1. Rappels de 3e : pourcentages et taux d'évolution

Ex. 1 ★☆☆ Trois écritures d'une proportion

(a) $0{,}07 = \frac{7}{100} = 7\,\%$ (et pas $0{,}07\,\%$).

(b) $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0{,}375 = 37{,}5\,\%$.

(c) $45\,\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ (on simplifie par 5).

(d) $p = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\,\%$: 20 % des adhérents sont ceintures noires.

(e) Léna a inversé la partie et le tout : une proportion ne peut pas dépasser 1. Le tout (32 élèves) va au dénominateur : $p = \frac{20}{32} = 0{,}625 = 62{,}5\,\%$.

(f) Faux : $0{,}5\,\% = \frac{0{,}5}{100} = 0{,}005$, alors que $0{,}5 = 50\,\%$.

Ex. 2 ★☆☆ Prendre un pourcentage de tête

(a) 10 %, c'est diviser par 10 : $340 \div 10 = 34$ €.

(b) 5 % est la moitié de 10 % : $34 \div 2 = 17$ €.

(c) 25 %, c'est le quart : $72 \div 4 = 18$ kg.

(d) On multiplie par 0,30 (ni par 30, ni en divisant par 30) : $0{,}30 \times 150 = 45$ L.

(e) $36\,\%$ de $25 = \frac{36 \times 25}{100} = 25\,\%$ de 36, soit le quart de 36 : 9.

(f) Non : $35 \div 20 = 1{,}75$, ce n'est pas 20 % de 35. Prendre 20 %, c'est multiplier par $0{,}2$: $0{,}2 \times 35 = 7$.

Ex. 3 ★★☆ Une veste en hausse puis en soldes

(a) $64 + 0{,}20 \times 64 = 64 + 12{,}8 = 76{,}8$ €, ou directement $64 \times 1{,}2 = 76{,}8$ €. En octobre, la veste coûte 76,80 €.

(b) $76{,}8 \times 0{,}15 = 11{,}52$ € : c'est le montant de la remise, pas le prix. Diminuer de 15 %, c'est multiplier par 0,85 : $76{,}8 \times 0{,}85 = 65{,}28$ €. La veste soldée coûte 65,28 €.

(c) $\frac{65{,}28 - 64}{64} \times 100 = \frac{1{,}28}{64} \times 100 = 2$. Entre septembre et janvier, le prix a augmenté de 2 %.

(d) Non : les pourcentages ne s'additionnent pas, car les 15 % sont pris sur le prix d'octobre, et non sur 64 €. Le taux global est de $+2\,\%$ ($1{,}2 \times 0{,}85 = 1{,}02$).

Ex. 4 ★★☆ L'association sportive d'un lycée

(a) $N = \frac{156 \times 100}{24} = 650$ (ou $N = \frac{156}{0{,}24} = 650$). Le lycée compte 650 élèves.

(b) $0{,}22 \times 650 = 143$. Le lycée compte 143 internes.

Ex. 4 (suite)

(c) La population de référence est celle des membres de l'AS : $p = \frac{39}{156} = 0{,}25 = 25\,\%$. Un quart des membres de l'AS font du handball.

(d) Non : elle a pris la mauvaise population de référence. Parmi tous les élèves, $p = \frac{39}{650} = 0{,}06 = 6\,\%$ (ou $0{,}25 \times 0{,}24 = 0{,}06$). Les handballeurs représentent 6 % des élèves du lycée, et pas 25 %.

Ex. 5 ★★★ Vrai ou faux : cinq réflexes à vérifier

(a) Vrai. $x\,\%$ de $50 = \frac{x}{100} \times 50 = \frac{50 \times x}{100} = \frac{x}{2}$: c'est aussi 50 % de x, donc la moitié de x. Par exemple, $0{,}18 \times 50 = 9 = 18 \div 2$.

(b) Faux. La remise de 20 % est prise sur le prix de départ, pas sur 92 €. On vérifie : $110{,}40 \times 0{,}8 = 88{,}32$ €, et non 92 €. Le prix de départ est $V_1 = \frac{92}{0{,}8} = 115$ € (vérification : $115 \times 0{,}8 = 92$). Avant les soldes, le pull coûtait 115 €.

(c) Faux. Les deux hausses valent 250 abonnés, mais elles ne portent pas sur la même valeur de départ : $\frac{1\,500 - 1\,250}{1\,250} \times 100 = 20$, puis $\frac{1\,750 - 1\,500}{1\,500} \times 100 \approx 16{,}7$. Le compte a augmenté de 20 %, puis d'environ 16,7 %.

(d) Faux. $5\,\% = 0{,}05$, donc on multiplie par $1 + 0{,}05 = 1{,}05$. Contre-exemple : $140 \times 1{,}05 = 147$ €, alors que $140 \times 1{,}5 = 210$ €. Multiplier par 1,5, c'est augmenter de $\frac{210 - 140}{140} \times 100 = 50\,\%$.

(e) Vrai. Une proportion $\frac{\text{partie}}{\text{tout}}$ ne dépasse pas 1, car la partie est incluse dans le tout. Un taux d'évolution, lui, peut dépasser 100 % : passer de 40 à 100 donne $\frac{100 - 40}{40} \times 100 = 150$, soit une hausse de 150 %.

Ex. 6 ★★★ Deux vélos en promotion

(a) 25 % de 520 €, c'est le quart : $520 \div 4 = 130$ €. La remise est retirée du prix de départ : $520 - 130 = 390$ € (ou $520 \times 0{,}75 = 390$). Chez A, le vélo soldé coûte 390 €.

(b) $450 \times 0{,}15 = 67{,}50$ € est le montant de la remise, pas le prix soldé. On retire la remise au prix de départ : $450 - 67{,}50 = 382{,}50$ €, soit $450 \times 0{,}85 = 382{,}50$ €. Chez B, le vélo soldé coûte 382,50 €.

(c) $390 - 382{,}50 = 7{,}50$. Le vélo soldé est moins cher chez B, de 7,50 €.

(d) $\frac{468 - 390}{390} \times 100 = \frac{78}{390} \times 100 = 20$. Le prix a augmenté de 20 % par rapport au prix soldé.

Ex. 6 (suite)

(e) Non. $390 \times 1{,}25 = 487{,}50$ €, et non 520 €. La hausse de 25 % se calcule sur 390 € et pas sur 520 €. Le bon taux est $\frac{520-390}{390} \times 100 = \frac{130}{390} \times 100 \approx 33{,}3$. Il fallait augmenter le prix d'environ 33,3 % : Mila a tort.

Ex. 7 ★★★ **Les licenciés d'un club de natation**

(a) La population de référence est l'ensemble des licenciés du club, qu'on note N. On a $0{,}34 \times N = 85$, donc $N = \frac{85}{0{,}34} = 250$. Vérification : $0{,}34 \times 250 = 85$. Le club compte 250 licenciés.

(b) Une proportion ne dépasse jamais 100 %. Ici $\frac{85}{51} \approx 1{,}67$ est supérieur à 1 : Zoé a inversé la partie et le tout. Le tout, ce sont les 85 mineurs, et il va au dénominateur : $p = \frac{51}{85} = 0{,}6$.
Donc 60 % des mineurs font de la compétition.

(c) Ici, le tout est l'ensemble des 250 licenciés : $p = \frac{51}{250} = 0{,}204$. On peut aussi calculer $0{,}34 \times 0{,}6 = 0{,}204$.
Donc 20,4 % des licenciés sont des mineurs qui nagent en compétition.

(d) Augmenter de 40 %, c'est multiplier par $1 + 0{,}40 = 1{,}4$: $250 \times 1{,}4 = 350$ (ou $250 + 0{,}40 \times 250 = 250 + 100 = 350$). Le club prévoit 350 licenciés.

(e) Nombre de mineurs nécessaire : $0{,}34 \times 350 = 119$. Il y en a déjà 85, et $119 - 85 = 34$. Le club doit accueillir 34 mineurs supplémentaires.

2. *Proportions : calculer, appliquer, retrouver le tout*

Ex. 8 ★☆☆ **Écritures d'une proportion et pourcentages de tête**

(a) $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\,\%$.

(b) $65\,\% = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$ (on simplifie par 5).

(c) $\frac{3}{8} = 0{,}375$ et $38\,\% = 0{,}38$, donc $0{,}37 < \frac{3}{8} < 38\,\%$.

(d) $\frac{2}{5}$ de 85 € : $85 \div 5 = 17$, puis $2 \times 17 = 34$ €.

(e) 10 % de 470 € : 47 € ; 5 % en est la moitié : 23,50 €.

(f) 1 % de 3 200 vaut 32, donc 3 % vaut $3 \times 32 = 96$ habitants.

(g) Proportion complémentaire : $1 - 0{,}28 = 0{,}72$, soit 72 % d'adhérents majeurs.

Ex. 9 ★★☆ **Proportion ou tout ? Les bons réflexes**

(a) $p = \frac{90}{600} = \frac{15}{100} = 0{,}15$, soit 15 % d'internes.

(b) Lina a divisé le tout par la partie : $5 > 1$ ne peut pas être une proportion. Le tout va au dénominateur : $p = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0{,}2$, soit 20 %.

(c) Tout = partie $\div p$: $13 \div 0{,}2 = 65$ (c'est 13×5). Le lycée compte 65 élèves de 2nde.

(d) Non : le tout ne peut pas être plus petit que la partie. 25 % de l'effectif, c'est $15 \div 3 = 5$ joueuses, donc tout $= 15 \div 0{,}75 = 20$ joueuses
(vérification : $0{,}75 \times 20 = 15$).

(e) La première est une proportion (une part des places du stade à un moment donné). La seconde est une évolution (un changement entre deux valeurs) : 130 % > 100 %, ce ne peut pas être une proportion.

Ex. 10 ★★☆ **Filles parmi les internes, internes parmi les filles**

(a) Population de référence : les 1 150 élèves.
$p = \frac{620}{1\,150} \approx 0{,}5391$. Il y a environ 53,9 % de filles au lycée.

(b) Population de référence : les 184 internes.
$p = \frac{115}{184} = 0{,}625$. 62,5 % des internes sont des filles.

(c) Population de référence : les 620 filles.
$p = \frac{115}{620} \approx 0{,}1855$. Environ 18,5 % des filles sont internes. Le tout n'est pas le même (620 filles au lieu de 184 internes), donc la proportion change.

(d) Proportion complémentaire chez les internes : $1 - 0{,}625 = 0{,}375$ (ou $\frac{184-115}{184} = \frac{69}{184}$). 37,5 % des internes sont des garçons.

Ex. 11 ★★☆ **Réunir des classes : on additionne les effectifs**

(a) Partie = $p \times$ tout : $0{,}25 \times 32 = 8$ et $0{,}5 \times 24 = 12$. Il y a 8 licenciés en 2nde A et 12 en 2nde B.

(b) Licenciés : $8 + 12 = 20$; élèves : $32 + 24 = 56$.
$p = \frac{20}{56} \approx 0{,}3571$. Environ 35,7 % des élèves des deux classes sont licenciés.

(c) Non : on n'additionne pas les pourcentages, on additionne les effectifs. Les classes n'ont pas le même effectif, donc la proportion n'est pas la moyenne simple : on trouve 35,7 %, pas 37,5 %.

(d) Tout = partie $\div p$: $7 \div 0{,}25 = 28$. La 2nde C compte 28 élèves.

Ex. 11 (suite)

(e) Licenciés : $8+12+7=27$; élèves : $32+24+28=84$. $p=\frac{27}{84}\approx 0{,}3214$. Environ 32,1 % des élèves des trois classes sont licenciés.

Ex. 12 ★★★ **Article de presse : quatre erreurs à corriger**

(a) $\frac{286}{880}=0{,}325$: l'article a pris les jeunes comme population de référence. Parmi tous les inscrits : $p=\frac{286}{2\,500}=0{,}1144\approx 11{,}4\,\%$. Phrase correcte : « 32,5 % des jeunes inscrits empruntent des BD, soit environ 11,4 % de l'ensemble des inscrits. »

(b) Une proportion est comprise entre 0 et 1 : un résultat de 1,54 montre qu'on a divisé le tout par la partie. Bonne proportion : $p=\frac{1\,620}{2\,500}=0{,}648$, soit 64,8 % d'adultes. Les jeunes forment le complémentaire : $1-0{,}648=0{,}352$, soit 35,2 % de jeunes.

(c) Ce 60 % est un taux d'évolution : $t=\frac{880-550}{550}=\frac{330}{550}=0{,}6$. Phrases correctes : « Le nombre de jeunes inscrits a augmenté de 60 % en un an. » et « Les jeunes représentent 35,2 % des inscrits » ($\frac{880}{2\,500}=0{,}352$).

(d) Le tout est inconnu : tout = partie $\div p$. $N=\frac{72}{0{,}16}=450$ (vérification : $0{,}16\times 450=72$). Le calcul $72\times 0{,}16=11{,}52$ n'a pas de sens : il donnerait moins de seniors inscrits que les 72 participants, qui en font partie. La médiathèque compte 450 inscrits de plus de 60 ans.

Ex. 13 ★★★ **Recruter pour atteindre une proportion**

(a) Compétiteurs : $0{,}25\times 56=14$. Non-compétiteurs : $1-0{,}25=0{,}75$. Le club compte 14 compétiteurs et 75 % de non-compétiteurs.

(b) $0{,}05\times 56=2{,}8$, mais le tout change avec les recrues : il passe de 56 à 59 adhérents. Avec 3 recrues : $p=\frac{14+3}{56+3}=\frac{17}{59}\approx 0{,}288$, soit environ 28,8 %. On reste sous 30 % : Malik a tort.

(c) $p=\frac{14+x}{56+x}$. On résout $14+x=0{,}3\times(56+x)=16{,}8+0{,}3x$, d'où $0{,}7x=2{,}8$ et $x=4$. Vérification : $\frac{18}{60}=0{,}3$. Il faut recruter 4 compétiteurs.

(d) On résout $14+x=0{,}5\times(56+x)$, soit $0{,}5x=14$, d'où $x=28$. Il faudrait $56+28=84$ adhérents, plus que 80 : c'est impossible. On peut recruter au plus $80-56=24$ compétiteurs, ce qui donne $p=\frac{38}{80}=0{,}475$, soit 47,5 % au maximum.

Ex. 14 ★★★ **Vrai ou faux : proportions sous surveillance**

(a) Vrai. Tout = partie $\div p$: $\frac{238}{0{,}34}=700$ élèves. Non externes : $700-238=462$ (ou $0{,}66\times 700=462$). Le lycée compte bien 462 élèves non externes.

(b) Faux. Une proportion ne dépasse jamais 100 %. Nouveaux abonnés : $20\,000-8\,000=12\,000$, soit $\frac{12\,000}{20\,000}=0{,}6=60\,\%$ des abonnés actuels. Le 150 % est le taux d'évolution : $\frac{20\,000-8\,000}{8\,000}=1{,}5$, le nombre d'abonnés a augmenté de 150 %.

(c) Vrai. Cadettes : partie = $p\times$ tout $=0{,}4\times 55=22$. Elles forment 20 % des filles : tout $=22\div 0{,}2=110$ filles. Or $2\times 55=110$: le club compte bien deux fois plus de filles que de cadets.

(d) Faux. Pau : $\frac{126}{180}=0{,}7=70\,\%$. Tarbes : $\frac{165}{240}=0{,}6875\approx 68{,}8\,\%$. Tarbes a plus de mentions mais aussi plus de candidats : sa proportion de mentions est plus faible que celle de Pau.

3. *Pourcentage de pourcentage*

Ex. 15 ★☆☆ **Composer deux proportions de tête**

(a) $0{,}5\times 0{,}3=0{,}15$, soit 15 %.

(b) $0{,}25\times 0{,}4=0{,}1=\frac{1}{10}$.

(c) $0{,}3\times 0{,}1=0{,}03$: 3 % des élèves du lycée sont des internes de 2nde.

(d) Il faut multiplier les écritures décimales : $0{,}8\times 0{,}5=0{,}4$, soit 40 %. Une proportion ne peut pas dépasser 100 %.

(e) Non. Les deux pourcentages n'ont pas la même population de référence, donc on ne les additionne pas : $0{,}1\times 0{,}7=0{,}07$, soit 7 %.

(f) Non : le produit est plus petit que chacune des deux proportions, donc il ne dépasse pas 40 %. En fait, $0{,}4\times 0{,}6=0{,}24$, soit 24 %.

Ex. 16 ★☆☆ **Ensembles emboîtés : référence, division, effectif**

(a) $p=\frac{0{,}12}{0{,}6}=0{,}2$: 20 % des compétiteurs sont juniors.

(b) $p=\frac{0{,}2}{0{,}8}=0{,}25$: 25 % des emprunteurs de BD prennent des BD numériques.

(c) $E=$ les salariés, $A=$ les cadres, $B=$ les cadres en télétravail. Le pourcentage 30 % se rapporte aux cadres, pas à tous les salariés.

Ex. 16 **(suite)**

(d) Non. Les deux groupes n'ont aucun élève en commun, donc ils ne sont pas emboîtés et on ne multiplie pas. Ici on additionne, car la référence est la même : $0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}5$, soit 50 %.

(e) $0{,}5 \times 0{,}1 = 0{,}05$, puis $0{,}05 \times 400 = 20$: 20 abonnés viennent le matin avec un coach.

Ex. 17 ★★☆ **Panneaux solaires et batteries**

(a) $0{,}35 \times 0{,}22 = 0{,}077$: 7,7 % des logements ont des panneaux et une batterie.

(b) $0{,}077 \times 8\,000 = 616$: 616 logements ont des panneaux et une batterie.

(c) Il a additionné 35 % et 22 %, deux pourcentages qui n'ont pas la même référence : 22 % porte sur les logements équipés. Comme les batteries sont posées uniquement dans des logements qui ont des panneaux, la proportion de logements qui ont des panneaux ou une batterie reste 35 %.

(d) $p = \frac{0{,}098}{0{,}40} = 0{,}245$: 24,5 % des logements équipés de panneaux ont une batterie.

Ex. 18 ★★☆ **Ensembles emboîtés en cascade : les avis clients**

(a) $0{,}64 \times 0{,}40 = 0{,}256$: 25,6 % des clients ont laissé un avis.

(b) $0{,}256 \times 0{,}30 = 0{,}0768$: 7,68 % des clients ont mis 5 étoiles.

(c) $0{,}0768 \times 25\,000 = 1\,920$: 1 920 clients ont mis 5 étoiles.

(d) Vrai. Ici, la population de référence est celle des acheteurs. Parmi eux, 40 % ont laissé un avis et 30 % de ces avis ont 5 étoiles : $0{,}40 \times 0{,}30 = 0{,}12$, soit 12 % des acheteurs.

Ex. 19 ★★★ **L'article du journal du lycée**

(a) 45 % porte sur tous les élèves du lycée. 30 % porte seulement sur les demi-pensionnaires. Les deux pourcentages n'ont pas la même référence : on ne peut donc pas les additionner.

(b) Ceux qui mangent végétarien font partie des demi-pensionnaires. Ils sont donc au plus 45 % des élèves. Le résultat d'Inès (75 %) dépasse 45 % : c'est impossible.

(c) On a « parmi eux », donc on multiplie les proportions écrites en décimal : $0{,}45 \times 0{,}30 = 0{,}135$. 13,5 % des élèves du lycée mangent végétarien. C'est bien moins que 45 % et que 30 %.

Ex. 19 **(suite)**

(d) Inès a multiplié les pourcentages sans les écrire en décimal. Une proportion ne peut pas dépasser 100 %. Il faut calculer $0{,}45 \times 0{,}30 = 0{,}135$. Effectif : $0{,}135 \times 1\,200 = 162$. 162 élèves mangent végétarien.

Ex. 20 ★★★ **Compétiteurs à la salle d'escalade**

(a) Les adultes forment 70 % des abonnés et, parmi eux, 20 % font de la compétition. On calcule $0{,}70 \times 0{,}20 = 0{,}14$. 14 % des abonnés sont des adultes qui font de la compétition.

(b) Les mineurs forment $100\,\% - 70\,\% = 30\,\%$ des abonnés. On calcule $0{,}30 \times 0{,}35 = 0{,}105$. 10,5 % des abonnés sont des mineurs qui font de la compétition.

(c) Non. 20 % porte sur les adultes et 35 % porte sur les mineurs : ces deux pourcentages n'ont pas la même référence. Les deux groupes sont séparés, et les proportions trouvées aux deux questions précédentes portent toutes les deux sur l'ensemble des abonnés. On peut donc les additionner : $0{,}14 + 0{,}105 = 0{,}245$. 24,5 % des abonnés font de la compétition.

(d) $0{,}245 \times 2\,400 = 588$. 588 abonnés font de la compétition.

(e) Les adultes compétiteurs représentent 14 % des abonnés et les compétiteurs 24,5 % des abonnés. Donc $p = \frac{0{,}14}{0{,}245} \approx 0{,}571$. Environ 57,1 % des compétiteurs sont des adultes.

Ex. 21 ★★★ **Abonnés premium d'une appli de musique**

(a) Faux. 4,5 % est une proportion de tous les utilisateurs, pas des abonnés premium. Parmi les premium : $p = \frac{0{,}045}{0{,}18} = 0{,}25$. En réalité, 25 % des abonnés premium écoutent hors connexion. Contrôle : $0{,}25 \times 0{,}18 = 0{,}045$.

(b) On multiplie : $0{,}045 \times 0{,}20 = 0{,}009$, soit 0,9 % des utilisateurs. C'est moins que chacune des deux proportions. Effectif : $0{,}009 \times 50\,000 = 450$. 450 personnes écoutent hors connexion tous les jours.

(c) On note q la proportion de premium. Il faut $0{,}25 \times q = 0{,}06$, donc $q = \frac{0{,}06}{0{,}25} = 0{,}24$. 24 % des utilisateurs devront être premium.

(d) Aujourd'hui : $0{,}18 \times 50\,000 = 9\,000$ abonnés premium. Objectif : $0{,}24 \times 50\,000 = 12\,000$. Il faudra $12\,000 - 9\,000 = 3\,000$ abonnés premium en plus.

4. *Variation absolue, taux d'évolution et coefficient multiplicateur*

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : du taux au coefficient multiplicateur**

(a) $CM = 1 + 0{,}07 = 1{,}07$ (et pas 1,7).

(b) Baisser de 8 %, c'est multiplier par $1 - 0{,}08 = 0{,}92$ (ni par 0,08, ni par $-1{,}08$).

(c) $t = CM - 1 = 3 - 1 = 2$: le loyer a augmenté de 200 % (et pas de 300 %).

(d) $t = CM - 1 = 0{,}6 - 1 = -0{,}4$: multiplier par 0,6, c'est diminuer de 40 %.

(e) Non. On aurait $CM = 1 - 1{,}2 = -0{,}2 < 0$: le nouveau prix serait négatif. Une baisse ne dépasse jamais 100 %.

(f) $CM = 1 + t = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : variation absolue ou taux ?**

(a) $V_2 - V_1 = 50 - 40 = 10$: le prix augmente de 10 € (avec l'unité).

(b) $t = \frac{50-40}{40} = \frac{10}{40} = 0{,}25$: hausse de 25 % (sans unité).

(c) La valeur de départ est maintenant 50 : $t = \frac{40-50}{50} = -0{,}2$. C'est une baisse de 20 %, pas de 25 %.

(d) $66 - 60 = 6$: le taux de réussite gagne 6 points de pourcentage.

(e) $t = \frac{6}{60} = 0{,}1$: le taux de réussite a augmenté de 10 %. Le bon titre est « +6 points », ou « +10 % ».

(f) Variation absolue : $0{,}05 \times 600 = 30$ €. Nouveau loyer : $600 \times 1{,}05 = 630$ €.

Ex. 24 ★★☆ **Deux chaînes vidéo comparées**

(a) Maëlle : $3\,000 - 2\,400 = 600$ abonnés. Yanis : $21\,600 - 18\,000 = 3\,600$ abonnés.

(b) Maëlle : $t = \frac{600}{2\,400} = 0{,}25$, soit +25 %. Yanis : $t = \frac{3\,600}{18\,000} = 0{,}2$, soit +20 %.

(c) Non. Il gagne plus d'abonnés en nombre (3 600 contre 600), mais les deux chaînes n'ont pas la même taille au départ. On compare donc les taux : 25 % > 20 %. C'est la chaîne de Maëlle qui a le plus progressé.

(d) $CM = \frac{27\,000}{21\,600} = 1{,}25$, donc $t = 0{,}25$: il faudrait encore une hausse de 25 %.

Ex. 25 ★★☆ **Retrouver le prix de départ**

(a) Inès applique +20 % au prix soldé, mais les 20 % portaient sur l'ancien prix. On a $CM = 0{,}8$, donc $V_1 = \frac{68}{0{,}8} = 85$. La veste coûtait 85 € avant les soldes.

(b) $TTC = HT \times 1{,}2$, donc $HT = \frac{114}{1{,}2} = 95$. Le casque coûte 95 € HT (et pas $114 \times 0{,}8 = 91{,}20$ €).

(c) $114 - 95 = 19$: la TVA payée sur ce casque s'élève à 19 €.

(d) $CM = 1{,}04$, donc $V_1 = \frac{78}{1{,}04} = 75$. La facture coûtait 75 € avant la hausse (vérification : $75 \times 1{,}04 = 78$).

Ex. 26 ★★★ **Le club d'escalade dans le journal**

(a) Variation absolue : $540 - 450 = 90$ adhérents. Taux : $t = \frac{90}{450} = 0{,}2$. Le nombre d'adhérents a augmenté de 20 % : sur ce point, le titre est juste.

(b) Variation absolue : $45 - 40 = 5$ points de pourcentage. Taux : $t = \frac{45-40}{40} = \frac{5}{40} = 0{,}125$, soit +12,5 %. Le journal se trompe : il fallait écrire « +5 points », pas « +5 % ».

(c) En 2024 : $0{,}40 \times 450 = 180$ jeunes. En 2025 : $0{,}45 \times 540 = 243$ jeunes. Taux : $t = \frac{243-180}{180} = \frac{63}{180} = 0{,}35$. Le nombre de jeunes a augmenté de 35 %.

(d) En 2026, la valeur de départ est 540, pas 450. On aurait $t = \frac{450-540}{540} = \frac{-90}{540} \approx -0{,}167$, soit une baisse d'environ 16,7 %. Le président a tort : il divise par la mauvaise valeur.

Ex. 27 ★★★ **Au magasin de vélos**

(a) Passer du HT au TTC, c'est multiplier par 1,2. Pour revenir au HT, on divise par 1,2 (multiplier par 0,8 correspond à une baisse de 20 % du TTC). Prix HT = $\frac{1\,740}{1{,}2} = 1\,450$ €.

(b) Variation absolue : $1\,479 - 1\,740 = -261$ €. Taux : $t = \frac{-261}{1\,740} = -0{,}15$. Le prix TTC a baissé de 261 €, soit une baisse de 15 %.

(c) $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$. Prix avant soldes : $V_1 = \frac{57{,}20}{0{,}65} = 88$. La sacoche coûtait 88 € (vérification : $88 \times 0{,}65 = 57{,}20$).

(d) $CM = \frac{75}{30} = 2{,}5$, donc $t = CM - 1 = 1{,}5$. Le prix a augmenté de 150 %, pas de 250 % : le vendeur confond le coefficient multiplicateur et le taux, il a tort.

Ex. 27 (suite)

(e) Nouveau prix HT : $1\,450 \times 1{,}05 = 1\,522{,}50$ €. Nouveau prix TTC : $1\,522{,}50 \times 1{,}2 = 1\,827$ €. $t = \frac{1\,827 - 1\,740}{1\,740} = 0{,}05$. Le prix TTC augmente aussi de 5 % : Jade a tort, on n'ajoute pas les 20 % de TVA au taux.

Ex. 28 ★★★ **Deux lycées économisent l'électricité**

(a) Brest : $71\,400 - 84\,000 = -12\,600$ kWh. Colmar : $20\,000 - 25\,000 = -5\,000$ kWh. Brest a la plus grosse baisse en kWh, mais les deux lycées n'ont pas la même taille : pour comparer, il faut les taux, pas les variations absolues.

(b) Brest : $CM = \frac{71\,400}{84\,000} = 0{,}85$, $t = -0{,}15$. Colmar : $CM = \frac{20\,000}{25\,000} = 0{,}8$, $t = -0{,}2$. Brest baisse de 15 % et Colmar de 20 % : c'est Colmar qui a le plus réduit sa consommation en proportion.

(c) $CM = 0{,}7$ donne $t = 0{,}7 - 1 = -0{,}3$: c'est une baisse de 30 %, pas de 70 %. Consommation visée : $20\,000 \times 0{,}7 = 14\,000$ kWh.

(d) Avec $CM = 0{,}8$: $84\,000 \times 0{,}8 = 67\,200$ kWh. Avec une baisse de 20 %, Brest aurait consommé 67 200 kWh.

(e) $t = \frac{67\,200 - 71\,400}{71\,400} = \frac{-4\,200}{71\,400} \approx -0{,}059$. Brest doit baisser sa consommation d'environ 5,9 %.

5. *Évolutions successives*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : enchaîner des évolutions**

(a) $CM = 1{,}2 \times 1{,}5 = 1{,}8$.

(b) $60 \times 1{,}3 = 78$, puis $78 \times 0{,}7 = 54{,}6$. Le prix final est 54,60 €. Il est plus bas qu'au départ : le CM global vaut 0,91, et non 1.

(c) $CM = 1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$, donc $t = 1{,}44 - 1 = 0{,}44$. C'est une hausse de 44 %, pas de 40 % : la seconde hausse s'applique à un loyer déjà augmenté.

(d) $CM = 0{,}7 \times 0{,}9 = 0{,}63$, donc $t = 0{,}63 - 1 = -0{,}37$. La remise globale est de 37 %, et non de 40 %.

(e) $CM = 0{,}5 \times 1{,}5 = 0{,}75$, donc $t = 0{,}75 - 1 = -0{,}25$. Le taux global est -25 %.

(f) $CM = 2 \times 0{,}5 \times 1{,}1 = 1{,}1$, donc $t = 1{,}1 - 1 = 0{,}1$. Le taux global est $+10$ %.

Ex. 30 ★★☆ **Vrai ou faux : évolutions successives**

(a) Vrai : $1{,}1 \times 0{,}8 = 0{,}8 \times 1{,}1 = 0{,}88$. Un produit ne dépend pas de l'ordre des facteurs.

(b) Faux : $CM = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$, donc $t = -0{,}75$. C'est une baisse de 75 % : il reste le quart de la valeur.

(c) Vrai : $CM = 0{,}8 \times 1{,}5 = 1{,}2$, donc $t = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$, soit $+20$ %. On ne trouve pas $-20 + 50 = +30$ % : on multiplie les coefficients.

(d) Vrai : $CM = 1{,}25 \times 0{,}8 = 1$, donc $t = 0$. On revient exactement à la valeur de départ.

(e) Vrai : $CM = 1{,}1 \times 1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21 \times 1{,}1 = 1{,}331$, donc $t = 0{,}331$, soit $+33{,}1$ %.

(f) Faux : $CM = 1{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}96$, donc $t = 0{,}96 - 1 = -0{,}04$. C'est une baisse de 4 % : on n'additionne pas $+60$ et -40.

Ex. 31 ★★☆ **Compléter un tableau d'évolutions successives**

(a) $CM = 1{,}12 \times 0{,}95 = 1{,}064$, donc $t = 1{,}064 - 1 = 0{,}064$. Le taux global est $+6{,}4$ %.

(b) $CM = 1 + 0{,}02 = 1{,}02$. Comme $CM = CM_1 \times CM_2$, on a $CM_2 = 1{,}02 \div 0{,}85 = 1{,}2$. La seconde évolution est une hausse de 20 %.

(c) $CM = 1{,}08 \times 1{,}08 = 1{,}166\,4$, donc $t = 0{,}166\,4$, soit $+16{,}64$ %. Zoé a tort : la seconde hausse de 8 % s'applique à une valeur déjà augmentée, donc le taux global n'est pas 2×8 %.

(d) $CM = 1 - 0{,}10 = 0{,}9$. On a $CM_1 = 0{,}9 \div 1{,}25 = 0{,}72$, donc $t_1 = 0{,}72 - 1 = -0{,}28$. La première évolution est une baisse de 28 %.

Ex. 32 ★★☆ **Les abonnés de la chaîne de Malik**

(a) $CM = 1{,}2 \times 0{,}95 \times 1{,}12 = 1{,}14 \times 1{,}12 = 1{,}276\,8$.

(b) $t = 1{,}276\,8 - 1 = 0{,}276\,8$. Sur les trois mois, le nombre d'abonnés a augmenté de 27,68 %.

(c) Non : les taux ne s'additionnent pas, ce sont les coefficients qui se multiplient. Le taux global est $+27{,}68$ %, et non $+27$ %.

(d) $V_2 = 25\,000 \times 1{,}276\,8 = 31\,920$. Fin mars, la chaîne compte 31 920 abonnés.

(e) $31\,920 - 25\,000 = 6\,920$: la chaîne a gagné 6 920 abonnés en trois mois. $t = \frac{6\,920}{25\,000} = 0{,}276\,8$: on retrouve bien une hausse de 27,68 %.

Ex. 33 ★★★ **Les vélos électriques de Léonie**

(a) En 2024 : $480 \times 1{,}25 = 600$. En 2025 : la hausse globale est de 12,5 %, donc $480 \times 1{,}125 = 540$. La boutique a vendu 600 vélos en 2024 et 540 vélos en 2025.

(b) Avec une baisse de 12,5 %, on aurait $CM = 1{,}25 \times 0{,}875 = 1{,}093\,75$, soit +9,375 % et pas +12,5 % (on aurait $480 \times 1{,}093\,75 = 525$ vélos, pas 540). Hugo a tort : les taux ne se soustraient pas, on multiplie les coefficients.

(c) $CM_2 = CM \div CM_1 = \frac{1{,}125}{1{,}25} = 0{,}9$, donc $t = 0{,}9 - 1 = -0{,}1$. Vérification : $\frac{540}{600} = 0{,}9$. En 2025, les ventes ont baissé de 10 %.

(d) $CM_3 = \frac{1{,}35}{1{,}125} = 1{,}2$, donc $t = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$. Ventes visées : $540 \times 1{,}2 = 648$ (ou $480 \times 1{,}35 = 648$). Il faut une hausse de 20 % en 2026, soit 648 vélos vendus.

Ex. 34 ★★★ **Soldes sur une console**

(a) $CM = 0{,}8 \times 0{,}85 = 0{,}68$, donc $t = 0{,}68 - 1 = -0{,}32$. Nadia a tort : la remise totale est de 32 %, et non de 35 %, car la seconde remise s'applique à un prix déjà réduit. Prix payé : $360 \times 0{,}68 = 244{,}80$ €.

(b) Gamezone : $CM = 1{,}1 \times 0{,}6 = 0{,}66$, donc $t = 0{,}66 - 1 = -0{,}34$, soit −34 %. Prix : Gamezone $360 \times 0{,}66 = 237{,}60$ € ; Pixelia $360 \times 0{,}67 = 241{,}20$ € ; Ludo'Max 244,80 €. Du moins cher au plus cher : Gamezone, Pixelia, Ludo'Max. Malgré sa hausse avant les soldes, Gamezone est le moins cher.

(c) On veut $0{,}8 \times CM_2 = 0{,}66$, donc $CM_2 = 0{,}66 \div 0{,}8 = 0{,}825$ et $t_2 = 0{,}825 - 1 = -0{,}175$. Vérification : $360 \times 0{,}8 \times 0{,}825 = 237{,}60$ €. Ludo'Max doit faire une seconde remise de 17,5 % au lieu de 15 %.

Ex. 35 ★★★ **La population de Valmont sur trois ans**

(a) $1{,}025 \times 0{,}982 = 1{,}006\,55$, puis $CM = 1{,}006\,55 \times 1{,}032 = 1{,}038\,759\,6$.
Donc $t = 1{,}038\,759\,6 - 1 \approx 0{,}038\,8$. De 2022 à 2025, la population a augmenté d'environ 3,88 %. Ce n'est pas $2{,}5 - 1{,}8 + 3{,}2 = 3{,}9$ % : on multiplie les coefficients.

(b) $18\,400 \times 1{,}038\,759\,6 = 19\,113{,}176\,64 \approx 19\,113$. En 2025, Valmont compte environ 19 113 habitants.

(c) Inès calcule $18\,400 \times 1{,}01 \times 1{,}032 = 18\,400 \times 1{,}042\,32 = 19\,178{,}688 \approx 19\,179$ habitants, soit $19\,179 - 19\,113 = 66$ habitants de trop. Arrondir un coefficient en cours de calcul fausse le résultat : on n'arrondit qu'à la fin.

Ex. 35 (suite)

(d) $CM = 1{,}038\,759\,6 \times 0{,}962 \approx 0{,}999\,29$, donc $t \approx -0{,}07$ %. Population en 2026 : $18\,400 \times 1{,}038\,759\,6 \times 0{,}962 \approx 18\,386{,}88$, soit environ 18 387 habitants. Le maire a raison : la baisse de 3,8 % porte sur une population plus grande qu'en 2022, donc elle retire plus d'habitants que la hausse de 3,88 % n'en avait ajouté.

6. *Évolution réciproque*

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : coefficient réciproque**

(a) $CM' = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

(b) Une hausse de 400 % donne $CM = 1 + 4 = 5$. Alors $CM' = \frac{1}{5} = 0{,}2$ (et pas $1 - 5 = -4$: un coefficient multiplicateur n'est jamais négatif).
Donc $t' = 0{,}2 - 1 = -0{,}8$: une baisse de 80 %.

(c) $CM = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$, $CM' = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$, donc $t' = 2{,}5 - 1 = 1{,}5$: une hausse de 150 %.

(d) $CM' = \frac{1}{0{,}75} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$.

(e) $CM' = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}$, et $V_1 = 30 \times \frac{2}{3} = 20$: le livre coûtait 20 €.

Ex. 37 ★☆☆ **Vrai ou faux : les réciproques**

(a) Faux. $CM = 1{,}25$ et $CM' = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$, donc $t' = 0{,}8 - 1 = -0{,}2$: c'est une baisse de 20 % seulement.

(b) Vrai. $CM = 1 + 1 = 2$ et $CM' = \frac{1}{2} = 0{,}5$, donc $t' = 0{,}5 - 1 = -0{,}5$: c'est une baisse de 50 %.

(c) Vrai. $CM = 0{,}25$ et $CM' = \frac{1}{0{,}25} = 4$, donc $t' = 4 - 1 = 3$: c'est une hausse de 300 %.

(d) Faux. $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96 \neq 1$. En fait, $CM' = \frac{1}{1{,}2} = \frac{5}{6} \approx 0{,}833\,3$.

(e) Vrai. $CM = 0{,}9$ et $CM' = \frac{1}{0{,}9} = \frac{10}{9} \approx 1{,}111$, donc $t' \approx 11{,}1$ %, soit plus que 10 %. La hausse s'applique à une valeur plus petite.

Ex. 38 ★★☆ **Tableau des réciproques et valeur exacte**

(a) $CM' = \frac{1}{1{,}15} \approx 0{,}869\,6$, donc $t' = \frac{1}{1{,}15} - 1 \approx -0{,}130\,4$: une baisse d'environ 13,0 %.

(b) $CM = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$, puis $CM' = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$ et $t' = 1{,}25 - 1 = 0{,}25$: une hausse de 25 %.

(c) $V_1 = V_2 \times CM' = 92 \times \frac{1}{1{,}15} = \frac{92}{1{,}15} = 80$: le casque coûtait 80 €.

Ex. 38 **(suite)**

(d) $92 \times 0{,}87 = 80{,}04$, soit 80,04 € au lieu de 80 €. Arrondir CM' trop tôt fausse le résultat : on n'arrondit qu'à la fin.

Ex. 39 ★★☆ **Le vélo d'Inès**

(a) $CM = 1{,}2 \times 0{,}85 = 1{,}02$.

(b) $CM' = \frac{1}{1{,}02}$, donc $t' = \frac{1}{1{,}02} - 1 \approx -0{,}019\,6$: il faut une baisse d'environ 2,0 %.

(c) $V_1 = 1\,530 \times \frac{1}{1{,}02} = 1\,500$: avant la hausse, le vélo coûtait 1 500 €.

(d) Non. $1\,530 \times 0{,}8 \times 1{,}15 = 1\,407{,}60$ €, et non 1 500 €. Il faudrait multiplier par $\frac{1}{1{,}2}$ (baisse d'environ 16,7 %) et par $\frac{1}{0{,}85}$ (hausse d'environ 17,6 %).

Ex. 40 ★★★ **L'article sur la chaîne de Maëlys**

(a) Une hausse de 100 % donne $CM = 1 + 1 = 2$. On retrouve la valeur de départ avec $V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{8\,400}{2} = 4\,200$. En janvier, la chaîne avait 4 200 abonnés.

(b) Une baisse de 50 % donne $CM = 0{,}5$. En juin : $8\,400 \times 0{,}5 = 4\,200$ abonnés. On retrouve bien le nombre de janvier, car le coefficient global vaut $2 \times 0{,}5 = 1$. La première phrase est juste : une hausse de 100 % s'annule par une baisse de 50 %.

(c) De juin à avril, c'est l'évolution réciproque de la baisse : $CM' = \frac{1}{0{,}5} = 2$, donc $t' = 2 - 1 = 1$, soit une hausse de 100 %. Avec +50 %, on obtient seulement $4\,200 \times 1{,}5 = 6\,300$ abonnés, et pas 8 400. La seconde phrase est fausse : une baisse de 50 % ne se compense pas par une hausse de 50 %.

(d) De janvier à avril, $CM = 2$. La règle donne $1 - CM = 1 - 2 = -1$, puis $8\,400 \times (-1) = -8\,400$ abonnés : c'est absurde. La bonne règle est $CM' = \frac{1}{CM} = \frac{1}{2} = 0{,}5$, et $8\,400 \times 0{,}5 = 4\,200$ redonne bien le nombre de janvier. Pour annuler une évolution, on multiplie par l'inverse de CM, et non par $1 - CM$ ni par $-CM$.

Ex. 41 ★★★ **Prix HT, prix TTC et soldes**

(a) Passer du HT au TTC, c'est multiplier par $CM = 1{,}2$. Prix HT : $V_1 = \frac{89{,}40}{1{,}2} = 74{,}50$. La raquette coûte 74,50 € HT.

(b) Le passage du TTC au HT est l'évolution réciproque : $CM' = \frac{1}{1{,}2} = \frac{5}{6} \approx 0{,}833\,3$, donc $t' = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6} \approx -0{,}166\,7$. C'est une baisse d'environ 16,7 %, et non de 20 %. Vérification : $89{,}40 \times 0{,}8 = 71{,}52 \neq 74{,}50$.

Ex. 41 **(suite)**

(c) Les soldes correspondent à $CM = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Prix TTC avant les soldes : $\frac{63}{0{,}7} = 90$ €. Prix HT avant les soldes : $\frac{90}{1{,}2} = 75$ €. Avant les soldes, les chaussures coûtaient 90 € TTC, soit 75 € HT.

(d) Du prix HT avant les soldes au prix TTC soldé : $CM = 1{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}84$, donc $t = 0{,}84 - 1 = -0{,}16$. C'est une baisse de 16 %, et non de 10 % : on ne soustrait pas les taux. Réciproque : $CM' = \frac{1}{0{,}84} = \frac{25}{21} \approx 1{,}190\,5$, donc $t' \approx 0{,}190\,5$, soit une hausse d'environ 19,0 %. Vérification : $63 \times \frac{25}{21} = 75$ €, comme à la question précédente.

Ex. 42 ★★★ **Le club d'escalade de Chloé**

(a) Les coefficients sont 1,4, 0,6 et 0,5. Coefficient global : $CM = 1{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}42$. Fin 2022 : $V_1 = \frac{210}{0{,}42} = 500$. Le club comptait 500 adhérents fin 2022.

(b) C'est l'évolution réciproque de l'évolution globale : $CM' = \frac{1}{0{,}42} = \frac{50}{21} \approx 2{,}381\,0$, donc $t' = \frac{50}{21} - 1 = \frac{29}{21} \approx 1{,}381\,0$. Il faut une hausse d'environ 138,1 % en 2026. Vérification : $210 \times \frac{50}{21} = 500$.

(c) Sa méthode donne $CM = 1{,}5 \times 1{,}4 \times 0{,}6 = 1{,}26$, soit $210 \times 1{,}26 = 264{,}6$, environ 265 adhérents. C'est une hausse de 26 % seulement, loin d'un retour à 500. Son erreur : il change seulement le signe du taux, alors qu'il faut prendre l'inverse du coefficient. Par exemple, une hausse de 40 % ne compense pas une baisse de 40 %.

(d) Baisse de 50 % : $\frac{1}{0{,}5} = 2$, soit une hausse de 100 %. Baisse de 40 % : $\frac{1}{0{,}6} = \frac{5}{3} \approx 1{,}666\,7$, soit une hausse d'environ 66,7 %. Hausse de 40 % : $\frac{1}{1{,}4} = \frac{5}{7} \approx 0{,}714\,3$, soit une baisse d'environ 28,6 %. Produit : $2 \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{50}{21}$. On retrouve le coefficient de la question 2.

7. *Problèmes*

Ex. 43 ★☆☆ **Flash : coefficients, évolutions successives et réciproques**

(a) $CM = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

(b) $t = CM - 1 = 1{,}3 - 1 = 0{,}3$: c'est une hausse de 30 %.

(c) $V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{36}{1{,}2} = 30$: le prix de départ était de 30 €.

(d) $CM = 1{,}2 \times 0{,}25 = 0{,}3$ et $t = 0{,}3 - 1 = -0{,}7$: c'est une baisse globale de 70 %.

(e) $CM = 0{,}5$, donc $CM' = \frac{1}{0{,}5} = 2$ et $t' = 2 - 1 = 1$: il faut une hausse de 100 %, et non de 50 %.

Ex. 43 **(suite)**

(f) $CM = 1{,}25 \times 0{,}8 = 1$, donc $t = 0$: oui, le nombre de visiteurs revient exactement à sa valeur de départ. On ne peut le dire qu'après avoir multiplié les coefficients.

(g) Non. $CM = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$, donc $t = 0{,}25 - 1 = -0{,}75$: c'est une baisse de 75 %. Il reste le quart de la valeur de départ, et non 0
(les taux ne s'additionnent pas).

Ex. 44 ★☆☆ **Proportion ou évolution ?**

(a) Proportion ; population de référence : les 240 élèves de seconde. Partie $= 0{,}3 \times 240 = 72$: 72 élèves font du sport en club.

(b) Évolution ; valeur de référence : $V_1 = 600$ €. $V_2 = 600 \times 1{,}05 = 630$: la facture passe à 630 € par an.

(c) Évolution ; valeur de référence : $V_1 = 4\,000$ abonnés. $t = \frac{5\,000 - 4\,000}{4\,000} = 0{,}25$: le nombre d'abonnés a augmenté de 25 %.

(d) Deux proportions emboîtées : 25 % des adhérents, puis 50 % des cadets. $p = 0{,}25 \times 0{,}5 = 0{,}125$, soit 12,5 % des adhérents, et $0{,}125 \times 80 = 10$: il y a 10 filles cadettes.

(e) C'est une proportion ; population de référence : les habitants de Lorval. Une partie ne peut pas dépasser le tout : une proportion est au plus égale à 100 %. L'affirmation est donc impossible.

(f) 8 % et 6 % sont des proportions (référence : la population active de la région) ; on étudie leur évolution. Variation absolue : $6 - 8 = -2$ points de pourcentage. Taux d'évolution : $t = \frac{6-8}{8} = -0{,}25$: le taux de chômage a baissé de 25 %.

Ex. 45 ★★☆ **Trois magasins, trois offres**

(a) Prix sans remise : $4 \times 24 = 96$ €. $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$ et $96 \times 0{,}65 = 62{,}40$. Dans le magasin A, Ben paie 62,40 €.

(b) $CM = 0{,}82 \times 0{,}82 = 0{,}672\,4$ et $t = 0{,}672\,4 - 1 = -0{,}327\,6 \approx -32{,}8$ %. Prix : $96 \times 0{,}672\,4 = 64{,}550\,4 \approx 64{,}55$ €. Dans le magasin B, Ben paie 64,55 € : une remise globale d'environ 32,8 %.

(c) Ben prend 4 tee-shirts et n'en paie que 3 : $3 \times 24 = 72$ €. $t = \frac{72-96}{96} = -0{,}25$. Dans le magasin C, Ben paie 72 €, soit une remise de 25 %.

(d) Non. Les taux ne s'additionnent pas : deux remises de 18 % font une remise globale d'environ 32,8 %, moins que 35 %. Classement : A (62,40 €), puis B (64,55 €), puis C (72 €). La meilleure offre est celle du magasin A.

Ex. 46 ★★☆ **La population de Vernay**

(a) $CM = 1{,}06 \times 0{,}95 = 1{,}007$ et $t = 1{,}007 - 1 = 0{,}007$: entre 2024 et 2026, la population a augmenté de 0,7 % (et non de 1 %).

(b) $V_2 = 18\,400 \times 1{,}007 = 18\,528{,}8 \approx 18\,529$: en 2026, Vernay compte environ 18 529 habitants.

(c) En 2025 : $18\,400 \times 1{,}06 = 19\,504$ habitants. Avec +5 % en 2027 : $18\,528{,}8 \times 1{,}05 = 19\,455{,}24 \approx 19\,455 < 19\,504$. Le maire a tort. Il faut l'évolution réciproque de la baisse : $CM' = \frac{1}{0{,}95} \approx 1{,}052\,6$, donc $t' \approx 0{,}052\,6$. Il faudrait une hausse d'environ 5,3 % en 2027.

(d) $V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{18\,400}{1{,}08} \approx 17\,037{,}04$. En 2023, Vernay comptait environ 17 037 habitants.

Ex. 47 ★★★ **Le salaire d'Inès**

(a) $CM = 1{,}15 \times 0{,}85 = 0{,}977\,5$, donc $t = 0{,}977\,5 - 1 = -0{,}022\,5$. C'est une baisse globale de 2,25 % : Inès a tort. La baisse de 15 % porte sur un salaire déjà augmenté, donc elle est plus forte en euros que la hausse.

(b) $V_2 = 1\,960 \times 0{,}977\,5 = 1\,915{,}90$ €. Variation absolue : $1\,915{,}90 - 1\,960 = -44{,}10$ €. Après la baisse, Inès gagne 1 915,90 €, soit 44,10 € de moins qu'au départ.

(c) Évolution réciproque : $CM' = \frac{1}{0{,}977\,5} \approx 1{,}023\,02$, donc $t' \approx 0{,}023\,0$. Pour retrouver ses 1 960 €, Inès doit obtenir une hausse d'environ 2,3 %, et pas de 2,25 % : cette hausse porte sur une valeur de référence plus petite.

(d) Pour Malo, $CM = 0{,}85 \times 1{,}15 = 0{,}977\,5$, le même que pour Inès : l'ordre des facteurs ne change pas un produit. Les deux finissent avec 1 915,90 € : aucun ne gagne plus que l'autre.

Ex. 48 ★★★ **Les abonnés de Soraya**

(a) « 35 % » est une proportion : sa population de référence est l'ensemble des 48 000 abonnés au 1er janvier. « 40 % » est une évolution : sa valeur de référence est le nombre d'abonnés lycéens au 1er janvier.

(b) Au 1er janvier : $0{,}35 \times 48\,000 = 16\,800$ lycéens et $48\,000 - 16\,800 = 31\,200$ autres abonnés. Au 31 décembre : $16\,800 \times 1{,}4 = 23\,520$ lycéens et $31\,200 \times 0{,}9 = 28\,080$ autres, soit $23\,520 + 28\,080 = 51\,600$ abonnés au total.

Ex. 48 **(suite)**

(c) $t = \frac{51\,600 - 48\,000}{48\,000} = 0{,}075$. La chaîne a gagné 7,5 % d'abonnés, pas 30 % : les deux taux ne portent pas sur la même population de référence, donc on ne peut pas les soustraire.

(d) $p = \frac{23\,520}{51\,600} \approx 0{,}455\,8$, soit environ 45,6 %. Variation : $45{,}6 - 35 = 10{,}6$ points de pourcentage. Au 31 décembre, la part des lycéens parmi les abonnés a gagné environ 10,6 points.

Ex. 49 ★★★ **La facture d'électricité des Ferrand**

(a) $CM = 1{,}095 \times 1{,}04 \times 0{,}88 = 1{,}002\,144$, donc $t = 0{,}002\,144$, soit environ $+0{,}21$ %. Lucas a tort : les taux ne s'additionnent pas. Le prix a augmenté d'environ 0,21 %, pas de 1,5 %.

(b) $V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{1\,503{,}22}{1{,}002\,144} \approx 1\,500{,}00$ €. Aux tarifs d'avant février 2025, la facture annuelle était d'environ 1 500 €.

(c) $CM' = \frac{1}{1{,}002\,144} \approx 0{,}997\,86$, donc $t' \approx -0{,}002\,14$. Il faudrait une baisse d'environ 0,21 % du prix du kWh.

(d) $CM = \frac{1\,450}{1\,503{,}22} \approx 0{,}964\,60$, donc $t \approx -0{,}035\,40$. Comme la facture est proportionnelle à la consommation, la famille doit baisser sa consommation d'environ 3,54 %.