1. Rappels de 6e : calculer avec des entiers

Ex. 1 ★☆☆ **Calcul mental : un nombre proche de 10, 100 ou 1 000**

(a) $647 + 99 = 747 - 1 = 746$: j'ai ajouté 100, donc 1 de trop, je retire 1.

(b) $853 - 99 = 753 + 1 = 754$: en retirant 100, j'ai retiré 1 de trop, donc je rajoute 1 (et non 752).

(c) $1\,275 + 999 = 2\,275 - 1 = 2\,274$.

(d) $3\,418 - 999 = 2\,418 + 1 = 2\,419$: j'ai retiré 1 de trop, je le rajoute.

(e) $562 - 101 = 462 - 1 = 461$: retirer 101, c'est retirer 100 puis encore 1.

(f) $76 \times 9 = 76 \times 10 - 76 = 760 - 76 = 684$: 9 fois 76, c'est 10 fois 76 moins une fois 76 (et non $760 - 9$).

(g) $34 \times 11 = 34 \times 10 + 34 = 340 + 34 = 374$.

Ex. 2 ★☆☆ **Regroupements astucieux**

(a) $4 \times 17 \times 25 = (4 \times 25) \times 17 = 100 \times 17 = 1\,700$: 4 et 25 sont séparés, mais on peut changer l'ordre des facteurs.

(b) $8 \times 43 \times 125 = (8 \times 125) \times 43 = 1\,000 \times 43 = 43\,000$.

(c) $50 \times 24 = 50 \times 2 \times 12 = 100 \times 12 = 1\,200$: je découpe 24 en 2×12 pour faire apparaître 50×2.

(d) $46 + 75 + 54 + 25 = (46 + 54) + (75 + 25) = 100 + 100 = 200$.

(e) $25 \times 36 = 25 \times 4 \times 9 = 100 \times 9 = 900$.

(f) $2{,}25 + 4{,}5 + 7{,}75 = (2{,}25 + 7{,}75) + 4{,}5 = 10 + 4{,}5 = 14{,}5$.

(g) $2 \times 2{,}5 \times 5 \times 4 = (2 \times 5) \times (2{,}5 \times 4) = 10 \times 10 = 100$.

Ex. 3 ★★☆ **Vrai ou faux ? Repère l'erreur**

(a) Faux. On ne regroupe pas les nombres d'une soustraction : on calcule de gauche à droite. $150 - 70 = 80$, puis $80 - 30 = 50$. Donc $150 - 70 - 30 = 50$.

(b) Faux. On ne regroupe pas dans une division : de gauche à droite, $240 \div 12 = 20$, puis $20 \div 2 = 10$. Donc $240 \div 12 \div 2 = 10$.

Ex. 3 (suite)

(c) Faux. Multiplier par 9, c'est multiplier par 10 puis retirer une fois 57 (et non 9) : $57 \times 9 = 570 - 57 = 513$.

(d) Vrai. $9{,}75 = 10 - 0{,}25$: on ajoute 10, ce qui donne 23,25, puis on retire les 0,25 ajoutés en trop. On trouve bien 23.

(e) Faux. Le dividende est le nombre qu'on divise : c'est 84. 6 est le diviseur et 14 le quotient.

Ex. 4 ★★☆ **Opérations posées et ordre de grandeur**

(a) $427 \times 6 = 2\,562$; $427 \times 30 = 12\,810$ (ligne décalée d'un rang : j'écris un 0) ; $2\,562 + 12\,810 = 15\,372$. Contrôle : $427 \times 36 \approx 400 \times 40$, soit 16 000 ✓. Donc $427 \times 36 = 15\,372$.

(b) $253 \times 46 \approx 250 \times 50$, soit 12 500 : 2 530 est beaucoup trop petit. Théo a oublié de décaler la ligne des dizaines, car $253 \times 40 = 10\,120$ et non 1 012. Bon résultat : $1\,518 + 10\,120 = 11\,638$.

(c) $187 \times 52 \approx 200 \times 50$, soit 10 000. 97 240 est environ 10 fois trop grand : il y a un zéro en trop. Le bon résultat est 9 724.

(d) Unités : $15 - 8 = 7$, je retiens 1. Dizaines : $10 - 7 = 3$, je retiens 1. Centaines : $9 - 4 = 5$. Donc $905 - 368 = 537$. Vérification : $537 + 368 = 905$ ✓.

Ex. 5 ★★★ **Les raccourcis de Malo**

(a) Malo a tort. Retirer 99, c'est retirer 100 : on a retiré 1 de trop, donc on rajoute 1. $835 - 99 = 835 - 100 + 1$; $835 - 99 = 735 + 1$; $835 - 99 = 736$. Le bon résultat est 736, et non 734.

(b) Avec sa règle : $23 \times 100 - 99 = 2\,300 - 99 = 2\,201$. Or 23×99, c'est 99 fois 23 : avec 100 fois 23, j'ai 23 de trop. $23 \times 99 = 23 \times 100 - 23$; $23 \times 99 = 2\,300 - 23$; $23 \times 99 = 2\,277$. Sa règle est fausse : on multiplie par 100, puis on retire le nombre (et non 99).

(c) $8 \times 2{,}6 \times 125 \approx 8 \times 3 \times 125$, soit 3 000 : 260 est environ dix fois trop petit. Je regroupe 8×125, même s'ils sont écartés : $8 \times 2{,}6 \times 125 = 1\,000 \times 2{,}6$; $8 \times 2{,}6 \times 125 = 2\,600$. Le produit vaut 2 600.

Ex. 5 **(suite)**

(d) Je calcule d'abord le produit (priorité sur la soustraction) en regroupant 25×4. $B = 25 \times 47 \times 4 - 99$; $B = 100 \times 47 - 99$; $B = 4\,700 - 99$; $B = 4\,700 - 100 + 1$; $B = 4\,601$. Le résultat est 4 601.

Ex. 6 ★★★ **Problème : l'imprimerie de Brest**

(a) J'arrondis 196 à la centaine la plus proche et 48 à la dizaine la plus proche : $196 \times 48 \approx 200 \times 50$, soit 10 000. L'imprimerie imprime environ 10 000 affiches.

(b) Unités : $196 \times 8 = 1\,568$. Dizaines : $196 \times 40 = 7\,840$, je décale d'un rang en écrivant un 0. Total : $1\,568 + 7\,840 = 9\,408$. Contrôle : 9 408 est proche de 10 000 ✓. L'imprimerie imprime 9 408 affiches.

(c) Je pose $9\,408 \div 8$: $9 \div 8$: 1, reste 1 ; $14 \div 8$: 1, reste 6 ; $60 \div 8$: 7, reste 4 ; $48 \div 8 = 6$.
Donc $9\,408 \div 8 = 1\,176$. Contrôle : $1\,176 \times 8 = 9\,408$ ✓. On obtient 1 176 paquets.

(d) En 8 heures : 196×8 affiches, soit 196 paquets de 8. 48 heures, c'est 6 fois 8 heures ($48 \div 8 = 6$). $196 \times 6 = 200 \times 6 - 4 \times 6$; $196 \times 6 = 1\,200 - 24$;
$196 \times 6 = 1\,176$. On retrouve 1 176 paquets.

Ex. 7 ★★★ **Les comptes de la fête du collège**

(a) Yanis a calculé $45 - 25 = 20$: on ne regroupe jamais dans une soustraction. On retire 45, puis 25, de gauche à droite : $175 - 45 - 25 = 130 - 25$;
$175 - 45 - 25 = 105$. Il reste 105 €.

(b) Prix total : $4 \times 25 \times 0{,}85$. Je regroupe la paire 4×25 : $4 \times 25 \times 0{,}85 = 100 \times 0{,}85$; $4 \times 25 \times 0{,}85 = 85$. Clara paie 85 €.

(c) Je calcule d'abord le produit (priorité), puis de gauche à droite. $R = 175 - 45 - 25 - 4 \times 25 \times 0{,}85$; $R = 175 - 45 - 25 - 85$; $R = 130 - 25 - 85$; $R = 105 - 85$;
$R = 20$. Il reste 20 € dans la cagnotte.

(d) Mia a tort : on partage les 20 € restants en sachets de 4 €. Le dividende est 20, le diviseur est 4 : $20 \div 4 = 5$. Mia peut acheter 5 sachets.

2. *Nommer un calcul : somme, différence, produit, quotient*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : quel est le nom de ce calcul ?**

(a) On calcule d'abord $5 \times 8 = 40$, puis $40 + 3 = 43$. On termine par une addition : c'est une somme, même si le premier signe est $\times$.

Ex. 8 **(suite)**

(b) On calcule d'abord $12 \div 4 = 3$, puis $27 - 3 = 24$. On termine par une soustraction : c'est une différence.

(c) On calcule d'abord la parenthèse, $6 + 9 = 15$, puis $15 \times 2 = 30$. On termine par une multiplication : c'est un produit.

(d) On calcule d'abord $4 + 5 = 9$, puis $45 \div 9 = 5$. On termine par une division : c'est un quotient.

(e) On calcule les deux produits, 42 et 20, puis $42 - 20 = 22$. On termine par une soustraction : c'est une différence.

(f) On calcule d'abord $1{,}5 \times 4 = 6$, puis $3{,}5 + 6 = 9{,}5$. On termine par une addition : c'est une somme.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : termes, facteurs, dividende et diviseur**

(a) C'est une somme. Ses deux termes sont 11 et 3×9 (et non 11, 3 et 9). $11 + 27 = 38$.

(b) C'est un produit. Ses deux facteurs sont $(8 - 2)$ et 7. $6 \times 7 = 42$.

(c) C'est un quotient. Le dividende est 56 et le diviseur est $3 + 4$. $56 \div 7 = 8$.

(d) C'est une différence. Ses deux termes sont 8×6 et $21 \div 3$. $48 - 7 = 41$.

(e) C'est un produit. Ses deux facteurs sont 0,5 et $(12 + 6)$. $0{,}5 \times 18 = 9$.

(f) La barre de fraction cache des parenthèses : c'est le quotient $(18 + 6) \div 4$. Le dividende est $18 + 6$ et le diviseur est 4. $24 \div 4 = 6$.

Ex. 10 ★★☆ **Lire et écrire une expression en français**

(a) On termine par l'addition : c'est une somme. « La somme de 6 et du produit de 5 par 8 ». $A = 6 + 5 \times 8$; $A = 6 + 40$; $A = 46$.

(b) Non. Sans parenthèses, la division passe en premier : $25 - 10 \div 5 = 25 - 2 = 23$, et c'est une différence. Le quotient demandé s'écrit avec des parenthèses : $B = (25 - 10) \div 5$; $B = 15 \div 5$; $B = 3$.

(c) On termine par la multiplication : c'est un produit. « Le produit de 3 par la somme de 7 et de 2 ». $C = 3 \times (7 + 2)$; $C = 3 \times 9$; $C = 27$.

(d) C'est une différence dont les termes sont 4×9 et $20 \div 5$. $D = 4 \times 9 - 20 \div 5$; $D = 36 - 4$; $D = 32$. Les parenthèses sont inutiles ici : $\times$ et $\div$ passent avant $-$.

Ex. 10 **(suite)**

(e) On calcule d'abord la somme, puis la différence : il faut deux paires de parenthèses, l'une dans l'autre. $E = 2 \times (33 - (5 + 8))$; $E = 2 \times (33 - 13)$; $E = 2 \times 20$; $E = 40$. On termine par la multiplication : c'est un produit.

Ex. 11 ★★☆ **Les affirmations de Hugo**

(a) Faux. $7 \times 4 + 6 = 28 + 6 = 34$: on termine par l'addition, c'est donc une somme. Le premier signe écrit ne donne pas le nom.

(b) Faux. $(5 + 7) \times 3 = 12 \times 3 = 36$: l'addition se fait en premier, mais on termine par la multiplication. C'est un produit de facteurs $(5 + 7)$ et 3.

(c) Faux. On calcule les deux produits, puis on soustrait : $60 - 16 = 44$. On termine par une soustraction, c'est donc une différence.

(d) Faux. La division est prioritaire : $1{,}5 + 4{,}5 \div 3 = 1{,}5 + 1{,}5 = 3$. On termine par l'addition, c'est une somme. Le quotient dont parle Hugo s'écrit $(1{,}5 + 4{,}5) \div 3$, qui vaut 2.

(e) Vrai. On calcule d'abord $6 + 2 = 8$, puis $20 - 8 = 12$, puis $12 \div 3 = 4$. On termine par la division : c'est un quotient de dividende $20 - (6 + 2)$ et de diviseur 3.

Ex. 12 ★★★ **Des parenthèses dans des parenthèses**

(a) On commence par les parenthèses les plus intérieures, et à l'intérieur le produit passe avant la somme : $E = 3 \times (20 - (4 + 6))$; $E = 3 \times (20 - 10)$; $E = 3 \times 10$; $E = 30$.

(b) La dernière opération est la multiplication par 3. E est donc un produit. Ses deux facteurs sont 3 et $(20 - (4 + 2 \times 3))$, et non pas 3, 20, 4, 2 et 3.

(c) E est « le produit de 3 par la différence de 20 et de la somme de 4 et du produit de 2 par 3 ».

(d) On calcule $3 \times 20 = 60$ et la parenthèse $4 + 2 \times 3 = 10$, puis on soustrait : $F = 60 - 10$; $F = 50$. La dernière opération est une soustraction : F est une différence, dont les termes sont 3×20 et $(4 + 2 \times 3)$.

(e) On fait d'abord les produits : $G = 60 - 4 + 6$. Puis on va de gauche à droite : $G = 56 + 6$; $G = 62$. On termine par $+6$: G est une somme (et non une différence), dont les termes sont $3 \times 20 - 4$ et 2×3.

Ex. 13 ★★★ **La vente de crêpes de Quimper**

(a) $V = 45 \times 1{,}5 + 30 \times 2$; $V = 67{,}5 + 60$; $V = 127{,}5$. La vente rapporte 127,50 €. La dernière opération est l'addition : c'est une somme, dont les termes sont $45 \times 1{,}5$ et 30×2.

(b) $B = 45 \times 1{,}5 + 30 \times 2 - 5 \times 7{,}5$; on calcule les produits d'abord : $B = 67{,}5 + 60 - 37{,}5$; puis de gauche à droite : $B = 127{,}5 - 37{,}5$; $B = 90$. Le bénéfice est de 90 €.

(c) Non. On termine par la soustraction de $5 \times 7{,}5$: c'est une différence. Le premier signe écrit ne donne pas le nom. Ses termes sont $45 \times 1{,}5 + 30 \times 2$ et $5 \times 7{,}5$.

(d) $(45 \times 1{,}5 + 30 \times 2 - 5 \times 7{,}5) \div 3 = 90 \div 3 = 30$. La dernière opération est la division : c'est un quotient. Le dividende est $(45 \times 1{,}5 + 30 \times 2 - 5 \times 7{,}5)$ et le diviseur est 3. Chaque projet reçoit 30 €.

(e) Oui, elles sont utiles. Sans parenthèses, la division passe avant la soustraction : $45 \times 1{,}5 + 30 \times 2 - 5 \times 7{,}5 \div 3 = 67{,}5 + 60 - 12{,}5 = 115$, et non 30. En plus, l'expression deviendrait une différence au lieu d'un quotient.

Ex. 14 ★★★ **Le défi des expressions de Lucas**

(a) $12 \div (6 \times 2) = 12 \div 12 = 1$. On calcule d'abord la parenthèse, et on termine par la division : c'est un quotient, de dividende 12 et de diviseur 6×2. (Autre réponse possible : $12 \div 6 \div 2 = 2 \div 2 = 1$.)

(b) Faux. $12 \times 6 \div 2 = 72 \div 2 = 36$: la valeur est juste, mais on va de gauche à droite et on termine par la division. C'est donc un quotient. Un vrai produit : $12 \times (6 \div 2) = 12 \times 3 = 36$, dont les facteurs sont 12 et $(6 \div 2)$.

(c) $12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$: la division passe en premier et on termine par la soustraction, c'est une différence. Avec des parenthèses : $(12 - 6) \div 2 = 6 \div 2 = 3$. On termine par la division : c'est un quotient, de dividende $12 - 6$ et de diviseur 2.

(d) Somme : $12 + 6 \times 2 = 12 + 12 = 24$. Le produit passe en premier et on termine par $+$, c'est une somme de termes 12 et 6×2. Produit : $(12 + 6) \times 2 = 18 \times 2 = 36$. On termine par $\times 2$, c'est un produit de facteurs $(12 + 6)$ et 2.

3. Calculer sans parenthèses

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : le produit et le quotient d'abord**

(a) On calcule d'abord le produit : $9 + 3 \times 7 = 9 + 21 = 30$ (et pas $12 \times 7 = 84$).

(b) On calcule d'abord le produit : $14 + 6 \times 0{,}5 = 14 + 3 = 17$.

(c) On calcule d'abord le quotient : $50 - 35 \div 7 = 50 - 5 = 45$.

(d) On calcule les deux produits, puis la différence : $6 \times 8 - 4 \times 9 = 48 - 36 = 12$.

(e) On calcule d'abord le produit, puis de gauche à droite : $100 - 9 \times 4 + 6 = 100 - 36 + 6 = 64 + 6 = 70$.

(f) On calcule le quotient et le produit, puis la somme : $45 \div 9 + 4 \times 5 = 5 + 20 = 25$.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : même priorité, de gauche à droite**

(a) De gauche à droite : $30 \div 5 \times 3 = 6 \times 3 = 18$ (et pas $30 \div 15 = 2$).

(b) De gauche à droite : $15 - 6 + 4 = 9 + 4 = 13$ (et pas $15 - 10 = 5$).

(c) De gauche à droite : $48 \div 4 \div 2 = 12 \div 2 = 6$ (et pas $48 \div 2 = 24$).

(d) De gauche à droite : $20 - 8 - 5 = 12 - 5 = 7$ (et pas $20 - 3 = 17$).

(e) De gauche à droite : $4{,}5 - 1{,}5 + 2 = 3 + 2 = 5$.

(f) De gauche à droite : $7 \times 6 \div 3 = 42 \div 3 = 14$.

(g) De gauche à droite : $60 \div 10 \times 2 \div 4 = 6 \times 2 \div 4 = 12 \div 4 = 3$.

Ex. 17 ★★☆ **Calculs à étapes avec des décimaux**

(a) Le produit passe avant la somme. $A = 2{,}5 \times 6 + 1{,}5$; $A = 15 + 1{,}5$; $A = 16{,}5$.
Donc $A = 16{,}5$.

(b) Le produit d'abord, puis de gauche à droite. $B = 12 - 0{,}5 \times 6 + 3$; $B = 12 - 3 + 3$; $B = 9 + 3$; $B = 12$.
Attention : $12 - 3 + 3$ ne vaut pas $12 - 6$.
Donc $B = 12$.

(c) $\div$ et $\times$ ont la même priorité : on calcule de gauche à droite, puis la différence. $C = 9 \div 2 \times 4 - 7$; $C = 4{,}5 \times 4 - 7$; $C = 18 - 7$; $C = 11$.
Donc $C = 11$.

Ex. 17 (suite)

(d) On calcule le produit, puis le quotient, puis de gauche à droite. $D = 3 \times 1{,}5 + 18 \div 4 - 0{,}25$; $D = 4{,}5 + 18 \div 4 - 0{,}25$; $D = 4{,}5 + 4{,}5 - 0{,}25$; $D = 9 - 0{,}25$; $D = 8{,}75$.
Donc $D = 8{,}75$.

Ex. 18 ★★☆ **Repère l'erreur**

(a) Non, il a deux erreurs. Il a calculé la somme avant le produit, et il a écrit « = » entre $8 + 4$ et 12×3, qui ne sont pas égaux. Correct : $8 + 4 \times 3 = 8 + 12 = 20$.

(b) Non. $\div$ et $\times$ ont la même priorité, donc on calcule de gauche à droite : $56 \div 7 \times 2 = 8 \times 2 = 16$. Le bon résultat est 16.

(c) C'est Malik qui a raison. Sa calculatrice respecte les priorités : $9 + 6 \times 5 = 9 + 30 = 39$. Son voisin a calculé $15 \times 5 = 75$, de gauche à droite, ce qui est faux.

(d) À la troisième ligne, elle a calculé $54 - 5$ avant le produit 5×4. Correct : $C = 54 - 5 \times 4$; $C = 54 - 20$; $C = 34$.
Donc $C = 34$.

Ex. 19 ★★★ **Vrai ou faux sur les priorités**

(a) Faux. On calcule d'abord le quotient et le produit, de gauche à droite, puis la différence : $40 - 24 \div 6 \times 2$; $= 40 - 4 \times 2$; $= 40 - 8$; $= 32$. L'erreur : calculer d'abord $6 \times 2 = 12$, puis $24 \div 12 = 2$ et $40 - 2 = 38$. Le bon résultat est 32.

(b) Faux. On calcule d'abord le quotient, puis de gauche à droite : $50 - 20 + 10 \div 2$; $= 50 - 20 + 5$; $= 30 + 5$; $= 35$. L'erreur : calculer d'abord $20 + 5 = 25$, puis $50 - 25 = 25$. Le bon résultat est 35.

(c) Vrai. On calcule d'abord le produit : $45 - 9 + 6 \times 2$; $= 45 - 9 + 12$. Ensuite on va de gauche à droite : $= 36 + 12$; $= 48$. L'égalité est juste.

(d) Faux. On calcule les deux produits avant la somme : $1{,}5 \times 4 + 2{,}5 \times 2$; $= 6 + 2{,}5 \times 2$; $= 6 + 5$; $= 11$. L'erreur : calculer de gauche à droite sans respecter les priorités, $6 + 2{,}5 = 8{,}5$, puis $8{,}5 \times 2 = 17$. Le bon résultat est 11.

(e) Faux. On calcule d'abord le quotient, puis les soustractions de gauche à droite : $30 - 12 - 6 \div 2$; $= 30 - 12 - 3$; $= 18 - 3$; $= 15$. L'erreur : calculer d'abord $12 - 3 = 9$, puis $30 - 9 = 21$. Le bon résultat est 15.

Ex. 20 ★★★ **La monnaie à la boulangerie**

(a) On enlève aux 10 € le prix des croissants et le prix des baguettes : $10 - 3 \times 1{,}20 - 2 \times 1{,}10$. Pas besoin de parenthèses, car les produits sont calculés avant les soustractions.

(b) $M = 10 - 3 \times 1{,}20 - 2 \times 1{,}10$; $M = 10 - 3{,}60 - 2 \times 1{,}10$ (premier produit) ; $M = 10 - 3{,}60 - 2{,}20$ (second produit) ; $M = 6{,}40 - 2{,}20$ (de gauche à droite) ; $M = 4{,}20$. La boulangère rend 4,20 € à Malo.

(c) Oui. Une calculatrice scientifique respecte les priorités : elle calcule $3 \times 1{,}20$ et $2 \times 1{,}10$ avant les soustractions, puis elle soustrait de gauche à droite. Elle affiche donc 4,2.

(d) Lou écrit « = » entre deux calculs qui ne sont pas égaux : $4 \times 1{,}30$ vaut 5,20, pas 7,20. Rédaction correcte : $P = 4 \times 1{,}30 + 2$; $P = 5{,}20 + 2$; $P = 7{,}20$. Le total est 7,20 €.

(e) Les deux gâteaux coûtent $2{,}50 + 1{,}80 = 4{,}30$ €. Or Malo n'a que 4,20 €, et $4{,}30 > 4{,}20$. Il ne peut pas les acheter tous les deux : il lui manque 0,10 €.

Ex. 21 ★★★ **Le compte est bon, sans parenthèses**

(a) $6 + 4 \times 3$; $= 6 + 12$; $= 18$. On calcule le produit en premier, même s'il est écrit après l'addition. Attention : de gauche à droite, on trouverait $10 \times 3 = 30$, ce qui est faux.

(b) $20 \div 4 \times 2$; $= 5 \times 2$; $= 10$. Même priorité, donc on calcule de gauche à droite. Attention : $20 \div 8$ ne donne pas 10, il ne faut pas commencer par 4×2.

(c) Par exemple : $8 - 5 + 3 \times 2$; $= 8 - 5 + 6$ (produit d'abord) ; $= 3 + 6$ (de gauche à droite) ; $= 9$. Toute autre proposition est juste si son calcul, en respectant les priorités, donne 9.

(d) Non. Les deux divisions ont la même priorité, donc on calcule de gauche à droite : $12 \div 6 \div 2$; $= 2 \div 2$; $= 1$. Nadia a calculé d'abord $6 \div 2 = 3$, puis $12 \div 3 = 4$: elle a commencé par la droite. On peut donc bien obtenir 1.

(e) Par exemple : $2{,}5 \times 4 - 1{,}5 \times 2$; $= 10 - 1{,}5 \times 2$; $= 10 - 3$; $= 7$. On calcule les deux produits avant la différence.

4. *Calculer avec des parenthèses*

Ex. 22 ★☆☆ **Une parenthèse, puis les priorités**

(a) $34 - (9 + 7) = 34 - 16 = 18$. Le signe $-$ porte sur toute la parenthèse : on soustrait 16, pas seulement 9.

(b) $4 + 5 \times (9 - 6) = 4 + 5 \times 3 = 4 + 15 = 19$. Parenthèse d'abord, puis le produit avant la somme (pas $9 \times 3 = 27$).

(c) $(14 + 3 \times 2) \div 4 = (14 + 6) \div 4 = 20 \div 4 = 5$. Dans la parenthèse, le produit passe avant la somme.

(d) $6 \times (2{,}5 + 1{,}5) = 6 \times 4 = 24$.

(e) $50 - (12 - 4) \times 3 = 50 - 8 \times 3 = 50 - 24 = 26$. Le produit passe avant la différence.

(f) $(9 - 1{,}5) \times 2 = 7{,}5 \times 2 = 15$.

(g) $18 - (2 + 4) \div 3 = 18 - 6 \div 3 = 18 - 2 = 16$. Le quotient passe avant la différence.

Ex. 23 ★☆☆ **Parenthèses imbriquées**

(a) $3 \times (20 - (4 + 6)) = 3 \times (20 - 10) = 3 \times 10 = 30$.

(b) $(5 + (12 - 7) \times 2) \times 4 = (5 + 5 \times 2) \times 4 = (5 + 10) \times 4 = 15 \times 4 = 60$. Dans la grande parenthèse, le produit passe avant la somme.

(c) $40 - (3 + (15 - 9)) = 40 - (3 + 6) = 40 - 9 = 31$. Le $-$ porte sur tout le contenu, donc sur 9.

(d) $100 \div (2 \times (8 - 3)) = 100 \div (2 \times 5) = 100 \div 10 = 10$.

(e) $(2{,}5 + (6 - 3{,}5)) \times 4 = (2{,}5 + 2{,}5) \times 4 = 5 \times 4 = 20$.

(f) $7 + 2 \times ((9 + 1) \div 5) = 7 + 2 \times (10 \div 5) = 7 + 2 \times 2 = 7 + 4 = 11$. Hors des parenthèses, le produit passe avant la somme.

Ex. 24 ★★☆ **Repérer l'erreur**

(a) Non. Hugo a calculé de gauche à droite sans tenir compte des parenthèses. On calcule d'abord la parenthèse : $B = 2 \times (15 - 5) + 1$; $B = 2 \times 10 + 1$; $B = 20 + 1$; $B = 21$.
Donc $B = 21$.

(b) Non. Le signe $-$ porte sur tout le contenu de la parenthèse : on soustrait $15 + 5$, c'est-à-dire 20. $C = 45 - (15 + 5)$; $C = 45 - 20$; $C = 25$.
Donc $C = 25$.

(c) Non. La parenthèse est bien calculée, mais ensuite le produit passe avant la somme. $D = 8 + 3 \times 4$; $D = 8 + 12$; $D = 20$.
Donc $D = 20$.

Ex. 24 (suite)

(d) Non. Dans la parenthèse, l'ordre habituel s'applique : le produit 2×4 passe avant la somme. $E = (1{,}5 + 2 \times 4) \times 2$; $E = (1{,}5 + 8) \times 2$; $E = 9{,}5 \times 2$; $E = 19$. Donc $E = 19$.

Ex. 25 ★★☆ **Parenthèses utiles ou à placer**

(a) $(6 \times 5) + 4 = 30 + 4 = 34$ et $6 \times (5 + 4) = 6 \times 9 = 54$. Sans parenthèses, $6 \times 5 + 4 = 30 + 4 = 34$: dans la première expression, les parenthèses sont inutiles, car le produit est déjà prioritaire. Dans la seconde, elles sont utiles, car $54 \neq 34$.

(b) $(7 + 3) \times 4 - 2 = 10 \times 4 - 2 = 40 - 2 = 38$. Et $7 + 3 \times (4 - 2) = 7 + 3 \times 2 = 7 + 6 = 13$. Les parenthèses changent l'opération qu'on fait en premier.

(c) $24 \div (4 + 2) \times 0{,}5 = 24 \div 6 \times 0{,}5 = 4 \times 0{,}5 = 2$. On calcule d'abord la parenthèse, puis le quotient et le produit de gauche à droite.

(d) Faux. Avec les parenthèses : $25 - (10 - 4) = 25 - 6 = 19$. Sans les parenthèses : $25 - 10 - 4 = 15 - 4 = 11$. Les résultats sont différents, donc ces parenthèses sont utiles : le $-$ porte sur tout leur contenu.

Ex. 26 ★★★ **Vrai ou faux avec parenthèses**

(a) Faux. On commence par la parenthèse la plus intérieure : $3 + 2 \times (11 - (4 + 3))$; $= 3 + 2 \times (11 - 7)$; $= 3 + 2 \times 4$. Hors des parenthèses, le produit passe avant la somme : $= 3 + 8$; $= 11$. Le résultat 20 vient de $(3 + 2) \times 4$: c'est l'erreur de celui qui calcule de gauche à droite. L'expression vaut 11.

(b) Vrai. Dans la première parenthèse, le produit passe avant la différence : $(26 - 2 \times 5) \div (1{,}2 + 2{,}8)$; $= (26 - 10) \div (1{,}2 + 2{,}8)$; $= 16 \div (1{,}2 + 2{,}8)$; $= 16 \div 4$; $= 4$. Si on calcule $26 - 2$ d'abord, on obtient $24 \times 5 \div 4 = 30$, ce qui est faux. L'expression vaut bien 4.

(c) Vrai. On calcule d'abord les parenthèses : $5 \times (7 - 1{,}5) - 2 \times (4 + 6)$; $= 5 \times 5{,}5 - 2 \times (4 + 6)$; $= 5 \times 5{,}5 - 2 \times 10$. Puis les produits passent avant la différence : $= 27{,}5 - 2 \times 10$; $= 27{,}5 - 20$; $= 7{,}5$. De gauche à droite, on trouverait $(27{,}5 - 2) \times 10 = 255$. L'expression vaut bien 7,5.

Ex. 26 (suite)

(d) Faux. On commence par la parenthèse la plus intérieure : $90 - (45 - (16 - 6))$; $= 90 - (45 - 10)$; $= 90 - 35$; $= 55$. Le $-$ devant la grande parenthèse porte sur tout son contenu, c'est-à-dire sur 35. Le résultat 35 vient de $90 - 45 - 10$: on a enlevé la grande parenthèse. L'expression vaut 55.

Ex. 27 ★★★ **À la papeterie de Rennes**

(a) La dépense est $3 \times 2{,}5 + 1{,}5$. On la soustrait en entier de 50, donc il faut des parenthèses : $50 - (3 \times 2{,}5 + 1{,}5)$; $= 50 - (7{,}5 + 1{,}5)$; $= 50 - 9$; $= 41$. Il reste 41 € à Inès.

(b) $50 - 3 \times 2{,}5 + 1{,}5$; $= 50 - 7{,}5 + 1{,}5$; $= 42{,}5 + 1{,}5$; $= 44$. Malik a tort : sans parenthèses, il soustrait les cahiers mais ajoute le stylo. Le signe $-$ doit porter sur toute la dépense, d'où $50 - (3 \times 2{,}5 + 1{,}5) = 41$.

(c) Le nouveau prix d'un cahier est $2{,}5 - 0{,}5$: il faut des parenthèses pour le multiplier par 3. $3 \times (2{,}5 - 0{,}5) + 1{,}5$; $= 3 \times 2 + 1{,}5$; $= 6 + 1{,}5$; $= 7{,}5$. Le lendemain, les achats coûtent 7,50 €.

(d) $(3 \times 2{,}5 + 1{,}5) - (3 \times (2{,}5 - 0{,}5) + 1{,}5)$; $= (7{,}5 + 1{,}5) - (3 \times 2 + 1{,}5)$; $= 9 - (6 + 1{,}5)$; $= 9 - 7{,}5$; $= 1{,}5$. Le lendemain, Inès dépense 1,50 € de moins.

Ex. 28 ★★★ **Deux programmes à comparer**

(a) Programme A : il faut multiplier tout le résultat $3 + 5$, donc $(3 + 5) \times 4 - 12$; $= 8 \times 4 - 12$; $= 32 - 12$; $= 20$. Programme B : $3 \times 4 + 8$; $= 12 + 8$; $= 20$. Les deux programmes donnent 20.

(b) Programme A : $(2{,}5 + 5) \times 4 - 12$; $= 7{,}5 \times 4 - 12$; $= 30 - 12$; $= 18$. Programme B : $2{,}5 \times 4 + 8$; $= 10 + 8$; $= 18$. Avec 3 comme avec 2,5, les deux programmes donnent le même résultat.

(c) $3 + 5 \times 4 - 12$; $= 3 + 20 - 12$; $= 23 - 12$; $= 11$. Sam a tort : sans parenthèses, le produit 5×4 passe avant la somme, donc on ne multiplie que 5 par 4. Les parenthèses sont utiles : $(3 + 5) \times 4 - 12 = 20$.

(d) On remonte le programme B : on retire 8, puis on divise par 4. $(44 - 8) \div 4$; $= 36 \div 4$; $= 9$. Vérification avec A : $(9 + 5) \times 4 - 12$; $= 14 \times 4 - 12$; $= 56 - 12$; $= 44$. Lou a choisi 9, et le programme A donne bien 44.

5. *Traits de fraction et parenthèses cachées*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : calculer un quotient écrit avec une barre**

(a) Numérateur : $15 + 9 = 24$. Puis $24 \div 6 = 4$.

(b) Dénominateur : $3 + 4 = 7$. Puis $56 \div 7 = 8$.

(c) Numérateur : $30 - 6 = 24$. Dénominateur : $11 - 3 = 8$. Puis $24 \div 8 = 3$.

(d) Numérateur : $7 \times 6 = 42$. Dénominateur : $20 - 13 = 7$. Puis $42 \div 7 = 6$.

(e) Numérateur : $9 + 6 = 15$. Dénominateur : $2 \times 3 = 6$. Puis $15 \div 6 = 2{,}5$: le quotient est décimal.

(f) Numérateur : $4{,}5 + 2{,}5 = 7$. Dénominateur : $13 - 9 = 4$. Puis $7 \div 4 = 1{,}75$.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : de la barre à la ligne, et retour**

(a) $(35 - 5) \div (2 + 4) = 30 \div 6 = 5$. Sans les parenthèses, on n'aurait pas le même calcul.

(b) $63 \div (3 \times 7) = 63 \div 21 = 3$. Attention : $63 \div 3 \times 7$ vaudrait $21 \times 7 = 147$.

(c) $\dfrac{14 + 22}{9} = \dfrac{36}{9} = 4$.

(d) $\dfrac{72}{17 - 8} = \dfrac{72}{9} = 8$.

(e) $\dfrac{2{,}5 + 0{,}5}{4 - 2{,}5} = \dfrac{3}{1{,}5} = 2$.

(f) $10{,}5 \div (5 - 3{,}5) = 10{,}5 \div 1{,}5 = 7$.

Ex. 31 ★★☆ **La calculatrice d'Inès**

(a) A : numérateur $27 + 9 = 36$ et dénominateur $4 \times 3 = 12$, donc $A = 36 \div 12 = 3$. B : dénominateur $13 - 5 = 8$, donc $B = 40 \div 8 = 5$.

(b) La division passe avant l'addition. Ensuite, $\div$ et $\times$ se font de gauche à droite : $9 \div 4 = 2{,}25$, puis $2{,}25 \times 3 = 6{,}75$, et enfin $27 + 6{,}75 = 33{,}75$. La calculatrice affiche 33,75, et pas 3.

(c) Non. On fait $(27 + 9) \div 4 \times 3 = 36 \div 4 \times 3 = 9 \times 3 = 27$, de gauche à droite. Le dénominateur aussi doit être entre parenthèses, sinon on multiplie par 3 au lieu de diviser par 12.

(d) Pour A : $(27 + 9) \div (4 \times 3)$, qui donne bien 3. Pour B : $40 \div (13 - 5)$, qui donne bien 5. Si on oublie les parenthèses, $40 \div 13 - 5$ ne donne pas 5.

Ex. 32 ★★☆ **Une barre de fraction au milieu d'un calcul**

(a) $C = 7 + \frac{24}{8}$ (dénominateur) ; $C = 7 + 3$ (quotient) ; $C = 10$. Le quotient passe avant l'addition.

(b) $D = \frac{45}{9} \times 3 - 4$ (dénominateur) ; $D = 5 \times 3 - 4$ (quotient) ; $D = 15 - 4$ (produit) ; $D = 11$.

(c) $E = 30 - (6 + 9) \div (14 - 8)$; $E = 30 - 15 \div 6$ (parenthèses) ; $E = 30 - 2{,}5$ (quotient) ; $E = 27{,}5$. Le signe $-$ porte sur tout le quotient.

(d) Sans parenthèses : $60 - 12 + 9 = 57$. Pour obtenir 2, il faut diviser toute la différence par toute la somme : $(60 - 36) \div (3 + 9)$; $24 \div (3 + 9)$; $24 \div 12$; 2. Avec une barre de fraction : $\frac{60-36}{3+9} = 2$.

Ex. 33 ★★★ **Vrai ou faux : les parenthèses cachées**

(a) Faux. Avec la barre, on calcule le numérateur et le dénominateur en entier : $\frac{36-6}{12-7} = \frac{30}{5} = 6$. Sans parenthèses, la division passe avant : $36 - 6 \div 12 - 7$; $36 - 0{,}5 - 7$; $35{,}5 - 7$; 28,5. Les deux valeurs sont différentes : la barre cache des parenthèses.

(b) Faux. $\frac{90}{15-5} = \frac{90}{10} = 9$, alors que $90 \div 15 - 5 = 6 - 5 = 1$: la division se fait avant la soustraction. Il faut écrire $90 \div (15 - 5)$, avec des parenthèses autour du dénominateur.

(c) Vrai. On calcule d'abord tout le numérateur : $(14 + 7) \div 6 = 21 \div 6 = 3{,}5$. Le quotient est bien 3,5, un résultat décimal exact.

(d) Vrai. $\frac{3\times8}{4} = \frac{24}{4} = 6$. En ligne, $3 \times 8 \div 4$ se calcule de gauche à droite : $24 \div 4 = 6$. Le numérateur est un produit, il est déjà calculé en premier : ici, les parenthèses ne servent à rien.

Ex. 34 ★★★ **Le covoiturage vers le zoo**

(a) Il y a $45 + 18$ euros à partager entre $8 - 2$ personnes : $\frac{45+18}{8-2}$. On calcule tout le numérateur, puis tout le dénominateur : $\frac{63}{6} = 10{,}5$. Chaque personne paie 10,50 €.

(b) Tom a tapé $45 + 18 \div 8 - 2$: la calculatrice n'a divisé que 18 par 8, ce qui donne $45 + 2{,}25 - 2 = 45{,}25$. C'est impossible : le groupe dépense 63 € en tout, soit environ 10 € chacun pour 6 personnes, et six parts de 45,25 € dépasseraient largement 63 €. Bonne saisie : $(45 + 18) \div (8 - 2)$.

(c) $D = 12{,}5 + \frac{45+18}{8-2}$; $D = 12{,}5 + \frac{63}{6}$ (numérateur et dénominateur) ; $D = 12{,}5 + 10{,}5$ (le quotient) ; $D = 23$. Chaque personne dépense 23 €.

Ex. 34 **(suite)**

(d) Non. La division passe avant les additions et ne porte que sur 18 : $12{,}5 + 45 + 18 \div 6$; $12{,}5 + 45 + 3$; $60{,}5$. On trouve 60,50 € au lieu de 23 € : il faut des parenthèses autour de $45 + 18$.

Ex. 35 ★★★ **Le défi de Sacha**

(a) $D = \frac{7{,}5+4{,}5}{10-2\times4}$; $D = \frac{12}{10-2\times4}$ (numérateur) ; $D = \frac{12}{10-8}$ (dans le dénominateur, le produit d'abord) ; $D = \frac{12}{2}$; $D = 6$.

(b) Noé a fait $10 - 2 = 8$, puis $8 \times 4 = 32$, puis $12 \div 32 = 0{,}375$. Son erreur : dans le dénominateur, la multiplication passe avant la soustraction. Il fallait $10 - 2 \times 4 = 10 - 8 = 2$, donc $D = 6$.

(c) $\frac{20+4}{9-3} = \frac{24}{6} = 4$. On calcule tout le numérateur, puis tout le dénominateur, et on divise : on obtient bien 4.

(d) $\frac{20+3}{9-4} = \frac{23}{5} = 4{,}6$. Le numérateur vaut 23, le dénominateur vaut 5, et le quotient exact est le décimal 4,6.

6. *Traduire un programme de calcul en une seule expression*

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : un programme, une expression**

(a) L'addition doit passer avant la multiplication, donc parenthèses : $(7 + 5) \times 4$; $= 12 \times 4$; $= 48$.

(b) La multiplication passe déjà avant l'addition : pas de parenthèses. $11 \times 6 + 9$; $= 66 + 9$; $= 75$.

(c) L'addition doit passer avant la multiplication : $(2{,}5 + 1{,}5) \times 3$; $= 4 \times 3$; $= 12$.

(d) La soustraction doit passer avant la division : $(20 - 8) \div 4$; $= 12 \div 4$; $= 3$.

(e) Le produit se calcule en premier sans parenthèses : $45 - 3 \times 9$; $= 45 - 27$; $= 18$.

(f) On réutilise 9 à la fin : $9 \times 4 + 9$; $= 36 + 9$; $= 45$ (pas de parenthèses : la multiplication passe déjà en premier).

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : de l'expression au programme**

(a) Choisir 8. Multiplier par 3. Soustraire 5. $3 \times 8 - 5$; $= 24 - 5$; $= 19$.

(b) Choisir 6. Ajouter 9. Multiplier le résultat par 2. $(6 + 9) \times 2$; $= 15 \times 2$; $= 30$.

Ex. 37 **(suite)**

(c) Choisir 40. Diviser par 5. Ajouter 7. $40 \div 5 + 7$; $= 8 + 7$; $= 15$.

(d) Choisir 14. Soustraire 4. Diviser le résultat par 2,5. $(14 - 4) \div 2{,}5$; $= 10 \div 2{,}5$; $= 4$.

(e) Choisir 8. Multiplier par 6. Soustraire ce résultat de 70. Le produit passe en premier : $70 - 8 \times 6$; $= 70 - 48$; $= 22$.

Ex. 38 ★★☆ **Noé contrôle ses expressions**

(a) Étapes : $6 + 3 = 9$, puis $9 \times 5 = 45$. Expression de Noé : $6 + 3 \times 5$; $= 6 + 15$; $= 21$. Les résultats diffèrent : il a tort. Il faut $(6 + 3) \times 5 = 9 \times 5 = 45$.

(b) Avec parenthèses : $28 - 10 = 18$. Sans : $4 \times 7 - 10$; $= 28 - 10$; $= 18$. Même résultat : la multiplication passe déjà en premier, donc les parenthèses sont inutiles.

(c) Étapes : $4{,}5 \div 3 = 1{,}5$, puis $1{,}5 \times 2 = 3$. L'expression est juste : à priorité égale, on calcule de gauche à droite. $4{,}5 \div 3 \times 2$; $= 1{,}5 \times 2$; $= 3$. Le calcul de Noé est faux : en faisant 3×2 d'abord, il calcule $4{,}5 \div 6 = 0{,}75$ au lieu de 3.

(d) Étapes : $15 \div 3 = 5$, $5 + 15 = 20$, $20 \times 2 = 40$. Expression : $(15 \div 3 + 15) \times 2$; $= (5 + 15) \times 2$; $= 20 \times 2$; $= 40$. Même résultat : Noé a raison.

Ex. 39 ★★☆ **Deux programmes face à face**

(a) A : $(5 + 6) \times 2$; $= 11 \times 2$; $= 22$. B : $5 \times 3 - 4$; $= 15 - 4$; $= 11$. Pour 5, A donne 22 et B donne 11.

(b) A : $(2{,}5 + 6) \times 2$; $= 8{,}5 \times 2$; $= 17$. B : $2{,}5 \times 3 - 4$; $= 7{,}5 - 4$; $= 3{,}5$. Pour 2,5, A donne 17 et B donne 3,5.

(c) A : $(20 + 6) \times 2 = 26 \times 2 = 52$. B : $20 \times 3 - 4 = 60 - 4 = 56$. Ici B donne plus que A : Martin a tort.

(d) À l'envers : $30 \div 2 = 15$, puis $15 - 6 = 9$. Vérification : $(9 + 6) \times 2 = 15 \times 2 = 30$. Zoé a choisi 9.

Ex. 40 ★★★ **Le programme qui réutilise le nombre choisi**

(a) On ajoute 2,5 avant de multiplier par 4 : il faut des parenthèses autour de $3 + 2{,}5$. Puis on ajoute le nombre choisi, 3. $A = (3 + 2{,}5) \times 4 + 3$; $A = 5{,}5 \times 4 + 3$; $A = 22 + 3$; $A = 25$. Avec 3, le programme donne 25.

(b) $B = (0{,}5 + 2{,}5) \times 4 + 0{,}5$; $B = 3 \times 4 + 0{,}5$; $B = 12 + 0{,}5$; $B = 12{,}5$. C'est faux : on obtient 12,5. Lou a oublié la dernière étape, « ajouter le nombre choisi au résultat ».

Ex. 40 **(suite)**

(c) Avec $3 : 3 \times 5 + 10 = 15 + 10 = 25$. Avec $0{,}5 : 0{,}5 \times 5 + 10 = 2{,}5 + 10 = 12{,}5$. On retrouve les mêmes résultats qu'avec le programme de Lou, donc la méthode de Tom marche sur ces deux exemples. Ici, les parenthèses sont inutiles : la multiplication passe déjà avant l'addition, donc $3 \times 5 + 10$ se calcule dans l'ordre de la méthode.

(d) Sans parenthèses : $1 + 10 + 1 = 12$. L'addition $1 + 2{,}5$ doit passer avant la multiplication : $(1 + 2{,}5) \times 4 + 1$; $= 3{,}5 \times 4 + 1$; $= 14 + 1$; $= 15$. Attention, $(1 + 2{,}5) \times (4 + 1) = 17{,}5$ ne convient pas. Cette expression est le programme de Lou appliqué au nombre 1.

Ex. 41 ★★★ **Remonter le programme de Kenza**

(a) On soustrait 2 avant de multiplier par 6 : il faut des parenthèses autour de $10 - 2$. $C = (10 - 2) \times 6 + 15$; $C = 8 \times 6 + 15$; $C = 48 + 15$; $C = 63$. Avec 10, le programme donne 63.

(b) On part de la fin. Ajouter 15 se défait en soustrayant 15 : $45 - 15 = 30$. Multiplier par 6 se défait en divisant par 6 : $30 \div 6 = 5$. Soustraire 2 se défait en ajoutant 2 : $5 + 2 = 7$. Le nombre de départ de Kenza est 7. Vérification : $(7 - 2) \times 6 + 15 = 30 + 15 = 45$.

(c) $(45 - 15) \div 6 + 2$; $= 30 \div 6 + 2$; $= 5 + 2$; $= 7$. Les parenthèses autour de $45 - 15$ sont utiles : cette soustraction doit passer avant la division. Il n'en faut pas autour de $30 \div 6$: la division passe déjà avant l'addition.

(d) On défait les étapes : $18 - 15 = 3$; $3 \div 6 = 0{,}5$; $0{,}5 + 2 = 2{,}5$. Vérification : $(2{,}5 - 2) \times 6 + 15 = 0{,}5 \times 6 + 15 = 3 + 15 = 18$. Il faut choisir 2,5.

Ex. 42 ★★★ **Une soirée bowling à Rennes**

(a) $D = 3 \times 4{,}5 + 2$; $D = 13{,}5 + 2$; $D = 15{,}5$. Maëlle dépense 15,50 €. Les parenthèses sont inutiles : la multiplication passe déjà avant l'addition.

(b) On retire toute la dépense des 30 €, donc on met la dépense entre parenthèses. $R = 30 - (3 \times 4{,}5 + 2)$; $R = 30 - (13{,}5 + 2)$; $R = 30 - 15{,}5$; $R = 14{,}5$. Il reste 14,50 € à Maëlle.

(c) Hugo a tort. $30 - 3 \times 4{,}5 + 2$; $= 30 - 13{,}5 + 2$; $= 16{,}5 + 2$; $= 18{,}5$. Il trouve 18,50 € au lieu de 14,50 € : il ajoute les 2 € de chaussures au lieu de les retirer. Expression juste : $30 - 3 \times 4{,}5 - 2 = 30 - 13{,}5 - 2 = 16{,}5 - 2 = 14{,}5$.

Ex. 42 **(suite)**

(d) Au tarif normal, 4 parties coûtent $4 \times 4{,}5 + 2$. Économie : $E = 4 \times 4{,}5 + 2 - 15$; $E = 18 + 2 - 15$; $E = 20 - 15$; $E = 5$. Ici, des parenthèses autour de $4 \times 4{,}5 + 2$ seraient inutiles : on calcule de toute façon ce tarif avant de soustraire 15. L'offre fait économiser 5 €.

7. *Traduire une phrase ou un problème en calcul, et inversement*

Ex. 43 ★☆☆ **Des phrases aux expressions**

(a) On prend le triple de la somme : la somme passe en premier, il faut donc des parenthèses. $3 \times (5 + 8) = 3 \times 13 = 39$.

(b) On prend la somme du triple de 5 et de 8 : le triple de 5 passe en premier, et la priorité de $\times$ suffit. $3 \times 5 + 8 = 15 + 8 = 23$.

(c) On calcule d'abord le produit de 7 par 8, ensuite on le soustrait de 60 : $60 - 7 \times 8 = 60 - 56 = 4$. Ici, pas besoin de parenthèses.

(d) La moitié, c'est diviser par 2. La somme passe en premier : $(13 + 9) \div 2 = 22 \div 2 = 11$.

(e) Le dividende est 3 et le diviseur est $12 : 3 \div 12 = 0{,}25$ (attention, ce n'est pas $12 \div 3$).

(f) La différence passe en premier : $2{,}5 \times (10 - 6) = 2{,}5 \times 4 = 10$.

(g) Le double de 1,5 passe en premier, et la priorité de $\times$ suffit : $4{,}5 + 2 \times 1{,}5 = 4{,}5 + 3 = 7{,}5$.

Ex. 44 ★☆☆ **Des expressions aux phrases**

(a) La dernière opération est $\times$. C'est le produit de 9 par la différence de 12 et 5. Elle vaut $9 \times 7 = 63$.

(b) La dernière opération est $-$ (le $\times$ passe avant). C'est la différence de 40 et du produit de 3 par 8. Elle vaut $40 - 24 = 16$.

(c) La dernière opération est $\div$. C'est le quotient de la somme de 18 et 6 par 4. Elle vaut $24 \div 4 = 6$.

(d) La dernière opération est $+$. C'est la somme de 7,5 et du double de 4. Elle vaut $7{,}5 + 8 = 15{,}5$.

(e) La barre de fraction met $9 - 3$ entre parenthèses, donc la dernière opération est $\div$. C'est le quotient de 42 par la différence de 9 et 3. Elle vaut $42 \div 6 = 7$.

Ex. 44 **(suite)**

(f) À priorité égale, on calcule de gauche à droite : la division d'abord, puis la multiplication. La dernière opération est donc $\times$. C'est le produit du quotient de 45 par 5 par 3 (ou le triple du quotient de 45 par 5). Elle vaut $9 \times 3 = 27$, et non $45 \div 15 = 3$.

Ex. 45 ★★☆ **Le programme de Lina**

(a) $3 + 6 = 9$; $9 \times 4 = 36$; $36 - 8 = 28$; $28 \div 2 = 14$. Avec 3, le programme donne 14.

(b) On ajoute 6 avant de multiplier, il faut donc des parenthèses. On soustrait 8 avant de diviser, il en faut d'autres. $A = ((5 + 6) \times 4 - 8) \div 2$; $A = (11 \times 4 - 8) \div 2$; $A = (44 - 8) \div 2$; $A = 36 \div 2$; $A = 18$. Avec 5, le programme donne 18.

(c) $B = 5 + 6 \times 4 - 8 \div 2$; $B = 5 + 24 - 8 \div 2$; $B = 5 + 24 - 4$; $B = 29 - 4$; $B = 25$. On trouve 25 au lieu de 18 : Noé a tort. Sans parenthèses, les priorités font passer 6×4 et $8 \div 2$ en premier, ce qui ne suit plus l'ordre du programme.

(d) $2{,}5 + 6 = 8{,}5$; $8{,}5 \times 4 = 34$; $34 - 8 = 26$; $26 \div 2 = 13$. C'est vrai : avec 2,5, on obtient bien 13.

Ex. 46 ★★☆ **Les courses d'Inès**

(a) On calcule d'abord le prix total des achats, puis on le soustrait de 50. Le total doit être entre parenthèses. $C = 50 - (3 \times 4 + 2 \times 3{,}50)$; $C = 50 - (12 + 2 \times 3{,}50)$; $C = 50 - (12 + 7)$; $C = 50 - 19$; $C = 31$. On rend 31 € à Inès.

(b) $T = 50 - 3 \times 4 + 2 \times 3{,}50$; $T = 50 - 12 + 2 \times 3{,}50$; $T = 50 - 12 + 7$; $T = 38 + 7$; $T = 45$. Tom trouve 45 € au lieu de 31 €. Il a oublié les parenthèses : son expression soustrait bien les fraises, mais elle ajoute les melons au lieu de les soustraire.

(c) Le produit passe avant la somme, donc les parenthèses sont inutiles. $4 \times 6{,}50 + 4{,}90 = 26 + 4{,}90 = 30{,}90$. Le prix total est de 30,90 €.

(d) Un pot coûte maintenant $6{,}50 - 2$. Cette différence doit être calculée avant la multiplication, il faut donc des parenthèses. $D = 4 \times (6{,}50 - 2) + 4{,}90$; $D = 4 \times 4{,}50 + 4{,}90$; $D = 18 + 4{,}90$; $D = 22{,}90$. Le nouveau prix total est de 22,90 €.

Ex. 47 ★★★ **La sortie cinéma de Malo**

(a) Places adultes : $4 \times 9{,}5 = 38$ €. Places enfants : $6 \times 6 = 36$ €. Total : $38 + 36 = 74$ €. Après réduction : $74 - 15 = 59$ €. Partage : $59 \div 10 = 5{,}9$. Chaque personne paie 5,90 €.

(b) La division passe avant l'addition et la soustraction : $M = 4 \times 9{,}5 + 6 \times 6 - 15 \div 10$; $M = 38 + 36 - 1{,}5$; $M = 74 - 1{,}5$; $M = 72{,}5$. Ici, seul 15 est divisé par 10, et pas le total. L'expression de Malo ne traduit donc pas le problème : 72,5 € par personne, c'est absurde.

(c) Le partage doit se faire après tout le reste, donc on met le total entre parenthèses. $N = (4 \times 9{,}5 + 6 \times 6 - 15) \div 10$; $N = (38 + 36 - 15) \div 10$; $N = (74 - 15) \div 10$; $N = 59 \div 10$; $N = 5{,}9$. On retrouve bien 5,90 € par personne.

(d) $\frac{4 \times 9{,}5 + 6 \times 6 - 15}{10}$. La barre cache des parenthèses autour du numérateur, donc on tape : (4 × 9,5 + 6 × 6 − 15) ÷ 10. Sans ces parenthèses, la calculatrice affiche 72,5.

(e) Sans parenthèses : $4 \times 9{,}5 + 6 \times 6 - 15 = 38 + 36 - 15 = 59$. Avec parenthèses : $(38 + 36) - 15 = 74 - 15 = 59$. On obtient le même résultat, car les multiplications passent déjà en premier et on calcule ensuite de gauche à droite. Ces parenthèses sont inutiles.

Ex. 48 ★★★ **Mots pièges**

(a) Triple de la somme : $3 \times (6 + 7) = 3 \times 13 = 39$. Somme du triple de 6 et de 7 : $3 \times 6 + 7 = 18 + 7 = 25$. Comme $39 \neq 25$, c'est faux. Dans la première phrase, on multiplie toute la somme par 3. Dans la seconde, on triple seulement 6.

(b) C'est une différence dont le second terme est un produit : $75 - 8 \times 9 = 75 - 72 = 3$. Hugo calcule $(75 - 8) \times 9 = 67 \times 9 = 603$: il a écrit un produit. Il a tort, la bonne valeur est 3.

(c) Dans « le quotient de 4,8 par 6 », le dividende est 4,8 et le diviseur est 6. Il faut écrire $4{,}8 \div 6 = 0{,}8$. Yanis a inversé les deux nombres : $6 \div 4{,}8 = 1{,}25$. Il a tort.

(d) $(23 - 7{,}4) \div 2 = 15{,}6 \div 2 = 7{,}8$, ou $\frac{23 - 7{,}4}{2} = \frac{15{,}6}{2} = 7{,}8$. Dans $23 - 7{,}4 \div 2$, la division passe en premier : $23 - 3{,}7 = 19{,}3$. On ne prend alors que la moitié de 7,4 : il faut des parenthèses autour de la différence.

Ex. 49 ★★★ **Deux programmes jumeaux ?**

(a) A : on ajoute 10 avant de prendre la moitié, il faut donc des parenthèses. $A = (7 \times 4 + 10) \div 2$; $A = (28 + 10) \div 2$; $A = 38 \div 2$; $A = 19$. B : on ajoute 2,5 avant de multiplier, il faut donc des parenthèses. $B = (7 + 2{,}5) \times 2$; $B = 9{,}5 \times 2$; $B = 19$. Les deux programmes donnent 19.

(b) La dernière opération est la multiplication par 2, c'est donc un produit : « le produit de la somme de 7 et de 2,5 par 2 », ou « le double de la somme de 7 et de 2,5 ».

(c) Dans le programme A, on multiplie par 4, on ajoute 10, puis on prend la moitié de tout le résultat. La somme $3{,}5 \times 4 + 10$ doit donc être entre parenthèses. $E = (3{,}5 \times 4 + 10) \div 2$; $E = (14 + 10) \div 2$; $E = 24 \div 2$; $E = 12$. Sans parenthèses, on ne prendrait que la moitié de 10 et on trouverait $14 + 5 = 19$. Avec 3,5, A donne 12.

(d) $(3{,}5 + 2{,}5) \times 2 = 6 \times 2 = 12$. Avec 3,5, A donne aussi 12 : les deux programmes donnent encore le même résultat.

(e) On remonte B en faisant les opérations inverses : $25 \div 2 = 12{,}5$, puis $12{,}5 - 2{,}5 = 10$. Ilan a choisi 10. Vérification : $(10 + 2{,}5) \times 2 = 25$ et $(10 \times 4 + 10) \div 2 = 50 \div 2 = 25$. A donne aussi 25.