parmi les candidats en conduite accompagnée.

(d) Parmi les candidats reçus, quelle est la proportion de ceux qui ont suivi la conduite accompagnée ? Écris-la en notation, calcule-la, puis compare-la à $P(C)$.

(e) Traduis $P_{\overline{R}}(\overline{C})$ par une phrase, puis calcule cette probabilité.

3. *Arbres pondérés et probabilités composées*

À retenir : Une branche porte $P_A(B)$; les branches d'un même nœud font 1. On multiplie le long d'un chemin : $P(A \cap B) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$. On additionne les chemins qui mènent à B, puis $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. Sans remise, l'urne a perdu un objet.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : lire un arbre au club de sport** — Dans un club, 35 % des adhérents font de la natation (événement N), les autres font du tennis. Parmi les nageurs, 15 % font de la compétition (événement C) ; parmi les joueurs de tennis, 8 %. On choisit un adhérent au hasard.

(a) Traduis la phrase « parmi les nageurs, 15 % font de la compétition » par une notation, puis donne sa valeur décimale.

(b) Calcule $P(\overline{N})$.

(c) Donne la notation et la valeur de la probabilité portée par la branche qui va de N à $\overline{C}$.

(d) Calcule la probabilité que l'adhérent soit un nageur qui fait de la compétition.

Ex. 15 **(suite)**

(e) Calcule $P(\overline{N} \cap C)$.

(f) Calcule la probabilité que l'adhérent choisi fasse de la compétition.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : deux jetons, avec ou sans remise** — Un sac contient 10 jetons : 6 rouges et 4 noirs. On tire deux jetons au hasard, l'un après l'autre. Donne les résultats sous forme de fraction irréductible ou de nombre décimal.

(a) Le tirage se fait sans remise. Calcule la probabilité de tirer deux jetons rouges.

(b) Le tirage se fait avec remise. Calcule la probabilité de tirer deux jetons rouges.

(c) Le tirage se fait sans remise. Calcule la probabilité que le premier jeton soit rouge et le second noir.

(d) Le tirage se fait sans remise. Sachant que le premier jeton est noir, quelle est la probabilité que le second soit noir ?

(e) Le tirage se fait sans remise. Calcule la probabilité que les deux jetons soient de couleurs différentes.

(f) Le tirage se fait avec remise. Calcule la probabilité que les deux jetons soient de couleurs différentes.

Ex. 17 ★★☆ **Trois lignes de bus et des retards** — Dans une ville, 45 % des trajets en bus se font sur la ligne 1 (L_1), 35 % sur la ligne 2 (L_2) et les autres sur la ligne 3 (L_3). Sont en retard (R) : 10 % des trajets de la ligne 1, 4 % de la ligne 2 et 15 % de la ligne 3. On choisit un trajet au hasard. Arrondis au centième si nécessaire.

(a) Construis l'arbre pondéré sur ta copie : donne la probabilité portée par chacune des neuf branches.

(b) Calcule la probabilité que le trajet soit sur la ligne 3 et en retard.

(c) Calcule la probabilité que le trajet soit en retard.

(d) Un trajet est en retard. Calcule la probabilité qu'il ait eu lieu sur la ligne 1.

Ex. 18 ★★☆ **Dépistage d'une allergie** — Une allergie touche 5 % d'une population. Un test de dépistage est positif pour 90 % des allergiques (sensibilité) et négatif pour 92 % des non-allergiques (spécificité). On note M : « la personne est allergique » et T : « le test est positif ». On imagine une population de 10\,000 personnes.

(a) Complète le tableau d'effectifs :

	T	$\bar{\text{T}}$	Total
M	?	?	?
$\bar{\text{M}}$	?	?	?
Total	?	?	10 000

(b) Calcule la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait un test positif.

(c) Calcule $P_T(M)$, arrondie au centième.

Ex. 18 **(suite)**

(d) Une personne testée positive pense avoir 90 % de chances d'être allergique. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 19 ★★☆ **Retours d'achats : corrige les erreurs** — Une enseigne de vêtements réalise 30 % de ses ventes en ligne (L), les autres en magasin. Sont retournés (R) 20 % des achats en ligne et 5 % des achats en magasin. On choisit un achat au hasard. Arrondis au centième si nécessaire.

(a) Inès affirme : « La probabilité qu'un achat soit fait en ligne et retourné vaut 0,20. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Tom affirme que la probabilité qu'un achat soit retourné vaut $\frac{0{,}20+0{,}05}{2}$. Explique son erreur, puis calcule $P(R)$.

(c) Un achat est retourné. Calcule la probabilité qu'il ait été fait en ligne.

(d) Vrai ou faux : « Parmi les achats non retournés, plus de 70 % ont été faits en magasin. » Justifie.

Ex. 20 ★★★ **Livraison de repas : du chemin à la branche** — Une application de livraison reçoit 70 % de ses commandes le soir (événement S), les autres le midi. Au total, 14 % des commandes sont passées le soir et livrées en retard (événement R). Parmi les commandes du midi, 5 % sont livrées en retard. On choisit une commande au hasard. Arrondis au millième si besoin.

(a) Traduis « 14 % des commandes sont passées le soir et livrées en retard » par une notation, puis calcule $P_S(R)$.

(b) Construis l'arbre pondéré sur ta copie : S et $\overline{S}$ au premier niveau, R et $\overline{R}$ au second. Donne les six probabilités.

(c) Calcule la probabilité qu'une commande soit livrée en retard.

(d) Complète le tableau des chemins, puis vérifie que la somme des quatre chemins vaut 1 :

Chemin	S∩R	S∩$\bar{\text{R}}$	$\bar{\text{S}}$∩R	$\bar{\text{S}}$∩$\bar{\text{R}}$
Probabilité	0,14	?	?	?

(e) Une commande est livrée en retard. Calcule la probabilité qu'elle ait été passée le midi. Compare avec la part des commandes du midi.

Ex. 21 ★★★ **Jeu de kermesse : avec ou sans remise ?** — À une kermesse, une urne contient 7 boules : 4 vertes et 3 jaunes. Le joueur tire deux boules au hasard, l'une après l'autre. Il gagne (événement G) si les deux boules sont de la même couleur. On note V_1 : « la 1re boule est verte » et V_2 : « la 2e boule est verte ». Donne les résultats en fractions irréductibles.

(a) Le tirage se fait sans remise. Construis l'arbre pondéré sur ta copie et donne les probabilités de ses six branches.

(b) Calcule la probabilité de gagner quand le tirage se fait sans remise.

Ex. 21 (suite)

(c) Calcule la probabilité de gagner quand le tirage se fait avec remise. L'organisateur veut que le joueur ait moins d'une chance sur deux de gagner. Quel mode doit-il choisir ? Justifie.

(d) Sans remise, un joueur a gagné. Calcule la probabilité qu'il ait tiré deux boules vertes.

(e) Tom affirme : « Sans remise, les événements V_1 et V_2 sont indépendants. » Vrai ou faux ? Justifie par un calcul.

4. *Probabilités totales et tests de dépistage*

À retenir : $P(B)$ = somme des chemins qui mènent à B, chaque chemin = produit de ses branches ; $P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$. Ex. : $P(A) = 0{,}2$, $P_A(B) = 0{,}5$, $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}1$ donnent $P(B) = 0{,}1 + 0{,}08 = 0{,}18$, pas la moyenne 0,3. Faux positif : non malade testé positif.

Ex. 22 ★☆☆ **Retards au lycée : un arbre à trois branches** — Dans un lycée, 50 % des élèves viennent en bus (B), 30 % à vélo (V), les autres en voiture (C). Un élève est en retard (R) avec une probabilité de 0,1 s'il vient en bus, 0,05 s'il vient à vélo et 0,2 s'il vient en voiture. On choisit un élève au hasard.

(a) Donne $P(C)$.

(b) Donne la probabilité portée par la branche qui va de V vers $\overline{R}$.

(c) Calcule $P(B \cap R)$.

(d) Calcule $P(V \cap R)$.

(e) Calcule $P(R)$.

(f) Ben écrit $P(R) = \frac{0{,}1+0{,}05+0{,}2}{3}$. Calcule ce nombre, arrondi au millième, et explique pourquoi c'est faux.

(g) Calcule $P(\overline{R})$.

Ex. 23 ★☆☆ **QCM : retours de commandes en ligne** — Un site de vente en ligne reçoit 60 % de ses commandes de clients abonnés (A). 4 % des commandes des abonnés et 14 % des commandes des non-abonnés sont retournées (R). On choisit une commande au hasard. Pour chaque question, choisis la bonne réponse et justifie.

(a) « La commande est retournée, sachant qu'elle vient d'un abonné » se note : $P(A \cap R)$ — $P_A(R)$ — $P_R(A)$.

(b) $P(\overline{A} \cap R)$ vaut : 0,14 — 0,056 — 0,4.

(c) $P(R)$ vaut : 0,09 — 0,08 — 0,18.

(d) $P_{\overline{A}}(\overline{R})$ vaut : 0,86 — 0,344 — 0,6.

(e) La proportion de commandes d'abonnés parmi les commandes retournées vaut : 0,04 — 0,6 — 0,3.

Ex. 24 ★★☆ **Un test de dépistage et ses faux positifs** — Une maladie touche 1 % d'une population. Un test de dépistage a une sensibilité de 92 % et une spécificité de 98 %. On note M : « la personne est malade » et T : « le test est positif ». On choisit une personne au hasard.

(a) Traduis la sensibilité et la spécificité en notation, puis déduis-en $P_{\overline{M}}(T)$.

(b) Complète le tableau pour une population fictive de 10\,000 personnes.

	T	$\overline{\text{T}}$	Total
M	?	?	?
$\overline{\text{M}}$	?	?	?
Total	?	?	10 000

(c) Combien y a-t-il de faux positifs ? Calcule $P(T)$ à l'aide des chemins de l'arbre, puis vérifie avec le tableau.

(d) Calcule la proportion de malades parmi les personnes testées positives, arrondie au centième.

(e) Léa affirme : « Le test est fiable à 92 %, donc une personne testée positive est malade avec une probabilité de 0,92. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 25 ★★☆ **Service au tennis : l'erreur d'Inès** — Une joueuse de tennis réussit sa première balle de service (S) dans 65 % des cas. Elle gagne le point (G) dans 70 % des cas si sa première balle est réussie, et dans 45 % des cas sinon. On choisit un de ses points au service au hasard.

(a) Calcule $P(S \cap G)$ et $P(\overline{S} \cap G)$.

(b) Calcule $P(G)$. Calcule ensuite $P(\overline{G})$ par les chemins de l'arbre, puis vérifie ce résultat avec $P(G)$.

(c) La joueuse a gagné le point. Calcule la probabilité que sa première balle ait été réussie, arrondie au millième.

(d) Inès arrondit $P(S \cap G)$ et $P(G)$ au dixième avant de diviser. Quel résultat obtient-elle ? Explique pourquoi il faut arrondir seulement à la fin.

Ex. 26 ★★☆ **Deux bonbons tirés sans remise** — Une boîte contient 10 bonbons indiscernables au toucher, dont 4 à la menthe. Tu en prends un au hasard, tu le manges, puis tu en prends un second. On note M_1 : « le 1er bonbon est à la menthe » et M_2 : « le 2e bonbon est à la menthe ». Donne les résultats sous forme de fractions irréductibles.

(a) Construis sur ta copie l'arbre pondéré de l'expérience, en indiquant la probabilité de chaque branche.

(b) Calcule $P(M_1 \cap M_2)$.

(c) Calcule la probabilité que le second bonbon soit à la menthe.

(d) Le second bonbon est à la menthe. Calcule la probabilité que le premier l'ait été aussi.

(e) Vrai ou faux : « Si l'on remettait le premier bonbon dans la boîte, la probabilité que le second soit à la menthe changerait. » Justifie.

Ex. 27 ★★★ **Contrôle antidopage : que vaut un résultat positif ?** — Lors d'une course cycliste, 0,5 % des coureurs sont dopés. Le contrôle antidopage a une sensibilité de 96 % et une spécificité de 94 %. On choisit un coureur au hasard. On note D : « le coureur est dopé » et T : « le contrôle est positif ». N'arrondis que le résultat final, au millième.

(a) Construis l'arbre pondéré sur ta copie, puis calcule $P(T)$ en justifiant chaque étape.

(b) Un coureur est contrôlé positif. Calcule la probabilité qu'il soit réellement dopé.

(c) Complète ce tableau pour 10 000 coureurs fictifs, retrouve le résultat précédent, puis donne la proportion de faux positifs parmi les contrôles positifs.

	T	$\bar{T}$	Total
D	?	?	?
$\bar{D}$	?	?	?
Total	?	?	10000

(d) Dans un groupe ciblé, 20 % des coureurs sont dopés. Avec le même contrôle, calcule $P_T(D)$ dans ce groupe et explique l'écart avec le résultat obtenu pour toute la course.

Ex. 28 ★★★ **Satisfaction dans les transports : l'hypothèse de Léo** — Un réseau de transport interroge ses usagers : 75 % voyagent en tram (T), les autres en bus (B). 88 % des usagers du tram et 64 % des usagers du bus se disent satisfaits (S). On interroge un usager au hasard.

(a) Traduis les données en notation et construis l'arbre pondéré sur ta copie, avec toutes les branches.

(b) Calcule $P(S)$. Léo affirme : « Si le bus transportait autant d'usagers que le tram, la part de satisfaits resterait la même. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) L'usager interrogé n'est pas satisfait. Calcule la probabilité qu'il voyage en bus.

(d) Les événements T et S sont-ils indépendants ? Justifie.

5. *Événements indépendants*

À retenir : A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, ou si $P_A(B) = P(B)$. Alors A et $\overline{B}$ le sont aussi. Ex. : $0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2$. Incompatibles ne veut pas dire indépendants. On ne multiplie que si l'indépendance est donnée ou démontrée.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : calculer avec l'indépendance** — Dans un club de sport, on choisit un adhérent au hasard. A : « il pratique la natation », B : « il fait de la compétition ». On sait que $P(A) = 0{,}35$, $P(B) = 0{,}4$ et que A et B sont indépendants.

(a) Calcule $P(A \cap B)$.

(b) Donne $P_A(B)$ sans faire de division.

(c) Calcule $P(A \cap \overline{B})$.

Ex. 29 (suite)

(d) Calcule $P(A \cup B)$.

(e) Calcule la probabilité que l'adhérent ne fasse ni natation ni compétition.

Ex. 30 ★★☆ **Automatismes : indépendants ou non ?** — Dans chaque cas, dis si A et B sont indépendants. Justifie par un calcul.

(a) $P(A) = 0{,}6$; $P(B) = 0{,}25$; $P(A \cap B) = 0{,}15$.

(b) $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}3$; $P_A(B) = 0{,}4$.

(c) A et B sont incompatibles, avec $P(A) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}45$.

(d) On lance un dé équilibré à 6 faces. A : « le résultat est pair », B : « le résultat est inférieur ou égal à 4 ».

(e) $P(A) = 0{,}7$; $P(\overline{B}) = 0{,}4$; $P(A \cap B) = 0{,}42$.

Ex. 31 ★★☆ **Vrai ou faux sur l'indépendance** — Vrai ou faux ? Justifie. Dans les trois premières affirmations, A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}6$.

(a) « Si A et B sont indépendants, alors ils sont incompatibles. »

(b) « Si A et B sont indépendants, alors $P(A \cup B) = 0{,}8$. »

(c) « Si A et B sont indépendants, alors $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}6$. »

(d) Une urne contient 3 boules rouges et 2 vertes. On tire 2 boules sans remise. R_1 : « la 1re est rouge », R_2 : « la 2e est rouge ». « $P(R_1 \cap R_2) = 0{,}6^2 = 0{,}36$. »

(e) On lance trois fois une pièce équilibrée. « La probabilité d'obtenir trois fois Face est 0,125. »

Ex. 32 ★★☆ **Usagers d'une gare : tableau et indépendance** — On interroge 400 usagers d'une gare. A : « il voyage pour son travail », B : « il a un abonnement ». On choisit un usager au hasard.

	B	$\bar{B}$	Total
A	180	?	240
$\bar{A}$	?	40	?
Total	300	?	400

(a) Complète le tableau croisé.

(b) Calcule $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(B)$.

(c) Calcule $P(B)$. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifie.

(d) Un usager affirme : « A et $\overline{B}$ ne sont pas indépendants, car $P(A \cap \overline{B})$ n'est pas égal à $P(A) \times P(B)$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 33 ★★☆ **Deux lampes pour une randonnée** — Avant une randonnée de nuit, Ben emporte une lampe frontale et une lampe torche. La frontale fonctionne avec une probabilité de 0,9 et la torche avec une probabilité de 0,85, indépendamment l'une de l'autre. F : « la frontale fonctionne », T : « la torche fonctionne ».

(a) Calcule la probabilité que les deux lampes fonctionnent.

(b) Calcule la probabilité qu'aucune lampe ne fonctionne.

(c) Déduis-en la probabilité qu'au moins une lampe fonctionne.

(d) Un ami affirme : « "Exactement une lampe fonctionne" est le contraire de "les deux fonctionnent". » A-t-il raison ? Justifie en calculant la bonne probabilité.

Ex. 34 ★★★ **Bons de réduction : quatre passages en caisse** — À chaque passage en caisse, l'appli de fidélité d'un supermarché offre un bon de réduction avec la probabilité 0,15, indépendamment des autres passages. Ce mois-ci, Ben passe 4 fois en caisse. On note S : « Ben reçoit un bon » lors d'un passage. Arrondis les résultats au millième.

(a) Calcule la probabilité que Ben ne reçoive aucun bon sur ses 4 passages.

(b) Léa affirme : « Au moins un bon, c'est $4 \times 0{,}15 = 0{,}6$. » Explique son erreur, puis calcule la bonne probabilité.

(c) Écris la liste des chemins de l'arbre qui comptent exactement deux bons. Déduis-en la probabilité que Ben reçoive exactement deux bons.

(d) Calcule la probabilité que Ben reçoive exactement un bon.

(e) Calcule la probabilité que Ben reçoive au moins deux bons.

Ex. 35 ★★★ **Deux feux sur le trajet du lycée** — Sur le trajet de Ben jusqu'au lycée, il y a deux feux. On note V_1 : « le premier feu est vert » et V_2 : « le second feu est vert ». Sur un grand nombre de trajets, on a observé $P(V_1) = 0{,}6$, $P(V_2) = 0{,}45$ et $P(V_1 \cap V_2) = 0{,}27$.

(a) Un camarade affirme : « V_1 et V_2 ne sont pas indépendants, puisqu'ils peuvent se produire ensemble. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(b) Calcule $P_{V_1}(V_2)$, puis interprète ce résultat en une phrase.

(c) Calcule la probabilité qu'au moins un des deux feux soit vert.

(d) Calcule $P(V_1 \cap \overline{V_2})$ à partir de $P(V_1)$ et $P(V_1 \cap V_2)$. Compare avec $P(V_1) \times P(\overline{V_2})$ et conclus.

(e) Ben fait 180 trajets par an. Estime le nombre de trajets où aucun des deux feux n'est vert.

6. *Épreuves de Bernoulli répétées ($n \leqslant 4$)*

À retenir : Un chemin à k succès sur n épreuves a pour probabilité $p^k \times (1-p)^{n-k}$. Pour « exactement k », compte ces chemins et multiplie. « Au moins un » $= 1 - (1-p)^n$, jamais $n \times p$. Ex. : $n = 2$, $p = 0{,}1$: $1 - 0{,}9^2 = 0{,}19$.

Ex. 36 ★★★ **Automatismes : deux services au tennis** — Une joueuse de tennis réussit sa mise en jeu avec la probabilité 0,65. Ses mises en jeu sont indépendantes les unes des autres. On observe 2 mises en jeu. Donne les valeurs exactes.

(a) Nomme le succès S d'une mise en jeu, puis donne p et $1-p$.

(b) Combien de chemins compte l'arbre de ces 2 mises en jeu ? Et l'arbre de 4 mises en jeu ?

(c) Calcule la probabilité du chemin $\overline{S}S$ (première ratée, seconde réussie).

(d) Calcule la probabilité que les deux mises en jeu soient réussies.

(e) Calcule la probabilité qu'exactement une mise en jeu soit réussie.

(f) Calcule la probabilité qu'aucune mise en jeu ne soit réussie, puis vérifie que les probabilités de 0, 1 et 2 succès ont pour somme 1.

Ex. 37 ★★☆ **Automatismes : le bus du matin** — Chaque matin, le bus de Léa est en retard avec la probabilité 0,15, indépendamment des autres jours. On observe 4 matins, du lundi au jeudi. Arrondis au millième si nécessaire.

(a) Calcule la probabilité que le bus ne soit jamais en retard pendant ces 4 matins.

(b) Calcule la probabilité que le bus soit en retard au moins un matin sur les 4.

(c) Sur une autre ligne, le retard a pour probabilité 0,3. Tom affirme : « au moins un retard sur 4 matins, c'est $4 \times 0{,}3$ ». A-t-il raison ? Justifie.

(d) Calcule la probabilité que le bus de Léa soit en retard les 4 matins.

(e) Calcule la probabilité que le bus de Léa soit en retard le lundi seulement, et à l'heure les trois autres matins.

(f) Calcule la probabilité que le bus de Léa soit en retard exactement un matin sur les 4.

Ex. 38 ★★☆ **Le stand de la fête foraine** — À un stand de fête foraine, une urne contient 8 boules : 2 rouges et 6 blanches. Le joueur tire une boule, note sa couleur et la remet. Il fait ainsi 3 tirages. Donne les valeurs exactes.

(a) Explique pourquoi les 3 tirages sont des épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Nomme le succès et donne p.

Ex. 38 **(suite)**

(b) Construis l'arbre sur ta copie. Combien a-t-il de chemins ? Écris ceux qui comportent exactement une boule rouge.

(c) Calcule la probabilité d'obtenir exactement une boule rouge, puis exactement deux.

(d) Calcule la probabilité d'obtenir au plus une boule rouge.

(e) Le joueur gagne un lot s'il obtient au moins deux boules rouges. Calcule cette probabilité de deux façons différentes, puis interprète-la.

Ex. 39 ★★☆ **Un QCM rempli au hasard** — Un QCM compte 4 questions, avec 5 propositions par question dont une seule est juste. Noé répond au hasard à chaque question, sans tenir compte de ses autres réponses. Sa note sur 4 est son nombre de bonnes réponses. Donne les valeurs exactes.

(a) Nomme le succès, donne p et justifie que les 4 épreuves sont identiques et indépendantes.

(b) Calcule la probabilité que Noé réponde juste aux 4 questions.

(c) Écris tous les chemins de l'arbre qui comportent exactement 2 bonnes réponses, puis calcule la probabilité que Noé ait 2 sur 4.

(d) Calcule la probabilité que Noé ait au moins 3 sur 4, puis interprète ce résultat.

(e) Ben affirme : « au hasard, Noé a autant de chances d'avoir 0 que d'avoir 1 ». Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 40 ★★☆ **Lancers francs : repère les erreurs** — Au basket, Inès réussit un lancer franc avec la probabilité 0,9. Ses lancers sont indépendants. Elle tire 3 lancers francs. Sacha a écrit les affirmations ci-dessous. Pour chacune : vrai ou faux ? Justifie, et corrige si c'est faux.

(a) « L'arbre des 3 lancers compte 6 chemins. »

(b) « La probabilité qu'Inès réussisse exactement 2 lancers vaut $0{,}9^2 \times 0{,}1 = 0{,}081$. »

(c) « La probabilité qu'Inès rate au moins un lancer vaut $1 - 0{,}9^3$. »

(d) « La probabilité qu'Inès réussisse au plus un lancer vaut $0{,}1^3 + 0{,}9 \times 0{,}1^2$. »

Ex. 41 ★★★ **Cartes à collectionner : combien de pochettes ?** — Une pochette de cartes à collectionner contient une carte rare avec la probabilité 0,16, indépendamment des autres pochettes. Maël achète 3 pochettes. On note S l'événement « la pochette contient une carte rare ». Arrondis au millième si nécessaire.

(a) Maël dit : « $3 \times 0{,}16 = 0{,}48$, donc j'ai 48 % de chances d'avoir au moins une carte rare. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(b) Écris les chemins de l'arbre qui donnent exactement une carte rare, puis calcule la probabilité de cet événement.

Ex. 41 **(suite)**

(c) Calcule la probabilité d'obtenir exactement 2 cartes rares, puis exactement 3. Vérifie que les probabilités de 0, 1, 2 et 3 cartes rares ont pour somme 1.

(d) Calcule la probabilité que Maël obtienne au moins une carte rare, mais pas trois, puis interprète ce résultat.

(e) Maël veut avoir plus d'une chance sur deux d'obtenir au moins une carte rare. Combien de pochettes doit-il acheter au minimum (entre 1 et 4) ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Le dé et les quatre manches** — On lance un dé équilibré à 6 faces. On note A : « le résultat est pair », B : « le résultat est inférieur ou égal à 4 » et C : « le résultat est supérieur ou égal à 5 ». Une manche est gagnée si A et $\overline{B}$ sont réalisés. Arrondis au millième si nécessaire.

(a) Montre que les événements A et B sont indépendants.

(b) Lou affirme : « B et C sont incompatibles, donc ils sont indépendants. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) Utilise l'indépendance de A et B pour trouver la probabilité p de gagner une manche. Contrôle ensuite en listant les issues de $A \cap \overline{B}$.

(d) On joue 4 manches identiques et indépendantes. Combien de chemins compte l'arbre ? Liste les chemins à exactement 2 manches gagnées, puis calcule la probabilité de cet événement.

(e) On gagne un lot si on remporte au moins une manche sur les 4. A-t-on plus d'une chance sur deux de gagner un lot ? Justifie.